عودني أعلم أن الطريق مازال طويلاً، فاجعلني قوياً يا الله

/ /

* « الحركة الجيبية الدورانية » *

* النواس الثقلي : كل جسم يهتز تحت تأثير

ثقله بمستوي شاقولي حول محور لا يمر من
مركز عطالته .

* تجربة : $n = 10 \Rightarrow t \Rightarrow T_0 = \frac{t}{n}$

θ	$3°$	$7°$	$10°$	$13°$	$14°$	$15°$	$20°$	$22°$	$30°$
t	2	2	2	2	2	2,3	2,5	3	3,2
T_0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,23	0,25	0,3	0,32

* ليس للدور علاقة بالسعة الزاوية من أجل السعة الصغيرة .

$\theta \leq 14°$ $\theta \leq 0,24\ rad.$

$\theta = \sin\theta = \tan\theta$

$\cos\theta \simeq 1$

// حركة جيبية //

$\cos\theta = 1 - \frac{1}{2}\theta^2$

* للدور علاقة بالسعة الزاوية من أجل السعة الكبيرة

$\theta > 14°$ $\theta > 0,24\ rad$

// حركة ليست جيبية //

* دراسة تحريكية :

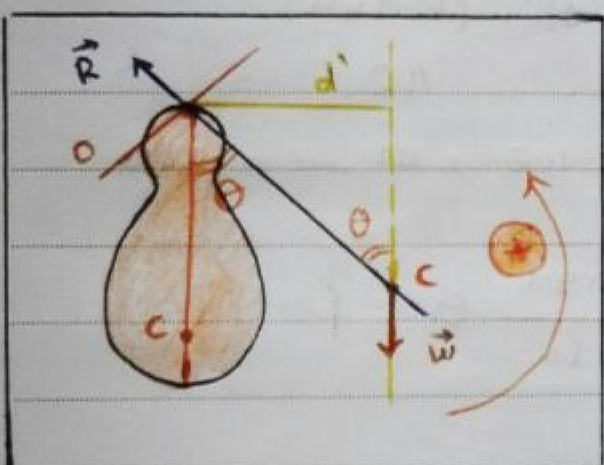
$OC = d$

- القوى المؤثرة : $\vec{R}$, $\vec{w}$

$\Sigma\Gamma = I_\Delta \alpha$

$\Gamma_{\vec{R}/\Delta} + \Gamma_{\vec{w}/\Delta} = I_\Delta \alpha$

« $\Gamma_R = 0$ ، حامل $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران »



$\Gamma_w = -d' w$

$= -OC \sin\theta\, mg$

$0 - mgd\sin\theta = I_\Delta \alpha$

$\alpha = -\frac{mgd}{I_\Delta} \sin\theta$

$\alpha = (\theta)''_t$

$(\theta)''_t = -\frac{m g d}{I_\Delta} \sin\theta$

* معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية حلها ليس جيبي .

« لأنها بدلالة $\sin\theta$ بدل θ » ,

* السعة الصغيرة : « $\theta = \sin\theta$ »

$$\theta''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\,\theta \quad ---- \quad «1$$

* هي معادلة تفاضلية من الحركة حلها جيبي من الشكل .

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta'_t = -\omega_0\,\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta''_t = -\omega_0^2\,\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta''_t = -\omega_0^2\,\theta \quad --- \quad «2$$

بالمساواة بين «1 و «2 :

$$-\omega_0^2\theta = -\frac{mgd}{I_\Delta}\,\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

« حركة جيبية دورانية »

* الدور الخاص T_0 :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}}}$$

⇓

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

السعة الصغيرة

- ليس للدور علاقة بـ θ_{max} .
- " " " بـ الكتلة .

$$T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$$

السعة الزاوية الكبيرة

كبيرة ، صغيرة

*NOTE:
« نواس يدق بثانية »

$\boxed{T_0 = 2S}$

* نواس ثقلي يدق الثانية دوره T_0 كتلته m جعلنا الكتلة أربعة أضعاف ما كانت عليه فيصبح دوره :

$T_0' = 6\,S$, $T_0' = 4\,S$, $T_0' = 2\,S$, $T_0' = 1\,S$

* علل تؤخر الميقاتية كلما ارتفعنا للأعلى ؟

كلما ارتفعنا تقل g

يزداد T_0

تؤخر الميقاتية .

مركب

* النواس الثقلي البسيط :

○ نظرياً : نقطة مادية معلقة بخيط لا يمتط مهمل الكتلة تهتز على بعد ثابت من المحور .

