

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الأول : الوحدة الثانية

النهايات والاستمرار




إشراف المهندس : عبد الحميد السيد




كتابة وتنسيق

المهندس حسام قاسم




التدقيق العلمي واللغوي




محى الدين إسماعيل	مروان بركة	عبد الحميد السيد	محمد السيد علي	حسام قاسم
خالد الحداد	هيثم ديوب	بشار كنعان	صفوح الأفندي	زينب يوسف
نادر أبو راس	فادي محمد	يوسف منصور	زكي طحاوي	عامر سيو
محمد زين جرور	فادي طنوس	أمين حايك	مصطفى الرزوق	مهند حريقة
علي جمول	محمد العيسى	عبد السلام حسن	صلاح سالم	آدار كلابدون

1	<p>نعلم أن نهاية التابع : $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$ المعرف على $R \setminus \{1\}$ عند $+\infty$ هي 5 عندها أصغر قيمة للعدد A التي تحقق الشرط أيًا كان $x > A$ كان $f(x) \in]4.9, 5.1[$ هي :</p>								
A	39	B	41	C	38	D	43	E	45
نموذج الحل	$ f(x) - 5 < \frac{1}{10} \Leftrightarrow \left \frac{5x-1}{x-1} - 5 \right < \frac{1}{10} \Leftrightarrow \left \frac{4}{x-1} \right < \frac{1}{10}$ $\frac{4}{ x-1 } < \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{ x-1 }{4} > 10 \Leftrightarrow \underbrace{ x-1 }_{x-1 > 0: +\infty \text{ عند}} > 40 \Leftrightarrow x-1 > 40 \Leftrightarrow x > 41$ 								
إعداد: م. زكي محمود طحاوي			الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
2	<p>نهاية التابع f المعرف على المجال $[1, +\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{x}$ عند $+\infty$ تساوي :</p>								
A	$+\infty$	B	0	C	$-\infty$	D	-1	E	1
نموذج الحل	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x-1} - \sqrt{x})(\sqrt{x-1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}} = 0$ 								
إعداد: م. منال وردة			الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
3	<p>ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ عندئذ $f(x)$ يكتب بالشكل :</p>								
A	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$	B	$f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$	C	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$				
D	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}$	E	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}$						
نموذج الحل	$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 								
إعداد: م. مازن الزعبي			الجواب : A			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

4	ليكن f التابع المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ تساوي :								
A	$-\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$-\frac{1}{3}$	D	$\frac{2}{3}$	E	0
نموذج الحل	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x)) = \lim_{X \rightarrow 1} f(X) = f(1) = -\frac{1}{3}$ 								
	إعداد: م. أحمد كلش		الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
5	ليكن f التابع المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ عندها : $f(f(x))$ يساوي :								
A	$\frac{-x+6}{3x+11}$	B	$\frac{-x+9}{3x+11}$	C	$-\frac{x+9}{3x+11}$	D	$\frac{x-3}{x+5}$	E	$\frac{-x-3}{x+5}$
نموذج الحل	$f(f(x)) = \frac{\frac{x-3}{x+5} - 3}{\frac{x-3}{x+5} + 5} = \frac{-2x-18}{6x+22} = -\frac{x+9}{3x+11}$ 								
	إعداد: م. صفاء قزق		الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
6	f تابع يحقق : $\frac{3x+\cos x}{x} \leq f(x) \leq \frac{3x+7}{x-1}$ أيًا كان $x > 1$ فإن نهاية f عند $+\infty$ تساوي :								
A	$-\infty$	B	$+\infty$	C	3	D	6	E	غير موجودة
نموذج الحل	$-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow 3x-1 \leq 3x+\cos x \leq 3x+1 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x} \leq \frac{3x+\cos x}{x} \leq \frac{3x+1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x} = 3 \Leftrightarrow (\text{حسب مبرهنة الاحاطة}) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+\cos x}{x} = 3$ 								
	إعداد: م. أحمد زياب الرفاعي		الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

7	ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = 2x + \sin^2 x$ عند دراسة نهاية f عند $-\infty$ نجد أنها تساوي :								
A	2	B	0	C	$+\infty$	D	$-\infty$	E	-2
نمو الحل	$0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 2x \leq 2x + \sin^2 x \leq 2x + 1 \Rightarrow 2x \leq f(x) \leq 2x + 1$ بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1) = -\infty$ كان $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ حسب مبرهنة المقارنة الثالثة								
	إعداد: م.طالب أسعد		الجواب : D			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
8	ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق : $f(x) = \frac{x^2 + 2 + \sin x}{x}$ يقبل C_f مقارباً مائلاً عند $+\infty$ معادلته :								
A	$y = -x$	B	$y = x$	C	$y = x + 2$	D	$y = 2x$	E	$y = -x + 2$
نمو الحل	$f(x) = \frac{x^2}{x} + \frac{2 + \sin x}{x} = x + \frac{2 + \sin x}{x} \Rightarrow f(x) - x = \frac{2 + \sin x}{x}$ نعلم أن $-1 \leq \sin x \leq 1$ فيكون $1 \leq 2 + \sin x \leq 3$ وبالتالي $\frac{1}{x} \leq \frac{2 + \sin x}{x} \leq \frac{3}{x}$ حيث $x > 0$ بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0$ (حسب مبرهنة الإحاطة) فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sin x}{x} = 0$ إذاً $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$								
	إعداد: م.جمال الخليل		الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
9	ليكن التابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ عند دراسة نهاية f عند $+\infty$ نجد أنها تساوي								
A	$-\infty$	B	1	C	0	D	$+\infty$	E	3
نمو الحل	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$								
	إعداد: م. فيصل علي الخليل		الجواب : D			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos^2 \left(\pi \times \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right)$								10	
1	E	$+\infty$	D	0	C	-1	B	$-\infty$	A
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos^2 \left(\pi \times \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right) = \cos^2(\pi) = (-1)^2 = 1 \quad : \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1$									
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : E			إعداد: م. ناريمان الخضر				
<p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{4\}$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 4}$ إن C يقبل مقارباً مائلاً في جوار $+\infty$ معادلته $y = ax + b$ حيث :</p>								11	
$a = 2, b = 1$	E	$a = -2, b = 1$	D	$a = 2, b = -1$	C	$a = 1, b = 2$	B	$a = -1, b = 2$	A
$f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x - 4}$									
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : E			إعداد: م. حسن آصف سليمان				
<p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{-1\}$ بالعلاقة $f(x) = \frac{x^3 - 3x - 5}{(x + 1)^2}$ فإن خطه البياني يقبل مقارب مائل معادلته :</p>								12	
$y = -2x + 1$	E	$y = x + 2$	D	$y = x - 2$	C	$y = 2x - 1$	B	$y = -x + 2$	A
$f(x) = x - 2 - \frac{3}{(x + 1)^2}$									
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : C			إعداد: م. فاطمة شهابي				



