"ك هتن لزلت "الميكانيكية ... ك .
"لحركة "لتوافقية "البسيطة" ... ك .
"لحركة "لجيبية "لانسحابية" ... ك .

دارزقنا لذة النظر لأعمالنا وهي مميتة ..."

* "لنوابس "لمرن :

* نابض مرن معلق كتلة علقاته مساعدة علق من أحد طرفيه وعلق بطرفه الآخر m .

* "دراسة تحريكية" :

*

* سكون :

- القوى المؤثرة : $\vec{w}$, $\vec{F_{s_0}}$
- قوة شد الجسم للنابض تسبب x_0
- $F_{s_0} = F'_{s_0} = kx_0$
- $\sum \vec{F} = \vec{0}$
- $\vec{w} + \vec{F_{s_0}} = \vec{0}$
- بالاسقاط على محور موجه بجهة $\vec{w}$

$w - F_{s_0} = 0$

$w = F_{s_0}$

$w = kx_0$

$mg = kx_0$

$x_0 = \frac{mg}{k}$

* حالة حركة :

- القوى المؤثرة : $\vec{w}$, $\vec{F_s}$
- قوة شد الجسم النابض تسبب الاستطالة $x + x_0$

$F_s = F'_s = k(x + x_0)$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{w} + \vec{F_s} = m\vec{a}$

بالاسقاط على محور بجهة $\vec{w}$

$w - F_s = ma$

$kx_0 - k(x + x_0) = ma$

$kx_0 - kx - kx_0 = ma$

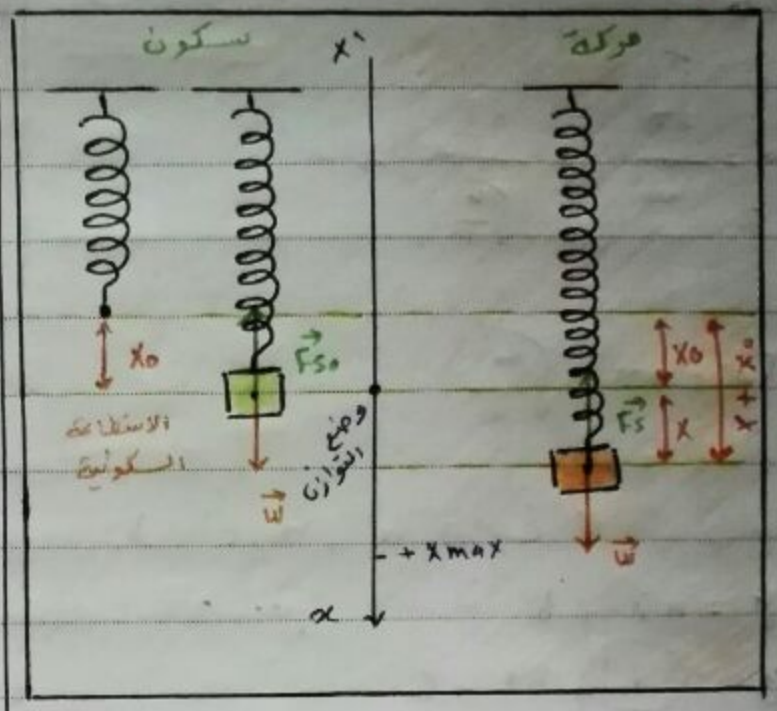
$ma = -kx$

$F = -kx$

- N : قوة الارجاع
- Nm^{-1} : ثابتة الصلابة
- m : المطال

* قوة الارجاع تناسب طردا" مع المطال وتخالفه بالاشارة.

- استنتج من ..... قوة الارجاع ؟
  دراسة سكون + دراسة حركة .
- استنتج ..... الاستطاعة السكونية x_0 ؟
  حالة السكون .



x

(($\frac{F}{a}$))

تنعدم — عظمى

$x = 0$ — $x = \mp x_{max}$

في وضع — في الوضعيين الحديين

التوازن — المطالية الأعظمية

* لماذا حركة الجسم المرن متقطعة عند وضع التوازن ؟

○ حركة مستقيمة متسارعة بفعل قوة المرونة .

* لماذا حركة الجسم المرن متباعدة عن وضع التوازن ؟

○ حركة مستقيمة متباطئة بفعل قوة المرونة .

* على عكس توقف الجسم في وضع التوازن علماً أن محصلة القوى معدومة ؟

○ بسبب السرعة التي اكتسبها .

* على يقف الجسم المرن في وضع التوازن عند زوال

سبب التوقف لايعود للحركة ؟

○ $x = 0 \Rightarrow F = -kx = 0$

تنعدم قوة الارجاع ، الجسم السائر يتباطأ بسبب

★ دراسة حركية :

$F = -kx$

$ma = -kx$

$a = -\frac{k}{m}x$

$a = (\!(x)\!)''_t$

$(\!(x)\!)''_t = -\frac{k}{m}x$ ---- (1)

○ معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية

حلها جيبياً من الشكل :

$\bar{x} = x_{max} \cos((w_0 t + \bar{\varphi}))$

- x : المطال ، حركة ، t ، m
- x_{max} : المطال الأعظمي ، سعة الحركة ، موجب ، m
- w_0 : النبض الخاص ، نبض الحركة ، موجب ، $rad.s^{-1}$
- φ : الطور الابتدائي ، $t = 0$ حسب شروط البدء ، rad
- t : طور الحركة

$v = (x)'_t$

$(x)'_t = -w_0 x_{max} \sin(w_0 t + \varphi)$

$a = (x)''_t$

$(x)''_t = -w_0^2 x_{max} \cos(w_0 t + \varphi)$

$(X)''_t = -w_0^2 X$ ---- (2)

باطساواة (1) = (2)

$-w_0^2 X = -\frac{k}{m} X$

$w_0^2 = \frac{k}{m}$

$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$ ← 0 ← 0

w_0 ← k, m دوجبان

- حركة النواس المرن حركة :
- جيبية انسحابية « كرافقية بسيطة »
- التابع الزمني للمعان من الشكل العام :

$X = X_{max} \cos(w_0 t + \varphi)$

« ثوابت الحركة »

* « الدور الخاص » T_0 :

$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$T_0 \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$ $\quad T_0 \propto \sqrt{m}$

ليس للدور علاقة بالسعة X_{max}

$w_0 x$

$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

« ثوابت a , b, c »

$y = aX + b$ مستقيم

$y = ax^2 + bx + c$

$\{ x'' = -a x \}$ تفاضلية

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

* نواس مرن دوره T_0 كتلته m صلبنا بكتلة مضاف ما كانت عليه :

- ⊙ $T_0' = 2T_0$
- ⊙ $T_0' = T_0$
- ⊙ $T_0' = \sqrt{2} T_0$
- ⊙ $T_0' = \frac{1}{\sqrt{2}} T_0$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ // قبل //

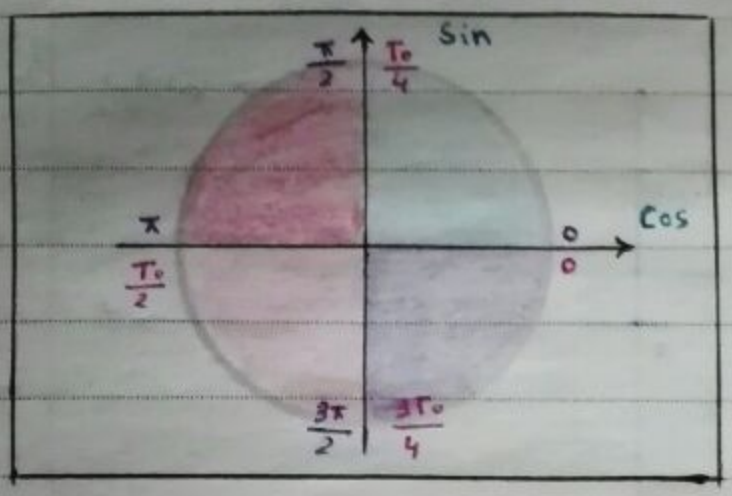
$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{m'}{k}}$