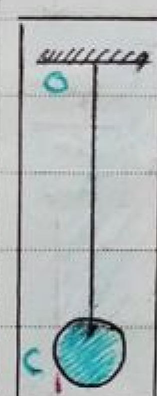
○ عملياً : كرة كثافتها بالنسبة عالية معلقة بخيط لا يمتط مهمل الكتلة تهتز على بعد ثابت .

○ نصف قطرها صغير بالنسبة لطول الخيط .

$// \; oc = d = l = r \; //$

بعد مركز عطالة الجملة عن المحور

بعد مركز الجسم عن المحور



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = m l^2$$

$$d = l$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

للسعة الصغيرة البسيط

$$T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$$

للسعة الكبيرة

* نواس ثقلي بسيط طول خيطه 1m أحسب دوره لو كانت سعة زاويه 0.4 rad .

θ_{max}

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\,S$$

$$T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$$

$$= 2\left(1 + \frac{(0.4)^2}{16}\right) = 2.02\,S$$

* دراسة تحريكية للنواس البسيط :

*

* القوى المؤثرة $\vec{T}, \vec{W}$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

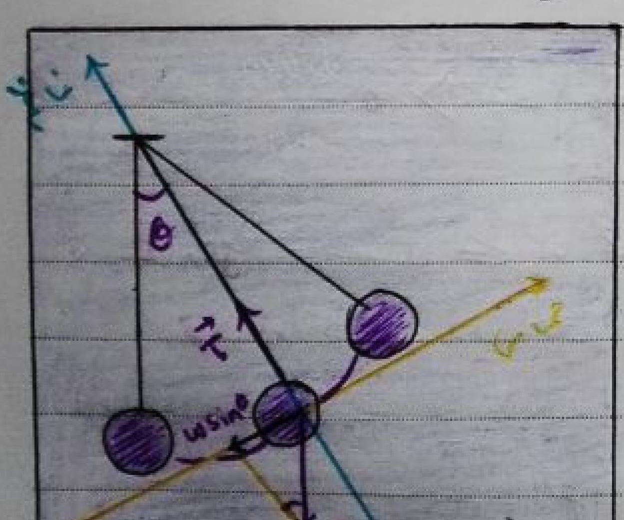
$$\vec{T} + \vec{W} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المماس :

$$0 - \cancel{m} g \sin\theta = \cancel{m} a_t$$

$$a_t = -g\sin\theta$$

$$\alpha = \frac{a_t}{l}$$



$\alpha l = -g \sin\theta$

$\alpha = -\frac{l}{g} \sin\theta$

$\alpha \quad \theta_t$

$(\theta)''_t = -\frac{g}{l} \sin\theta$

+ معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية غير خطية لوجود جيب بدلالة $\sin\theta$ بدل θ

السعة الصغيرة $\theta = \sin\theta$

$(\theta)''_t = -\frac{g}{l}\theta \quad \ldots (1$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل

$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)'_t = -\omega_0 \cdot \theta_{max} \cdot \sin \omega_0 t \ \varphi$

$(\theta)''t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos \omega_0 t \ \varphi$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta \quad \ldots (2$

بالمطابقة بين (1 و (2 ،

$-\omega_0^2\theta = -\frac{g}{l}\theta$

$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$

l ، g موجبتان $\Leftarrow$ ω_0 موجبة .

الحركة جيبية دورانية //

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$

$\Downarrow$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

مركب $E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

$\Downarrow$

بسيط

$I_\Delta = m l^2$

$\omega = \frac{v}{l}$

$E_k = \frac{1}{2} m l^2 \frac{v^2}{l^2}$

بسيط $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

النواس الثقلي

«كرة + خيط» بسيط	مركب
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$

بسيط	مركب
$\vec{w}, \vec{T}$	$\vec{w}, \vec{R}$
$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$	$\Sigma\Gamma = I_\Delta\alpha$
$W_{\vec{T}} = 0$	$W_{\vec{R}} = 0$

$W_{\vec{w}} = mgh$

$\Downarrow$	$\Downarrow$
$E_k = \frac{1}{2} m v^2$	$E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

٥ استنتج الدور الخاص في حال السعة الصغيرة .

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

★ حساب d :

$$d = \frac{\Sigma m_i r_i}{\Sigma m_i} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

« ٢ »

بعد مركز عطالة الجسم عن المحور

موجبة	معدومة	سالبة
مركز عطالة الجسم تحت المحور	مركز عطالة الجسم في المحور	مركز عطالة الجسم فوق المحور

- O : المحور .
- C : مركز عطالة الجملة .

