رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

النوطة الشاملة

الوحدة الأولى

طريقك نحو ال 600

- شروحات مفصلة مدعمة بالأمثلة.
- حل تدرب وتحقق من فهمك بعد كل درس.
- أوراق عمل محلوله.
- حل الدورات المتعلقة بدروس الوحدة .
- حل تمرينات ومسائل الوحدة كاملةً.
- نموذج اختباري شامل مع حله .
- ملاحظات وارشادات امتحانيه ضمن الشروحات.

تطلب النسخة الأصلية حصرياً من **مكتبة اليمان**

دمشق- مساكن الحرس – هاتف: 0991 172 229

توصيل مجاني ضمن محافظة دمشق مع إمكانية الشحن لباقي المحافظات

إعداد المدرس المختص.
أ.ماهر بربر
تربية محافظة دمشق

مكتبة اليمان

رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الوحدة الأولى
الأعداد والكسور

الدرس الأول

طبيعة الأعداد

أ.ماهر برير

المحتويات:

- مجموعات الأعداد:الطبيعية، الصحيحة، العادية، العشرية
- حل بعض أسئلة الدورات
  المتعلقة بالدرس.
- حل تحقق من فهمك وتدرب والانطلاقة النشطة في الصفحات
  11,12,13,14

من الضروري مشاهدة الشروحات عبر الفيديو على قناة التلغرام

الصف التاسع:

جبر - الوحدة الأولى: الأعداد والكسور

الدرس الأول: طبيعة الأعداد.

* محتويات درسنا لهذا اليوم:
- مجموعات الأعداد: الطبيعية N، الصحيحة Z، العادية Q، العشرية D.
- حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس.
- حل تحقق من فهمك ص 13، تدرب ص 14
- حل الانطلاقة النشطة ص 11 + 12.

* مجموعات الأعداد.

(1) مجموعة الأعداد الطبيعية N.

وهي تشمل الأعداد الموجبة فقط دون فواصل

أي: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

(2) مجموعة الأعداد الصحيحة: Z.

وهي تشمل الأعداد الموجبة والسالبة دون فواصل، أي:

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

تذكر: * كل عدد موجب هو أكبر من أي عدد سالب

* الصفر: أصغر الأعداد الموجبة وأكبر الأعداد السالبة.

* تنقص قيمة الأعداد عندما ننتقل من اليمين إلى اليسار على مستقيم الأعداد:

-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

* العدد الذي لا يملك إشارة تكون إشارته موجبة: فمثلاً العدد 7 إشارته +

* نضع الإشارة السالبة على يسار العدد فمثلاً 7 -

* لكل عدد صحيح عدد معاكس له يُدعى النظير الجمعي والذي نحصل عليه بتغيير إشارة العدد:

مثلاً: معاكس 5+ هو 5-

معاكس 4- هو 4+

ويكون: مجموع عددين متعاكسين يساوي الصفر

$+5 - 5 = 0$ ، $-27 + 27 = 0$

تنويه: هذه المعلومات هي معلومات سابقة تم التذكير بها وشرحها بشكل مفصل في الجلسة الأولى والثانية من سلسلة المراجعة عُد إليها إن كنت تعاني ضعفاً في إجراء العمليات الحسابية الأربعة في مجموعة الأعداد الصحيحة.

- مطلب درسنا هو الآتي:

(3) مجموعة الأعداد العادية (النسبية) Q

- العدد العادي: هو كل عدد يكتب بالشكل:

$$\frac{a}{b} \; ; \; a \in Z \text{ and } b \in N \; ; \; b \neq 0$$

أي: a عدد صحيح، b عدد طبيعي مغاير للصفر.

/ تذكر: المقام يجب أن يكون غير معدوم /

- من هذا التعريف المهم نستنتج أن كل كسر مثل:

$\frac{-5}{3}$ ، $\frac{72}{14}$ ، $\frac{-11}{3}$ ، $\frac{47}{5}$

هو عدد عادي لأنه يحقق التعريف

ملاحظة:

العدد الذي لا يملك مقام يكون مقامه 1.

فمثلاً: العدد 5 يكتب بالشكل $\frac{5}{1}$ فهو عدد عادي.

العدد 4- يكتب بالشكل $\frac{-4}{1}$ فهو عدد عادي.

لذلك نستطيع أن نستنتج ما يلي:

* العدد العادي: قد يكون عدد صحيح مثل:

$5, -4$ ، $\frac{10}{2}$ ، $\frac{51}{17}$ أعداد عادية صحيحة.

وقد يكون عدد غير صحيح مثل:

$\frac{1}{5}$ ، $\frac{-1}{4}$ ، $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ ، $\frac{17}{51}=\frac{1}{3}$

جميعها أعداد عادية ولكنها أعداد غير صحيحة.

• ملاحظة بسيطة: بالنسبة للإشارة الكسر نستطيع أن نكتبها كما يلي: مثلاً:

$\frac{-7}{3}$ يكتب بالشكل $-\frac{7}{3}$ أو $\frac{7}{-3}$ حيث:

$\frac{+7}{-3}=-\frac{7}{3}=\frac{-7}{3}$

• ملاحظة مهمة جداً:

الصورة العشرية للعدد العادي:

منتهية مثل: $\frac{5}{2}=2.5$ ، $\frac{16}{20}=0.8$

أو غير منتهية ولكنها دورية:

بداية ماذا نقصد بالصورة العشرية الدورية؟

أي أن الأرقام تتكرر بعد الفاصلة العشرية اعتباراً من حد معين،

$\frac{10}{3}=3.3333....=3.\overline{3}$

عدد عادي صورته العشرية غير منتهية ولكنها دورية

$\frac{7}{9}=0.7777....=0.\overline{7}$

عدد عادي صورته العشرية غير منتهية ولكنها دورية.

$\frac{22}{7}=3.142857\ 142857\ 142875....$

$\Rightarrow \frac{22}{7}=3.\overline{142857}$

عدد عادي صورته العشرية غير منتهية ولكنها دورية

- والآن وبعد أن تعرفنا على الصورة العشرية للعدد العادي نستطيع الوصول إلى تعريف مفهوم العدد الغير عادي:

- الأعداد الغير عادية: هي أعداد صورتها العشرية غير منتهية وغير دورية.

- ولكن هل توجد أعداد صورتها العشرية غير منتهية وغير دورية؟

• إن كل عدد (أو كسر) يحوي الجذر الأصم أو العدد π هو عدد غير عادي لأن هذه الأعداد صورتها العشرية غير منتهية وغير دورية

$\sqrt{2}=1.4142135....\simeq 1.4$

$\sqrt{3}=1.7320508....\simeq 1.7$

$\sqrt{7}=2.6457513....\simeq 2.6$

$\vdots$

$\pi=3.141592....\simeq 3.14$

- لاحظ أن جميع هذه الأعداد صورتها العشرية غير منتهية وغير دورية فهي ليست أعداد عادية ولا نستطيع كتابتها بالشكل: $\frac{a}{b}$ ، $a\in\mathbb{Z}$ ، $b\in\mathbb{N}^*$

* فائدة امتحانية:

كل عدد أو كسر يحوي العدد π أو جذراً ليس له قيمة تامة (جذر أصم) ولم نستطع التخلص منه فهو عدد غير عادي.

* مثال امتحاني:

بيّن فيما يلي إن كانت الأعداد الآتية هي أعداد عادية أم غير عادية:

(1) $\frac{2}{3}+\pi \longrightarrow$ عدد غير عادي لأنه يحوي العدد π الذي صورته العشرية غير منتهية وغير دورية

(2) $\frac{1}{\pi}\left(\frac{2\pi}{3}+\pi\right)$

- نكتب الكسر بأبسط صورة قبل الحكم على طبيعة هذا العدد:

$\frac{1}{\pi}\left(\frac{2\pi}{3}+\pi\right)=\frac{1}{\pi}\times\frac{2\pi}{3}+\frac{1}{\pi}\times\pi$

$=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

وهو عدد عادي.

(3) $\frac{16\pi^2}{\pi^2}=16$ عدد عادي

(4) $\frac{16-\pi^2}{\pi^2}$ عدد غير عادي (هنا لا نستطيع الاختصار كما في المثال السابق).

⑤ $\sqrt{2}+5$ عدد غير عادي لأنه يحوي جذر، أي صورته العشرية غير منتهية وغير دورية.

⑥ $\frac{7}{9}+\sqrt{16}$

- أن $\sqrt{16}$ هو 4 بالتالي العدد السابق يكتب:

- عدد عادي $\frac{7}{9}+4=\frac{43}{9}$

⑦ $(\sqrt{5})^2$ التربيع يزيل الجذر وسنجده في درس منفصل عن خواص الجذور

$(\sqrt{5})^2=5$ وهو عدد عادي

⑧ $(\sqrt{\sqrt{5}})^2=\sqrt{5}$ عدد غير عادي

/ سأترك بقية الأمثلة المرتبطة بخواص الجذور إلى وقت لاحق /

- العدد الغير العادي نسميه عدد حقيقي نتعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية في الصف العاشر.

④ مجموعة الأعداد العشرية D :

- العدد العشري: هو عدد عادي مقامه: 10 أو 100 أو 1000 أو 10000 ......

أو نستطيع جعل مقامه أحد تلك الأعداد السابقة.

أمثلة:

أعداد عشرية $\frac{36}{1000}$ ، $\frac{21}{100}$ ، $\frac{3}{10}$

عدد عشري $\frac{2}{5}=\frac{2\times2}{5\times2}=\frac{4}{10}$

عدد عشري $\frac{3}{25}=\frac{3\times4}{25\times4}=\frac{12}{100}$

- و جميع الأعداد العشرية صورتها العشرية منتهية

$\frac{3}{10}=0.3$ ، $\frac{21}{100}=0.21$ ، ....

أما العدد العادي الصحيح مثل 5 فيكتب بالشكل 5.0 (قسمه العشري معدوم) أيضاً هو عدد عشري

- وبتعريف مكافئ آخر:

- العدد العشري:

هو كل عدد يكتب بالشكل: $a\times10^n$

حيث a ، n أعداد صحيحة.

أمثلة للتوضيح:

$\frac{4}{10}$ كما رأينا سابقاً هو عدد عشري نستطيع كتابته بالشكل:

$\frac{4}{10}=\underbrace{4\times10^{-1}}_{a\times10^n}$ (وذلك من خواص القوى)

$\frac{3}{25}=\frac{12}{100}=\underbrace{12\times10^{-2}}_{a\times10^n}$

$0.5=5\times10^{-1}$

$\frac{5}{8}=\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{25}{10}\times\frac{25}{100}$

$=\frac{625}{1000}=625\times10^{-3}$

جميعاً أعداد عشرية.

وكذلك العدد 5 يكتب بالشكل:

$5=5.0=5\times10^0$ ($10^0=1$)

* استنتاج: من التعريف الأول للعدد العشري نستطيع القول:

* كل عدد عشري هو عدد عادي هنا:

$\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{11}{10}$ ، $\frac{36}{100}$

لاحظ جميعاً أعداد عشرية وعادية

* أما العكس غير صحيح بالضرورة:

مثلاً $\frac{10}{11}$ هو عدد عادي غير عشري

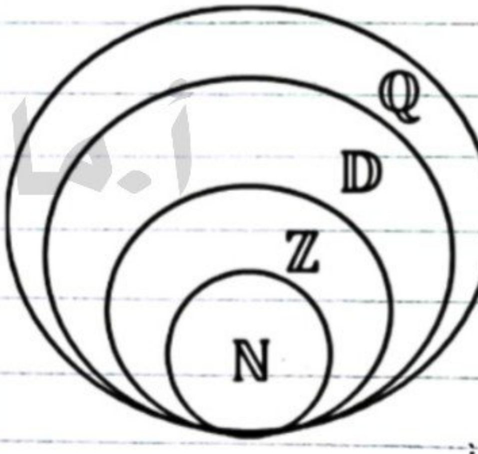
$\frac{10}{3}$ هو عدد عادي غير عشري

يرجى الانتباه لذلك.

* ملاحظة مهمة جداً جداً

- أصغر مجموعات الأعداد هي مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$.
- تليها مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$
- تليها مجموعة الأعداد العشرية $\mathbb{D}$
- تليها مجموعة الأعداد العادية $\mathbb{Q}$
- (ومن ثم مجموعتي الأعداد الحقيقية والعقدية نتعرف عليها في مراحل لاحقة)
- يرجى الانتباه:

كل مجموعة أعداد متوضعة (محتواة) في المجموعة الأكبر منها والمخطط الآتي يوضح ذلك.



ونكتب:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

$\subset$: رمز الاحتواء

- ما معنى ذلك؟

هذا الكلام مهم ومفيد جداً:

- إن كل عدد طبيعي هو عدد صحيح وهو عدد عشري وهو عدد عادي بناءً على قاعدة الاحتواء السابقة، أما العكس غير صحيح بالضرورة.
- فالعدد الذي ينتمي إلى المجموعة الأصغر سينتمي حتماً إلى المجموعة الأكبر

مثلاً: / الرمز $\in$ يُقرأ ينتمي

/ الرمز $\notin$ يُقرأ لا ينتمي

- العدد 27 هو عدد طبيعي وعدد صحيح وضوحاً أي: $27 \in \mathbb{N}$ and $27 \in \mathbb{Z}$
- كما أن العدد 27 هو عدد عشري حيث:

$$27 = 27.0 = 27 \times 10^0$$

أي $27 \in \mathbb{D}$

- كما أن العدد 27 عدد عادي حيث يكتب: $27 = \frac{27}{1}$ أي $27 \in \mathbb{Q}$

- أما العكس غير صحيح بالضرورة

فالعدد الذي ينتمي إلى المجموعة الأكبر ليس بالضرورة أن ينتمي إلى المجموعة الأصغر

مثلاً:

العدد $\frac{13}{3}$ هو عدد عادي فقط $\frac{13}{3} \in \mathbb{Q}$ ولا ينتمي لأي مجموعة أصغر من $\mathbb{Q}$.

- ملاحظة: عندما يطلب تعيين طبيعة عدد فإننا نبحث عن أصغر مجموعة أعداد ينتمي إليها هذا العدد.

- مثلاً: عين طبيعة العدد A حيث:

$$A = 4 - \frac{1}{3} + \frac{7}{3}$$

الحل:

$$A = 4 + \frac{6}{3} = 4 + 2 = 6$$

هو عدد طبيعي وصحيح وعشري وعادي، أصغر مجموعة ينتمي إليها هي $\mathbb{N}$ والقولان صحيحان

- بالنسبة للعدد الغير العشري:

العدد العشري صورته منتهية دوماً وبالتالي كل عدد صورته العشرية غير منتهية هو عدد غير عشري

أعداد غير عشرية: π ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ، $3.333....$

* حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس.

- ملاحظة: لا أستطيع أن أضع جميع أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس، لأن أغلبها مرتبط بمفاهيم متقدمة (كالمطابقات التربيعية والجذور والتشريح التحليلي) تركناها لحينها.

* دورة دمشق 2019:

الشكل العشري للكسر $\frac{8}{5}$ هو ؟؟؟

- نستطيع مباشرة إجراء القسمة الإقليدية أو:

$$\frac{8}{5} = \frac{8\times 2}{5\times 2} = \frac{16}{10} = 1.6$$

* نموذج وزاري:

واحد فقط من بين الأعداد الآتية ليس عدداً عشرياً.

$A: -\frac{3}{4}$ ، $B: 5$ ، $C: \frac{8}{\sqrt{3}}$

الحل:

. العدد $-\frac{3}{4}$ هو عدد عشري حيث:

$$-\frac{3}{4} = -\frac{75}{100} = -75\times 10^{-2} = -0.75$$

. العدد 5 هو عدد عشري حيث:

$5 = 5.0$ أو $5 = 5\times 10^{0}$

. العدد $\frac{8}{\sqrt{3}}$ بداية هو عدد غير عادي لأن المقام يحوي جذر أصم أي صورته العشرية غير منتهية وغير دورية فهو عدد غير عشري

/ العدد العشري صورته العشرية منتهية دوماً /

* حمص 2019: صح أم خطأ:

- العدد π هو عدد غير عادي.

الجواب صحيح لأن صورته العشرية غير منتهية وغير دورية.

- نكتفي حالياً بهذا القدر من أسئلة الدورات.

* ملاحظة وكلمة أخيرة:

* العدد π: كما أصبحنا نعلم هو عدد غير عادي (وغير عشري طبعاً) صورته العشرية غير منتهية وغير دورية، قيمته التقريبية هي:

$\pi \simeq 3.14$ أو $\pi \simeq \frac{22}{7}$

ولا يساوي أياً منهما، أيضاً الجذور التربيعية التي ليس لها قيم صحيحة (الأعداد) هي أعداد غير عادية لذلك: كلاً من الأعداد الآتية: π ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{\ldots}$

نتركها كما هي ولا نعوض بقيمها التقريبية وذلك في الجبر والهندسة..... أو ما شابه

انطلاقة نشطة صفحة11:

في كل مما يأتي واحدة فقط من الإجابات الثلاث المقترحة صحيحة ، أشر إليها.

١-التعبير عن القسمة التقليدية (التقسيم مع الباقي) :

يمكن التعبير عن خارج و باقي القسمة الإقليدية للعدد 37 على العدد 4 على النحو الآتي:

$$37 = 10 \times 4 - 3$$

$$37 = 9 \times 4 + 1$$

حيث ناتج قسمة 37 على 4 هو 9 و يبقى واحد.

$$37 = 8 \times 4 + 5$$

٢- قابلية القسمة على العدد 2:

العدد الآتي يقبل القسمة على العدد 2:

3578 , 221 ,6625

حيث يقبل العدد القسمة على اثنين عندما يكون آحاده زوجياً.