$m' = 2m$

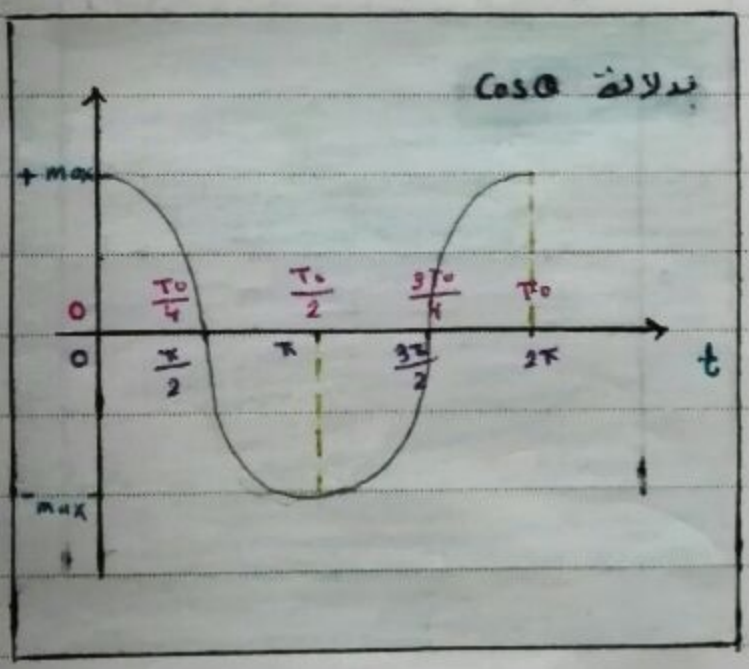
$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$ // بعد //

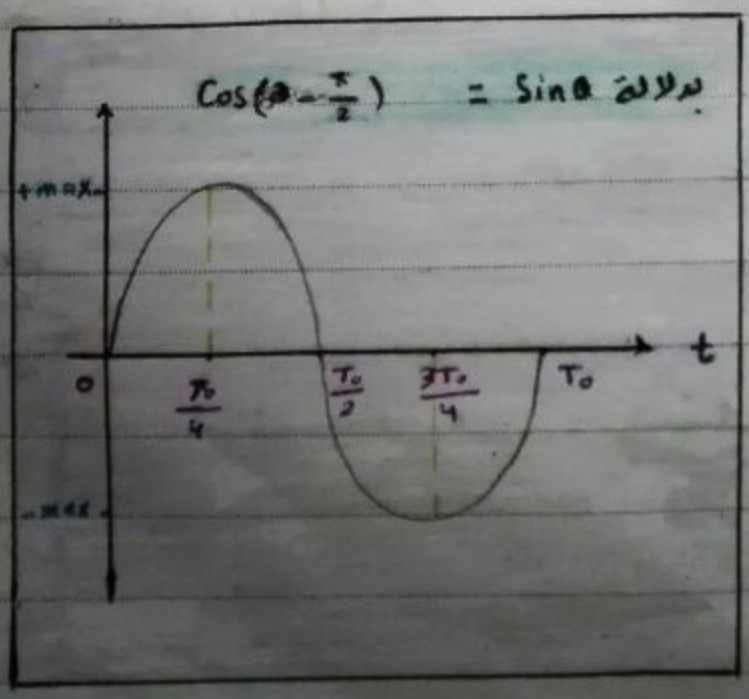
$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$T_0' = \sqrt{2} T_0$



* يرسم المنحنى البياني:





* نواس مرن دوره T_0 ثابته صلابته k جعلنا ثابته الصلابة ثلاث أضعاف ما كانت عليه:

- ⓐ $T_0' = \frac{1}{\sqrt{3}} T_0$ ⓑ $T_0' = \sqrt{3}\, T_0$
- ⓒ $T_0' = \frac{1}{3} T_0$ ⓓ $T_0' = 3 T_0$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}} \Rightarrow k' = 3k$$

$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}$$

$$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$T_0' = \frac{T_0}{\sqrt{3}}.$$

* نواس مرن دوره T_0 سعة اهتزازه X_{max} جعلنا سعة الاهتزاز $X'_{max} = 4 X_{max}$

$$T_0' = T_0$$

ازدادت الكتلة
الدراجة
ازدادت ثابت لها بـ
$\frac{1}{\sqrt{}}$

المنقر

* تابع "الحالة": "$X = X_{max} \cos \omega t$"

*

"X"

تنعدم

$\cos \omega t = 0$

$X = 0$

في وضع التوازن

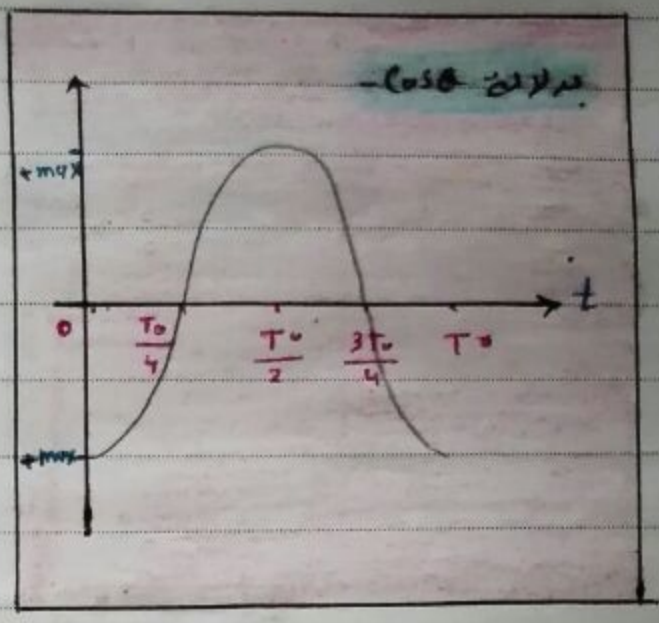
تعظم

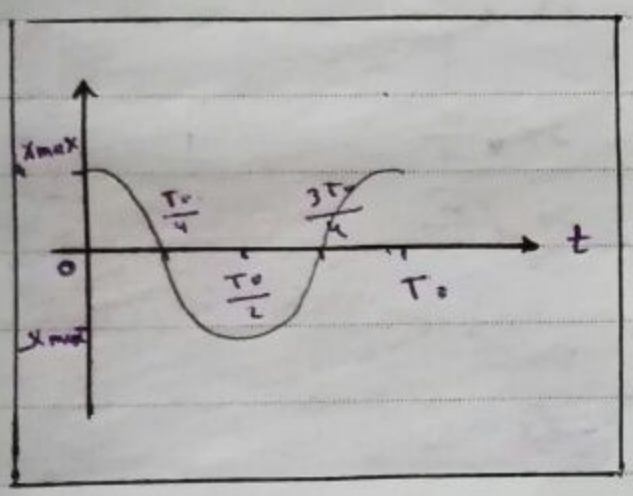
$\cos \omega t = \pm 1$

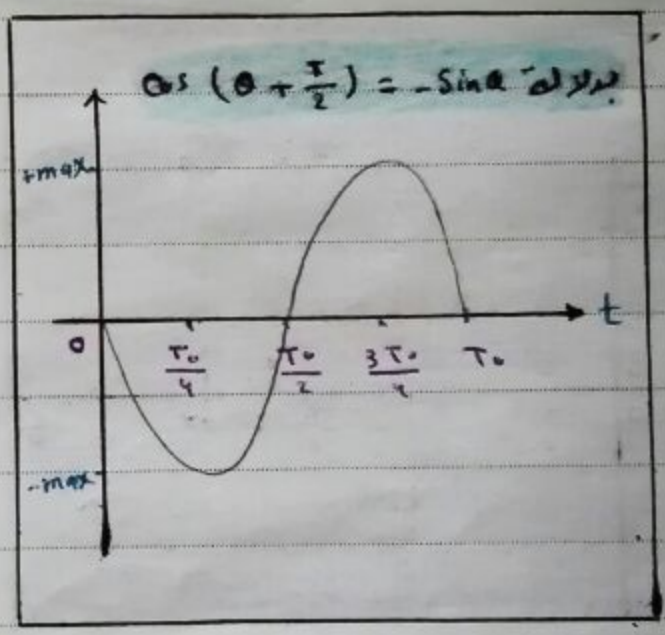
$X = \pm X_{max}$

في الحالتين الأعظميتين

«الوضعيتين الطرفيتين»