يقع تحت المحور بسبب الأثقل قريب من الكتلة الأكبر.

- $d = OC$ بعد مركز عطالة الجملة عن المحور .
- r بعد مركز عطالة الجسم عن المحور .

★ حساب m كتلة الجملة : $m = m_1 + m_2 + \cdots$

!!

((تطبيق هايغنز))

$$I_\Delta = I_{\Delta'} + \underbrace{m}_{\text{كتلة الجسم}} r^2$$

- I_Δ : عزم عطالة الجسم بالنسبة لمحور لا يمر من مركز عطالة
- $I_{\Delta'}$: عزم عطالة م بالنسبة لمحور يمر من مركز عطالة
- r : بعد مركز عطالة الجسم عن المحور

تعطى ضمن المسائل

ساق	قرص	حلقة	كتلة نقطية مادية
$\frac{1}{12} m l^2$	$\frac{1}{2} m r^2$	$m r^2$	0

نصف القطر

حساب I_Δ

جسم بالنسبة لمحور لا يمر من مركزه .

((عزم العطالة)) :

* عزم عطالة نقطة مادية كتلة نقطية :

$$I_{\Delta/c} = m(\text{البعد عن المحور})^2$$

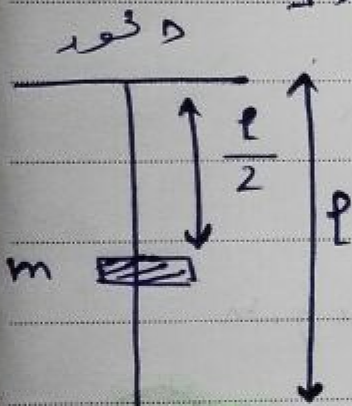
عزم عطالة الجسم

- حلقة
- قرص
- ساق

$$I_\Delta = m(\text{البعد عن المحور})^2 + I_{\Delta/c}$$

((للقرص نقطة في النصف))

مثال: ساق كتلتها m، طولها l معلقة من طرفها العلوي، إذا علمت أن $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m l^2$، احسب I_Δ



$$I_\Delta = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} m l^2$$

$$= m l^2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{3} m l^2$$

((إذا النواس كتلة وحيدة و d بعد النقطة عن المحور))

مثال: قرص كتلته m نصف قطره r معلقة من نقطة محيطه، إذا علمت أن $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$، احسب I_Δ.

$$I_\Delta = m r^2 + I_{\Delta/c}$$

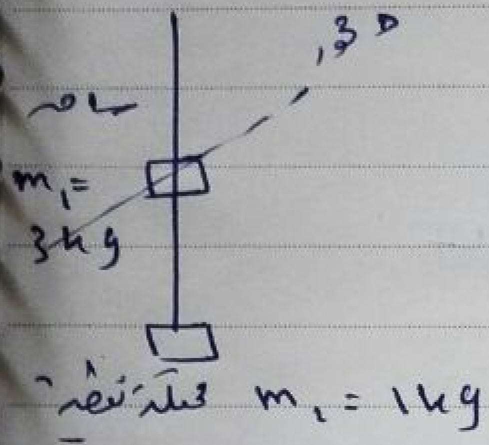
$$= m r^2 + \frac{1}{2} m r^2 = \frac{3}{2} m r^2$$

مثال: حلقة كتلتها M نصف قطرها R معلقة من نقطة على محيطها
إذا علمت، $I_{\Delta/c} = mR^2$

$$I_\Delta = mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

مثال: ((2018)):

ساق كتلتها $m = 3kg$ طولها $l = 1m$ معلقة من منتصفها وتثقلها على طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 1kg$ ، إذا علمت أن $I_{D,l} = \frac{1}{12} m l^2$ ، احسب I_D .



جملة $\quad$ ساق $\quad$ نقطية

$$I_D = I_D + I_{D,m}$$

نقطية $I_D = m_2 (\frac{1}{2})^2$

$$= 1(\frac{1}{2})^2 = \cancel{1} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} kgm^2$$

ساق $I_D = m_1 (0)^2 + I_{D,l}$

$$= 3(0) + \frac{1}{12} m_1 l^2$$

$$= \frac{1}{12}(3)(1)^2 = \frac{1}{4} kgm^2$$

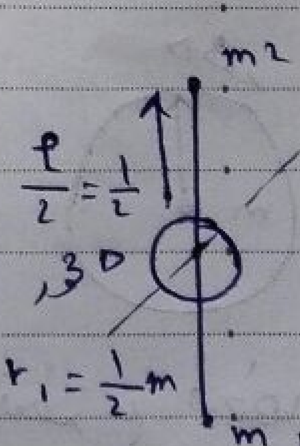
جملة $I_D = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} kg.m^2$