٣- قابلية القسمة على العدد 3:

يقبل عدد صحيح القسمة على العدد 3:

إذا كان رقم آحاده 3 أو 6 أو 9.

إذا كان جداء ضرب أرقامه مضاعفاً للعدد 3

إذا كان مجموع أرقامه مضاعفاً للعدد 3

٤-اختصار كسر:

بعد اختصار الكسر $\frac{15}{35}$ نحصل على الكسر :

$$\frac{5}{7} \; , \; \frac{1}{3} \; , \frac{3}{7}$$

حيث قسمنا البسط و المقام على 5.

٥-الشكل العشري لكسر:

الشكل العشري للكسر $\frac{4}{5}$ هو:

$$0.54 \; , \; 0.8 \; , 4.5$$

يمكن أن نضرب البسط و المقام بالعدد 2 فينتج

$0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ أو نجري عملية القسمة العادية.

٦-معرفة الكسر العشري:

العدد الآتي ليس كسراً عشرياً :

$$\frac{5}{3} \; , \; \frac{11}{5} \; , \frac{13}{4}$$

لو قسمنا 5 على 3 لوجدنا الجواب ... 1.6666

صورته العشرية غير منتهية.

تذكر: الصورة العشرية للعدد العشري منتهية دوما

أو تقول بأننا لانستطيع كتابته بالشكل: $a \times 10^{n}; a, n \in \mathbb{Z}$

صحيح أم خطأ صفحة 12:

أي المقولات الأربعة الآتية صحيحة و أيها غير صحيح؟

العدد π ليس عدداً عادياً.

المقولة صحيحة فلا يمكن كتابته بالشكل $\frac{a}{b}$ $a\epsilon\mathbb{Z}\ and\ b\epsilon\mathbb{N}; b\neq 0$

او تقول صورته العشريه غير منتهيه وغير دوريه

- أربعة بالضبط من أعداد القائمة الآتية هي أعداد عشرية:

$$3.14\ \ ,\pi\ \ ,10^{-2},\frac{5}{3},\frac{1}{2},-4\ \ ,2.7,0.5$$

الأعداد الآتية هي أعداد عشرية:

$$3.14\ \ ,10^{-2},\frac{1}{2}\ \ ,-4\ \ ,2.7,0.5$$

فالمقولة خاطئة.

- جميع أعداد القائمة الآتية هي أعداد عادية:

$$7\ \ ,\frac{1}{3}\ \ ,-\frac{3}{5},2.5\ \ ,-1.5\ \ ,10^{-3}$$

المقولة صحيحة فكل منها يكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث

$a\epsilon\mathbb{Z}\ and\ b\epsilon\mathbb{N}; b\neq 0$

رياضيات الصف التاسع
العام الدراسي 2021-2022
أ.ماهر بربر
0994830381

• العدد π هو ناتج قسمة طول قوس دائرة على طول قطرها.
المحيط

• نعلم أن: محيط الدائرة:

$P = 2\pi R \Rightarrow P = 2R\pi$ (نقسم الطرفين على أمثال π)

نجد: $\frac{P}{2R} = \pi$ فالمقولة صحيحة.

• إيضاح:

- العدد π يمثل محيط دائرة قطرها يساوي 1 (نصف قطرها $R = \frac{1}{2}$)

- العدد π يمثل مساحة دائرة نصف قطرها يساوي $R = 1$

تذكر: $S_{circle} = \pi R^2 \Rightarrow \pi = \frac{S_{circle}}{R^2}$ $R = 1 \Rightarrow$

$\pi = S_{circle}$; $R = 1$

• مجموع الأعداد الصحيحة في القائمة الآتية يساوي 1000.

2 ، $\frac{1}{3}$ ، -5.3 ، π ، $\frac{2}{7}$ ، 10^3 ، -2 ، 7.5

نوجد فقط الأعداد العادية الصحيحة وهي -2 ، $10^3 = 1000$ ، 2 ومجموعها:

$2 + 1000 - 2 = 1000 \Rightarrow$ المقولة صحيحة.

• تحقق من فهمك صفحة 13:

① ضع ناتج كل من العمليات الآتية بصيغة كسر وبين أيكون الناتج عدداً صحيحاً

① $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7+4}{5} = \frac{11}{5}$ ليس عدداً صحيحاً

② $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} = \frac{7-4}{5} = \frac{3}{5}$ ليس عدداً صحيحاً

③ $-\frac{7}{5} - \frac{2}{5} = \frac{-7-2}{5} = \frac{-9}{5}$ ليس عدداً صحيحاً

ونتابع بنفس الطريقه بالنسبة لبقية التمارين

② انسخ ثم أكمل ما يلي:

① $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ (ضربنا حدي الكسر بـ 3)

تذكر: الكسور المتكافئة

② $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (ضربنا حدي الكسر بـ 2)

③ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ (ضربنا حدي الكسر بـ 2)

تدريب صفحة 14

① ضع ناتج كلٍّ من العمليات الآتية بصيغة كسر، وبيّن أيكون بين هذه النواتج أعداد عشرية؟

① $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$ قمنا بتوحيد المقامات والجمع مباشرة.

$\frac{7}{6}$ عدد عادي ولكنه غير عشري (لا يكتب بالشكل $a \times 10^n$ أي مقامه ليس من قوى العدد 10)

أو نقول: $\frac{7}{6} = 1.16666.....$ صورته العشرية غير منتهية فهو غير عشري

② $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3-4}{6} = \frac{-1}{6}$ ليس عدد عشري لنفس السبب السابق.

③ $-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{-3-4}{6} = -\frac{7}{6}$ أيضاً الناتج ليس عشري لنفس السبب السابق.

② ليكن العددان $A = \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$ ، $B = \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$ والمطلوب:

1. أكمل المساواة الآتية: $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ (ضربنا حدي الكسر بـ 2)

2. اكتب كلاً من A و B بشكل كسر:

$A = \frac{5}{6} + \frac{7}{12} = \frac{10}{12} + \frac{7}{12} = \frac{17}{12}$

$B = \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{10}{12} - \frac{7}{12} = \frac{3}{12} \xrightarrow[\text{بالشكل}]{\text{ونكتب}} \frac{3 \div 3}{12 \div 3} = \frac{1}{4}$

AL HAYAT

3. واحد من العددين A، B عدد عشري. أيهما؟

• العدد $A = \frac{17}{12}$ عدد عادي غير عشري

• العدد $B = \frac{1}{4}$ عدد عشري وعدد عادي معاً

$\frac{1}{4} = 0.25$ أو $\frac{1\times 25}{4\times 25} = \frac{25}{100} = 25\times 10^{-2}$

صورته العشرية منتهية — على الشكل $a\times 10^{n}$

$a, n \in Z$

④ لدينا الأعداد الآتية:

① $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$ ② $4-\frac{2}{9}$ ③ $-\frac{4}{3}+\frac{1}{12}$

1: احسب كلاً منها بصيغة كسر:

• $\frac{2}{3}+\frac{3}{7} = \frac{14+9}{21} = \frac{23}{21}$

• $4-\frac{2}{9} = \frac{4}{1}-\frac{2}{9} = \frac{36-2}{9} = \frac{34}{9}$

• $-\frac{4}{3}+\frac{1}{12} = \frac{-16+1}{12} = \frac{-15}{12} = -\frac{5}{4}$

2: واحد فقط من النواتج التي حصلنا عليها عدد عشري، اكتبه.

عدد عشري $-\frac{5}{4} = \frac{-125}{100} = -1.25 = -125\times 10^{-2}$

③ ليكن $A = \frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

1: سمّ مضاعفاً مشتركاً للعددين 4، 6

مضاعفات 4 ← 4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، ....

مضاعفات 6 ← 6، 12، 18، 24، .....

مشترك

يوجد أكثر من مضاعف للعددين 4 و 6 لكن دائماً نهتم بأصغر مضاعف مشترك

أي: أصغر مضاعف مشترك للعددين 4 و 6 هو 12

2: احسب ناتج A بصيغة كسر. هل A عدد عشري ؟؟

$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ (بالاستفادة من الطلب السابق المقام المشترك 12)

(3) (2)

$A = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12} \Rightarrow A \notin D$ أي A ليس عدد عشري

لا ينتمي

⑤ لدينا الأعداد الآتية: 1: احسب ناتج كل منها بصيغة كسر

① $\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{1} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi+\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$

② $\frac{7}{2} - \frac{8}{5} = \frac{35-16}{10} = \frac{19}{10}$

③ $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}$

(3) (2)

2: أي من النواتج عدد عشري؟ وأيها عدد غير عادي ؟؟

- $\frac{3\pi}{2}$ عدد غير عادي وغير عشري (التبرير: أستطيع جعل المقام مساوياً 10 لكن الكسر بالأساس غير عادي لأن π عدد غير صحيح وغير عادي) بكلام آخر ليس عشري لا نستطيع كتابته بالشكل: $a \times 10^{n}$; $a, n \in Z$
- $\frac{19}{10}$ عدد عشري لأنه يكتب بالشكل 19×10^{-1} أو 1.9
- $\frac{11}{12}$ عدد عادي غير عشري.

ملاحظة: يجب أن يكون لديك المهارة الكافية في التعامل مع الكسور (العمليات الأربعة على الكسور + الكسور المتكافئة)

- إن كنت تعاني من ضعف بتلك المعلومات تستطيع أن تشاهد شرح الجلسة الرابعة والثالثة من سلسلة المراجعة على القناة.

بعد الانتهاء الكامل من الدرس وتمارينه حاول بحل الاختبار

التفاعلي على قناة التلغرام ....

بالتوفيق لكل طالب بدأ بالعمل من الآن

لاتبدأ بالحل قبل الانتهاء من الدرس وتمارينه

أولاً: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) العدد $5-\sqrt{5}$ هو عدد:

A	صحيح	B	عادي غير صحيح	C	غير عادي

2) (نماذج وزارية) واحد فقط من الأعداد الآتية ليس عشري:

A	$\frac{-3}{4}$	B	5	C	$\frac{8}{\sqrt{3}}$

3) (نموذج تربية حماة التدريبي) العدد $\frac{3\sqrt{4}}{5}$ هو عدد:

A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح

4) (الامتحان النصفي الموحد) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري:

A	0.75	B	0.3	C	0.4

5) (حمص 2019) العدد $3.213213... = 3.\overline{213}$

A	عادي	B	عشري	C	غير عادي

ثانياً: أجب بكلمة صح أو خطأ على كل من القضايا الآتية:

1- كل عدد عادي هو عدد عشري .

2- العدد الطبيعي هو عدد صحيح وعدد عادي ولكنه غير عشري .

3- من بين الأعداد الآتية: $6, \frac{3}{8}, \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}, \frac{2\left(\sqrt{\sqrt{\pi}}\right)^2}{16\sqrt{\pi}}, \frac{7\pi}{4}$

يوجد ثلاثة أعداد عشرية

4- العدد $A = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}\,\pi+6}{7\sqrt{3}}}{\pi+\dfrac{6}{\sqrt{3}}}$ هو عدد عادي عشري.

ثالثاً: أين الخطأ في القول الآتي :

إن العدد π كما نعلم هو عدد غير عادي لأن صورته العشرية غير منتهية وغير دورية

والعدد $\frac{22}{7}$ هو عدد عادي لأنه من الشكل : $\frac{a}{b}; a\epsilon\mathbb{Z}, b\epsilon\mathbb{N}; b\neq 0$

ولكن وبما أن : $\pi = \underbrace{\frac{22}{7}}_{\text{عدد عادي}}$

نستنتج بأن العدد π هو عدد عادي !!!!!!!

الحل:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة.

(1): العدد $5-\sqrt{5}$ هو عدد:

غير عادي الإجابة C

(2): واحد فقط من بين الأعداد الآتية ليس عشري:

عدد عشري $-\frac{3}{4} = -\frac{75}{100} = -75\times10^{-2}$.

عدد عشري $5 = 5\times1 = 5\times10^{0}$.

$\frac{8}{\sqrt{3}}$ لاحظ وجود $\sqrt{3}$ ولا نستطيع التخلص منه فهو عدد غير عشري

لأن صورته العشرية غير منتهية. الإجابة C

(3) العدد $\frac{3\sqrt{4}}{5}$ هو عدد؟

عدد عادي $\frac{3\sqrt{4}}{5} = \frac{3\times2}{5} = \frac{6}{5}$

من الشكل:

$\frac{a}{b}; a\in Z, b\in N; b\neq0$

الإجابة A (وهو عدد عادي ولكنه غير صحيح)

(4) العدد $\frac{3}{4}$ يكتب بالشكل:

$\frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 0.75$

الإجابة A.

(5) العدد $3.213213... = 3.\overline{213}$

هو عدد صورته العشرية غير منتهية

ولكنها دورية فهو عدد عادي الإجابة A.

ثانياً: أجب بكلمة صح أو خطأ.

(1) كل عدد عادي هو عدد عشري.

القضية خاطئة.

فمثلاً $\frac{10}{3}$ هو عدد عادي ولكنه غير عشري.

/ تذكر: كل عدد عشري هو عدد عادي والعكس غير صحيح بالضرورة /

(2) القضية خاطئة:

لأن كل عدد طبيعي هو عدد صحيح وعدد عادي وعدد عشري، فالعدد الطبيعي مثل العدد 5 يكتب بالشكل $5 = 5.0$ فهو عدد عشري

أو: $5 = 5\times1 = \underbrace{5\times10^{0}}_{a\times10^{n}}$ فهو عدد عشري

(3) القضية صحيحة

حيث الأعداد العشرية هي:

$\frac{2(\sqrt{\sqrt{\pi}})^2}{16\sqrt{\pi}} = \frac{2\sqrt{\pi}}{16\sqrt{\pi}} = \frac{1}{8} = 0.125$

$\frac{3}{8} = 0.375$ ، $6 = 6.0$

وعددها ثلاثة.

(4): القضية خاطئة:

مقام العدد A هو: $\pi + \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi+6}{\sqrt{3}}$

ومنه: (نضرب بالمقلوب)

$A = \frac{\cancel{(\sqrt{3}\pi+6)}}{7\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\cancel{(\sqrt{3}\pi+6)}} = \frac{\sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = \frac{1}{7}$

هو عدد عادي ولكنه غير عشري.

ثالثاً: الخطأ هو الكتابة: $\pi = \frac{22}{7}$

لأن العدد π لا يساوي $\frac{22}{7}$

بل قيمته التقريبية هي $\frac{22}{7}$ أي:

$\pi \simeq \frac{22}{7}$

ملاحظة:

كل كسر من الشكل $\frac{a}{b}; a\in Z, b\in N; b\neq0$

هو عدد عادي دوماً مثل

$\frac{11}{2523}, \frac{7071}{321567}, \frac{1}{62375}, \frac{22}{7}, \ldots$

لا داعي لإيجاد الصورة العشرية هي أعداد عادية لأنها من الشكل المذكور.

رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الدرس الثاني

القاسم المشترك الأكبر

لعددين صحيحين

الوحدة الأولى

الأعداد والكسور

المحتويات:

1 - تمهيد-معلومات أساسية- تعريف العدد الأولي.

2 - طرائق إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين.
- طريقة القواسم – طريقة الطرح المتتالي – طريقة القسمة المتتالية

3 - خواص وملاحظات امتحانية مهمة جدا

4 - حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس

5 - تدرب وتحقق من فهمك ص٢٠

من الضروري مشاهدة الشروحات عبر الفيديو على قناة التلغرام

-أكمل كلاً مما يأتي باستعمال العبارة المناسبة (مضاعف للعدد ،قاسم للعدد، يقسم، يقبل القسمة على) ، على أن يجري الانتقال من العدد الأول إلى العدد الثاني مرة من اليمين إلى اليسار و أخرى من اليسار إلى اليمين

4 32	3 21	25 5
32 مضاعف للعدد 4 ←	21 مضاعف للعدد 3 ←	5 قاسم للعدد 25 ←
32 قاسم للعدد 4 →	21 قاسم للعدد 3 →	5 مضاعف للعدد 25 →

- قابلية القسمة على (2):

يقبل العدد القســمة على 2 إذا كان آحاده عدداً زوجياً أي إذا كان آحاده أحد الأرقام التالية: $\{0, 2, 4, 6, 8\}$.

مثال: $200, 82, 4016, 44, 458$.

- قابلية القسمة على (3):

يقبل العدد القسمة على الرقم 3 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد (3). 96 105 210 1008 1209

- قابلية القسمة على الرقم (5):

يقبل العدد القسمة على الرقم 5 إذا كان آحاده صفراً أو خمسة.

مثال: 115 100000 50

تعريف

♦ **العدد الأولي:** هو كل عدد طبيعي له قاسمان طبيعيان **مختلفان** هما **العدد ١ والعدد نفسه** .

وبالتالي استناداً للتعريف نستنتج:

-العدد 0 : ليس أولي، يقبل القسمة على جميع الأعداد المغايرة للصفر (له عدد لانهائي من القواسم)

- العدد 1 : ليس أولي، له قاسم وحيد وهو 1.

- العدد 2 : أولي، له قاسمان طبيعيان مختلفان هما العدد1 والعدد نفسه 2 .

- العدد 3: أولي، له قاسمان طبيعيان مختلفان هما العدد 1 والعدد نفسه 3 .

- العدد 4 : ليس أولي، يقبل القسمه على 2 .

- العدد 5 : اولي، له قاسمان طبيعيان مختلفان هما العدد 1 والعدد نفسه 5 .