زمن	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
x	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$

"بسم الله على
الغايات
منذ فصل
بسم الله على
الأحلام
متى نراها" ♥

* "حساب φ":

$t=0$, $v=0$, $X = +X_{max}$ ← تؤول في الحالات العامة لاستقوام

$X = X_{max} \cos(\omega t + \varphi)$

$X_{max} = X_{max} \cos\varphi$

$\cos\varphi = 1$

$\varphi = 0$

$X = X_{max} \cos \omega t$

تابع الحصان وتابع الساعي لدالة الجيب وتابع الجيب تمام لدالة sin

(I-5)

* تابع «السرعة» : $v = (x)'_t$

$v = -w_0 X_{max} \sin(w_0 t)$

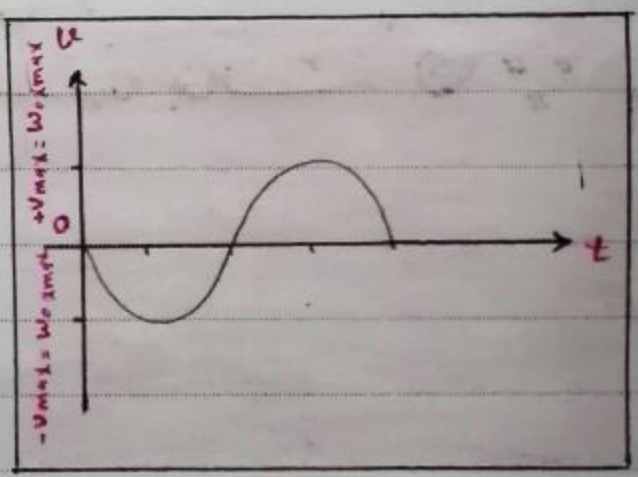
«v» *

تنعدم — تعظم

$\sin w_0 t = 0$ — $\sin w_0 t = \pm 1$

$v = 0$ — $v_{max} = \pm w_0 X_{max}$

في الطاقيين الأعظميين — في وضع التوازن



* «السرعة العظمى» «طويلة» :

$v_{max} = |\mp w_0 X_{max}|$

«أو»

$v_{max} = w_0 X_{max}$

* تابع «التسارع» : $a = (v)'_t = (x)''_t$

$a = -w_0^2 X_{max} \cos(w_0 t) \Rightarrow a = -w_0^2 x$

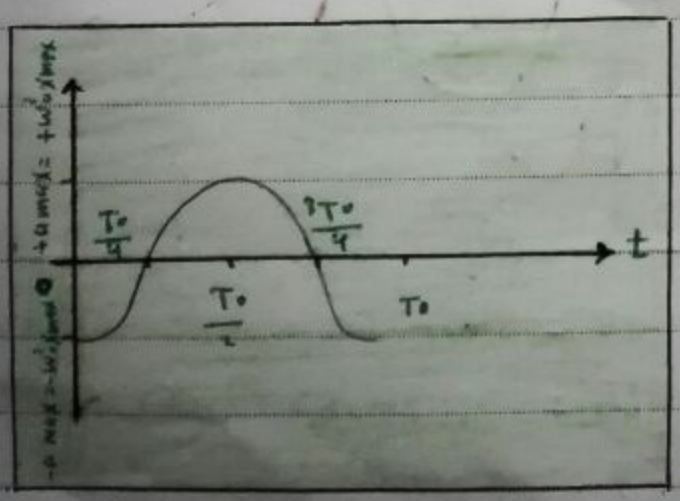
«a» *

تنعدم — تعظم

$\cos w_0 t = 0$ — $\cos w_0 t = \pm 1$

$a = 0$ — $a_{max} = \pm w_0^2 X_{max}$

في وضع التوازن — في الطاقيين الأعظميين



زمن	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
v	$-v_{max}$ / $-w_0 X_{max}$	0	$+v_{max}$ / $+w_0 X_{max}$	0

زمن	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-a_{max}$ $-w_0^2 x_{max}$	0	$+a_{max}$ $+w_0^2 x_{max}$	0	$-a_{max}$ $-w_0^2 x_{max}$

* التسارع متغير يتغير بتغير x . (!!)

* "التسارع" الأعظمي :

$$a_{max} = w_0^2 x_{max}$$

* هام :

- انطلاقاً من تابع المطال يمكنه التقدير :

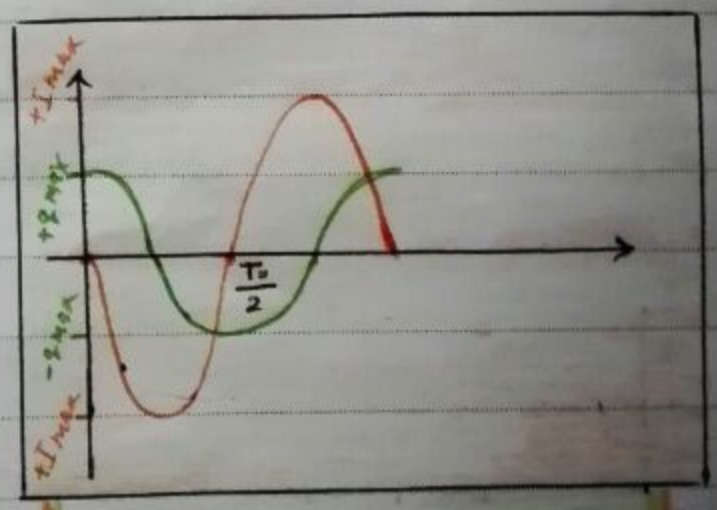
$$v = 0$$

- استنتج تابع التسارع وعلاقته بالمطال وبين متى يكون أعظمي وعظمي وقيمه .

* لن ينهض بك أحد كي ستنهض أنت بنفسك ، لن يعلمك أحد اتقان مهارات الحياة بامتياز ، كي ستعلمها أنت ، كي ستتغلب عليها أنت بنفسك ، مراراً" وتكراراً" ، لن يحقق أحد أحلامك نيابة عنك انت ...