مثال: ((2022)):

ساق مهملة الكتلة طولها $1m$ معلقة من منتصفها، نثقلها من طرفها السفلي كتلة نقطية $m = 0,9kg$ ومن الأعلى $m_2 = 0,3kg$ ، احسب I_D

جملة I_D = ساق $I_D + I_{D,m_1} + I_{D,m_2}$

$$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$



$$= 0,9(\frac{1}{2})^2 + 0,3(\frac{1}{2})^2$$

$$= 0,9 \times \frac{1}{4} + 0,3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(0,9 \times 0,3) =$$

$$\frac{1}{4}(1,2) = 0,3 \; kg m^2$$

* حل المسائل :

- ① : استنتج T_0 في حال السعة الصغيرة انطلاقاً من الشكل العام .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

نستنتج I_Δ و d و m .

- ② : احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس .

T'_0 بسيط $= T_0$ مركب

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = T_0$ مركب

$$l = \square\ m$$

- السرعة الزاوية «ω» . $\boxed{\omega = \frac{v}{r}}$

$$\omega_m = \omega_c = \omega_{m'}$$

$$v_m \neq v_c \neq v_{m'}$$

[لأن البعد مختلف]

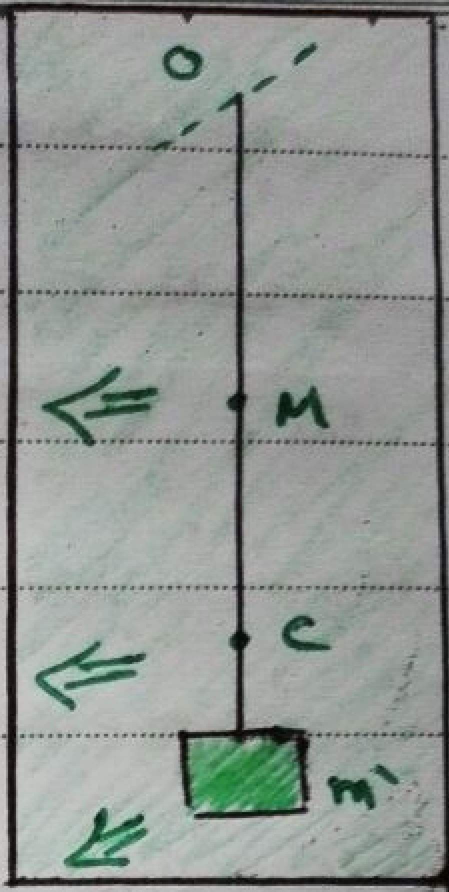
$$\frac{v_m}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v_M = 1$$

$$2 \Leftarrow \omega_M = \frac{v_M}{\frac{l}{2}}$$

$$2 \Leftarrow \omega_C = \frac{v_C}{d}$$

$$2 \Leftarrow \omega_{m'} = \frac{v_{m'}}{l}$$

2 1



③ : استنتج ω أو v أو θ_{max} أو E_K.

وضع (1)

$\theta_1 = \theta_{max}$

سرعة $= 0$

$E_{K_1} = 0$

وضع (2)

$\theta_2 = \theta$

أو الشاقولي

$\theta_2 = 0$

سرعة $= ?$

$E_{K_2} = \boxed{}$

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}} \, (1 \to 2)$$

$\theta_2 = 0$ سرعة $= 0$

سرعة $= ?$ $E_{K_1} = 0$

$E_{K_2} = \boxed{\ }$

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}} \ (1 \rightarrow 2)$$

بسيط

$$E_{K_2} - \underbrace{E_{K_1}}_{0} = W_{\vec{w}} + \underbrace{W_{\vec{T}}}_{0}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = \cancel{m} g h$$

مركب

$$E_{K_2} - \underbrace{E_{K_1}}_{0} = W_{\vec{w}} + \underbrace{W_{\vec{R}}}_{0}$$

$$\frac{1}{2} I_O \omega^2 = m g h$$

$$h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

* مركب، مثال :

- استنتج ω عند المرور في مستوى d .