إن الأعداد الأولية الأصغر من 20 هي:

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$

القاسم المشترك الأكبر (GCD)

***تعريف** : القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين a وb بأنه أكبر عدد يقسم كلاً منهما ولإيجاده لدينا 3 خوارزميات :*

- القواسم
- خوارزمية الطرح المتتالي
- خوارزمية القسمة الإقليدية

☼الطريقة الأولى : طريقة القواسم :

نكتب قواسم العددين ثم نختار أكبر قاسم مشترك بينهما

مثال : أوجد GCD للعددين 36،24

الحل : قواسم العدد 24 هي : 24،12،8،6،4،3،2،1

قواسم العدد 36 هي : 36،18،12،9،6،4،3،2،1

القواسم المشتركة هي : 12،6،4،3،2،1

القاسم المشترك الأكبر : هو 12 ويكتب بالشكل $GCD(36,24) = 12$

تعتبر هذه الطريقة بدائية جدا وتحتاج لوقت أكبر من غيرها في الوصول الى القاسم المشترك الأكبر للعددين وخاصة اذا كانا مؤلفين من عدد كبير من المنازل ، فلا تستخدمها الا اذا أُجبرت

القاسم المشترك الأكبر (GCD)

☼ الطريقة الثانية :

خوارزمية الطرح المتتالي :

$$GCD(a,b) = GCD(b,a-b); a > b$$

1) نطرح العدد الصغير من الكبير
2) نوجد الفرق بين الناتج و العدد الصغير
3) نستمر بهذه العملية حتى نصل إلى ناتج طرح صفر
4) يكون GCD هو آخر ناتج طرح غير معدوم

مثال أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 693,154

a الكبير	b الصغير	a-b
693	154	539
539	154	385
385	154	231
231	154	77
154	77	77
77	77	0

GCD(693, 154)=77

القاسم المشترك الأكبر (GCD)

☼الطريقة الثالثة طريقة خوارزمية اقليدس (القسمة المتتالية)

1) نقسم العدد الكبير على العدد الصغير ثم نوجد الباقي
2) نقسم العدد الصغير على الباقي
3) نستمر بالقسمة بهذه الطريقة حتى نصل إلى الباقي صفر
4) يكون GCD هو أخر باقي غير معدوم (فوق الصفر)

مثال —— أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 693,154

المقسوم	المقسوم عليه	الباقي	العملية
693	154	77	$693 = 4 \times 154 + 77$
154	77	0	$154 = 2 \times 77 + 0$

$GCD(693, 154) = 77$

نلاحظ مما سبق أن خوارزمية القسمة الإقليدية تُنجز بخطوات أقل وبالتالي فإن إيجاد القاسم المشترك الأكبر بواسطتها أسهل.

القاسم المشترك الأكبر (GCD)

مثـال

أوجد القاسم المشترك الأكبر
للعددين 546,312 بالطريقتين السابقتين.

1) باستخدام خوارزمية الطرح المتتالي:

الكبير a	الصغير b	ناتج الطرح $a-b$
546	312	$546-312=234$
312	234	$312-234=78$
234	78	$234-78=156$
156	78	$156-78=78$
78	78	$78-78=0$

$$GCD(546,312)=78$$

2) باستخدام خوارزمية إقليدس:

$$546=1\times 312+234$$

$$312=1\times 234+78$$

$$234=3\times 78+0$$

$$GCD(546,312)=78$$

♦ خواص: خواص وملاحظات امتحانية مهمه جداً

1- القول إن العدد k يقسم العدد a يعني أن $\frac{a}{k} = b \in \mathbb{Z}$

2- العدد الأولي الزوجي الوحيد هو العدد 2.

ومنه فإن كل عدد اولي (باستثناء العدد2) هو عدد فردي .

أما العكس غير صحيح فليس كل عدد فردي هو عدد أولي .

3) $\boxed{GCD(a,a) = a}$

$\star\, GCD(67,67) = 67$, $\star\, GCD(9,9) = 9$

4) $\boxed{GCD(a,b) = b \Leftrightarrow \begin{pmatrix} b \text{ قاسم لـ } a \\ a \text{ مضاعف لـ } b \end{pmatrix}}$

$\star\, GCD(100,50) = 50$, $\star\, GCD(81,27) = 27$

$\star\, if\ \frac{a}{b} = 5 \Rightarrow GCD(a,b) = b$

5) العددان الأوليان فيما بينهما:

نقول عن عددين إنهما أوليان فيما بينهما اذا كان القاسم المشترك

الأكبر لهما يساوي الواحد أي :

$\boxed{GCD(a,b) = 1 \Longleftrightarrow \text{العددان } a,b \text{ أوليان فيما بينهما}}$

مثـال

$\star\ GCD(13,8)=1\ \ ,\ GCD(11,7)=1$

$\star\ GCD(17,5)=1\ \ ,\ GCD(20,21)=1\ \star$

ملاحظة خطيرة: القول إن العددين a,b أوليان فيما بينهما

هذا لا يعني بأن العددان a ,b أوليان بالضرورة.

/فائدة/ كل عددين طبيعيين متتالين هما عددان أوليان فيما بينهما

مثـال

قيمة a التي تحقق أن $1 = $ GCD $(39, a)$:

4	C	13	B	39	A

$GCD(39,a)=1 \Rightarrow$ اوليان فيما بينهما $39, a$ العددان $\Rightarrow a=4$

6) ولا ننسى الخاصة المهمة التي تعلمناها في خوارزمية الطرح المتتالي

$$\boxed{\begin{array}{l} if\ a,b\in\mathbb{N};a>b\Rightarrow \\ GCD(a,b)=GCD(b,a-b)\end{array}}$$

7) $\boxed{GCD(a,b)=GCD(b,a)}$

$\star\ GCD(15,5)=GCD(5,15)=5$

حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس

دورة ٢٠٢٠

العددان الأوليان فيما بينهما :

C	33 و 27	B	11 و 32	A	8 و 42

دورة ٢٠٢١

1) القاسم المشترك الأكبر للعددين 70 و 84 هو عدد

A	2	B	5	C	14

الرقة ٢٠١٨

إذا كان a,b عددان أوليان فيما بينهما فإن القاسم المشترك الأكبر GCD لهما:

A	b	B	1	C	a

السويداء ٢٠١٨

القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 27 ، 72 هو

A	3	B	9	C	12

القنيطرة ٢٠١٨

القاسم المشترك الاكبر GCD للعددين 27 ، 81 يساوي:

A	9	B	3	C	27

ريف دمشق ٢٠١٨

القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 105 و 70 يساوي :

A	5	B	15	C	35

طرطوس ٢٠١٨

إذا كان b قاسما للعدد a فإن :

A	$GCD(a,b)=ab$	B	$GCD(a,b)=b$	C	$GCD(a,b)=a$

يوجد العديد من أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس

ولكنها مدمجة بأفكار لاحقة نحلها في حينها

تحقق من فهمك، تدرب صفحة 20

ملاحظات إضافية.

. تحقق من فهمك صفحة 20

① في كل مما يلي، سمِّ قاسماً مشتركاً للعددين a و b ثم بسِّط الكسر $\frac{a}{b}$

- سأضع أربع طرائق وذلك لكي نتيقن من أن الناتج هو نفسه باختلاف الطريقة.

① $b = 32 ، a = 18$

- طريقة القواسم:

- قواسم العدد 32 هي: $1 ، 2 ، 4 ، 8 ، 16 ، 32$
- قواسم العدد 18 هي: $1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18$
- القواسم المشتركة هي 1 ، 2 وأكبر هذه القواسم 2 ومنه:

$GCD(32 ، 18) = 2$

- خوارزمية الطرح المتتالي:

هنا b أكبر من a ⇐ $b > a$; $GCD(b ، a) = GCD(a ، b-a)$

b الكبير	a الصغير	b-a
32	18	14
18	14	4
14	4	10
10	4	6
6	4	2
4	2	2
2	2	0

$GCD(32 ، 18) = 2$

آخر ناتج طرح غير معدوم ⇐

- خوارزمية إقليدس:

$32 = 1 \times 18 + 14$

$18 = 1 \times 14 + 4$

$14 = 3 \times 4 + 2$

$4 = 2 \times 2 + 0$

⇐ $GCD(32 ، 18) = 2$

آخر باقٍ غير معدوم

- طريقة التحليل إلى جداء عوامل أولية:

$32 = 2^5$

$18 = 2 \times 3^2$

$\Rightarrow GCD(32 ، 18) = \underbrace{2}$

العوامل المشتركة بأصغر أس.

• عند تبسيط الكسر $\frac{a}{b}$ نقسم حدي الكسر على القاسم المشترك الأكبر للعددين a ، b

$$\frac{a}{b} = \frac{18 \div 2}{32 \div 2} = \frac{9}{16}$$

وهذا ماستعلمه في درسنا القادم

② $b = 27$ ، $a = 18$ $\quad GCD(27, 18) = 9$ (تأكد من ذلك)

$$\frac{a}{b} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$$

③ $b = 32$ ، $a = 12$ $\quad GCD(39, 12) = 3$ (تأكد من ذلك)

$$\frac{a}{b} = \frac{12 \div 3}{39 \div 3} = \frac{4}{13}$$

④ $b = 100$ ، $a = 35$ $\quad GCD(100, 35) = 5$ (تأكد من ذلك)

$$\frac{a}{b} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$$

② بسّط ذهنياً كلاً من الكسور الآتية:

• $\frac{45 \div 5}{35 \div 5} = \frac{9}{7}$

• $\frac{126 \div 2}{88 \div 2} = \frac{63}{44}$

• $\frac{24 \div 3}{39 \div 3} = \frac{8}{13}$

• $\frac{120 \div 40}{40 \div 40} = \frac{3}{1} = 3$

هنا $GCD(120, 40) = 40$ لأن 40 يقسم 120 تذكر الخاصة:

• إذا كان b قاسماً لـ a عندئذٍ $GCD(a, b) = b$

تدرب صفحة 20:

① في كل من الحالات الآتية اكتب كلاً قواسم كل من العددين a، b ثم استنتج القاسم الأكبر لهما.

① $b=24$ ، $a=18$

قواسم 24 : $24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1$
قواسم 18 : $18, 9, 6, 3, 2, 1$
$\Rightarrow GCD(24, 18) = 6$

وبنفس الطريقة نجد:

$GCD(65, 39) = 13$. $GCD(35, 28) = 7$.

② أجب ذهنياً إذا كان العددان a، b أوليين فيما بينهما أم لا.

① $b=7$ ، $a=4$ $\xrightarrow{\text{لاحظ}}$ $GCD(7, 4) = 1 \Rightarrow$ a، b أوليان فيما بينهما.

② $b=54$ ، $a=63$ $\xrightarrow{\text{لاحظ}}$ كل من العددين a، b يقبل القسمة على 3 (أي يوجد على الأقل قاسم مشترك بينهما غير العدد 1) فهما ليسا أوليان فيما بينهما.

③ $b=100$ ، $a=45$ $\xrightarrow{\text{لاحظ}}$ كل من العددين a، b يقبل القسمة على 5 (أي يوجد على الأقل قاسم مشترك بينهما غير العدد 1) فهما ليسا أوليان فيما بينهما.

تذكر: a، b أوليان فيما بينهما $\Leftrightarrow GCD(a, b) = 1$

③ ليكن العددان 60 ، 36

① اكتب بترتيب تصاعدي القواسم التسعة للعدد 36 والقواسم الاثني عشر للعدد 60.

قواسم 36 هي: $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$

قواسم 60 هي: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$

② اكتب بترتيب تصاعدي القواسم المشتركة للعددين 36، 60

القواسم المشتركة للعددين 36، 60 هي: $1, 2, 3, 4, 6, 12$

③ استنتج $GCD(60,36)$ أي القاسم المشترك الأكبر للعددين 36، 60

$GCD(60,36)=12$

④ اكتب بترتيب تصاعدي قواسم $GCD(60,36)$، ماذا تكون قد تحقق؟؟

• وجدنا $GCD(60,36)=12$، لنكتب هنا قواسم العدد 12

• قواسم العدد 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12

• وجدنا في الطلب الثاني:

• القواسم المشتركة للعددين 60، 36 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12

نلاحظ أن: قواسم القاسم المشترك الأكبر لعددين هي نفسها القواسم المشتركة بين العددين ..... هام جداً ×

• ملاحظات وفوائد مهمة:

• بالإضافة إلى الخواص المتعلقة بالقاسم المشترك الأكبر التي تعلمناها نستطيع إضافة ما يلي:

1* : إذا كان: $GCD(a,b)=c$ عندئذٍ فإن c يقسم $a+b$ و $a-b$ ... مثال:

$GCD(51,17)=17 \Rightarrow$

17 يقسم المجموع $51+17$ أي الناتج عدد صحيح

$\frac{51+17}{17}=\frac{68}{17}=4 \xrightarrow[\text{الفرق}]{\text{وكذلك}} \frac{51-17}{17}=\frac{34}{17}=2$

2* $GCD(a,1)=1$ مثال $GCD(9,1)=1$

3* إذا كان a,b عددان طبيعيان وكان c هو القاسم المشترك الأكبر لهما d هو المضاعف المشترك الأصغر لهما عندئذٍ

$a \times b = d \times c$

• مثال: القاسم المشترك الأكبر للعددين 4، 12 هو 4 والمضاعف المشترك الأصغر هو 12 جداء العددين يساوي جداء القاسم المشترك الأكبر بالمضاعف المشترك الأصغر.

جبر-الوحدة الأولى-الدرس الثاني-اختبار تفاعلي

أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) **(نماذج وزارية)** $GCD(3,3)$ يساوي:

A	1	B	2	C	3

2) **(الدورة التكميلية)** القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 165,45 يساوي:

A	5	B	15	C	35

3) **(حماة 2018)** القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 105 و 70 يساوي:

A	5	B	15	C	35

4) **(القنيطرة 2018)** القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 27 و 81 يساوي:

A	9	B	3	C	27

5) **(الرقة 2018)** إذا كان a و b عددان أوليان فيما بينهما فإن القاسم المشترك الأكبر GCD لهما:

A	b	B	1	C	a

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) **(نماذج وزارية)** إذا كان العددان a و b أوليان فيما بينهما فإن $GCD(a,b)$ هو العدد 1

2) **(نماذج وزارية)** $GCD(51,17) = 1$.

3) **(نماذج وزارية)** مجموع عددين أوليين هو عدد أولي .

4) إذا كان $a > b$ فإن القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و $a-b$

5) كل الأعداد الأولية هي أعداد فردية

6) كل عددين أوليين فيما بينهما هما عددان أوليان.

7) كل عددين أوليين(غير متساويين)هما عددان أوليان فيما بينهما

8) $\frac{a}{b} = 1 \Rightarrow$ العددان a, b أوليان فيما بينهما

تمهل ولاتتسرع في الحل

حل الأسئلة:

السؤال الأول:

(1) $GCD(3,3)=??$

تذكر: $GCD(a,a)=a$ ومنه:

$GCD(3,3)=3$

الإجابة C

(2) $GCD(165,45)=?$

35 لا يقسم 45 أي الإجابة ليست C

5 و 15 كلاهما يقسمان 45، 165

ومنه:

$GCD(165,45)=15$

الإجابة B

(3) بنفس المناقشة السابقة نجد:

$GCD(70,105)=GCD(105,70)=35$

الإجابة C.

(4) أيضاً على غرار ما سبق بالنسبة لـ $GCD(81,27)=??$ ولكن هنا وعلاحظة أن العدد 27 يقسم العدد 81 نجد

$GCD(81,27)=27$

الإجابة C

/ تذكر: إذا كان b قاسماً لـ a فإن:

/ $GCD(a,b)=b \Leftarrow$ a مضاعفاً لـ b

(5) a,b أوليان فيما بينهما $\Leftarrow$

$GCD(a,b)=1$

الإجابة B.

السؤال الثاني:

(1) القضية صحيحة /نفس (5) تماماً/

(2) نلاحظ أن العدد 17 يقسم العدد 51

ومنه:

$GCD(51,17)=17$

فالقضية خاطئة.

(3) القضية خاطئة. ليس بالضرورة أن يكون مجموع عددين أوليين هو عدد أولي

فمثلاً: 5، 7 عددان أوليان، مجموعهما 12 والعدد 12 ليس أولي.

(4) الرجاء الانتباه جيداً هنا: القضية خاطئة

نعلم أن:

$$GCD(a,b)=GCD(\underbrace{b}_{\text{العدد الصغير}},a-b)\ ;\ a>b$$

هذه الخاصة محققة دوماً أياً كانت طبيعة العددين a,b، ولكن:

$$GCD(a,b)=GCD(\underbrace{a}_{\text{العدد الكبير}},a-b)\ ;\ a>b$$

محققة في لم دوماً

لذلك التزم بما ذكره الكتاب فالأولى هي الصحيحة دوماً

(5) القضية خاطئة. فالعدد 2 هو عدد أولي وعدد زوجي.

(6) القضية خاطئة. فمثلاً العددان 9، 8 هما عددان أوليان فيما بينهما لأن $GCD(8,9)=1$ ولكنهما ليسا أوليان.