فاسع ، ولاتتكاسل ، وإن تطلب منك الأمر أن تصنع من اللاوجود فرصاً" ،

لاتستهن بزلك "



$$q = q_{max} \cos w_0 t$$

$$I = -w_0 q_{max} \sin(w_0 t)$$

$$q = -q_{max}$$

$$I = 0$$

* $W_0 X_{max} = \pi$

* $T_0 = 2\,s$

* $W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$

* شروط البدء :

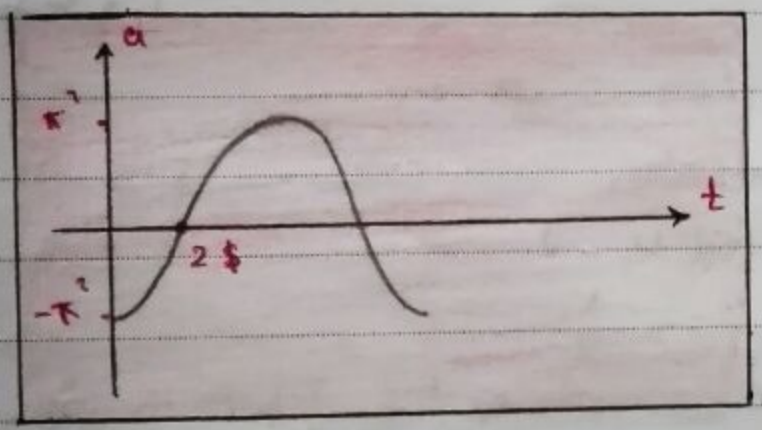
$t = 0$, $\varphi = 0$

$0 = -\pi \sin \varphi$

$\sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$\varphi = -\pi \sin(\pi t)$

$a = -w_0^2 X_{max} \cos(w_0 t + \varphi)$



* $w_0^2 X_{max} = \pi^2$

* $\frac{T_0}{4} = 2 \Rightarrow T_0 = 8$

* $W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\ rad.s^{-1}$

* شروط البدء :

$t = 0$, $a = -\pi^2$

$-\pi^2 = -\pi^2 \cos \varphi$

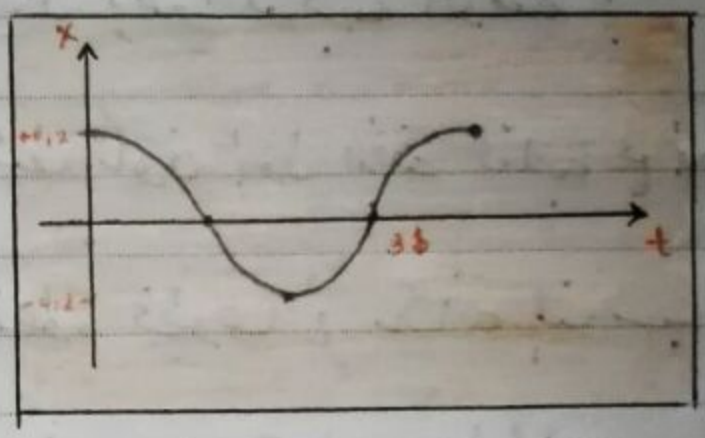
$\cos \varphi = 1$

$\varphi = 0$

$a = -\pi^2 \cos \frac{\pi}{4} t$

* "تجاه" القابع من "الى" سلم :

$x = X_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$



* $X_{max} = 0,2$

* $\frac{3T_0}{4} = 3 \Rightarrow T_0 = 3T_0 = 12$

$\Rightarrow T_0 = 4$

* $W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$

* شروط البدء :

$t = 0 \quad x = 0,2$

$0,2 = 0,2 \cos \varphi$

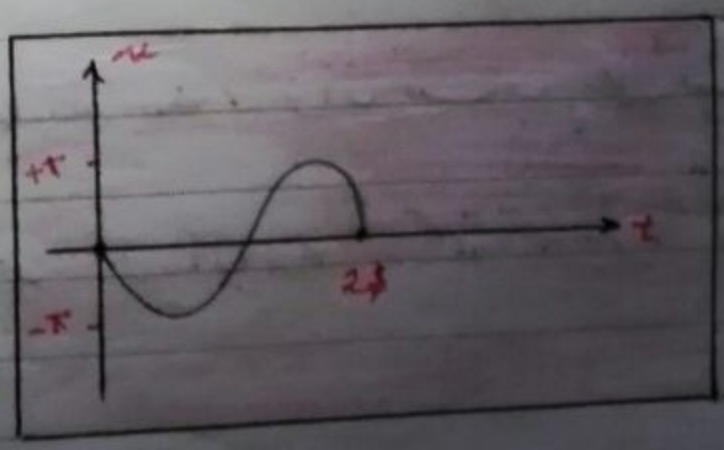
$\cos \varphi = 1$

$\varphi = 0$

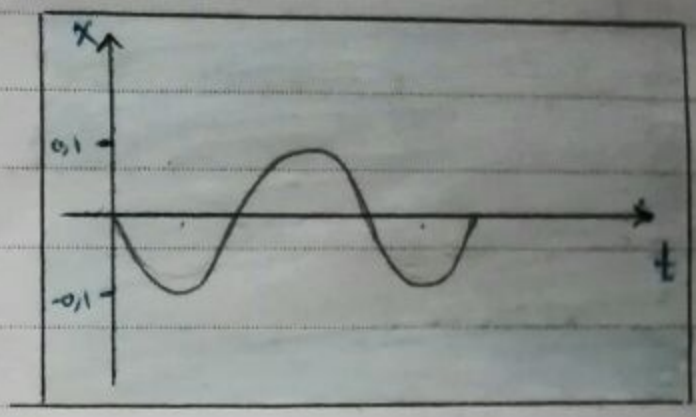
$x = 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$

* $v = -W_0 X_{max} \sin(w_0 t + \varphi)$: (2 *)

V_{max}



$x = x_{max} \cos((\omega t + \varphi))$



* $x_{max} = 0,1\ m$
* $\frac{5T_0}{4} = 6 \Rightarrow T_0 = 4\ s$
* $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$
* شروط البدء:

$t=0 \quad , \quad x=0$

$0 = 0,1 \cos\varphi$

$\cos\varphi = 0$

$\varphi = \mp \frac{\pi}{2}$

$x = 0,1 \cos((\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}))$ أو

$x = -0,1 \sin \frac{\pi}{2} t$

"

- أتساءل دوماً كيف يشعر المرء حين يصل إخيراً لوجهته الآمنة ؟

كيف تكون أول نبضة لقلبه مع أول خطوة تخطوها في مكانه المناسب ؟

كيف يكون وقع هذه الطمأنينة على قلبه الذي اعتاد القلق دوماً ؟

كيف سيشعر حين يدرك أخيراً أنه قد وصل لإجابة كل سؤال حار به عقله طوال الليالي ؟

أعتقد أن أكثر مطلب دنيوي للإنسان هو أن يأمن قلبه من بعد خوف طال عهده معه ، وأن تنساب الطمأنينة في كل أنحاء القلقة أخيراً "

* "طاقة" النواس المرن :

$$E = E_k + E_P = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$k = \omega_0^2 m \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = \omega_0^2 m$$

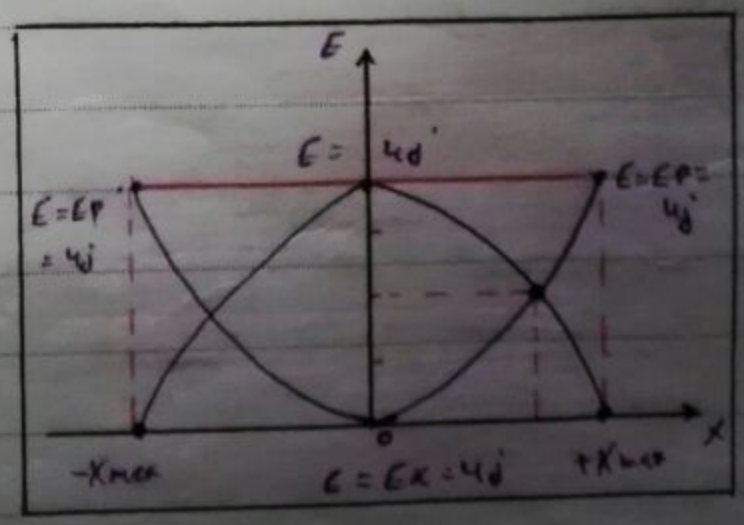
$$E = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k x_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2 \left[\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \right]$$

$$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2 = \text{Const}$$

$$E = E_k + E_P$$

$E = E_P$	مقدار يتغير فيها E_P	$E = E_k$
$v = 0$	=	$x = 0$
$E_k = 0$	مقدار يزيد فيها E_k	$E_P = 0$
في الطاقة الأعظمية	في وضع التوازن	في الطاقة الأعظمية



