Subject :

$2\pi t_1 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$ ÷π

$\Rightarrow 2t_1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K$ ÷2

$t_1 + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{K}{2}$

$t_1 = \frac{1}{12} + \frac{K}{2}$

دور أول: $K = 0$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}$ (s)

دور ثالث: $K = 2$

$\Rightarrow t_3 = \frac{1}{12} + \frac{2}{2} = \frac{13}{12}$ s

سعة قوة الإرجاع: $x = 0,1m$

$F = Kx = 16 \times 0,1$

$F = 1,6\ N$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ③

$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K}$

$m = \frac{K T_0^2}{4\pi^2} = \frac{16 \times (1)^2}{40}$

$m = \frac{8 \times 2}{8 \times 5} = 0,4\ Kg$

الدور في النواس عزن لا يتغلق بسعة حركة x_{max} x 0,9 x يتغلق بالجذر التربيعي لـ m و K.

الدرس الثاني:

((الاهتزازات جيبية دورانية))

الدورانية نواس فتل عيني وتخامد

* ملاحظة هامة:

① نواس الفتل يتوسع في مستوٍ أفقي.

② ساق أو قرص + سلك فتل معلق بالمركز ⇐ نواس الفتل

سنثبت انطلاقاً من العبارة:

$(\bar{\theta})''_t = \frac{-K}{I_0}\bar{\theta}$

أنه حركة النواس الفتل جيبية دورانية ونتبع علاقة الدور مع شرح حالات الوزن هل الدور يتغلق بسعة الحركة؟

① $(\bar{\theta})''_t = \frac{-K}{I_0}(\bar{\theta})$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

② $(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta}$

بمقارنة ① و ② نجد:

$\frac{-K}{I_0}\theta = -\omega_0^2 \theta$

AL SAMRAH

Subject : _____

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_0}$ ⇒ $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_0}}$

كل من I_0 و K مقادير موجبة

$\omega_0 > 0$

لحركة النواس الفتل حركة دورانية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_0}}$

$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_0}{K}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}$

* الدور لايتعلق بسعة الزاوية للحركة θ_{max}

* الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة جملة.

* الدور يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل سلك التعليق.

* I_0 عزم عطالة جملة $Kg.m^2$

* K ثابت فتل سلك تعليق $N.m.rad^{-1}$

ملاحظات هامة:

① فتل الساق ربع دورة $\theta = \frac{\pi}{2} rad$

② فتل الساق نصف دورة $\theta = \pi rad$

③ فتل الساق دورة كاملة $\theta = 2\pi rad$

④ $K = K' \frac{(2r)^4}{l}$

حيث: $2r$ قطر السلك

l طول السلك.

K' ثابت فتل يتعلق بطبيعة السلك.

⑤ مضاعفة طول السلك أو قصر طول السلك يؤدي إلى تغير K فيتغير T_0 مع علم أن I_0 ثابتة.

⑥ إضافة جملة أو حذف جملة يؤدي إلى تغير I_0 فيتغير T_0 مع علم أن K ثابتة.

⑦ عزم مزدوجة الفتل تعطى بالعلاقة:

$\Gamma_{\vec{F}/\Delta} = -K\theta$

مثال: ساق معدنية متجانسة معلقة من منتصفها بسلك فتل رفيع شاقولي ثابت فتله (K) نذير الساق في مستو أفقي حول سلك تعليقها بزاوية θ ونتركها لتدرس حركة الساق مبيناً طبيعتها ثم استنتج علاقة الدور الخاص؟

الحل:

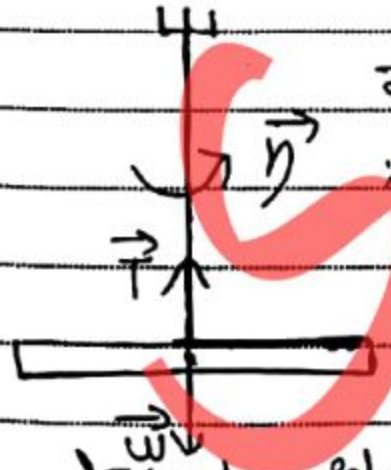
جملة مقارنة: خارجية

القوة خارجية مؤثرة:

$\vec{P}$ قوة ثقل الساق

$\vec{T}$ قوة التوتر للسلك

$\vec{R}$ تنشأ في السلك وهي موجهة نحو $(\vec{T})$ تقاوم عملية الفتل



نطبق قانون الأساسي في التحريك الدوراني

$\sum \Gamma_{\vec{F}/\Delta} = I_\Delta \ddot{\alpha}$

AL.SAMRAH

Subject :

حيث I_o عزم عطالة الساق حول محور دوران (o)

$\alpha = (\bar{\theta})''_t$ التسارع الزاوي

$\bar{\tau}_{w/o} + \bar{\tau}_{T/o} + \bar{\tau}_{\eta/o} = I_o \bar{\alpha}$

$\bar{\tau}_{w/o} = \bar{\tau}_{T/o} = 0$ لأن حاملهما تنطبق على محور الدوران

$\bar{\tau}_{\eta/o} = -K\theta$

$-K\theta = I_o (\bar{\theta})''_t$

$(\bar{\theta})''_t = \frac{-K}{I_o}\theta$ ..... (1)

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حل جيب من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_o t + \varphi)$

$\omega = -\omega_o \theta_{max} \sin(\omega_o t + \varphi)$

$\alpha = -\omega_o^2 \theta_{max} \cos(\omega_o t + \varphi)$

$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_o^2 \theta$ ..... (2)

بمقارنة (1) و (2) نجد أن:

$\frac{-K\theta}{I_o} = -\omega_o^2 \theta$

$\omega_o^2 = \frac{K}{I_o} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{K}{I_o}}$

K, I_o مقادير موجبة فإن حركة النواس فتل جيبية دورانية

$\frac{2\pi}{T_o} = \sqrt{\frac{K}{I_o}}$

$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{K}}$

س: أنظر قانون تابع المطال الزاوي للحركة:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_o t + \varphi)$

1) استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية وبين متى تكون السرعة الزاوية معدومة ومتى تكون عظمية واكتب عبارة السرعة الزاوية العظمى؟

2) استنتج التابع الزمني لتسارع الزاوي وبين متى تكون التسارع الزاوي معدوم ومتى تكون عظمية واكتب عبارة التسارع الزاوي الأعظمي؟

الحل:

1- $\omega = (\bar{\theta})'_t$

$\omega = -\omega_o \theta_{max} \sin(\omega_o t + \varphi)$

السرعة الزاوية تكون عظمى في وضع توازن $\theta = 0$

السرعة الزاوية تكون معدومة في أوضاع مطاليس الأعظمية $\theta = \pm \theta_{max}$

$\omega_{max} = \omega_o \theta_{max}$

2- $\alpha = (\bar{\omega})'_t = (\bar{\theta})''_t$

$\alpha = -\omega_o^2 \theta_{max} \cos(\omega_o t + \varphi)$

$\alpha = -\omega_o^2 \frac{\omega}{\omega_o}$

$\alpha = -\omega_o^2 \theta$

$\alpha_{max} = \omega_o^2 \theta_{max}$

التسارع الزاوي يكون أعظمي في وضع المطال الزاوي الأعظمي ويكون معدوم

Subject: _____

عندما يكون الوضع وضع توازن

$\theta = 0$

س / اثبت آنطلاقاً من حفظ الطاقة

اثبت ان حركة النواس فتل جسية دورانية

$E_K + E_P = const = E$ ✱

$\frac{1}{2} I_D \omega^2 + \frac{1}{2} K\theta^2 = const$

باشتقاق طرفي:

$\frac{1}{2} I_D \omega(2)(\bar{\omega})'_t$

$+ \frac{1}{2} K\theta(2)(\bar{\theta})'_t = 0$

$\omega = (\bar{\theta})'_t \{ (\bar{\theta})''_t = (\bar{\omega})'_t$

$\Rightarrow I_D (\bar{\theta})'_t (\bar{\theta})''_t + K(\theta)(\bar{\theta})'_t = 0$