وضع (1)

$\theta_1 = \theta_{max}$

$\omega = 0$

$E_{k_1} = 0$

وضع (2)

$\theta_2 = 0$

$\omega = ?$

$E_{k_2} = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec F} (1 \to 2)$

$E_k - E_{k_1} = W_{\vec W} + W_{\vec R}$

$W_{\vec R} = 0$ لأن $\vec R$ لا يسبب انتقال

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh$

$h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$= d(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m.g.d(1 - \cos\theta_{max})$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1 - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

* بسيط ، مثال :

- استنتج v عند المرور بالشاقول .

وضع (1)

$\theta_1 = \theta_{max}$

$v = 0$

$E_{k_1} = 0$

وضع (2)

$\theta_2 = 0$

$v = ?$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec F} (1 \to 2)$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec W} + W_{\vec T}$

$W_{\vec T} = 0$ لأن حامل $\vec T \perp$ الانتقال في كل لحظة زمنية .

$\frac{1}{2} m v^2 = m.g.h$

$h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$= l(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{2} v^2 = gl(1 - \cos\theta_{max})$

$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_{max})}$

-4 : استنتج قوة التوتر $\vec T$.

a) في الشاقول

القوة الوازنة $\vec W$ ، $\vec T$

$\sum \vec F = m.\vec a$

$\vec T + \vec W = m.\vec a$

بالإسقاط على محور بجهة $\vec T$ (الناظم)

$T - W = m a_c$

$T = m \frac{v^2}{l} + mg$

b) عندما يصنع θ .

بالإسقاط على الناظم

$T - W\cos\theta = m a_c$

$T = m \frac{v^2}{l} + mg\cos\theta$

5- : استنتج التسارع المماسي عندما يصنع θ

القوى المؤثرة $\vec{W}$ و $\vec{T}$

$$\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالاسقاط على المماس

$$W\sin\theta + 0 = m a_t$$

$$\cancel{m} g \sin\theta = \cancel{m} a_t$$

$$\boxed{a_t = g\sin\theta}$$

6- : أحسب التسارع الزاوي عندما يصنع θ

α

سعة صغيرة

$$\alpha = -\omega_0^2\,\theta$$

سعة كبيرة

$$\alpha = \frac{a_t}{r}$$

• الاهتزازات غير التوافقية .. ل . * ل .
• النواس المثالي غير المتخامد .. ل . * ل .

• "اختبر نفسي" :

• أولاً : اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي :

- 1 : قمت بزيارة بيت جدك وطلبت إليك جدتك
تصحيح الميقاتية المعلقة على الجدار وهي مؤلفة
من ساق منتهية بقرص قابل للحركة صعوداً وهبوطاً.
فاتصلت بالساعة الناطقة فأشارت إلى السادسة
تماماً بينما كانت الميقاتية تشير إلى السادسة
إلا خمس دقائق ولتصحيح قياس الوقت يجب :

- a : إيقاف الميقاتية، وخفض القرص بمقدار ضئيل
ثم إعادة تشغيلها.
- b : " " رفع " " "
" "
- c : تصحيح عقرب الدقائق وإعادة لتشير
الوقت إلى السادسة تماماً.
- d : إيقاف الميقاتية خمس دقائق ثم إعادة
تشغيلها مرة أخرى.

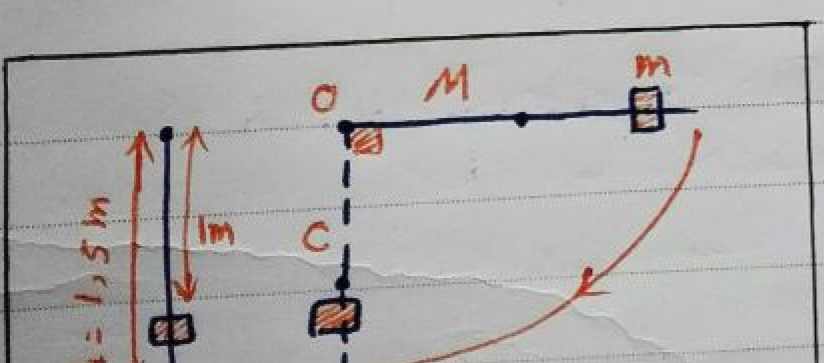
- 2 : ميقاتيتان متماثلتان مضبوطتان عند سطح
الأرض بالتوقيت المحلي، نضع الأولى بالطابق
الأرضي لناطحة سحاب، بينما نضع الثانية في
الأخير، فإنه بعد شهر مع ثبات درجة
الحرارة :

- a : تشيران إلى التوقيت نفسه.
- b : تتقدم الثانية، ويجب تعديلها.
- c : تتأخر " " "
- d : " الأولى " " "

• ثانياً : حل المسائل الآتية : (في جميع المسائل $\pi^2=10$, $g=10\,m\,s^{-2}$, $4\pi=12,5$).