* في النواس المرن عندما $E_P = E_k$:

$$x = x_{max} \qquad x = 0$$

$$x = \frac{x_{max}}{2} \qquad x = \frac{x_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$E = E_k + E_P = E_P + E_P$$

$$E = 2E_P$$

$$\frac{1}{2} k x_{max}^2 = 2 \left(\frac{1}{2} k x^2 \right)$$

$$x_{max}^2 = 2x^2$$

$$x_{max} = \sqrt{2}\, x$$

$$x = \frac{x_{max}}{\sqrt{2}}$$

* في النواس المرن عندما $x = \frac{x_{max}}{2}$:

$$E_k = 0 \qquad E_k = E$$

$$E_k = \frac{1}{2} E \qquad E_k = \frac{3}{4} E$$

$$E = E_k + E_P$$

$$E_k = E - E_P$$

$$E_k = \frac{1}{2} k x_{max}^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

$$= \frac{1}{2} k x_{max}^2 - \frac{1}{2} k \frac{x_{max}^2}{4}$$

$$= \frac{1}{2} k x_{max}^2 - \frac{1}{8} k x_{max}^2 = \frac{3}{8} k x_{max}^2$$

$$E_k = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} k x_{max}^2 \right) = \frac{3}{4} E$$

إثبات صحة العلاقة $v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

نطبق مبدأ انحفاظ الطاقة.

$$E = E_K + E_P$$

$$\frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$k = \omega_0^2 m$$

$$\omega_0^2 m X_{max}^2 = m v^2 + \omega_0^2 m x^2$$

$$\omega_0^2 (X_{max}^2 - x^2) = v^2$$

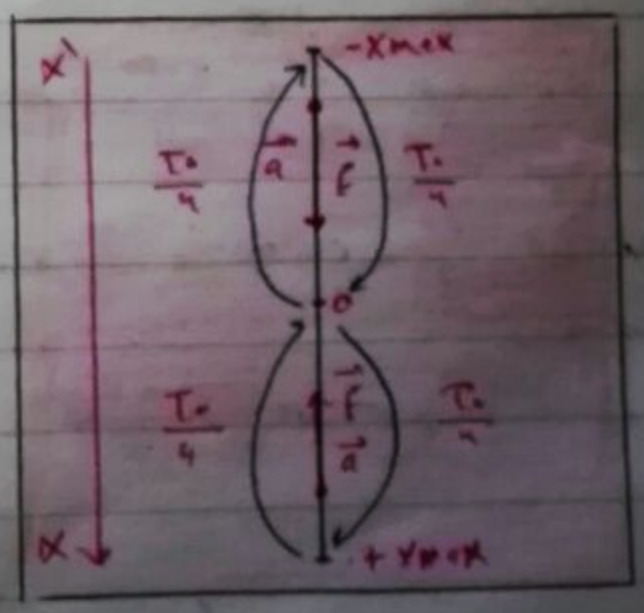
$$v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$$

قوة الإرجاع:

$$F = -kx$$

شدة قوة الإرجاع	شدة قوة الإرجاع
↓	↓
موجبة	سالبة
$F = -kx$	$F = -kx$

$v > 0$	$v < 0$
الجسم يتحرك بالاتجاه الموجب	الجسم يتحرك بالاتجاه السالب
$+X_{max}$	$-X_{max}$



* احسب زمن المرور الأول في وضع التوازن .

N $X = 0,2 \cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})$ //

$X = 0$

$0 = 0,2 \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3})$

$\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) = 0$

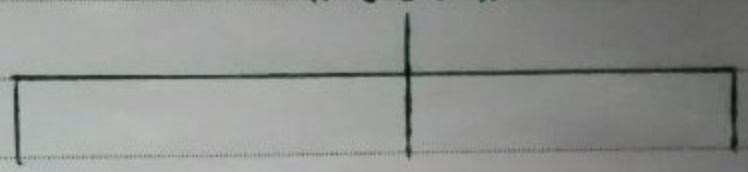
$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K \quad , K = 0$

$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

$t + \frac{2}{3} = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{3} S$

شرح على السبورة

« t = 0 »

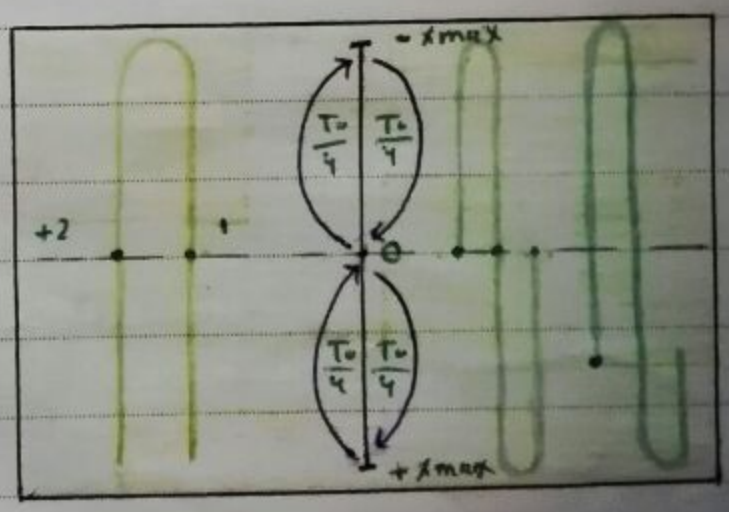


$x = 0$	$x = \frac{x_{max}}{2}$	$x = +x_{max}$
v_{max}	$v \neq 0$	$v = 0$
$t_1 = 0$	عند المرور في وضع	$t_1 = \frac{T_0}{4}$
$t_2 = \frac{T_0}{2}$	التوازن $x = 0$	$t_2 = \frac{3T_0}{4}$
$t_3 = t_0$	$0 = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$t_3 = \frac{5T_0}{4}$

$\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$

$\omega_0 t + \varphi = \frac{\pi}{2} + \pi K$

$K = 0, 1, 2 \ldots$



* احسب زمن المرور الثالث في وضع التوازن .

// $X = 0,1 \cos 2\pi t$ //

$X = 0$

$0 = 0,1 \cos 2\pi t$

$\cos 2\pi t = 0$

$2\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi K \quad , K = 2$

$2\pi t = \frac{\pi}{2} + 2\pi .$

$t = \frac{1}{4} + 1 = 1,25 S$

* والله أنا حو قد الكلوريا 😁

أنا قد الوهنة بس * 😁

تابع التسارع :

$$a = -w_0^2 x_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$$

تابع المطال :

$$x = x_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$$

تابع السرعة :

$$v = -w_0 x_{max} \cdot \sin(w_0 t + \varphi)$$

التسارع الأعظمي :

$$a_{max} = w_0^2 x_{max}$$

سرعة العظمى المطلقة :

$$v_{max} = w_0 x_{max}$$

أو

$$v_{max} = |-w_0 x_{max}|$$

$$v = w_0 \sqrt{x_{max}^2 - x^2}$$

قوة الإرجاع بالقيمة المطلقة :

$$F = -kx$$

$$w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

الاستطالة السكونية :

$$x_0 = \frac{m \cdot g}{k}$$

الطاقة الكلية :

$$E = E_K - E_P$$

$$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2$$

الطاقة الكامنة :

$$E_P = \frac{1}{2} k x^2$$

الطاقة الحركية :

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

الدور الخاص T_0 :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

أو

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$$

* مهما كانت النتيجة !! ... !