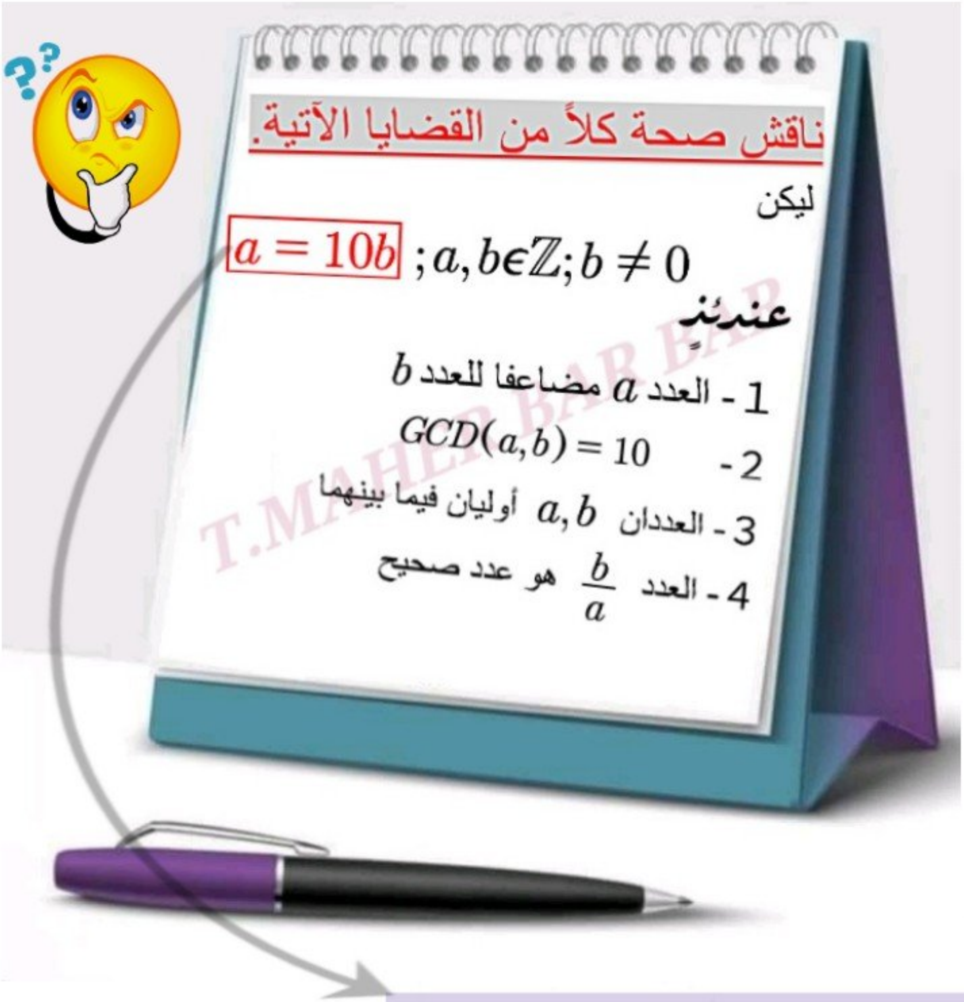
(7) القضية صحيحة فالعددان الأوليان (المختلفان) لا يوجد بينهما قواسم مشتركة إلا العدد 1 فيكونا بذلك أوليان فيما بينهما.

(8) القضية خاطئة.

$\frac{a}{b}=1$ أي أن $a=b$ / عدد مقسوماً على نفسه/

$$a=b \Rightarrow \begin{cases} GCD(a,b)=GCD(a,a)=a \\ \text{أو} \\ GCD(a,b)=GCD(b,b)=b \end{cases}$$

أي أن القاسم المشترك الأكبر لهما هو $b = a$ وليس الواحد أي هما ليسا أوليان فيما بينهما.



الحل:

$$\underbrace{a = 10b}_{b \text{ مضاعف لـ } a} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{a}{b} = 10}_{a \text{ قاسم لـ } b}$$

1- صح

2- بما أن b قاسماً لـ a فهو القاسم المشترك الأكبر لهما، فالقضية خاطئة.

3- وجدنا: $GCD(a,b) = b$ أي أن القاسم المشترك للعددين a,b ليس 1 أي العددان غير أوليان فيما بينهما / أو نقول لأن أحدهما مضاعف أو قاسم للآخر/

4- بما أن b قاسماً لـ a فإن b يقسم a بدون باقي أي $\frac{a}{b}$ هو عدد صحيح مع ملاحظة أن $\frac{a}{b} = 10 \in \mathbb{Z}$ / ومنه القضية خاطئة

رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الوحدة الأولى

الأعداد والكسور

الدرس الثالث

كسور مختزلة

المحتويات:

- ماذا نقصد بكسر مختزل؟
- توظيف القاسم المشترك الأكبر في الحصول على كسر مختزل.
- شرط الكسر المختزل.
- أمثلة متنوعه
- حل بعض الدورات المتعلقة بالدرس.
- حل تحقق من فهمك وتدرب صفحة ٢٣

من الضروري مشاهدة الشروحات عبر الفيديو على قناة التلغرام

ماذا نقصد بالكسر المختزل ؟؟

بعمليات قسمة متتالية لحدي الكسر المفروض نحصل على **كسر مختزل بسطه ومقامه عددان اوليان فيما بينهما**

مثـال – **لنوجد الكسر المختزل للكسر** $\frac{12}{18}$

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

كسور مختزلة:

اختزال كسر نستخدم

1	2
طريقة قابلية القسمة	القاسم المشترك الأكبر
تستخدم في حالة:	**تستخدم في حالة :**
الأعداد الصغيرة	الأعداد الكبيرة
مثال: $\frac{17}{51}$	مثال: $\frac{3745}{10165}$

توظيف القاسم المشترك الأكبر في اختزال الكسور

إذا اختصرنا الكسر، بتقسيم بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما، حصلنا على كسرٍ مختزل.
تكمن أهمية هذه الخاصة، في الحصول على الكسر المختزل بخطوة واحدة.

♦ **الكســر المختزل:** نقول عن الكســر $\frac{a}{b}$ أنه كســر مختزل إذا وفقط إذا تحقق الشرط:

$$\frac{a}{b} \text{ كسر مختزل } \Leftrightarrow GCD(a,b)=1$$

مثال بين لماذا يقبل الكسر $\frac{3745}{10165}$ الاختصار؟ ثم بسطه لكي يصبح مختزلا.

الحل: لاحظ ان كل من حدي الكسر يقبلان القسمة على 5 فهو يقبل الاختصار (غير مختزل)،لكتابة الكسر المفروض بشكله المختزل نوجد بداية $GCD(10165,3745)$

$$10165 = 2\times 3745 + 2675$$
$$3745 = 1\times 2675 + 1070$$
$$2675 = 2\times 1070 + \boxed{535}$$
$$1070 = 2\times 535 + 0$$

$$GCD(10165,3745)=535$$
$$\Rightarrow \frac{3745}{10165}=\frac{3745\div 535}{10165\div 535}=\frac{7}{19}$$

لاحظ: ان بسط ومقام الكسر المختزل هما عددان أوليان فيما بينهما .

$$GCD(19,7)=1$$

مثال جد الكسر المختزل للكسر $\frac{693}{154}$:

الحل:

وجدنا سابقاً أنَّ GCD(693,154)=77 وبالتالي:

$$\frac{693}{154}=\frac{693\div 77}{154\div 77}=\frac{9}{2}$$

مثال اختزل الكسر $\frac{312}{546}$ ؟

الحل

وجدنا في الدرس السابق بأن: $GCD\ (546,312) = 78$

نقسم البسط والمقام على 78

$$\frac{312 \div 78}{546 \div 78} = \frac{4}{7}$$

دورات اختر الإجابة الصحيحة:

1) أحد الكسور الآتية مختزلة:

A	$\frac{11}{31}$	B	$\frac{15}{33}$	C	$\frac{11}{33}$

2) الكسر المختزل للكسر $\frac{80}{104}$ يساوي:

A	$\frac{40}{52}$	B	$\frac{10}{13}$	C	$\frac{4}{13}$

3) الكسر المختزل للكسر $\frac{112}{176}$ يساوي:

A	$\frac{48}{44}$	B	$\frac{56}{88}$	C	$\frac{7}{11}$

1) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 ، 32 .

2) اكتب الكسر $\frac{32}{192}$ بشكل كسر مختزل .

الحل

نلاحظ أن العدد 32 يقسم العدد192 ومنه وحسب خواص القاسم المشترك الأكبر يكون:

$$\boxed{1}GCD(192,32)=32$$

نقسم حدي الكسر على العدد 32

$$\boxed{2}\frac{32}{192}=\frac{32\div 32}{192\div 32}=\frac{1}{6}$$

حاول حل أسئلة تحقق من فهمك وتدرب الواردة أدناه بنفسك دون الاطلاع على الحل المرفق ، ثم صحح حلولك وأشر إلى أخطائك بالقلم الأحمر وصوبها ذلك مفيد لك في عدم الوقوع بها مستقبلاً .

أ.ماهر بربر

تحقق من فهمك صفحة 23 :

1-أي الكسور الآتية مختزل و أيها يقبل الاختصار؟ علل إجابتك.

$$\frac{2}{3}$$

هذا الكسر مختزل ، فالقاسم المشترك الأكبر للبسط و المقام هو الواحد.

$$\frac{28}{32}$$

هذا الكسر غير مختزل ، فكل من البسط و المقام يقبل القسمة على 4 (أو 2 حيث يمكن ذكر أي رقم أو عدد يختلف عن الواحد لنقول إن الكسر غير مختزل).

$$\frac{33}{72}$$

هذا الكسر غير مختزل ، فكل من البسط و المقام يقبل القسمة على 3

$$\frac{3}{4}$$

هذا الكسر مختزل ، فالقاسم المشترك الأكبر للبسط و المقام هو الواحد.

$$\frac{10}{7}$$

هذا الكسر مختزل ، فالقاسم المشترك الأكبر للبسط و المقام هو الواحد.

$$\frac{18}{45}$$

هذا الكسر غير مختزل ، فكل من البسط و المقام يقبل القسمة على 9.

2-إذا علمت أن $GCD(312,546) = 78$

فأوجد الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{312}{546}$

نقسم كلاً من البسط و المقام على 78 فنجد:

$$\frac{312}{546} = \frac{4}{7}$$

تدرب صفحة 23 :

1- لدينا العددان $A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$ و

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$

احسب كلاً من العددين و اكتبه كسراً مختزلاً.

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{12}{5} - \frac{21}{45} = \frac{108}{45} - \frac{21}{45} = \frac{87}{45} = \frac{29}{15}$$

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} = \frac{-7}{3} \div \frac{1}{9} = \frac{-7}{3} \times 9 = \frac{-63}{3} = -21$$

٢- لدينا العددان $A = \frac{117}{63}$ و

$$B = \left(3 - \frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{8}{7}\right)$$

اختزل الكسر A.

$$A = \frac{117}{63} = \frac{13}{7}$$

حيث قسمنا البسط و المقام على 9

اختزل الكسر B.

$$B = \left(3 - \frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{8}{7}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{21}{16}$$

احسب $A - B$.

$$A - B = \frac{13}{7} - \left(-\frac{21}{16}\right) = \underbrace{\frac{13}{7}}_{(16)} + \underbrace{\frac{21}{16}}_{(7)}$$

$$A - B = \frac{208}{112} + \frac{147}{112} = \frac{355}{112}$$

٣-اشرح لماذا يقبل الكسر $\frac{228}{144}$ الاختصار و بسطه حتى يصبح مختزلاً.

لأن كلاً من بسطه و مقامه يقبل القسمة على 12

$$GCD\,(228, 144) = 12 \Rightarrow$$

$$\frac{228 \div 12}{144 \div 12} = \frac{19}{12}$$

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (الامتحان النصفي الموحد) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

A	$\frac{13}{9}$	B	$\frac{13}{7}$	C	$\frac{39}{21}$

2) (دمشق 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{121}{77}$ هو:

A	$\frac{11}{3}$	B	$\frac{11}{7}$	C	$\frac{22}{7}$

3) (حلب 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{35}{133}$ هو:

A	$\frac{5}{19}$	B	$\frac{14}{35}$	C	$\frac{25}{45}$

4) (إدلب 2018) الكسر المختزل للكسر $\frac{80}{104}$ يساوي:

A	$\frac{40}{52}$	B	$\frac{10}{13}$	C	$\frac{4}{13}$

5) (دير الزور 2018) احد الكسور الاتية هو كسر مختزل:

A	$\frac{5}{19}$	B	$\frac{14}{35}$	C	$\frac{25}{45}$

6) (دورة2021) الكسر المختزل

A	$\frac{3}{101}$	B	$\frac{6}{111}$	C	$\frac{3}{102}$

7) (2022) الكسر المختزل للكسر $\frac{130}{520}$

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{8}$

الأهداف بلا خطة وعمل مجرد أماني
لذا توقف عن التمني واعمل جاهداً
لتحقيق طموحك ......

الحل:

(1): الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

- لاحظ أن الكسر الموجود في الخيار C $\frac{39}{21}$ هو غير مختزل لأنه يقبل الاختصار على 3
- وملاحظة أن الكسر $\frac{13}{7}$ ناتج عن الكسر $\frac{117}{63}$ بقسمة الأخير على 9 (حيث: $GCD(117,63)=9$)

لذا الإجابة الصحيحة هي B.

(2) الكسر المختزل للكسر $\frac{121}{77}$ هو:

بقسمة البسط والمقام على 11 (وهو القاسم المشترك الأكبر لهما) $\frac{11}{7}$

الإجابة الصحيحة هي B

(3): الكسر المختزل للكسر $\frac{35}{133}$ هو:

- لاحظ $\frac{25}{45}$ يقبل الاختصار على 5 فهو غير مختزل.
- وكذلك الحال بالنسبة لـ $\frac{14}{35}$ يقبل الاختصار على 7 فهو غير مختزل
- والكسر $\frac{5}{19}$ هو الكسر المختزل للكسر $\frac{35}{133}$ بقسمة الأخير على 7 القاسم المشترك الأكبر للبسط والمقام

الإجابة الصحيحة هي A.

(4) تم حله في مشروحات الدرس

(5) الإجابة الصحيحة هي A (نفس السؤال 3)

(6) الكسر المختزل:

- لاحظ $\frac{3}{102}$ يقبل القسمة على 3 فهو غير مختزل
- أيضاً $\frac{6}{111}$ " " " " " "
- أما الكسر $\frac{3}{101}$ فهو الكسر المختزل حيث

$GCD(101,3)=1$

الإجابة الصحيحة هي A

(7) الكسر المختزل للكسر $\frac{130}{520}$ هو:

- الكسر يكتب بالشكل $\frac{13}{52}$

$GCD(52,13)=13 \Rightarrow$

$\frac{13\div13}{52\div13}=\frac{1}{4}$ الإجابة الصحيحة هي A.

ملاحظة:

- يوجد العديد من أسئلة الدورات المشابهة لهذه الأسئلة حاول البحث عنها والتدرب على حلها.

رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الوحدة الأولى

الأعداد والكسور

الدرس الرابع

$\sqrt{\quad}$ 😳😱🥺😥

الجذر التربيعي لعدد موجب a .

لذلك شاهد شروحات الفيديو على قناة التلغرام.

من أخطر الدروس التي يُخطئ الطلاب في فهمها

المحتويات:

- تمهيد.
- تعريف الجذر التربيعي - ملاحظات.
- خواص + أمثلة
- كيف نكتب $a\sqrt{b}$ بصيغة $\sqrt{c}$ ؟ -أمثلة.
- كيف نكتب $\sqrt{c}$ بصيغة $a\sqrt{b}$ ؟ - أمثلة.
- كيف نزيل الجذر من مقام الكسر؟ - أمثلة.
- كيف نجمع ونضرب الجذور؟ - أمثلة.
- كيف نحصر $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتالين؟ - أمثلة.
- حل تحقق من فهمك + تدرب صفحة ٢٨ .
- تذكرة ببعض القوانين الهندسية التي سنحتاجها في حل التمارين.
- حل بعض اسئلة الدورات المتعلقة بالدرس

الوحدة الأولى | الأعداد والكسور | الدرس الرابع

*** الجذر التربيعي لعدد موجب ***

المحتويات:

- * تمهيد
- * تعريف الجذر التربيعي - ملاحظات.
- * خواص الجذور التربيعية - أمثلة.
- * كيف نكتب $a\sqrt{b}$ بصيغة $\sqrt{c}$ ؟ - أمثلة.
- * كيف نكتب $\sqrt{c}$ بصيغة $a\sqrt{b}$ ؟ - أمثلة.
- * كيف نزيل الجذر من مقام الكسر ؟ - أمثلة.
- * كيف نجمع ونضرب الجذور ؟ - أمثلة.
- * كيف نحصر $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين ؟ - أمثلة
- * تحقق من فهمك + تدرب صفحة 28 :
- * حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس.

*** تمهيد:**

جداء العدد a في نفسه مرتين هو a^2 أي أن: جداء العدد 5 في نفسه مرتين

هو: $5\times5=5^2=25$

ندعو 25 : مربع العدد 5 أي 5^2

وندعو 5 : جذراً تربيعياً للعدد 25 ونكتب: $\sqrt{25}=5$

ونُقرأ: الجذر التربيعي للعدد 25 هو 5

ملاحظة أيضاً: $(-5)\times(-5)=5^2=25$

أيضاً العدد -5 هو جذراً تربيعياً للعدد 25

- إذاً لكل عدد موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- بالنسبة للعدد 0 لاحظ له جذراً تربيعياً وحيداً وهو 0 أي أن: $0\times0=0$

أي أن $\sqrt{0}=0$

/ /

* تعريف الجذر التربيعي:

. الجذر التربيعي لعدد موجب a، هو عدد مربعه يساوي a.

. وفي حالة $a>0$ يكون للعدد a جذران تربيعيان متعاكسان أحدهما موجب $+\sqrt{a}$ والآخر سالب $-\sqrt{a}$

(وهم جذرا س أو x)

. أما في حالة $a=0$ فيكون للعدد a جذر تربيعي وحيد $\sqrt{0}=0$

. ويُقرأ $\sqrt{a}$ الجذر التربيعي للعدد a.