* المسألة الأولى :

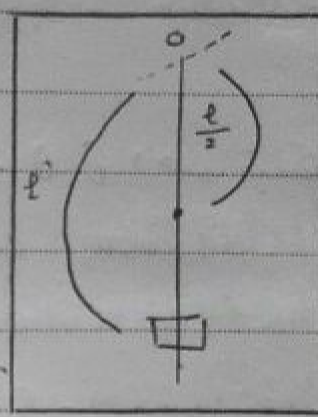
نواس ثقلي مركب يتألف من ساق شاقولية متجانسة، كتلتها $M=0,5kg$ طولها $1,5m$، يمكنها أن تنوس حول محور أفقي مار من طرفها العلوي، ونثبت عليها كتلة نقطية $m'=0,5kg$ على بعد $1m$ من هذا الطرف كما في الشكل المجاور :



* المطلوب :

1 : احسب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$



ساق حلقة

$I_\Delta = I_\Delta + I_{\Delta m'}$

$I_\Delta = I_\Delta' + mr^2$

$I_\Delta = \frac{1}{12}Ml^2 + M(\frac{l}{2})^2 = \frac{1}{3}Ml^2$

حلقة

$I_\Delta = m'l'^2$

$I_\Delta = \frac{1}{3}(\frac{1}{2})(\frac{3}{2})^2 + (\frac{1}{2})(1)$

$0,875 = \frac{7}{8}\ kg\,m^2$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{M(\frac{l}{2}) + m'(l')}{m + m'}$

$d = \frac{\frac{1}{2}(\frac{3}{4}) + \frac{1}{2}(1)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{2}}{1} = \frac{7}{8}\ m$

$\sum m = M + m' = 0,5 + 0,5 = 1\ kg$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times10\times\frac{7}{8}}} = 2\ s$

- ② : توضيح حلقة النواس عند (θ_{max})
موضع توازنها الشاقولي بزاوية $\frac{\pi}{2}$ rad ونتركها
دون سرعة ابتدائية ، احسب الطاقة الحركية
للنواس لحظة مروره بالشاقول ، ثم احسب السرعة
الخطية للكتلة النقطية m' عندئذ.
لا عزم عطالة ساق حول محور عمودي على مستويها ،
مار من مركز عطالتها // $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}Ml^2$ //

الوضع (2)	الوضع (1)
$\theta = 0$	$\theta = \theta_{max}$
$w = ?$	$w = 0$
$E_K = \frac{1}{2}I_\Delta w^2$	$E_K = 0$

$\Delta E_K = \sum W_{\vec F}\ (1 \to 2)$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec R}$

$W_{\vec R} = 0$ لأن $\vec R$ لا يسبب انتقال

$\frac{1}{2}I_\Delta w^2 - 0 = mgh$

$h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$h = d(1 - 0)$

$E_{K_2} = 1 \times 10 \times \frac{7}{8} = \frac{70}{8}\ J.$

السرعة الخطية :

$E_K = \frac{1}{2}I_\Delta w^2$

$\frac{70}{80} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times w^2$

$w^2 = 20 \Rightarrow w = \sqrt{20} \Rightarrow w_c = 2\sqrt{5}\ rad.s^{-1}$

$w_{m'} = w = 2\sqrt{5}$

$v_{m'} = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5}\ m.s^{-1}$

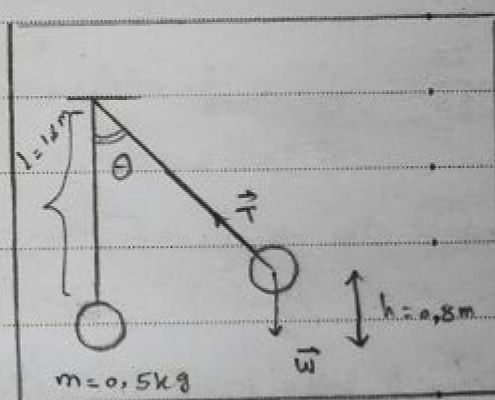
/ /

* **المسألة الثالثة :**

نعلق كرة صغيرة نعدها نقطة مادية، كتلتها $m=0,5kg$ بخيط مهمل الكتلة، لا يمتط طوله $L=1,6m$ لنؤلف نواساً ثقلياً بسيطاً، ثم نزيح الكرة إلى مستوٍ أفقي يرتفع $h=0,8m$ عن المستوي الأفقي المار منها وهي في موضع توازنها بشاقول، لتصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ، ونتركها دون سرعة ابتدائية.