$I_D (\bar{\theta})''_t = -K\theta$

$(\bar{\theta})''_t = \frac{-K\theta}{I_D}$ — ①

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta}$ — ②

بمقارنة ① و ② نجد:

$\frac{-K\theta}{I_D} = -\omega_0^2 \theta$

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_D} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_D}}$

K, I_D مقادير موجبة

$\Rightarrow \omega_0 > 0$

بالتالي حركة نواس فتل جسية دورانية

س / برهن ان الطاقة ميكانيكية كلية في النواس فتل ثابتة م

$E = E_K + E_P$ ✱

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2} I_D \omega^2$

$\omega = -\omega_0^2 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_K = \frac{1}{2} I_D \omega_0^2 \theta_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$K = I_D \omega_0^2$

$E_K = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ — ①

$E_P = \frac{1}{2} K\theta^2$

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_P = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ — ②

نعوض ① و ② في ✱

$E = \frac{1}{2} K\theta_{max}^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)]$

$E = \frac{1}{2} K\theta_{max}^2 = const$

Subject:

* مقارنة بين حركة الانسحابية ودورانية:

حركة انسحابية	حركة دورانية
x (m) مطال حركة	θ (rad) مطال زاوي
V (ms^{-1}) سرعة خطية	ω ($rads^{-1}$) سرعة زاوية
a (ms^{-2}) تسارع خطي	α ($rads^{-2}$) تسارع زاوي
m (kg) كتلة	I_o (kgm^2) عزم عطالة
$E_p = \frac{1}{2}kx^2$	$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2$
$E_k = \frac{1}{2}mV^2$	$E_k = \frac{1}{2}I_o\omega^2$
$E = \frac{1}{2}kx_{max}^2$	$E = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2$
x_{max}	θ_{max}
V_{max}	ω_{max}
a_{max}	α_{max}

لتصحيح التأخير نقوم بانقاص T_o وذلك يتم بانقاص طول السلك فيزداد k فيتناقص T_o.

3) $\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin(\frac{\pi}{2}t)$ (d) من الرسم:

$\omega_{max} = \frac{\pi^2}{8}$ rad/s

و

$t = \frac{8T_o}{4} = 2T_o = 8$

$T_o = 4s$ ومنه $\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{4}$

$\omega_o = \frac{\pi}{2}$ rad/s

ثانياً:

1) وجود ضمن ما في الدرس.

2) حالة أولى: حالة ثانية

l_1 l_2

$T_{o_1} = 2T_{o_2}$

$2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K_2}} \times 2$

$\frac{1}{K_1} = \frac{4}{K_2}$

$\Rightarrow K_2 = 4K_1$

$K\frac{(2r)^4}{l_2} = 4K\frac{(2r)^4}{l_1}$

$\frac{1}{l_2} = \frac{4}{l_1}$

$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = 4$

ص 25

أختار الجواب الصحيح فيما يأتي:

1) (c) التفسير: ابتعاد الكتلتين يؤدي إلى ازدياد عزم عطالة فتزداد الدور بسبب علاقة $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K}}$

2) (c) T_o دور بندولي

T_o دور نواس

$T_o > T_o$

ثالثاً: ص 27 + 28

مسألة أولى:

قرص دائري + سلك ← نواس مثل

$m = 2\,kg$

$r = 4\times10^{-2}\,m$

$k = 16\times10^{-3}\ m\cdot N\cdot rad^{-1}$

(شروط بدء: $t=0$ ، $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad$)

1 حساب دور:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k}}$

$I_{0\,\text{قرص}} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times2\times(4\times10^{-2})^2$

$I_0 = 16\times10^{-4}\ kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$

$T_0 = 2\,S$

2 $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

لإثبات الحركة $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

من شروط بدء $t=0$

$\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{4}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad/s$

حساب φ:

شروط بدء $(t=0 \Rightarrow \theta = \theta_{max})$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega_0(0)+\varphi)$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad$