. ملاحظة خطيرة جداً: في حالة $a>0$ يجب التمييز بين مفهومين:

. كلمة جذر: تعني أنه يوجد اثنين أحدهما موجب والآخر سالب

. مثلاً: يوجد للعدد 36 جذرين تربيعين هما $+6$ ، -6 لأن:

$(6)^2=36$ ، $(-6)^2=36$

. رمز الجذر: $\sqrt{}$

. رمز الجذر التربيعي لعدد: يعني أننا نريد الإجابة الموجبة فقط:

. مثلاً: $\sqrt{25}=+5$

$\sqrt{36}=+6$

. ماذا نقصد بهذا الكلام ..... افهم جيداً:

. كلمة جذر تتوافق جوابين موجب، سالب

. إشارة الجذر $\sqrt{}$ أي نريد فقط الجواب الموجب

. مثال: صح أم خطأ: يوجد جذران تربيعيان للعدد 64 ..... إجابة صحيحة.

. في التمارين كما قلنا بوجود إشارة الجذر التربيعي $\sqrt{}$ أتعامل فقط مع الجواب الموجب

. لاحقاً في حل المعادلات من الدرجة الثانية سنعيد التذكير بذلك.

. ملاحظة:

$\sqrt{4}=2$ ، $\sqrt{16}=4$ ، $\sqrt{3}=??$

. الجذر الأصم: هو جذر لا يمكن إيجاد قيمته التامة، كحالة $\sqrt{a^2}$ أي هو جذر لا يكتب بالشكل $\sqrt{a^2}$، في هذه الحالة ستكون قيمته تقريبية غير تامة لذلك نتركه على حاله لأنه عدد غير عادي كما تعلمنا سابقاً: أمثلة:

$\sqrt{2}=1.4142...\simeq 1.4$

$\sqrt{3}=1.73205...\simeq 1.7$

. الخلاصة: الجذر الأصم أتركه على وضعه مثل: $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، .....

. ملاحظة: مهمة جداً جداً:
لا يوجد جذر تربيعي للعدد السالب.
لماذا؟؟

دائماً جداء العدد في نفسه مرتين هو عدد موجب دوماً حتى وإن كان هذا العدد سالباً

حيث: $(-a)\times(-a)=(+a)^2=a^2$

فلا يجب أن أشاهد تحت الجذر عدد سالباً $\sqrt{-25}$ غير ممكنة في منهاجنا

نتحدث عن هذه الحالة في البكلوريا إن شاء الله.

رياضيات الصف التاسع
العام الدراسي 2021-2022
أ. ماهر بربر
0994830381

من المفيد جداً حفظ مربعات الأعداد من 0 ← حتى 20 مع جذورها:

$\sqrt{a^2}=a$	$a \times a = a^2$	a
$\sqrt{0}=0$	$0 \times 0 = 0$	0
$\sqrt{1}=1$	$1 \times 1 = 1$	1
$\sqrt{4}=2$	$2 \times 2 = 4$	2
$\sqrt{9}=3$	$3 \times 3 = 9$	3
$\sqrt{16}=4$	$4 \times 4 = 16$	4
$\sqrt{25}=5$	$5 \times 5 = 25$	5
$\sqrt{36}=6$	$6 \times 6 = 36$	6
$\sqrt{49}=7$	$7 \times 7 = 49$	7
$\sqrt{64}=8$	$8 \times 8 = 64$	8
$\sqrt{81}=9$	$9 \times 9 = 81$	9
$\sqrt{100}=10$	$10 \times 10 = 100$	10
$\sqrt{121}=11$	$11 \times 11 = 121$	11
$\sqrt{144}=12$	$12 \times 12 = 144$	12
$\sqrt{169}=13$	$13 \times 13 = 169$	13
$\sqrt{196}=14$	$14 \times 14 = 196$	14
$\sqrt{225}=15$	$15 \times 15 = 225$	15
$\sqrt{256}=16$	$16 \times 16 = 256$	16
$\sqrt{289}=17$	$17 \times 17 = 289$	17
$\sqrt{324}=18$	$18 \times 18 = 324$	18
$\sqrt{361}=19$	$19 \times 19 = 361$	19
$\sqrt{400}=20$	$20 \times 20 = 400$	20

* خواص الجذور التربيعية:

① $\sqrt{a^2}=a$ $\qquad \sqrt{3^2}=3$

② $(\sqrt{a})^2=a$ $\qquad (\sqrt{3})^2=3$

افهمها جيداً: التربيع يزيل الجذر

• $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$

• $\sqrt{a^2}=a$

③ يُمكن توزيع الجذر على الجداء

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

(الاستفادة من طرفي المساواة)

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

مثال:

• $\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{18 \times 2} = \sqrt{36} = 6$

• $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

④ يمكن توزيع الجذر على القسمة:

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

(الاستفادة من طرفي المساواة)

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

مثال:

• $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$

• $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$

رياضيات الصف التاسع
العام الدراسي 2021-2022
أ.ماهر بربر
0994830381

ملاحظة وتحذير ...... أكرر

كما رأينا في الخاصتين السابقتين:

- يمكن توزيع الجذر على الجداء والقسمة

ولكن:

لا يمكن توزيع الجذر على الجمع والطرح

لاحظ ما يلي:

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{25}-\sqrt{9}=5-3=2\\ \sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\sqrt{25-9}\neq\sqrt{25}-\sqrt{9}$$

أي أن:

$$\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7\\ \sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\sqrt{16+9}\neq\sqrt{16}+\sqrt{9}$$

أي أن:

$$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

انتباه!!!!:

الكتابة $a\sqrt{b}$ تعني $a\times\sqrt{b}$

أي العملية بين العدد والجذر هي ضرب

مثال: $3\sqrt{3}$ تعني $3\times\sqrt{3}$

انتبه لذلك.

*** كيف نكتب $a\sqrt{b}$ بصيغة $\sqrt{c}$ ؟**

نستخدم الخاصة $a=\sqrt{a^2}$

ثم الخاصة $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

أمثلة:

اكتب كلاً من الأعداد الآتية بصيغة $\sqrt{c}$

- $2\sqrt{2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{8}$
- $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{12}$
- $3\sqrt{3}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{3}=\sqrt{9\times3}=\sqrt{27}$
- $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}=\sqrt{9\times5}=\sqrt{45}$

*** كيف نكتب $\sqrt{c}$ بالصيغة $a\sqrt{b}$ ؟**

الطريقة الأولى:

نبحث عن عددين جداؤهما يساوي c بشرط أن يكون أحدهما على الأقل يملك جذراً تربيعياً والآخر أصغر ما يمكن.

ثم نستفيد من الخاصة:

$$\sqrt{c}=\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$$

أمثلة:

اكتب كلاً من الأعداد الآتية بصيغة $a\sqrt{b}$.

- $\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
- $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
- $\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$
- $\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{16}\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
- $\sqrt{108}=\sqrt{36\times3}=\sqrt{36}\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

والسؤال هنا:

ماذا لو لم نستطع إيجاد العددين بسهولة؟؟

عندئذٍ نلجأ إلى الطريقة الثانية وهي تحليل العدد إلى جداء عوامله الأولية.

/ /

الطريقة الثانية:

• نحلل العدد إلى جداء عوامله الأولية.

• نكتب العدد بشكل مضاريب أعداده الأولية.

• نحاول إظهار الأس الزوجي إن أمكن.

حيث وردت معنا في الصف الثامن الخاصة الهامة:

n عدد زوجي بالتالي

$(\sqrt{b})^n = \sqrt{b^n} = b^{\frac{n}{2}}$

• مثال:

$(\sqrt{5})^6 = \sqrt{5^6} = 5^{\frac{6}{2}} = 5^3$

• **مثال:**

اكتب العدد $\sqrt{108}$ بالصيغة $a\sqrt{c}$

• نحلل العدد إلى جداء عوامله الأولية كما يلي:

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$\Rightarrow 108 = 2^2 \times 3^3$

$\Rightarrow 108 = 2^2 \times 3^2 \times 3$

$\Rightarrow \sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3}$

$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$

$= 2 \times 3 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

• **مثال آخر:**

اكتب العدد $\sqrt{32}$ بالصيغة $a\sqrt{b}$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$32 = 2^5 = 2^4 \times 2$

$\Rightarrow \sqrt{32} = \sqrt{2^4 \times 2}$

$= \sqrt{2^4} \times \sqrt{2}$

$= 2^{\frac{4}{2}} \times \sqrt{2} = 2^2\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

• ملاحظة: شرح التحليل إلى جداء عوامل أولية موجود في الجلسة العاشرة من جلسات المراجعة تستطيع العودة إليها والاستماع إلى شرح الفيديو إن كنت تعاني ضعفاً في معلوماتك

* **كيف نزيل الجذر من مقام الكسر ؟؟**

لتحويل الكسر $\frac{a}{\sqrt{b}}$ إلى كسر مقامه عدد صحيح:

نضرب كلاً من البسط والمقام بالعدد $\sqrt{b}$

حيث نستفيد من الخاصة $\sqrt{b} \times \sqrt{b} = (\sqrt{b})^2 = b$

• $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

• أقلمة: اكتب كلاً من الكسور الآتية بمقامات خالية من الجذور

$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$\frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4\times(\sqrt{2})^2}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{4\times 2} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$

* كيف نجمع ونضرب الجذور ؟؟

(1) عملية جمع (طرح) الجذور المتشابهة
تشبه عملية جمع (طرح) الحدود الجبرية المتشابهة أي
فإذا كان العدد الموجود تحت الجذر نفسه
في عدة جذور عندئذٍ نستطيع الجمع والطرح
الجذور كما يلي:

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = ??$

نجمع الأعداد خارج الجذور ونضع الناتج
بجوار الجذر:

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

أمثلة:

- $5\sqrt{6} + 7\sqrt{6} = 12\sqrt{6}$
- $6\sqrt{5} + 6\sqrt{7} =$ لا يمكن الجمع
- $-9\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$
- $5\sqrt{5} + \underbrace{\sqrt{20}}_{4\times 5} = 5\sqrt{5} + \sqrt{4\times 5} = 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

(2) لإنجاز عملية ضرب من الشكل:

$a \times b\sqrt{c}$

نضرب العددين $a \times b$ ونضع الناتج
بجوار الجذر: $(a\times b)\sqrt{c}$

مثال:

- $4\times 5\sqrt{3} = (4\times 5)\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$
- $5\times 3\sqrt{2} = (5\times 3)\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
- $6\times 7\sqrt{5} = (6\times 7)\sqrt{5} = 42\sqrt{5}$

(3) لإنجاز عملية ضرب من الشكل:

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d}$

نضرب العددين خارج الجذر داخل الجذر
ونضع الناتج الحاصل بين جذاء الجذرين $\sqrt{b\times d}$

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = a\times c\sqrt{b\times d}$

مثال:

- $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{7} = (5\times 3)\sqrt{2\times 7} = 15\sqrt{14}$
- $4\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = (4\times 5)\sqrt{2\times 6} = 24\sqrt{12}$
- $7\sqrt{3} \times \sqrt{6} = (7\times 1)\sqrt{3\times 6} = 7\sqrt{18}$

تمرين: اختزل كل من العبارات الجبرية:

- $A = 2\sqrt{75} - 5\sqrt{27}$
$= 2\sqrt{25\times 3} - 5\sqrt{9\times 3}$
$= 2\times 5\sqrt{3} - 5\times 3\sqrt{3}$
$= 10\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$

/ /

$\bullet B = \dfrac{\sqrt{108} - \sqrt{27}}{3}$

• وجدنا:

$\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

ومنه:

$B = \dfrac{6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}} = \sqrt{3}$

• تمرين: انشروا واختزل العبارات الجبرية التالية:

• تذكر: النشر هو التخلص من الأقواس (التحويل من الجداء إلى المجموع)

$(a+b)(c+d) = a \cdot c + ad + bc + bd$

$\bullet \sqrt{3}(\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) = \sqrt{6} + 3(\sqrt{3})^2$

$= \sqrt{6} + 9$

$\bullet (5 - 3\sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$

$= 15 + 5\sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 3(\sqrt{2})^2$

$= 15 - 4\sqrt{2} - 6$

$= 9 - 4\sqrt{2}$

$\bullet 3\sqrt{3}(\sqrt{27} - 2\sqrt{3}) =$

$3\sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2\sqrt{3})$

$3\sqrt{3}(\sqrt{3}) = 3(\sqrt{3})^2 = 9$

* كيف نحصر $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين؟؟

• نبحث عن عددين a, b بحيث:

a أقرب عدد صحيح من c وأصغر منه ويملك جذراً صحيحاً.

b أقرب عدد صحيح من c وأكبر منه ويملك جذراً صحيحاً.

عندها يكون $\sqrt{a} < \sqrt{c} < \sqrt{b}$

وهكذا نكون حصرنا العدد $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

• مثال: احصر كلاً من الجذور الآتية بين عددين صحيحين متتاليين:

$\bullet \sqrt{150}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{18}$ ، $\sqrt{108}$

• الحل:

$\sqrt{150}$

نلاحظ:

$144 < 150 < 169$

$\Rightarrow \sqrt{144} < \sqrt{150} < \sqrt{169}$

$\Rightarrow 12 < \sqrt{150} < 13$

$\sqrt{7}$

نلاحظ:

$4 < 7 < 9$

$\Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

$\Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$

AL HAYAT

$\sqrt{18}$

$16 < 18 < 25$

$\Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$

$\Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$

$\sqrt{108}$

$100 < 108 < 121$

$\Rightarrow \sqrt{100} < \sqrt{108} < \sqrt{121}$

$10 < \sqrt{108} < 11$

تحقق من فهمك صفحة 28:

① اكتب بصيغة $\sqrt{a}$ حيث a عدد طبيعي

❶ $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ❷ $\sqrt{25} \times \sqrt{3}$ ❸ $\sqrt{7} \times \sqrt{13}$

الحل :

❶ $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

❷ $\sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$

❸ $\sqrt{7} \times \sqrt{13} = \sqrt{7 \times 13} = \sqrt{91}$

② اكتب ما يأتي بشكل عدد صحيح.

❶ $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ ❷ $\sqrt{18} \times \sqrt{2}$ ❸ $\sqrt{7} \times \sqrt{63}$

الحل :

❶ $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

❷ $\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{18 \times 2} = \sqrt{36} = 6$

❸ $\sqrt{7} \times \sqrt{63} = \sqrt{7 \times 63} = \sqrt{441} = 21$

تدرب صفحة 29 :

① اكتب بصيغة $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ حيث a و b عددان صحيحان موجبان .

❶ $\sqrt{10}$ ❷ $\sqrt{38}$ ❸ $\sqrt{15}$

الحل :

❶ $\sqrt{10} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$

❷ $\sqrt{38} = \sqrt{2} \times \sqrt{19}$

❸ $\sqrt{15} = \sqrt{3} \times \sqrt{25}$

② اكتب بصيغة جذر تربيعي لكسر مختزل .

الهدف من السؤال ما تحت الجذر التربيعي كسر مختزل بصيغة $\sqrt{\frac{a}{b}}$

❶ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ ❷ $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{8}}$ ❸ $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{26}}$

الحل :

❶ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

❷ $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{10}{8}} = \sqrt{\frac{5}{4}}$

❸ $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{26}} = \sqrt{\frac{13}{26}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

③ أكتب بأبسط ما يمكن

❶ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ ❷ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ ❸ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$

الحل :

❶ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

❷ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

❸ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\frac{5}{45}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

④اعد كلاً من المقادير الآتية إلى أبسط شكل ممكن.

$A = 3\sqrt{2} - 4 + 5\sqrt{2} + 1$

$B = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$

$C = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$

الحل :

$A = 3\sqrt{2} - 4 + 5\sqrt{2} + 1 = 8\sqrt{2} - 3$

$B = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2} = 4\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

$C = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2} = 120\sqrt{2}$

⑤ فيما يلي نشر ثم بسط المقدار

❶ $\sqrt{2}(3 + \sqrt{3}) = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$

❷ $\sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2$

❸ $\frac{1}{2}\sqrt{3}(4 + 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 3$

⑥ اكتب العدد $3\sqrt{8}$ بالصيغة $\sqrt{C}$ حيث C عدد صحيح موجب .

الحل : $3\sqrt{8} = \sqrt{3^2 \times 8} = \sqrt{9 \times 8} = \sqrt{72}$

⑦ اكتب كلا من الاعداد الآتية بصيغة $\sqrt{C}$ حيث C عدد صحيح موجب

❶ $7\sqrt{5}$ ❷ $2\sqrt{3}$ ❸ $4\sqrt{2}$ ❹ $5\sqrt{6}$

الحل :

❶ $7\sqrt{5} = \sqrt{7^2 \times 5} = \sqrt{245}$

❷ $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$

❸ $4\sqrt{2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{32}$

❹ $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2 \times 6} = \sqrt{150}$

⑧اكتب كلاً من الاعداد الآتية بالصيغة $\sqrt{C}$ حيث C عدد صحيح موجب.

❶ $\frac{\sqrt{48}}{4}$ ❷ $\frac{\sqrt{50}}{5}$

❸ $\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{2}$ ❹ $\frac{\sqrt{108}-\sqrt{27}}{3}$

الحل :

❶ $\frac{\sqrt{48}}{4} = \sqrt{\frac{48}{16}} = \sqrt{3}$

❷ $\frac{\sqrt{50}}{5} = \sqrt{\frac{50}{25}} = \sqrt{2}$

❸ $\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{2} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$

❹ $\frac{\sqrt{108}-\sqrt{27}}{3} = \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

⑨عبر ذهنياً عن الكسور الاتية بكسور مختزلة.

❶ $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

❷ $\frac{\sqrt{1}}{4} = \frac{1}{4}$

❸ $\sqrt{\frac{121}{36}} = \frac{11}{6}$

❹ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

* تذكرة ببعض القوانين الهندسية التي سنحتاجها في التمارين:

- المثلث المتساوي الأضلاع:

. هو مثلث جميع أطواله متساوية وقياسات زواياه متساوية (كل منها $60°$)

- محيط المثلث المتساوي الأضلاع: $P = 3\ell$ ؛ ℓ طول ضلع المثلث

- مساحة المثلث المتساوي الأضلاع: $S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

- ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع: $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

- المستطيل: هو متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة، قطراه متساويان.