لا بأس ♥ !

أنت بذلت أفضل ما لديك

وهذا كافي ♥

قوانين لا تدرس الفروق

Shahd ♥

« مسألة تدريبية »

* نواس مرن كتلته $m = 1kg$
- ازيح عن موضع توازنه إلى $+X_{max}$
- وترك بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$
- فقطع مسافة $10cm$ إلى المطال الناظر
- مستغرقاً $10s$ ، المطلوب :

* المعطيات :

$m = 1kg$

شروط البدء : $t=0 \; , \; x = +X_{max} \; , \; v = 0$

$X_{max} = 5 \times 10^{-2} \; m$

$\frac{T_0}{2} = 10 \Rightarrow T_0 = 20 \; s$

- اكتب التابع الزمني للمطال انطلاقاً من الشكل العام .

$x = X_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$

$X_{max} = 5 \times 10^{-2} \; m$

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \; rad.s^{-1}$

من شروط البدء :

$t=0 \; , \; x = X_{max} \; v = 0$

$X_{max} = X_{max} \cdot \cos \varphi$

$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$x = 5 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{10} t) \; m$

- احسب زمن المرور الأول في وضع التوازن .

$x = 0$

$0 = 5 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{10} t)$

$\cos(\frac{\pi}{10} t) = 0$

$\frac{\pi}{10} t = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$k = 1$

$\frac{\pi}{10} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 5 \; s$

- احسب السرعة العظمى طريقة .

$V_{max} = w_0 X_{max}$

$= (\frac{\pi}{10})(5 \times 10^{-2})$

$= \frac{\pi}{2} \times 10^{-2} \; m.s^{-1}$

- احسب ثابتة الصلابة K .

$K = w_0^2 \; m$

$= (\frac{\pi}{10})^2 (1) = 0,1 \; N.m^{-1}$

- احسب الطاقة الميكانيكية " الكلية " .

$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2$

$= \frac{1}{2} (0,1)(5 \times 10^{-2})^2$

$= 12,5 \times 10^{-5} \; J$

$X = 2 \times 10^{-2} \; m$

- احسب شدة قوة الارجاع .

$F = |-KX| = |-(0,1)(2 \times 10^{-2})|$

$= 2 \times 10^{-3} \; N$.

- احسب التسارع .

$a = -w_0^2 \; x$

$= -(\frac{\pi}{10})^2 (2 \times 10^{-2}) = 2 \times 10^{-3} \; m.s^{-2}$

- احسب الطاقة الكامنة .

$E_P = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} (0,1)(2 \times 10^{-2})^2$

$= 2 \times 10^{-5} \; J$

- احسب الطاقة الحركية

$$EK = E - EP$$

$$= 12,5 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-5}$$

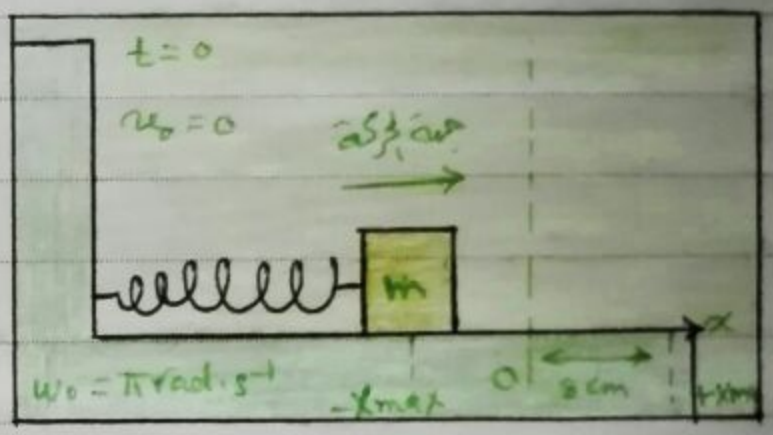
$$= 10,5 \times 10^{-2} \text{ j}$$

★ الحركة التوافقية البسيطة ★

★ أختبر نفسي :

★ "أولا" : اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

★ 1 : تابع الحال الذي يصف حركة المتذبذبة البسيطة في الشكل المجاور هو :



a ★ : $\bar{x} = 0,08\cos(\pi t+\pi)$.

b ★ : $\bar{x} = 8\cos(\pi t-\pi)$.

c ★ : $\bar{x} = 0,008\cos(\pi t+\frac{\pi}{2})$.

d ★ : $\bar{x} = 0,8\cos\pi t$.

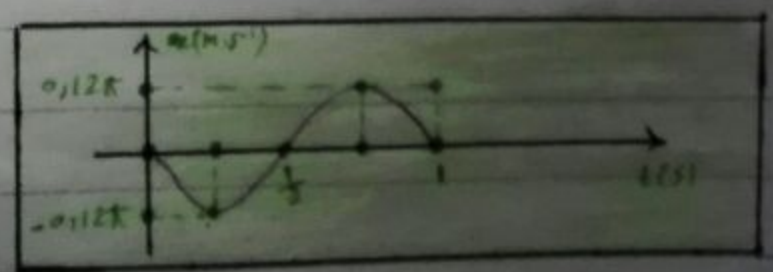
$t=0$, $x=0$. $w_0=\pi rad.s^{-1}$.

$x=x_{max}=8\times10^{-3}m$, $x=x_{max}.\cos(w_0t+\varphi)$.

$-x_{max}=+x_{max}\cos(\varphi)=\cos(\varphi)=-1$.

$\Rightarrow \varphi=\pi$ $x=0.08\cos(\pi t+\pi)m$.

★ 2 : الرسم البياني جانباً يمثل تغيرات السرعة لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرك بحركة توافقية بسيطة ، فيكون التابع الزمني للسرعة هو :



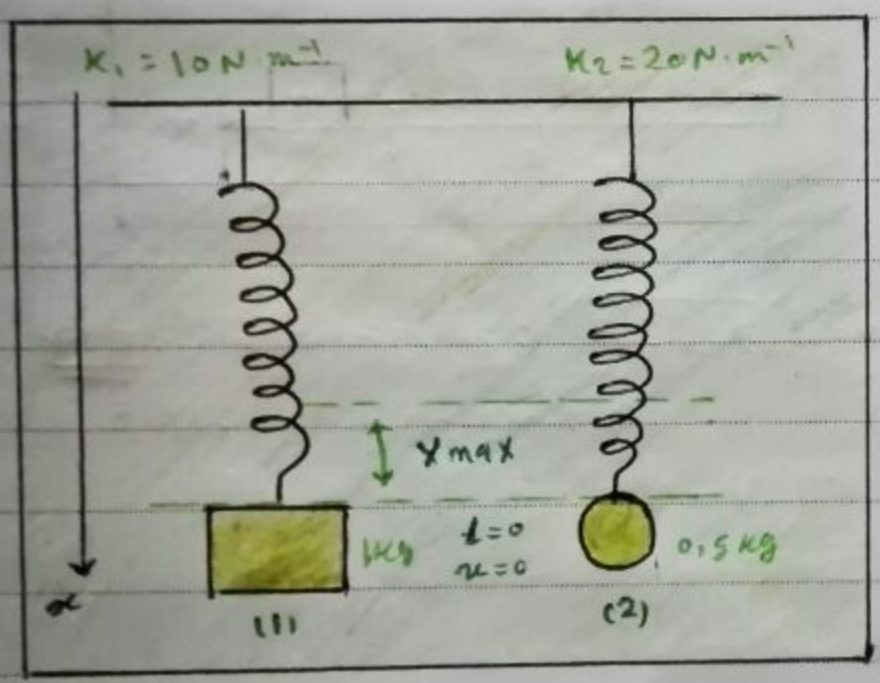
a ★ : $\bar{v} = 0,06\pi\cos\pi t$.

b ★ : $\bar{v} = -0,06\pi\cos2\pi t$.

c ★ : $\bar{v} = -0,12\pi\sin2\pi t$.

d ★ : $v = 0,12\pi\sin\pi t$.