3 $\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t + 0)$

$\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$

$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{8})^2$

$E_p = 8\times\frac{1}{8\times8}\times10^{-3}\times10$

$E_p = \frac{1}{800}\,J$

$E = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{4})^2$

$E = 8\times\frac{1}{16}\times10^{-3}\times10$

$E = \frac{1}{200}\,J$

$E_k = E - E_p = \frac{1}{200} - \frac{1}{800}$

$E_k = \frac{4-1}{800} = \frac{3}{800}\,J$

طلبات إضافية:

4 استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية والتابع الزمني للتسارع الزاوي انطلاقاً من شكله العام؟

5 احسب كل من التسارع زاوي الأعظمي والسرعة الزاوية الأعظمية؟

Subject: _____

6 احسب كل من طاقة كامنة وعزم مزدوجة فتل عند طال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad ؟

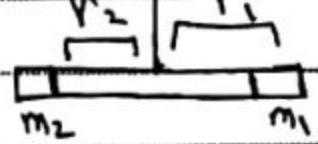
7 حساب قيمة السارع زاوي عند طال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{10}$ rad ؟

8 حساب قيمة السرعة الزاوية لحظة عبور الأول والثاني في وضع توازن؟

9 عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن ؟

10 احسب الطاقة الحركية في وضع تكون السرعة $w = \frac{\pi}{4}$ rad/s وفي كم احسب الطاقة كامنة ؟

مسألة ثانية :



$r_1 = r_2 = \frac{\ell}{2}$

$K = 16 \times 10^{-3}$ mN/rad^{-1}

$T_0 = \frac{5}{2}$ s

شروط البدء ($t = 0$ ، $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad)

باقي مهملة كتلة

$I_{\Delta/c} = 0$

1 $\theta = \theta_{max} \cos(w_0 t + \ell)$

ثوابت حركة هي (θ_{max} ، w_0 ، ℓ)

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}$ rad/s

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad

عند $t = 0$

$\theta = \theta_{max}$

$\Rightarrow \theta_{max} = \theta_{max} \cos(0 + \ell)$

$\cos \ell = +1 \Rightarrow \ell = 0$ rad

$\theta = \frac{\pi}{3} \cos(\frac{4\pi}{5} t + 0)$

2 $w = -w_0 \theta_{max} \sin(w_0 t + \ell)$

$w_0 \theta_{max} = (\frac{4\pi}{5})(\frac{\pi}{3})$

$w_{max} = \frac{4 \times 10}{5 \times 3} = \frac{8}{3}$ rad/s

$w = -\frac{8}{3} \sin(\frac{4\pi}{5} t + 0)$

مرور أول $t = \frac{T_0}{4} = \frac{\frac{5}{2}}{4}$

$t = \frac{5}{8}$ s

$w = -\frac{8}{3} \sin(\frac{4\pi}{5} \times \frac{5}{8})$

$w = -\frac{8}{3} \sin(\frac{\pi}{2}) = -\frac{8}{3}$ rad/s

3 حساب طول الساق l :

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{K}}$

$\Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_0}{K}$

$I_{0/\Delta} = \frac{T_0^2 K}{4\pi^2} = \frac{(\frac{5}{2})^2 \times 16 \times 10^{-3}}{40}$

Subject : _____

$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$ ... (2)

$\omega = (\bar{\theta})'_t = -(\frac{\pi}{3})(2\pi)\sin(2\pi t)$

$\omega = -\frac{20}{3}\sin(2\pi t)$

مرور الجاني من وضع توازنه:

$t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}\times 1 = \frac{3}{4}s$

$\omega = -\frac{20}{3}\sin(2\pi \times \frac{3}{4})$

$\omega = -\frac{20}{3}\times\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\omega = +\frac{20}{3}\ rad/s$

$\alpha = -\omega_0^2\bar{\theta}$ ... (3)