* **المطلوب :**

-① : استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثم احسب قيمتها موضحاً بالرسم.



الوضع «1»:

$\theta_1 = \theta_{max}$

$v = 0$

$E_{k_1} = 0$

الوضع «2»:

$\theta_2 = 0$

$v = ?$

$E_{k_2} = \frac{1}{2} m . v^2$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}} (1 \to 2)$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل $\vec{T} \perp$ الانتقال في كل لحظة زمنية

$$\frac{1}{2} \cancel{m} . v^2 = \cancel{m} g h$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(0,8)} = \sqrt{16} = 4 m.s^{-1}$$

-② : استنتج قيمة الزاوية θ ثم احسب قيمتها.

$h = l(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$h = l(1 - \cos\theta_{max})$

$h = 1,6(1 - \cos\theta_{max})$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{0,8}{1,6} = \frac{1}{2}$

$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$

-③ : احسب دور هذا النواس.

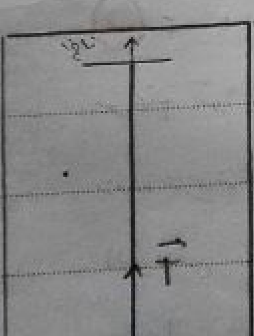
$T_0' = T_0 (1 + \frac{\theta^2_{max}}{16})$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,6}{10}} = 0,8\pi s$

$T_0' = \frac{8}{10} \pi (1 + \frac{(\frac{\pi}{3})^2}{16})$

$T_0' = 2.672 s$

-④ : استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول ثم احسب قيمتها.



القوى المؤثرة : $\vec{w}$, $\vec{T}$

$\sum \vec{F} = m . \vec{a}$

$\vec{w} + \vec{T} = m . \vec{a}$

بالإسقاط على الناظم (الشاقول):

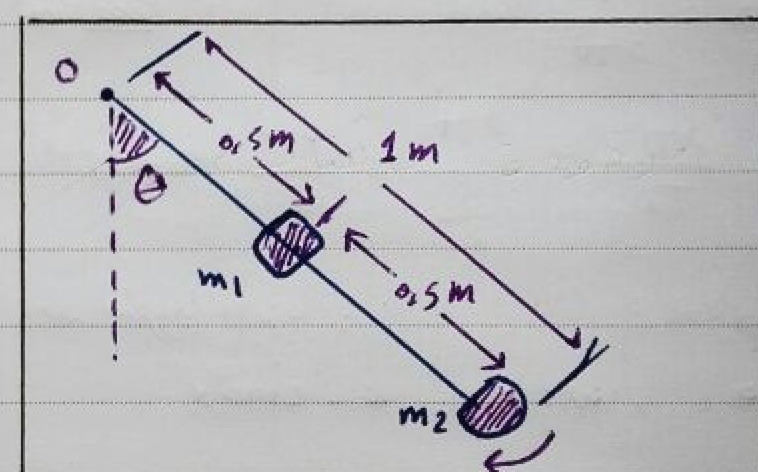
$-w + T = m a_c$

$\Rightarrow T = m \frac{v^2}{l} + m . g$

$T = (0,5)\left(\frac{4^2}{1,6}\right) + (0,5)(10) = 10\ N$

المسألة الرابعة :

ساق متجانسة ، مهملة الكتلة ، طولها $l = 1m$
نثبت في منتصفها كتلة نقطية $m_1 = 0,4kg$ ونثبت
في طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 0,2kg$ لتؤلف
الجملة نواساً ثقلياً مركباً يمكنه أن يدور في
مستوٍ شاقولي حول محور أفقي مار من الطرف
العلوي للساق.



المطلوب :

1 : احسب دور نوسانها صغيرة السعة.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{m\, g\, d}}$$

$$I_\Delta^{\text{جملة}} = I_\Delta^{m_1} + I_\Delta^{m_2}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta'} + m r^2$$

$$I_\Delta^{m_1} = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m_1 l^2$$

$$I_\Delta^{m_2} = m_2 l^2$$

$$I_\Delta^{\text{جملة}} = \frac{1}{4} m_1 l^2 + m_2 l^2$$

$$= \frac{1}{4}(0,4)(1)^2 + (0,2)(1)^2 = 0,3\ kg.m^2$$

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m_1\left(\frac{l}{2}\right) + m_2 l}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{\frac{4}{10}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{10}(1)}{\frac{4}{10} + \frac{2}{10}} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{6}{10}} = \frac{4}{6}$$

$$m = m_1 + m_2 = 0,4 + 0,2 = 0,6\ kg$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{3 \times 10^{-1}}{6 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{2}{3}}} \quad \sqrt{3}\ s$$

2 : نزيح الجملة عن موضع توازنها بزاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية
فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة الجملة لحظة مرورها بالشاقول $v = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$.