★ 3 : يمثل الشكل المجاور هزازتان توافقيتان (1) و (2) تنطلقان من الوضع نفسه ، وفي اللحظة نفسها فإنهما بعد مضي 3s من بدء حركتهما :



a ★ : تلتقيان في مركز الاهتزاز .

b ★ : تلتقيان في الوضع $+X_{max}$ بعد 3s .

c ★ : لا تلتقيان لأن مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.

d ★ : لا تلتقيان لأن مطال الأولى $-X_{max}$ بعد 3s ومطال الثانية $+X_{max}$.

(1) $m_1=1kg$ $K_1=10Nm^{-1}$

(2) $m_2=0,5kg$ $K_2=20$

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_{01}=2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}=2S$. $T_{02}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{20}}$.

2 ل :

$w_0 x_{max} = 0,12\pi$ ، $T_0 = 1\ S$

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

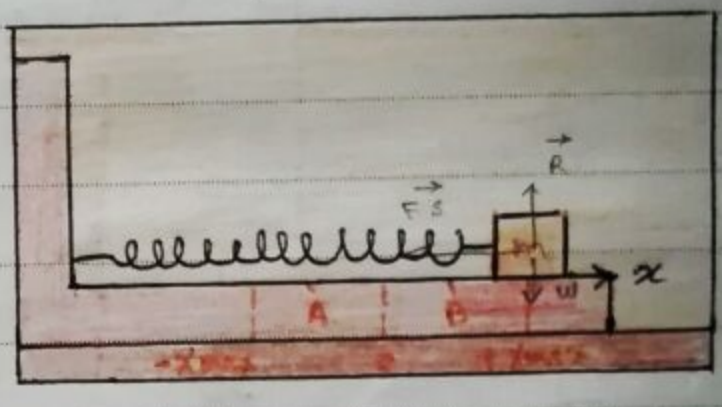
شروط البدء : $t=0$ ، $v=0$

$0 = -w_0 . x_{max} . \sin(\varphi)$

$\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$v = 0,12\pi . \sin(2\pi t)$

* **ثانياً** : أجب عن الأسئلة الآتية :



* 1 : أثبت صحة العلاقة : $v = w_0\sqrt{x_{max}^2 - x^2}$

في الحركة التوافقية البسيطة .

$E = E_K + E_P$

$\frac{1}{2}k x_{max}^2 = \frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}k x^2$

$k = w_0^2 m$

$w_0^2 m x_{max}^2 = m v^2 + w_0^2 m x^2$

$w_0^2 (x_{max}^2 - x^2) = v^2$

$v = w_0\sqrt{x_{max}^2 - x^2}$

* 2 : تابع حمل الكتلة طاقة متباعدة ثابت صلابته k مثبت من أحد طرفيه وثبت بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على طول أفقي أملس ، كما في الشكل المجاور ، نزيد الجسم مسافة أفقية مناسبة ، ونتركه دون

حركة اهتزازية : الملحوظ :

a : أدرس حركة الجسم واستنتج التابع الزمني للمطال .

القوى المؤثرة $\vec{w}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{F}$

$\Sigma \vec{F} = m . \vec{a}$

$\vec{w} + \vec{R} + \vec{F_s} = m . \vec{a}$

بالإسقاط على $x\vec{x}'$

$0 + 0 - F_s = m . a$

$-F_s = m . a \Rightarrow -kx = m . a$

$a = \frac{-k}{m} x$

$a = (x)''_t$

$(x)''_t = \frac{-k}{m} x$ ---- (1)

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيباً من الشكل :

$x = x_{max} . \cos(w_0 t + \varphi)$

$(x)'_t = -w_0 x_{max} \sin(w_0 t + \varphi)$

$(x)''_t = -w_0^2 x_{max} \cos(w_0 t + \varphi)$

$(x)'' = -w_0^2 x$ ---- (2)

بالمطابقة بين (1) و (2) :

$-w_0^2 x = \frac{-k}{m} x$

$w_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$

لأن k موجبة ، و m موجبة .

$x = x_{max} . \cos(w_0 t + \varphi)$

حركة جيبية دورية التابع الزمني للمطال يكتب بالشكل التالي :

b : استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة x_{max}

في كل من الموضعين A ، B ، $x_A = -\frac{x_{max}}{2}$ ، $x_B = \pm\frac{x_{max}}{2}$

أيهما تستنتج ؟

في الموضع A .

$E_K = E - E_P$

$= \frac{1}{2}k x_{max}^2 - \frac{1}{2}k x^2$

$= \frac{1}{2}k[x_{max}^2 - x^2]$

$x = -\frac{x_{max}}{2}$

$EK = \frac{1}{2}k\left[x_{max}^2 - \left(\frac{x_{max}}{2}\right)^2\right]$

$= \frac{1}{2}k\left(x_{max}^2 - \frac{x_{max}^2}{4}\right)$

$EK = \frac{3}{8}k\,x_{max}^2$ .2

$x = \frac{x_{max}}{\sqrt{2}}$

$EK = \frac{1}{2}k\left[x_{max}^2 - \left(\frac{x_{max}}{\sqrt{2}}\right)^2\right]$

$= \frac{1}{2}k\left(x_{max}^2 - \frac{x_{max}^2}{2}\right)$

$= \frac{1}{4}k\,x_{max}^2$

* تزداد بطاقة الحركية كلما قلت x أي كلما اقتربنا من وضع التوازن.

3.* نهمل حلقات نابض لدينا سواكي نهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص. ماهو نوع حركة الجسم بعد انفصاله عن نابض في كل من الوضعيتين الأتيتين، ولماذا؟

1.3 مركز الاهتزاز، وضع توازن بالاتجاه السالب

متجهة بالاتجاه السالب $a < 0$ $v = 10 > 0$

حركة مستقيمة متسارعة $a < 0$ $v > 0$

حركة مستقيمة متباطئة بانتظام متغيرة بانتظام

متباطئة "الأقل سرعة" "السقوط الحر"

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

((نأخذ لمسائل: $g = 10 m/s^2$ ، $\pi^2 = 10$ ، $\pi = 12,5$)).

المسألة الأولى: *

تتألف هزازة جيبية الشاقولية من نابض حلزوني مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 10 N/m$ مثبت من أحد طرفيه وحمل في طرفه الآخر جسماً كتلته m ونهمل التأثير الزمني للهواء مركزها بالسلامة.

$x = 0,1\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

1- أوجد من ثوابت الحركة دورها الخاص.

