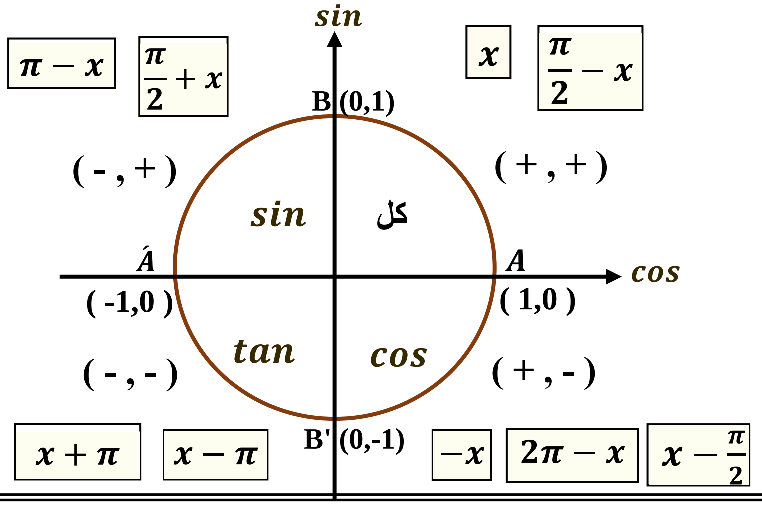
العلاقات الأساسية بين النسب المثلثيّة:

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$	$1 + \cot^2\theta = \dfrac{1}{\sin^2\theta}$

النسب المثلثية للزوايا الشهيرة :

θ / النسبة	$30^\circ = \dfrac{\pi}{6}$	$45^\circ = \dfrac{\pi}{4}$	$60^\circ = \dfrac{\pi}{3}$
$\cos\theta$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\sin\theta$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan\theta$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

الإشارات في الأرباع والزوايا



حساب نسبة مثلثيّة لزاوية : نهمل كل $\pm\dfrac{\pi}{2}$ ، $\pm\pi$ ، $\pm 2\pi$ أينما وجدت .

1- النسبة التي زاويتها $(\pi - x)$ نطبق على النسبة إشارتها بالربع الثاني , مع بقاء النسبة نفسها , ونعيد الزاوية إلى x .

2- النسبة التي زاويتها $(x - \pi)$, $(x + \pi)$ نطبق على النسبة إشارتها بالربع الثالث , وتبقى النسبة نفسها ونعيد الزاوية إلى x .

3- النسبة التي زاويتها $(-x)$ نطبق على النسبة إشارات الربع الرابع ، مع بقاء النسبة نفسها , ونعيد الزاوية إلى x .

4- النسبة التي زاويتها $\dfrac{\pi}{2} \mp x$ أو $\dfrac{3\pi}{2} \mp x$ نبدّل النسبة من $\cos$ إلى $\sin$ و بالعكس، ونراعي إشارة الربع الذي تقع فيه الزاوية .

حلول المعادلات المثلثية البسيطة : حلول معادلات بأحد الأشكال الآتية :

$$\sin x = \sin a \Rightarrow \begin{cases} x = a + 2k\pi \\ x = (\pi - a) + 2k\pi \end{cases}$$

$$\cos x = \cos a \Rightarrow x = \pm a + 2k\pi$$

$$\tan x = \tan a \Rightarrow x = a + k\pi$$

النسب المثلثية لمجموع أو فرق زاويتين :

$$\sin(a \mp b) = \sin a \,.\cos b \mp \cos a \,.\sin b$$
$$\cos(a \mp b) = \cos a \,.\cos b \pm \sin a \,.\sin b$$

متطابقات شهيرة:

$$\sin(a+b).\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$$
$$\cos(a+b).\cos(a-b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1$$

النسب المثلثية لضعفي الزاوية:	$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
$\sin 2a = 2\sin a \,.\cos a$	$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

مربعات النسب المثلثية بدلالة $\cos$ ضعفي الزاوية :	$\sin^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{2}$ $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$

نتيجة و قاعدة مهمة :	أينما وجدت $1 - \cos a$ استبدل إلى $\sin^2 \dfrac{a}{2}$ أينما وجدت $1 + \cos a$ استبدل إلى $\cos^2 \dfrac{a}{2}$

النسب المثلثية لثلاثة أمثال الزاوية:	$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$ $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$

دساتير التحويل من جداء إلى مجموع :

$$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$
$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$
$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$
$$\cos a.\sin b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

دساتير التحويل من مجموع إلى جداء :

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$
$$\sin a - \sin b = 2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$$
$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$
$$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

تطبيقــــــات في المثلث

عناصر المثلث ABC ستة هي قياسات زواياه، و نرمزها $A\,,B\,,C$ و أطوال أضلاعه؛ و نرمزها $a\,,b\,,c$.

وإذا كان R نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يكون : **قاعدة الجيب** $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

قاعدة التجيب (الكاشي)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$

ونستنتج أنّ

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$
$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$
$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

مساحة المثلث تساوي نصف جداء طولي ضلعين في جيب الزاوية بينهما.

تطبيق في المثلث : إذا كانت A,B,C زوايا المثلث ABC فإن A + B + C = π ويكون :

$A + B = \pi - C$

$\cos(A+B) = -\cos.....$
$\sin(A+B) = \sin......$
$\tan(A+B) = -\tan.....$

$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\cos(\frac{A+B}{2}) = \sin......$
$\sin(\frac{A+B}{2}) = \cos......$
$\tan(\frac{A+B}{2}) = \cot......$

رسم التوابع المثلثية الأساسيّة:

التابع sin	التابع cos	التابع tan
معرف على R	معرف على R	معرف على $R\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$
تابع دوري ودوره 2π ويحقق	تابع دوري ودوره 2π ويحقق	تابع دوري ودوره π ويحقق
$\sin(x+2\pi) = \sin x$	$\cos(x+2\pi) = \cos x$	$\tan(x+\pi) = \tan x$
وهو تابع فردي وخطه البياني متناظر بالنسبة للمبدأ $O(0,0)$	وهو تابع زوجي وخطه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب	وهو تابع فردي وخطه البياني متناظر بالنسبة للمبدأ $O(0,0)$
ويكفي رسمه على المجال $[0,\pi]$	ويكفي رسمه على المجال $[0,\pi]$	ويكفي رسمه على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$