- محيطه: $P = 2$ (الطول + العرض)

- مساحته: $S =$ الطول × العرض

. تمر من رؤوسه دائرة مركزها نقطة تلاقي القطرين.

- المربع: هو مستطيل تساوى بُعداه، قطراه متساويان ومتعامدان.

- محيطه: $P = 4\ell$ ؛ ℓ طول ضلع المربع

- مساحته: $S =$ الضلع × الضلع أو $S =$ (الضلع)$^2 = \ell^2$

$S =$ (طول القطر)$^2 \div 2$ بدلالة قطره

- المعين: هو متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين، قطراه متعامدان غير متساويين (لاحظ: نستطيع تعريف المربع بتعريف آخر: هو معين تساوى قطراه)

- أطوال أضلاع المعين متساوية

- محيطه: $P = 4\ell$ ؛ ℓ طول ضلع المعين

- مساحته: $S = \frac{\text{جداء قطريه}}{2}$

ملاحظة: تم الحديث بشكل مفصل عن متوازيات الأضلاع وشبه المنحرف في الحلقة السابعة عشرة من سلسلة المراجعة الأساسية تستطيع العودة إليها.

• حل بعض أسئلة الدورات المتعلقة بالدرس:

* دورة الرقة 2018: مستطيل $ABCD$ طول كل من بعديه:

$AB = \sqrt{48} + \sqrt{12}$ ، $BC = \sqrt{108}$

والمطلوب:

1) اكتب كل من AB و BC بأبسط صيغة من الشكل $a\sqrt{3}$

$\cdot AB = \sqrt{48} + \sqrt{12} = \sqrt{16 \times 3} + \sqrt{4 \times 3}$

$16 \times 3 \quad 4 \times 3$

(توزيع الجذر على الجداء) $= \sqrt{16} \times \sqrt{3} + \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

من الشكل $a\sqrt{3}$

$\cdot BC = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

2) أثبت أن $ABCD$ مربع واحسب مساحته:

بما أن كل من البعدين $AB = 6\sqrt{3}$ ، $BC = 6\sqrt{3}$

فنلاحظ بالتالي $ABCD$ هو مستطيل تساوى بعداه فهو مربع.

ومساحة المربع: $S_{(ABCD)} = \ell^2$ ؛ ℓ هو طول ضلعه

ومنه: $\ell = 6\sqrt{3}$

$S = (6\sqrt{3})^2 = 6^2 \times (\sqrt{3})^2 = 36 \times 3 = 108$ وحدة مربعة

تذكر: $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

أو $6\sqrt{3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = \sqrt{108}$

$S = \ell^2 = (6\sqrt{3})^2 = (\sqrt{108})^2 = 108$ وحدة مربعة

انتباه: عندما يطلب منك في السؤال: اكتب بالشكل $a\sqrt{3}$، فهو يعطيك المفتاح. مباشرةً قسم العدد الموجود تحت الجذر على 3.

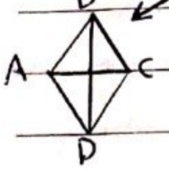
$\frac{48}{3} = 16 \Rightarrow 48 = 16 \times 3 \Rightarrow \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$

وهكذا ....

* نموذج وزاري: ABCD متوازي أضلاع فيه $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm$ و $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$ والمطلوب:

1) برهن أن الشكل ABCD معين: (نثبت أن فيه طولي ضلعين متجاورين متساويين)

لاحظ: AB و BC فيهما الحرف B مشترك وهما ضلعين متجاورين



$$AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}$$

(نحلل 112 إلى جداء عوامل أولية منتهية $(112 = 2^4 \times 7)$

$$= \sqrt{25 \times 5} + \sqrt{16 \times 7}$$

$$= 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7}\ cm$$

$$BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 7} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{7} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7}\ cm$$

لاحظ أن: $\Rightarrow AB = BC$
بالتالي ABCD متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين فهو معين.

2) احسب محيط المعين السابق:

$$P_{(ABCD)} = 4\ell \ ; \ \ell = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7} \Rightarrow$$

$$P_{(ABCD)} = 4(5\sqrt{5} + 4\sqrt{7}) = 20\sqrt{5} + 16\sqrt{7}\ cm$$

تذكر: • المحيط: هو مجموع أطوال، وواحدته نفس الواحدة المفروضة (واحدة طول)

• المساحة: هي جداء طولين، وواحدتها هي مربع الواحدة المفروضة (واحدة مربعة)

- صح أم خطأ:
- طرطوس: 2018 إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{9}+\sqrt{16}$
- خطأ (لا نستطيع توزيع الجذر على المجموع) ... لأن:

$$\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7 \neq \sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

- دير الزور 2018: ثلاثة أمثال $\sqrt{18}$ يساوي $9\sqrt{2}$
- صح لأن:

$$3\sqrt{18}=3\sqrt{9\times 2}=3\times\sqrt{9}\times\sqrt{2}$$
$$=3\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$$

- نماذج وزارية: نصف العدد $\sqrt{36}$ يساوي $\sqrt{18}$
- خطأ لأن:

$$\frac{\sqrt{36}}{2}=\frac{6}{2}=3$$

- نماذج وزارية: ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي $6\sqrt{2}$
- خطأ لأن:

$$3\times\sqrt{12}=3\times\sqrt{4\times 3}=3\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}$$
$$=3\times 2\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

- اختيار من متعدد:
- حلب 2019: العدد $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ هو ذاته العدد:

A: 2 B: $\frac{1}{2}$ ✓ C: $2\sqrt{2}$

- تذكر: التربيع يزيل الجذر

$$\sqrt{a^2}=\left(\sqrt{a}\right)^2=a \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$$

• اللاذقية: 2019 العدد $\sqrt{11^2 \times 7^4}$ يساوي:

A: $(11 \times 7)^3$ B: $\sqrt{11 \times 7^2}$ C: 11×7^2 ✓

$\sqrt{11^2 \times 7^4} = \sqrt{11^2} \times \sqrt{7^4} = 11 \times 7^{\frac{4}{2}}$
$= 11 \times 7^2$

تذكر:

$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n = a^{\frac{n}{2}}$; n عدد زوجي دوماً

• درعا 2018: ان قيمة العدد $\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}}$ يساوي:

A: 4 B: 3 ✓ C: 2

$\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}} = \sqrt{7+\sqrt{7-3}} = \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$

• مع المثلث المتساوي الأضلاع:

حمص 2018: مثلث ABC أطوال أضلاعه:

$BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$ ، $AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}$ ، $AB = 3\sqrt{2}$

• ما نوع هذا المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه؟

• $AB = 3\sqrt{2}$

• $BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

• $AC = \sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

• نلاحظ أن: $AB = BC = AC = 3\sqrt{2}$ أي أن

أطوال أضلاعه متساوية فهو متساوي الأضلاع طول ضلعه $\ell = 3\sqrt{2}$

• احسب مساحته وطول ارتفاعه (اضافي)

• $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ ، $S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(3\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3}}{4}$

$S = \frac{9 \times 2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ وحدة مربعة

دورة 2021.

- المستطيل ABCD بُعداه:

$AD = \sqrt{12}$ ، $AB = \sqrt{27} + 2\sqrt{3}$

(1): اكتب كلاً من بُعدي المستطيل بالصيغة $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح موجب.

الحل:

$\cdot AD = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\cdot AB = \underbrace{\sqrt{27}} + 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$

(2): احسب محيط المستطيل ومساحته:

الحل:

. محيط المستطيل: $P = 2($ الطول + العرض $)$

$= 2(2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) = 2(7\sqrt{3})$

$= 14\sqrt{3}$ (وحدة طول)

. مساحة المستطيل: $S =$ الطول × العرض

$= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 30$ وحدة مساحة

يجب التدرب جيدا على حل التمارين الواردة في هذا الدرس وإتقانها

حاول أيضاً حل أسئلة مشابهه من الدورات

بعض الأسئلة التدريبية المتعلقة بالجذور والتي وردت سابقا في الدورات والنماذج الوزارية . حاول حلها بمفردك قبل الاطلاع على الحل المرفق بها

جبر- الوحدة الأولى - الدرس الرابع-

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) **(الحسكة 2018)** المقدار $\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{3}}$ يساوي:

$\sqrt{3}$	C	3	B	0	A

2) **(نماذج وزارية)** العدد $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$ يساوي:

$2\sqrt{3}$	C	2	B	$\sqrt{3}$	A

3) **(نماذج وزارية)** $\sqrt{12}+\sqrt{27}$ يساوي:

$6\sqrt{3}$	C	$5\sqrt{3}$	B	$\sqrt{39}$	A

4) **(القنيطرة 2018)** العدد $\left(\frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{2}\right)$ هو عدد:

غير عادي	C	صحيح	B	عادي	A

5) **(ريف دمشق 2019)** العدد $\sqrt{54}$ يساوي:

$3\sqrt{6}$	C	$3\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{2}$	A

حتى وإن كان طريق الحلم صعب لا تستسلم ،لا تقف ،فالذي خلق هذا الطريق
خلق فيك أيضاً القوة على اجتيازه

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) **(نماذج وزارية)** ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{0.36}$ يساوي 1.8

2) **(طرطوس)** إن العدد $\sqrt{81+9}$ يساوي $12 = 9+3 = \sqrt{9}+\sqrt{81}$

3) **(دير الزور)** نصف العدد $\sqrt{24}$ يساوي $\sqrt{12}$

4) للعدد 225 جذر تربيعي وحيد

5) لايوجد جذر تربيعي للعدد 9-

"في يوم ما، ستبدوا فخورًا بكُل الصِعاب التي مررتها بكُل لحظةٍ توتُر، خوف، قلق، وسهر ستبدو فخورًا جدًا بِعبورِكّ

الحل:

- السؤال الأول:

(1)

$$\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}\cdot\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}-\sqrt{3}$$

$$=\sqrt{3}-\sqrt{3}=0$$

الإجابة A.

(2)

$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{48}{12}}=\sqrt{4}=2$$

الإجابة B.

(3)

$$\sqrt{27}+\sqrt{12}=$$

$$\underbrace{\sqrt{9\times3}}+\sqrt{4\times3}=$$

$$3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$$

الإجابة B.

(4)

$$\frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{2}=\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$=\sqrt{3}$ عدد غير عادي

الإجابة C.

(5)

$$\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}$$

$$=3\sqrt{6}$$

الإجابة C.

- السؤال الثاني:

(1)

$$3\times\sqrt{0.36}=3\times\sqrt{\frac{36}{100}}$$

$$=3\times\frac{6}{10}=\frac{18}{10}=1.8$$

القضية صحيحة.

(2)

$$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

القضية خاطئة.

(3)

$$\frac{1}{2}\times\sqrt{24}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}$$

$$=\sqrt{6}$$

القضية خاطئة

(4) القضية خاطئة. لكل عدد موجب a جذران تربيعيان متعاكسان أحدهما موجب $+\sqrt{a}$ والآخر سالب $-\sqrt{a}$، وجذرا العدد 225 هما: $+\sqrt{225}=15$، $-\sqrt{225}=-15$

(5) القضية صحيحة

$\sqrt{-9}=??$

ما تحت الجذر دوماً موجب / في هذا الفصل / فلا يجوز أن نشاهد عدد سالب تحت الجذر لأنه (في حالتنا) لا يوجد عدد مربعه هو (-9).

$$\sqrt{108} = ??$$

$A)\ 6\sqrt{3}$ $\qquad B)\ 3\sqrt{12}$ $\qquad C)\ 2\sqrt{27}$

$D)\ \frac{3}{2}\sqrt{48}$ $\qquad F)$ جميع ماسبق صحيح

$$\star\ 6\sqrt{3} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{3} = \sqrt{36 \times 3} = \boxed{\sqrt{108}}\ \checkmark$$

$$\star\ 3\sqrt{12} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{12} = \sqrt{9 \times 12} = \boxed{\sqrt{108}}\ \checkmark$$

$$\star\ 2\sqrt{27} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{27} = \sqrt{4 \times 27} = \boxed{\sqrt{108}}\ \checkmark$$

$$\star\ \frac{3}{2}\sqrt{48} = \frac{3}{2}\sqrt{16 \times 3}$$

$$= \frac{3}{2}(\sqrt{16} \times \sqrt{3}) = \frac{3}{2}(4\sqrt{3})$$

$$= 6\sqrt{3} = \boxed{\sqrt{108}}\ \checkmark$$

جميع الإجابات المقترحة صحيحة

ولكن الجواب الأول هو بأبسط صورة

الأستاذ:

كيف نزيل $\sqrt{3}$ من مقام الكسر يا أحمد؟

$$\frac{7}{\sqrt{3}}$$

أحمد:

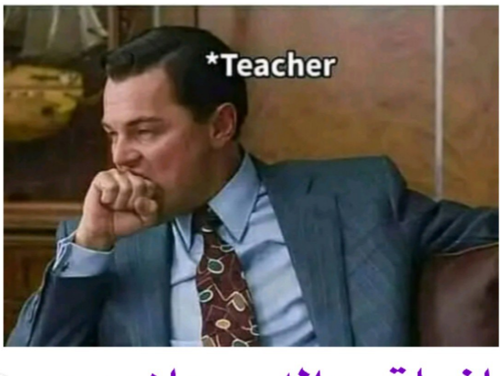
سهلة أستاذ، أضرب حدي الكسر ب $\sqrt{3}$

$$\frac{7\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

الأستاذ: رائع يا أحمد، ثم ماذا؟

أحمد: أختصر يا أستاذ كما يلي

$$\frac{7\times\cancel{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}\times\cancel{\sqrt{3}}}$$



الأستاذ:

رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الوحدة الأولى

تمرينات ومسائل
صفحة 30

حل تمرينات ومسائل

الوحدة الأولى من كتاب الجبر صفحة 30

- حل بيدك اولا ثم تأكد من صحة حلك بمقارنته بالحل الوارد في هذا الملف .

تحذير

إياك أن تقرأ الحلول بدون كتابتها

١- في كل حالة آتية هناك إجابة واحدة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها:

$\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$ يساوي:

$\frac{20}{48}$	$\boxed{-\frac{1}{12}}$	$\frac{1}{12}$

$$\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{6}{12}-\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{-1}{12}$$

مساحة قرص دائري نصف قطره $5\ cm$ تساوي

$25\,\pi\,cm^2$ ، هذه المساحة هي:

$\boxed{\text{عدد غير عادي}}$	عدد عادي	عدد عشري

العدد يحوي π هو عدد غير عادي

لأن صورته العشرية غير منتهية وغير دورية

القاسم المشترك الأكبر للعددين 36 و 63 هو:

3	$\boxed{9}$	12

يمكن إيجادهُ ذهنياً كون الأعداد صغيرة،وإن لم تستطع ذلك فقم

باتباع إحدى الخوارزميات التي تعلمتها في إيجاد القاسم المشترك الأكبر لهما.

- القاسم المشترك الأكبر للعددين 126 و 252 هو:

3	9	$\boxed{126}$

لاحظ بأن العدد 126 يقسم العدد 256 فهو القاسم المشترك الأكبر لهما حسب الخاصة:

$$GCD(a,b) = b \Leftrightarrow \begin{pmatrix} b \text{ قاسم لـ } a \\ a \text{ مضاعف لـ } b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow GCD(252, 126) = 126$$

- أي الكسور الآتية مختزل:

$\frac{224}{330}$ $\frac{17}{35}$ $\frac{378}{465}$

$\frac{224}{330}$ كل من البسط و المقام يقبل القسمة على 2 مثلاً و بالتالي فالكسر غير مختزل.

$\frac{378}{465}$ كل من البسط و المقام يقبل القسمة على 3 مثلاً و بالتالي فالكسر غير مختزل.

$\frac{17}{35}$ لا يوجد عدد يقبل كل من البسط و المقام القسمة عليه سوى الواحد و بالتالي فالكسر مختزل.
حيث حداه عددان أوليان فيما بينهما

♦ **الكســر المختزل:** نقول عن الكســر $\frac{a}{b}$ أنه كســر مختزل إذا وفقط إذا تحقق الشرط:

$$\frac{a}{b} \text{ كسر مختزل } \Leftrightarrow GCD(a,b) = 1$$

- العدد $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

صحيح | عادي غير صحيح | غير عادي

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{(\sqrt{2^2})}{2^2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$$

خواص القوى $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

- العدد $\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{300}$ يساوي:

$3\sqrt{3}$ | $-3\sqrt{3}$ | $-3\sqrt{5}$

$$\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{300}=$$
$$\sqrt{4\times 3}+\sqrt{25\times 3}-\sqrt{100\times 3}=$$
$$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-10\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$$

- عند حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3105 و 920 باستعمال خوارزمية الطرح المتتالي نجد نواتج الطرح:

2185 ,1265 , 345 ,575 ,230 ,115 ,0

345 ,230 ,115 ,0

1265 , 390 ,95 ,10 ,5 ,0

طبق خوارزمية الطرح المتتالي لتحصل على نواتج الطرح المشار إليها

- باستعمال خوارزمية إقليدس القاسم المشترك الأكبر هو :

أول باق غير معدوم نحصل عليه

آخر باق غير معدوم نحصل عليه

آخر خارج قسمة غير معدوم نحصل عليه.

- القاسم المشترك الأكبر للعددين 942 , 774 هو 2 , 6 , 5

ناقش الخيارات المقترحة ستجد $GCD(942, 774) = 6$

أو، جده بتطبيق إحدى الخوارزميات

٢-في كل حالة من الحالات الآتية ،إجابة صحيحة واحدة على الأقل من بين ثلاث إجابات ، أشر إلى كل إجابة صحيحة.