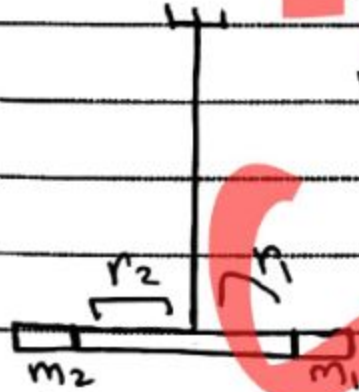
$\theta = -30° = -\pi\ rad$

$\alpha = -(2\pi)^2(-\frac{\pi}{6})$

$\alpha = +40\times\frac{\pi}{6}$

$\alpha = \frac{20\pi}{3}\ rad/s^2$

... b



$r_1 = r_2 = \frac{\ell}{2} = \frac{40\times10^{-2}}{2}$

$r_1 = 2\times10^{-1}\ m$

$m_1 = m_2 = 0.075\ kg$

$T_0 = 1S$ $I_\Delta = I_{\Delta/C}$: الحالة الأولى:

الحالة الثانية:

$T_0' = ?$ $I'_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I'_\Delta = I_{\Delta/C} + 2\ I_{\Delta m_1}$

$I_{\Delta/C} = \frac{25\times16\times10^{-3}}{4\times40}$

$I_{\Delta/C} = 25\times10^{-4}\ kgm^2$

$I_{\Delta/C} = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta/C} = 0 + m_1r_1^2 + m_2r_2^2 = 2m_1r_1^2$

$r_1^2 = \frac{I_\Delta}{2m_1} = \frac{25\times10^{-4}}{2\times125\times10^{-3}}$

$r_1^2 = \frac{25\times10^{-4}}{25\times10^{-2}} = 0.01$

$r_1 = 0.1\ m$

$\ell = 2r_1 = 2(0.1) = 0.2m$

مسألة الثقالة ص 27

$\ell = 40\times10^{-2}\ m$

a- (شروط البدء $t=0$ $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$)

$I_{\Delta/C} = 2\times10^{-3}\ kgm^2$

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ... (1)

(θ_{max} ، ω_0 ، φ) ثوابت الحركة

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/s$

شروط البدء:

$t=0$ $\theta = \theta_{max}$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$

Subject :

$\frac{k_2}{2} \rightarrow 2k_0$

$k' = 2k + 2k$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k}}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k'}}$

$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k'}}} = \sqrt{\frac{k'}{k}}$

$\frac{T_0}{T_0'} = \sqrt{\frac{4k}{k}} = 2$

$T_0' = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}\,s$

الدرس الثالث :

((النواس الثقلي عند التخامد))

الاهتزازات غير التوافقية

هناك نوعان للنواس ثقلي،

* نواس ثقلي مركب و النواس ثقلي بسيط،

• نواس ثقلي : هو النواس الذي يهتز تحت تأثير قوة ثقله فقط حول محور دوران عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

* حركة النواس ثقلي تكون نوعين :

(1) جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة

$\theta < 14°$ $\quad \theta < 0{,}24\,rad$

$I_0' = 2\times10^{-3} + 2\times15\times10^{-3}\times(2\times10^{-1})^2$

$= 2\times10^{-3} + 6\times10^{-3}$

$I_0' = 8\times10^{-3}\ kg\,m^2$

$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_0'}{k}}} = \sqrt{\frac{I_0}{I_0'}}$

$\frac{1}{T_0'} = \sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{8\times10^{-3}}} = \frac{1}{2}$

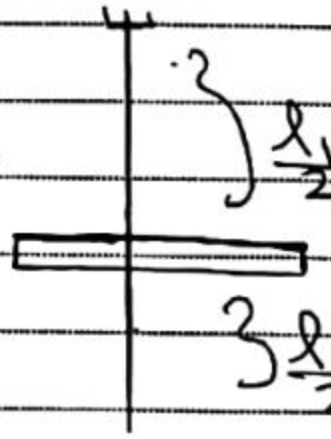
$T_0' = 2\,S$

حساب k' :

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_0'}{k'}} \Rightarrow T_0'^2 = 4\pi^2\frac{I_0'}{k'}$

$k' = \frac{4\pi^2 I_0'}{T_0'^2} = \frac{40\times8\times10^{-3}}{(2)^2}$

$k' = 8\times10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$



حالة أولى : $\quad$ حالة ثانية

$T_0 = 1S \quad\quad T_0' = ?$

في حالة ثانية

$k' = k_1' + k_2'$

$\frac{l_1}{2}$ تناسب نصفي $2k$