المطلوب :

a : احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2 .

$$\omega_c = \frac{v_c}{d} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad.s^{-1}$$

$$\omega_c = \omega_{m_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad.s^{-1}$$

$$v_{m_2} = \omega_{m_2}\, l = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)(1) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$$

b : استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .

وضع (1) وضع (2)

$\theta = \theta_{max}$ $\theta_2 = 0$

$\omega_1 = 0$ $\omega_2 = \frac{2\pi}{3}$

$E_{k_1} = 0$ $E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

$$\Delta E_k = \sum W \vec{F} (1 \to 2)$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن $\vec{R}$ نقطة تأثيرها لا تنتقل.

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$$

$$h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m \cdot g \cdot d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2}(0,3)\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)^2 = (0,1)(10)\left(\frac{2}{3}\right)(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

نعوض ... التي ... نجد

* المسألة الخامسة :

* يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها L، تحمل في كل من طرفيها كتلة نقطية m' نعلق الجملة بمحور دوران أفقي يبعد $\frac{L}{4}$ عن طرف الساق العلوي نزيح الجملة عن وضع التوازن لشاقولي بزاوية $\frac{1}{2\pi}$ rad ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ فتهتز بدور خاص $T_0 = 2,5\ s$.

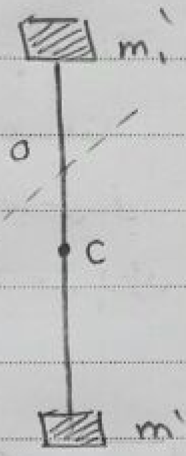
* المطلوب :

1) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي لحركة هذا النواس انطلاقاً من شكله العام.

$\ell = ?$ $\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}$ rad

$t = 0$, $\omega = 0$, $\theta = \theta_{max}$

$T_0 = \frac{5}{2}$ s



$$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi} \text{ rad}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad.s}^{-1}$$

من شروط البدء :

$t = 0$, $\omega = 0$, $\theta = \theta_{max}$

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi} \cos\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

2) استنتج بالرموز العلاقة المحددة لطول الساق ℓ، ثم احسب قيمته.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

Nehad

-③: احسب قيمة السرعة الزاوية لعظمى للحركة ((طويلة)) .

$$\omega_{max} = \omega_0 \, \theta_{max}$$

$$= \frac{4\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi} = 0{,}4 \ rad.s^{-1}$$

-④: لنفرض أنه في إحدى النواسات انفصلت الأثقلة السفلية عن الساق ، استنتج الدور الخاص الجديد للحملة في حال السعات الزاوية الصغيرة .

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_0 = m' \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} m' l^2$$

$$d = \frac{l}{4} \quad , \quad m = m'$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m' l^2}{16}}{m' \frac{l}{4} g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{l}{4g}}$$

حل:

$$I_0 = I_\Delta^{m_1} + I_\Delta^{m_2}$$

$$= m'_1 \left(\frac{l}{4}\right)^2 + m'_2 \left(\frac{3l}{4}\right)^2$$

$$= \frac{5}{8} m' l^2$$

$$d = \frac{l}{4}$$

$$m = 2m'$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{5}{8} m' l^2}{2m' g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{\frac{8}{5} l}{2g \frac{1}{4}}}$$

$$T_0 = \pi \sqrt{\frac{5l}{g}}$$

$$T_0'^2 = \pi^2 \frac{5l}{g}$$

$$\Rightarrow l = \frac{T_0^2 \cdot g}{5\pi^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 10}{50} \Rightarrow l = 1{,}25 m.$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{4}}{4\times10}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} \; S$$

((المسائل ، [[4 , 5 , 6)) للباقة

(("Homewore 

* "وما فقدناه ، وما خسرناه ،

وما فات منا" ؟

* عسى ربنا أن يبدلنا خيراً منها *

* إنا إلى ربنا راغبون *

تذكر ،

أن هذا الجسر ،

سيثمر

في زمن من الأزمان

تماسك ♡

+ مطولة حل

الرحلة !؟