- $\frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{3}\right)$ يساوي:

$\frac{-9}{2}$, $\frac{-4}{15} \times \frac{5}{6}$ $\frac{6}{5} \times \frac{-15}{4}$,

$$\frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{3}\right) = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{5}{15}\right) = \frac{6}{5} \div \left(\frac{-4}{15}\right) =$$

$$\frac{6}{5} \times \left(\frac{-15}{4}\right) = \frac{-9}{2}$$

الجواب الصحيح هو الأول و الثالث.

$\frac{1}{2}-\frac{21}{2}\times\frac{4}{7}$ هو عدد

عشري   عادي   غير عشري

$$\frac{1}{2}-\frac{21}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{1}{2}-\frac{42}{7}=\frac{1}{2}-6=-\frac{11}{2}$$

و هو عدد عشري و عادي .

$\frac{3}{4}\times\frac{16}{9}$ هو عدد

عشري   عادي   غير عشري

$$\frac{3}{4}\times\frac{16}{9}=\frac{4}{3}$$

و هو عدد عادي و غير عشري

ارتفاع مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $3\ cm$ يساوي

$\frac{3\sqrt{3}}{4}\ cm$, $\sqrt{\frac{27}{4}}\ cm$, $2.598\ cm$

طول ضلع هذا المثلث هو $l=3\ cm$; $\boxed{h=\frac{l\sqrt{3}}{2}}$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3^2}\times\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{9\times 3}}{\sqrt{2^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{27}{4}}\,cm\approx 2.598\ cm$$

- القاسم المشترك الأكبر للعددين 107 و 45 يساوي:

القاسم المشترك الأكبر للعددين 107 و 62

القاسم المشترك الأكبر للعددين 107 و 45 × 107

الواحد.

$$45, 107 \in \mathbb{N}$$

$$GCD(a,b) = GCD(b, a-b)$$

$$= GCD(a, a-b); a > b \Rightarrow$$

$$GCD(107,45) = GCD(107, 107-45)$$

$$= GCD(107, 62) = 1$$

$$GCD(\underline{107} \times 45, \underline{107}) = 107 \neq 1$$

٣-قل إن كنت موافق أو غير موافق على الادعاء الآتي و اشرح رأيك:

$\frac{5}{13}$ عدد عشري

غير موافق: هو عدد عادي غير عشري لأن المقام لا نستطيع

جعله $10, 100, 1000, \ldots$ أي لا يُكتب $a \times 10^n; a, n \in \mathbb{Z}$

0.25 عدد عادي

موافق : لأن صورته العشرية منتهية أو تقول

من الشكل $0.25 = \frac{25}{100}$ $\frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$

$\pi \times \frac{2}{\pi} + \frac{1}{3}$ عدد غير عادي

غير موافق: $\pi \times \frac{2}{\pi} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

و هو عدد عادي

$\frac{7}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}$

موافق : $\frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}$

العددان 60 و 120 لهما نفس العدد من القواسم.

غير موافق: فالـ 120 يقبل القسمة على 60 فله جميع قواسمه و يضاف إليها الـ 120 و 8 و غيرها..

15 هو قاسم مشترك للعددين 45 و 60 إذاً 15 يقسم 105 أيضاً

موافق : لأن القاسم المشترك الأكبر لعددين يقسم

مجموعهما وفرقهما أيضا

$$GCD(60,45) = 15 \quad , 60 + 45 = 105 \Rightarrow \frac{105}{15} \epsilon \mathbb{Z}$$

a و b يرمزان إلى عددين صحيحين موجبين تماماً ، إذا كان b قاسماً للعدد a ، كان b القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

موافق : وهي إحدى خواص القاسم المشترك الأكبر التي تعلمناها

القاسم المشترك الأكبر للعدد 127 و أحد مضاعفات العدد 7 يمكن أن يكون العدد 7. **غير موافق:**

لا يمكن ذلك فالـ 7 ليس من قواسم 127 (عدد أولي)

نصف $\sqrt{36}$ يساوي $\sqrt{18}$

غير موافق: $$\frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \neq \sqrt{18}$$

$\frac{12\ 11\ 10\ 987654321}{123456789\ 10\ 11\ 12}$ كسر مختزل (اجمع الأعداد من 1 حتى 12)

غير موافق:

مجموع رقميه من مضاعفات العدد 3

$$1 + 2 + 3 \ldots\ldots + 11 + 12 = 78$$

كل من البسط و المقام يقبل القسمة على 3

و بالتالي فالكسر غير مختزل.

٤- لدينا الأعداد الآتية

$$\frac{5}{7} \div \frac{-10}{3} \quad , \quad \frac{4}{3} \div \frac{2}{3}, \quad 3 \times \frac{20}{9} \quad , \frac{7}{5} \times \frac{-15}{7}$$

احسب ناتج كل منها بصيغة كسر ، ثم حدد أي من النواتج التي حصلنا عليها عدد صحيح.

$$\star \frac{7}{5} \times \frac{-15}{7} = -\frac{15}{5} = -3 \in \mathbb{Z}$$

$$\star 3 \times \frac{20}{9} = \frac{20}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$\star \frac{4}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{Z}$$

$$\star \frac{5}{7} \div \frac{-10}{3} = \frac{5}{7} \times \left(-\frac{3}{10}\right) = -\frac{3}{14} \notin \mathbb{Z}$$

٥-جميع الأعداد الآتية عشرية ما عدا واحداً منها . اشرح لماذا؟

$$A = \frac{153}{10}, B = -\frac{7}{4}, C = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, D = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\star A = \frac{153}{10} = 153 \times 10^{-1} \xleftrightarrow{\in D} a \times 10^{n}; a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\star B = -\frac{7}{4} = -\frac{175}{100} = -175 \times 10^{-2} \xleftrightarrow{\in D} a \times 10^{n}; a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\star C = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 5 \times 10^{-1} \xleftrightarrow{\in D} a \times 10^{n}; a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\star D = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3-1}{6} = -\frac{1}{6} \xleftrightarrow{\notin D} \neq a \times 10^{n}; a, b \in \mathbb{Z}$$

وتستطيع الاعتماد على الصورة العشرية

في الوصول إلى المطلوب

٦- عبرعن كل من الجمل الثلاث الآتية بصيغة (العدد ...قاسم للعدد...)

75 مضاعف للعدد 15

العدد 15 قاسم للعدد 75

12 يقسم 24

العدد 12 قاسم للعدد 24

35 يقبل القسمة على 7

العدد 7 قاسم للعدد 35

٧-حسبت سلمى ثلاثة أمثال $\sqrt{5}$

نصف $\sqrt{18}$

مثلي جداء العددين $\sqrt{2}$ و $\sqrt{7}$

فكانت النواتج:

$\sqrt{45}$

9

$\sqrt{234}$

قل مع التعليل إن كنت متفقاً مع هذه الإجابات أم لا.

$\star\ 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{45}\ \checkmark$

$\star\ \frac{\sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{2} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2} \neq 9$

$\star\ 2(\sqrt{7} \times \sqrt{2}) = 2\sqrt{7 \times 2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{14} = \sqrt{56} \neq \sqrt{234}$

الإجابة الأولى فقط صحيحة.

٨-أنا عدد صحيح ، مربعي يساوي ثلاثة أمثال 12 و ليس لي جذر تربيعي ، فمن أنا؟ -6

بفرض هذا العدد x سيكون:

$$x^2 = 3 \times 12 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow$$

$$x = \begin{cases} +6 \\ -6 \Rightarrow \end{cases}$$

لا يوجد جذر تربيعي للعدد السالب $x = -6$

٩- $ABCD$ مستطيل بعداه $AB = \left(\sqrt{5} + \sqrt{20}\right) cm$ و $BC = \left(\sqrt{80} - \sqrt{45}\right) cm$

احسب محيط هذا المستطيل

$$P = (AB + BC) \times 2 =$$
$$\left(\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45}\right) \times 2 =$$
$$\left(2\sqrt{5} + 2\sqrt{20} + 2\sqrt{80} - 2\sqrt{45}\right) cm$$

ثم اكتبه بالصيغة $a\sqrt{5}$

$$P = \left(\sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{16 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}\right) \times 2$$
$$= \left(\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}\right) \times 2 = 8\sqrt{5}\ cm$$

تذكر.

محيط المستطيل = (الطول + العرض) 2

١٠- اعتمد على خواص قابلية القسمة لإعادة كل من الكسور الآتية إلى صيغة كسر مختزل.

لم يطلب الاعتماد على القاسم المشترك الأكبر لحدي الكسر... نتقيد بالمطلوب

$$a = \frac{90}{126}$$

$$a = \frac{90}{126} = \frac{45}{63} = \frac{5}{7}$$

حيث قسمنا كلاً من البسط و المقام على 2 ثم على 9

$$c = \frac{168}{264}$$

$$c = \frac{168}{264} = \frac{84}{132} = \frac{42}{66} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$$

حيث قسمنا كلاً من البسط و المقام على 2 ثلاث مرات متتالية ثم على 3

$$b = \frac{495}{270}$$

$$b = \frac{495}{270} = \frac{99}{54} = \frac{11}{6}$$

حيث قسمنا كلاً من البسط و المقام على 5 ثم على 9

السؤال الحادي عشر :

التمرين الأول :

خوارزمية الطرح المتتالي :

الخطوة	الكبير a	الصغير b	الفرق $a - b$
1	357	204	153
2	204	153	51
3	153	51	102
4	102	51	51
5	51	51	0

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 51 ،

فالعددان غير أوليان فيما بينهما

خوارزمية إقليدس :

الخطوة	المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
1	357	204	153
2	204	153	51
3	153	51	0

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 51 ،

فالعددان غير أوليان فيما بينهما

تذكر:

- خوارزمية الطرح المتتالي: القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج طرح غير معدوم.
- خوارزمية إقليدس: القاسم المشترك الأكبر هو آخر باقي غير معدوم .
- يكون العددان أوليان فيما بينهما اذا كان القاسم المشترك الأكبر لهما يساوي ١

التمرين الثاني :

خوارزمية الطرح المتتالي :

الخطوة	الكبير	الصغير	الفرق
1	2463	1036	1427
2	1427	1036	391
3	1036	391	645
4	645	391	254
5	391	254	137
6	254	137	117
7	137	117	20
8	117	20	97
9	97	20	77
10	77	20	57
11	57	20	37
12	37	20	17
13	20	17	3
14	17	3	14
15	14	3	11
16	11	3	8
17	8	3	5
18	5	3	2
19	3	2	1
20	2	1	1
21	1	1	0

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 1 ،

فالعددان أوليان فيما بينهما

خوارزمية إقليدس :

الخطوة	المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
1	2463	1036	391
2	1036	391	254
3	391	254	137
4	254	137	117
5	137	117	20
6	117	20	17
7	20	17	3
8	17	3	2
9	3	2	1
10	2	1	0

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 1 ،

فالعددان أوليان فيما بينهما .

السؤال الثاني عشر :

$$A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{28} - 5\sqrt{63}$$
$$A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{4\times 7} - 5\sqrt{9\times 7}$$
$$A = 9\sqrt{7} - 4\sqrt{7} - 15\sqrt{7}$$
$$A = -10\sqrt{7}$$

$$B = \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{150}$$
$$B = \sqrt{4\times 6} + \sqrt{9\times 6} - \sqrt{25\times 6}$$
$$B = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$$
$$B = 0$$

السؤال الثالث عشر :

1) $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

2) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

السؤال الرابع عشر :

محيط المربع = 4 × طول الضلع

$$P = 4\,(\sqrt{20} + 1)$$
$$P = 4\sqrt{20} + 4$$
$$P = 8\sqrt{5} + 4$$

محيط المستطيل = 2 × (الطول + العرض)

$$P = 2\,(\sqrt{45} - 1 + \sqrt{5} + 3)$$
$$P = 2(\sqrt{45} + \sqrt{5} + 2)$$
$$P = 2(3\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2)$$
$$P = 2(4\sqrt{5} + 2)$$
$$P = 8\sqrt{5} + 4$$

نلاحظ أن محيط المربع يساوي محيط المستطيل

السؤال الخامس عشر :

(1

$$1 - (\tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{4}\times\tfrac{4}{5})$$
$$= 1 - (\tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{5})$$
$$= 1 - (\tfrac{5}{20} + \tfrac{12}{20})$$
$$= 1 - (\tfrac{17}{20})$$
$$= 1 - \frac{17}{20}$$
$$= \frac{20}{20} - \frac{17}{20}$$
$$= \frac{3}{20}$$

2) نفرض أن مساحة قطعة الأرض التي يمتلكها الرجل x

في عام 2012 باع ربعها أي $\frac{x}{4}$ أو $\frac{1}{4}\,x$ فبقي عنده $\frac{3x}{4}$

وفي عام 2013 باع أربع أخماس الباقي أي

$$\frac{4}{5}\times\frac{3x}{4} = \frac{3x}{5}$$

فبقي عنده :

$$x - (\tfrac{x}{4} + \tfrac{3x}{5})$$
$$= x - (\tfrac{5x}{20} + \tfrac{12x}{20})$$
$$= x - (\tfrac{17x}{20})$$
$$= \frac{20x}{20} - \frac{17x}{20}$$

$\boxed{= \frac{3x}{20}}$ بقي لديه

$$\frac{3x}{20} = 6 \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} 3x &= 120 \\ x &= \frac{120}{3} \\ x &= 40 \end{aligned}}$$

تذكر خطوات حل المعادلة

1) ننقل المعاليم إلى طرف والمجاهيل إلى طرف مع تغيير إشارة الحد المنقول. **ثم نجمع الحدود المتشابهه**

2) بعد تطبيق الخطوة الأولى سنحصل على معادلة من الشكل :

$\boxed{ax = b}$ هنا نقسم طرفي المعادلة على أمثال المجهول

فنحصل على الحل المطلوب $x = \frac{b}{a}$

السؤال السادس عشر :

1) $\frac{22}{7} \simeq 3.142857$

$\frac{355}{113} \simeq 3.141593$

2) لإثبات أن الكسور السابقة بأبسط صورة يجب إثبات أن حدي الكسر أوليان فيما بينهما .

الخطوة	المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
1	22	7	1
2	7	1	0

فالعددان $22, 7$ أوليان فيما بينهما ، وبالتالي الكسر الأول مكتوب بأبسط صورة .

$GCD(22,7) = 1$

الخطوة	المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
1	355	113	16
2	113	16	5
3	16	5	1
4	5	1	0

فالعددان $355, 113$ أوليان فيما بينهما ، وبالتالي الكسر الثاني مكتوب بأبسط صورة .

$GCD(355,113) = 1$

السؤال السابع عشر :

1) $A = \frac{1530}{1360} - \frac{3}{8}$

الخطوة	المقسوم	المقسوم عليه	باقي القسمة
1	1530	1360	170
2	1360	170	0

نستنتج أن : $GCD(1530, 1360) = 170$

$$\frac{1530}{1360} = \frac{1530 \div 170}{1360 \div 170} = \frac{9}{8}$$

$$2)\ A = \frac{1530}{1360} - \frac{3}{8} = \frac{9}{8} - \frac{3}{8}$$

$$A = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow A = \frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

$$\Rightarrow A = 0.75 = \underbrace{75 \times 10^{-2}}_{a \times 10^{n}}$$

A عدد عادي وهو عدد عشري لأنه يكتب بالشكل :

$A = 0.75$

$A = 75 \times 10^{-2}$

السؤال الثامن عشر :

1) لإثبات أن الشكل مربع يكفي إثبات أن: $AB = BC$

$AB = \sqrt{27} + \sqrt{3}$

$AB = 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$AB = 4\sqrt{3}\ cm$

$BC = \sqrt{48}$

$BC = \sqrt{16 \times 3}$

$BC = 4\sqrt{3}\ cm$

نلاحظ أن : $AB = BC = 4\sqrt{3}\ cm$

فالشكل $ABCD$ مربع (لأنه مستطيل تساوى بعداه)

2) المحيط : $P = 4 \times 4\sqrt{3}$

$P = 16\sqrt{3}\ cm$

المساحة : $S = (4\sqrt{3})^2$

$S = 16 \times 3$

$S = 48\ cm^2$

السؤال التاسع عشر :

1) الصفر ليس عدد أولي ، لأن له عدد غير منتهي من القواسم .

2) هي : $2, 3, 5, 7$

3)

$$a = 2 \times 3 \times 5$$
$$b = 2^2 \times 5 \times 7$$

1) نعم العدد 2 قاسماً للعدد b

2) نعم العدد 6 قاسماً للعدد a لأنها ناتج ضرب قاسمين له ، حيث : $6 = 2 \times 3$

3) كلا العدد 7 ليس قاسماً للعدد a .