$x = x_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$x_{max} = 0,1$ ، $\omega_0 = \pi\ rad\ s^{-1}$

$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$

2- احسب كتلة الجسم m.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$\pi^2 = \frac{10}{m} = 10 = \frac{10}{m} \Rightarrow m = 1kg$

بعد فصل الجسم: القوى المؤثرة $\vec{w}$

$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

$\vec{w} = m.\vec{a}$

$m.\vec{g} = m.\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

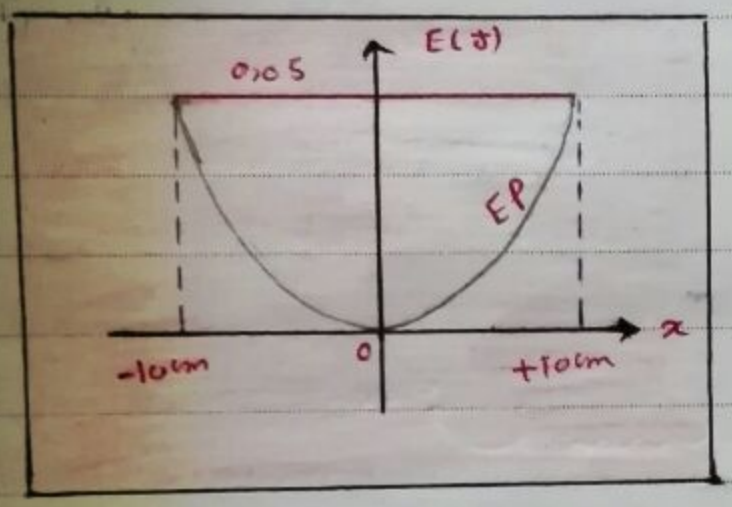
في وضع التوازن x_{max} ±

السألة الثانية :

يوضح الرسم البياني المجاور تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بتغير الوضع لمزاوة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته K صلة به جسم كتلته 0,4Kg .

* المطلوب :

1) استنتج صفة ثابت صلابة النابض K .



$EP = 0,05\ J$, $X = 10 \times 10^{-2}\ m$

$m = 0,4\ kg$

$E = \frac{1}{2} K X^2_{max}$

$K = \frac{2E}{X^2_{max}} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{(10^{-1})^2} = 10\ N.m^{-1}$

2) احسب الدور الخاص للحركة .

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

$2\pi \sqrt{\frac{0,4}{10}} = 2\pi \sqrt{4 \times 10^{-1} \times 10^{-1}} = 0,4\pi\ S$

3) احسب سرعة الحركة عند المرور في مركز الاهتزاز .

3) احسب سرعة جسم في موضع معادلته $x = 6cm$ والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور .

$x = 6 \times 10^{-2}\ m$

$v = w_0 \sqrt{x'^2_{max} - x^2}$

$\pi \sqrt{(0,1)^2 - (6 \times 10^{-2})^2} = \pi \sqrt{10^{-2} - 36 \times 10^{-4}}$

$= 0,25\ m.s^{-1}$; 8×10^{-2}

4) حدد موضع الجسم وجهة حركته لحظة بدء الزمن .

$t = 0$, $X = ?$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$x = x_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$

$x = 0,1 \cos \frac{\pi}{2} = 0$

الجسم في موضع توازنه لحظة بدء الحركة .

$t = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $v = ?$

$v = -w_0 \cdot x_{max} \cdot \sin(\varphi)$

$= -\pi (0,1) \sin(\frac{\pi}{2})$

$= 0,1\pi\ m.s^{-1} < 0$

الجسم يتحرك بالاتجاه السالب .

$$W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,4\pi} = 5 rad.s^{-1}$$

$x = 0$

$$v = W_0 \sqrt{x_{max}^2 - x^2}$$

$$v = 5\sqrt{(10^{-1})^2 - 0} = 0,5\ m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة :

نشكل هزازا توافقيا بسيطا جسم كتلته $m = 1kg$ معلق بطرف نابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة فينجز 10 هزازات في 8s ، ويمر في أثناء حركته وقفة مستقيمة طولها 24cm .

* المطلوب :

*111 : استنتج معادلة الاستطالة السكونية لهذا النابض ، ثم احسب قيمتها .

$m = 1kg$, $n = 10$ هزازات

$t = 8s$, $x_{max} = 12 \times 10^{-2}\ m$

القوى المؤثرة $\vec{w}$, $\vec{T}_{s_0}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{w} + \vec{T}_{s_0} = \vec{0}$$

بالاسقاط على محور موجه نحو الأسفل :

$$w - T_{s_0} = 0 \Rightarrow w = T_{s_0}$$

$$w = k x_0$$

$$m \cdot g = k x_0$$

$$x_0 = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$= \frac{1 \times 10}{k}$$

$$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{8}{10} = 0,8\ s$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad : \quad 8 \times 10^{-1} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}}$$

$$64 \times 10^{-2} = 4\pi^2 \frac{1}{k} \Rightarrow k = 62,5\ Nm^{-1}$$

$$x_0 = \frac{1 \times 10}{62,5} = 0,16$$

*112 : عين لحظتي المرور الأول والثاني للكرة بموضع التوازن ، احسب شدة السرعة العظمى (الطويلة) .

$$V_{max} = W_0 x_{max}$$

$$W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,8} = \frac{5}{2}\pi\ rad.s^{-1}$$

$$V_{max} = \frac{5}{2}\pi \times 12 \times 10^{-2} = 0,3\pi\ m.s^{-1}$$

*113 : احسب شدة التسارع في المقادير $x = 10\ cm$.

$$X = 10 \times 10^{-2}\ m$$

$$a = -W_0^2 X$$

$$= -\left(\frac{5}{2}\pi\right)(10^{-1}) = -6,25\ m.s^{-2}$$

*114 : احسب الطاقة الكامنة المرونية في الموضع المعلم بـ $x = -4cm$ واحسب الطاقة الحركية عندئذ .

$$E_P = \frac{1}{2} k x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(62,5)(-4 \times 10^{-2})^2$$

$$= 0,05\ J$$

$$E_K = E - E_P$$

$$E_K = \frac{1}{2} m.v^2$$

$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2$

$E = \frac{1}{2} (62,5)(12 \times 10^{-2})^2$

$= 0,45\ J$

$E_K = 0,45 - 0,05 = 0,4\ J$

*

السؤال الرابعة :

تهتز كرة معدنية كتلتها m بحركة تابع جيبي. تأثير حمل الآلة حلقات متباعدة ثابت صلابته $K = 16\ N.m^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة. دورها الخاص 1S وسعة اهتزاز $x_{max} = 0,1m$. ولغرض مبدأ الزمن لحظة مرور البرة بنقطة فاصلتها $\frac{x_{max}}{2}$ وهي تتحرك باتجاه اليسار ← (V<0)

* "المطلوب :

"1* : استنتج المعادلة الزمنية لحركة انطلاقا" من شكلها العام.

$K = 16\ N.m^{-1}$, $x_{max} = 0,1m$, $T_0 = 1S$

$x = \frac{x_{max}}{2}$, $t = 0$, $V < 0$

$x = x_{max} \cdot \cos(w_0 t + \varphi)$

$x_{max} = 0,1m$

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

شروط البدء :

$x = \frac{x_{max}}{2}$, $t = 0$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max} \cos(\varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2}$

$\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

$t = 0$ $V < 0$

$v_0 = -w_0 x_{max} \sin(\varphi)$

$\varphi = +\frac{\pi}{3}\ rad$

مرفوض $v = -w x_{max} (-\frac{\sqrt{3}}{2}) > 0$

مقبول $v = -w_0 x_{max} (+\frac{\sqrt{3}}{2}) < 0$

عندئذ : $x = 0,1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})\ m$

* "2. عين لحظتي المرور الأول والثاني للكرة في موضع التوازن . $x = 0$

$x = 0$

$0 = 0,1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0$

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$

$K = 0$ $2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

$t = \frac{1}{12}\ S$

$2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$K = 1$

$t = \frac{13}{12}\ S$

*3 :

$$F = 1 - K \times 1$$

$$= 1 - 16 \times 0,1 = 1,6\ N$$

*4 : احسب كتلة الكرة .

$$w_0^2 = \frac{K}{m}$$

$$(2\pi)^2 = \frac{16}{m}$$

$$m = 0,4\ Kg$$