4) $GCD\,(a,b) = 2 \times 5 = 10$

أعداد صحيحة	7	10^5	$\frac{-48}{6}$							
أعداد عادية	10^{-2}	$\frac{27}{100}$	$\frac{5}{11}$	7	$\frac{-5}{2}$	10^5	$\frac{-1}{4}$	0.3	$\frac{-48}{6}$	$\frac{4}{3}$
أعداد عشرية	10^{-2}	$\frac{27}{100}$	7	$\frac{-5}{2}$	10^5	$\frac{-1}{4}$	0.3	$\frac{-48}{6}$		
أعداد غير عادية	$\frac{\pi}{4}$	25π								

تذكر:

كل عدد طبيعي هو عدد صحيح وعشري وعادي

كل عدد صحيح هو عشري وعادي

كل عدد عشري هو عدد عادي

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

نموذج اختبار شامل في الوحدة الأولى جبر

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

نموذج امتحاني شامل للوحدة الاولى/ جبر :

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

1) يُكتب العدد ((ضعفي $\sqrt{6}$)) بالصيغة $\sqrt{C}$ بالشكل التالي :					
A	$\sqrt{12}$	B	$\sqrt{24}$	C	$\sqrt{6}$
2) الكسر الغير مختزل من بين الكسور التالية :					
A	$\frac{54}{45}$	B	$\frac{11}{3}$	C	$\frac{21}{22}$
3) العدد $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$ هو عدد :					
A	عادي عشري	B	عادي غير عشري	C	غير عادي
4) العدد $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4$ هو عدد :					
A	عادي صحيح	B	عادي غير عشري	C	غير عادي

السؤال الثاني : أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات الآتية :

❶ كل عدد غيرعادي هو عدد غيرعشري

❷ إذا كان $GCD(a\,,b)=a$ فإن : $\frac{a}{b}$ عدد صحيح .

❸ العدد $\frac{\sqrt{9\pi\times4\pi}}{5\pi}$ هو عدد عادي غير عشري .

❹ ثلاثة أمثال $\sqrt{18}$ يساوي $3\sqrt{2}$.

ثانياً : أجب عن التمارين الخمسة الآتية : ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول بسط كلاً من الأعداد التالية ثم ضع كلاً منها في الحقل المناسب ضمن الجدول :

$$2\pi+5 \ ، \ \sqrt{\pi}\times10^{6}\times\frac{2}{\sqrt{\pi}} \ ، \ 2\pi\times\frac{1}{10\pi} \ ، \ \frac{\sqrt{18}}{4\sqrt{\sqrt{49}-5}} \ ، \ \frac{\sqrt{48}}{3\sqrt{3}} \ ، \ (\sqrt{2})^8 \ ، \ \frac{\pi}{4}$$

العدد العادي			العدد الغير عادي
العدد الصحيح	العدد العشري	العدد الدوري	

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان $A=\frac{693}{154}$ و $B=\frac{\sqrt{80}-\sqrt{45}}{2\sqrt{20}-2\sqrt{5}}$ والمطلوب :

❶ أوجد $GCD(693\,,154)$ باستخدام خوارزمية الطرح المتتالي ومن ثم اكتب الكسر المختزل المكافئ للكسر A

❷ هل العدد A عشري ؟ هل هو عادي ؟ علل إجابتك .

❸ اختزل العدد B .

❹ احسب ناتج $A-B$ ومن ثم بين طبيعة الناتج .

التمرين الثالث : $ABCD$ مستطيل بعداه : $AB=\sqrt{32}-\sqrt{18}$ ، $BC=\frac{2}{\sqrt{2}}$ والمطلوب :

❶ برهن أن $ABCD$ مربع .

❷ احسب محيطه واكتبه بالصيغة $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❸ برهن أن مساحته عدد طبيعي .

❹ عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب طول نصف قطرها .

التمرين الرابع : ليكن لدينا العدد $A = \frac{875}{1125} + \frac{5}{9}$ والمطلوب :

❶ أوجد $GCD(875\,,1125)$ باستخدام الخوارزمية الإقليدية ، ومن ثم اكتب الكسر المختزل للكسر $\frac{875}{1125}$.

❷ هل الكسر $\frac{5}{9}$ كسر مختزل ؟ علل إجابتك .

❸ اكتب العدد A بصورة كسر مختزل .

❹ هل العدد A عدد عشري ؟ هل هو عادي ؟ علل .

❺ برهن أن العدد A^{-1} عدد عشري واكتبه بالصيغة $a \times 10^{-n}$ ((حيث a عدد صحيح)) .

التمرين الخامس : بفرض لدينا العددين الآتيين $A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$ و $B = 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{108}$ والمطلوب :

❶ اكتب كلا العددين A و B بالصيغة $a\sqrt{3}$.

❷ جد ناتج كلاً من : $A + B$ ، $A - B$ ، $A \times B$.

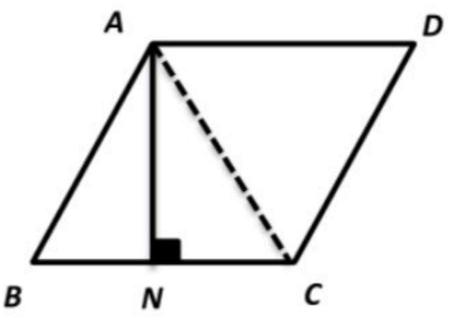
❸ اكتب العدد $A - B$ بالصيغة $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❹ برهن أن $\frac{A}{B}$ عدد عشري واكتبه بالصيغة $a \times 10^{-n}$.

❺ اكتب الكسر $\frac{A}{\sqrt{10}}$ بمقام خال من الجذر .

السؤال الثالث : حل المسألتين التاليتين

المسألة الأولى : $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $AB = \sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{3}{5}\sqrt{50}$ و $BC = \sqrt{72} - \sqrt{32}$ والمطلوب :



❶ برهن أن المتوازي $ABCD$ معين .

❷ احسب محيطه واكتبه بالشكل $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❸ بفرض أن $\widehat{B} = 60$ عندئذ :

- ★ برهن أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .
- ★ احسب مساحته وطول ارتفاعه AN .
- ★ احسب مساحة المعين بطريقتين .
- ★ استنتج طول القطر $[BD]$.

المسألة الثانية : لدينا الأعداد التالية $N = \frac{\sqrt{108}}{2} - 2\sqrt{3}$ ، $M = \frac{6}{\sqrt{3}}$ ، $F = 2\sqrt{12} + \sqrt{147} - \frac{1}{3}\sqrt{27}$ والمطلوب:

❶ أزل الجذر من مقام الكسر M .

❷ اختزل العدد N .

❸ اكتب العدد $M + N$ ثم اكتبه بالصيغة $\sqrt{C}$ واحصره بين عددين صحيحين متتالين .

❹ اكتب العدد F بالصيغة $a\sqrt{b}$

-انتهت الاسئله

حل أسئلة الاختبار

أولاً: السؤال الأول:

1) $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{6}=\sqrt{4\times 6}=\sqrt{24}$

الإجابة B.

2) $\frac{54}{45}$ كسر غير مختزل، حداه يقبلان القسمة على 9 مثلاً.

الإجابة A

3) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}\in Q$

الإجابة B.

4) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4=\left(\sqrt{3}\right)^{\frac{4}{2}}=\left(\sqrt{3}\right)^2=3$

عدد صحيح وعدد عادي

الإجابة A.

أولاً: السؤال الثاني:

1) عبارة صحيحة

كل عدد لا ينتمي إلى المجموعة الأكبر فهو حتماً لا ينتمي إلى المجموعة الأصغر منه.

- فكل عدد صورته العشرية غير منتهية وغير دورية هو عدد غير عادي وغير عشري ..... $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \pi$

2) عبارة خاطئة:

$GCD(a,b)=a \Leftrightarrow$ a قاسم لـ b

b مضاعف لـ a

ومنه $\frac{b}{a}$ عدد صحيح أما $\frac{a}{b}$ غير صحيح

3) عبارة خاطئة.

$\frac{\sqrt{9\pi\times 4\pi}}{5\pi}=\frac{\sqrt{36\pi^2}}{5\pi}=\frac{6\pi}{5\pi}=\frac{6}{5}$

$=\frac{12}{10}=1.2$ عدد عادي وعشري

4) عبارة خاطئة:

$3\sqrt{18}=3\sqrt{9\times 2}=9\sqrt{2}$

ثانياً: التمرين الأول:

* $\frac{\pi}{4}$ عدد غير عادي

* $\left(\sqrt{2}\right)^8=2^{\frac{8}{2}}=2^4=16$ عادي، صحيح، عشري

* $\frac{\sqrt{48}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{16\times 3}}{3\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{4}{3}$

عدد عادي دوري (صورته العشرية غير منتهية ودورية)

* $\frac{\sqrt{18}}{4\sqrt{\sqrt{49}-5}}=\frac{\sqrt{9\times 2}}{4\sqrt{7-5}}$

$=\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{3}{4}$ عادي، عشري

* $2\pi\times\frac{1}{10\pi}=\frac{2}{10}$ عادي، عشري

* $\sqrt{\pi}\times\frac{2}{\sqrt{\pi}}\times 10^6=2\times 10^6$ صحيح، عادي، عشري

* $2\pi+5$ غير عادي

ثانياً: التمرين الثاني:

1)

الأكبر a	الصغير b	الفرق a - b
693	154	539
539	154	385
385	154	231
231	154	77
154	77	$\boxed{77}$
77	77	0

نرهن: القاسم المشترك الأكبر هو ٧٧ فهو ناتج

طرح غير معدوم:

$GCD(693, 154) = 77$

لإيجاد الكسر المختزل المكافئ للكسر $\frac{693}{154}$

نقسم حديه على $GCD(693, 154) = 77$

نجد:

$$\frac{693}{154} = \frac{693 \div 77}{154 \div 77} = \frac{9}{2}$$

(2) • $A = \frac{9}{2}$ هو عدد عادي لأنه من الشكل

$\frac{a}{b} ; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$

(أو نقول صورته العشرية منتهية $\frac{9}{2} = 4.5$)

• $A = \frac{9}{2}$ هو عدد عشري لأنه يكتب:

$$\frac{9}{2} = \frac{45}{10} = \underbrace{45 \times 10^{-1}}_{a \times 10^{n} ; a, n \in \mathbb{Z}}$$

(أو نقول صورته العشرية منتهية $\frac{9}{2} = 4.5$)

(3)

$$B = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{45}}{2\sqrt{20} - 2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}}{2\sqrt{4 \times 5} - 2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

(4)

$$A - B = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{9-1}{2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4 \in \mathbb{N} \text{ طبيعي}$$

ثانياً: التمرين الثالث:

$ABCD$ مستطيل بعداه:

$AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ ، $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$

(1)

$\star\ AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$

$= \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$\star\ BC = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

نلاحظ أن بعدا المستطيل متساويان فهو مربع طول ضلعه $\ell = \sqrt{2}$

(2) محيط المربع: $P = 4\ell = 4\sqrt{2}$

$= \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32}$

$25 < 32 < 36 \Rightarrow$

$\sqrt{25} < \sqrt{32} < \sqrt{36} \Rightarrow$

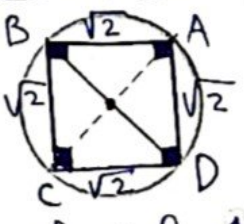
$5 < \sqrt{32} < 6$

(3) مساحة المربع $S = \ell^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

والعدد $2 \in \mathbb{N}$ طبيعي.

(4) مركز الدائرة المارة برؤوس المربع كما نعلم هي نقطة تلاقي قطريه (المتساويان)

- نحسب بداية طول قطر المربع الذي هو قطر في الدائرة، وذلك حسب فيثاغورث من المثلث القائم ABD فنجد



$(BD)^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 2 + 2 = 4$

$\Rightarrow BD = \sqrt{4} = 2 = 2R \Rightarrow R = 1$

(أو باختصار: طول قطر المربع هو $\ell\sqrt{2}$ أي $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$)

ثانياً: التمرين الرابع :

$$A = \frac{875}{1125} + \frac{5}{9}$$

(1)

$$1125 = 1 \times 875 + 250$$

$$875 = 3 \times 250 + \boxed{125}$$

$$250 = 2 \times 125 + 0$$

ومنه القاسم المشترك هو آخر باقي غير معدوم.

$$GCD(1125, 875) = 125$$

- لكتابة الكسر المختزل للكسر $\frac{875}{1125}$ نقسم حديه على القاسم المشترك لهما 125 نجد:

$$\frac{875}{1125} = \frac{875 \div 125}{1125 \div 125} = \frac{7}{9}$$

(2) نعم الكسر $\frac{5}{9}$ هو كسر مختزل لأن كلاً من حديه أوليان فيما بينهما أي:

$$GCD(9, 7) = 1$$

(3)

$$A = \underbrace{\frac{875}{1125}}_{} + \frac{5}{9}$$

$$= \frac{7}{9} + \frac{5}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

(4) العدد $A = \frac{4}{3}$ هو عدد عادي لأنه من الشكل $\frac{a}{b}$; $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ولكنه غير عشري لأننا لا نستطيع كتابته بالشكل:

$$a \times 10^n \ ; \ a, n \in \mathbb{N}$$

أو نقول لأن $\frac{4}{3} = 1.333....$ صورته العشرية غير منتهية.

(4) تذكر: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ومنه:

$$A^{-1} = \frac{1}{A^1} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{75}{100} = \underbrace{75 \times 10^{-2}}_{a \times 10^n \ ; \ a, n \in \mathbb{Z}}$$ عدد عشري

ثانياً: التمرين الخامس :

$$A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$$

$$B = 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{108}$$

(1)

* $A = 2\sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \frac{1}{2}\sqrt{16 \times 3}$

$= 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

* $B = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{36 \times 3}$

$= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

(2)

* $A + B = 5\sqrt{3} + (-2\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

* $A - B = 5\sqrt{3} - (-2\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

* $A \times B = (5\sqrt{3})(-2\sqrt{3})$

$= -10(3) = -30$

③ وجدنا: $A-B = 7\sqrt{3} = \sqrt{7^2}\times\sqrt{3}$

$\Rightarrow A-B = \sqrt{7^2\times 3} = \sqrt{49\times 3} = \sqrt{147}$

$144 < 147 < 169 \Rightarrow$

$\sqrt{144} < \sqrt{147} < \sqrt{169} \Rightarrow$

$12 < \sqrt{147} < 13$

④ $* \quad \frac{A}{B} = \frac{5\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}} = -\frac{5}{2}$

$= -\frac{25}{10} = \underbrace{-25\times 10^{-1}}_{a\times 10^{n}\,;\, a,n\in\mathbb{Z}}$ عدد عشري

⑤ نضرب حدي الكسر بالجذر الموجود في المقام نجد:

$\frac{A}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}\times A}{10}$

$= \frac{\sqrt{10}\times 5\sqrt{3}}{10} = \frac{5\sqrt{30}}{10}$

$= \frac{\sqrt{30}}{2}$

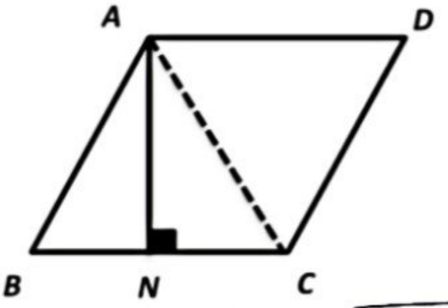
- المسألة الأولى:

ABCD متوازي أضلاع:

$AB = \sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{3}{5}\sqrt{50}$

$BC \quad \sqrt{72} - \sqrt{32}$

① [المعين: هو متوازي أضلاع تساوى فيه ضلعين متجاورين فإن استطعنا اثبات أن $AB = BC$ يتم المطلوب]



$* \quad AB = \sqrt{9\times 2} + \sqrt{4\times 2} - \frac{3}{5}\sqrt{25\times 2}$

$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{3\times 5}{5}\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$* \quad BC = \sqrt{36\times 2} - \sqrt{16\times 2}$

$= 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ ABCD متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين $(AB = BC)$ فهو معين أي جميع أضلاعه متساوية وطول كل منها $l = 2\sqrt{2}$

② محيط المعين $P = 4l$

$P = 4(2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} = \sqrt{8^2}\times\sqrt{2}$

$= \sqrt{64\times 2} = \sqrt{128}$

$121 < 128 < 144 \Rightarrow$

$11 < \sqrt{128} < 12$

③ * ABC متساوي الساقين في B لأن:

$AB = BC = 2\sqrt{2}$

فيه زاوية $B = 60^\circ$ فهو متساوي الأضلاع

* مساحته تعطى بالدستور

$S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$; l طول ضلعه

$S = \frac{(2\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$ وحدة مساحة.

وطول كل ارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع يُعطى بالدستور:

$$h = AN = \boxed{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$$ ، ℓ طول ضلعه

$$= \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$$ وحدة طول

* مساحة المعين:

(هي نصف جداء قطريه، لكن القطر الآخر غير معلوم)

- طريقة أولى: مساحة متوازي الأضلاع هي

$S_{ABCD} =$ القاعدة × الارتفاع المتعلق بها

وهي ذاتها مساحة المعين هنا، لأننا كنا قد أثبتنا أن المتوازي الأضلاع $ABCD$ هو معين أيضاً:

$$S = BC \times AN$$

$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{12}$$

$$= 2\times 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$ وحدة مساحة

- طريقة ثانية: المعين يُقسم إلى مثلثين طبوقين هما ABC ، ACD ومساحة كل منهما سبق وجدنا $2\sqrt{3}$ ومنه:

$$S_{ABCD} = S_{ABC} \times 2 = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$ وحدة مساحة.

* استنتاج طول القطر $[BD]$.

نعلم أن: مساحة المعين هي:

$$S_{ABCD} = \frac{\text{جداء قطريه}}{2} = \frac{[AC]\cdot[BD]}{2}$$

$$4\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}\times[BD]}{2} \Rightarrow [BD] = 2\sqrt{6}$$ وحدة طول.

المسألة السابعة:

1) $$M = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

2) $$N = \frac{\sqrt{108}}{2} - 2\sqrt{3}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

3) $$M + N = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$$

$$25 < 27 < 36 \Rightarrow$$

$$5 < \sqrt{27} < 6$$

4) $$F = 2\sqrt{12} + \sqrt{147} - \frac{1}{3}\sqrt{27}$$

$$= 2\sqrt{4\times3} + \sqrt{49\times3} - \frac{1}{3}\sqrt{9\times3}$$

$$= 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 10\sqrt{3}$$