$f(x) = \frac{x^2 + \frac{5}{2}x + \sqrt{x} + 1}{2x + 1}$					ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق :					13
فإن معادلة المقارب المائل لخطه البياني C هي										
$y = \frac{1}{2}x - 1$	E	$y = x - \frac{1}{2}$	D	$y = \frac{1}{2}x + 1$	C	$y = 2x + 1$	B	$y = -\frac{1}{2}x - 1$	A	
$f(x) = \frac{x^2 + \frac{5}{2}x + \sqrt{x} + 1}{2x + 1} = \frac{x^2 + \frac{5}{2}x + 1}{2x + 1} + \frac{\sqrt{x}}{2x + 1}$ <p style="text-align: center;">بالقسمة الإقليدية</p>										نموذج الحل
$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{\sqrt{x}}{2x + 1} \quad : \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}} = 0$										
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : C			إعداد: م. ريم فطامة					
ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$ إن مقصور هذا التابع على المجال $[0, \pi]$ هو :										
$g(x) = 2\cos x$	E	$g(x) = \sqrt{2}\sin x$	D	$g(x) = 2\cos \frac{x}{2}$	C	$g(x) = 2\sin \frac{x}{2}$	B	$g(x) = \sqrt{2}\sin \frac{x}{2}$	A	
$f(x) = \sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \left \sin \frac{x}{2} \right = \sqrt{2}\sin \frac{x}{2}$										نموذج الحل
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : A			إعداد : م. محسن القصير					
ليكن لدينا التابع f المعرف على $]-\pi, \pi[\setminus \{0\}$ وفق :										
$f(x) = \frac{\cos(3x) - \cos x}{x \cdot \sin x}$										
عند البحث عن نهاية هذا التابع عند الصفر نجد أنها تساوي :										
غير موجودة	E	0	D	1	C	$+\infty$	B	-4	A	
$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$										نموذج الحل
$f(x) = \frac{-2 \sin 2x \cdot \sin x}{x \cdot \sin x} = \frac{-2 \sin 2x}{x} = -4 \frac{\sin 2x}{2x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4(1) = -4$										
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		الجواب : A			إعداد: م غيث شمسو					

16	ليكن لدينا التابع f المعرفة على R^* وفق : $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$ عند البحث عن نهاية هذا التابع عند $+\infty$ نجد أنها :								
A	$+\infty$	B	0	C	غير موجودة	D	-1	E	1
نموذج الحل	<p>بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ فإن نهايته توول إلى نهاية $\cos x$</p> <p>وبما أن $\cos x$ تابع دوري وليس ثابت فليس له نهاية عند $+\infty$</p>								
	إعداد : م. باسل سلطمة			الجواب : C			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم		
17	ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 1}$ يقبل C_f مقارباً مائلاً عند $+\infty$ معادلته :								
A	$y = \sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2}}{4}$	B	$y = \sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{4}$	C	$y = 2x + \frac{1}{2}$	D	$y = -\sqrt{2}x + \frac{1}{4}$	E	$y = -2x - \frac{1}{2}$
نموذج الحل	<p>$2x^2 + x + 1 = 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} + 1 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$</p> <p>$f(x) = \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}}$</p> <p>عندما تكون x كبيرة جداً يكون العدد $\frac{7}{8}$ مهملاً أمام $2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$ فيتصرف $f(x)$ وكأنه $\sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{4}$ وبالتالي تكون معادلة المقارب : $y = \sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{4}$</p>								
	إعداد : م. رزان البديوي			الجواب : B			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم		
18	ليكن لدينا التابع f المعرفة على $R \setminus \{-3, 3\}$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2-9}$ إن $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ تساوي :								
A	$-\infty$	B	$+\infty$	C	0	D	3	E	-2
نموذج الحل	<p>$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2-9} \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{(x-3)(x+3)} = +\infty$</p>								
	إعداد : م. عمر إبراهيم			الجواب : B			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم		

19	ليكن لدينا التابع f المعرفة على $R \setminus \{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$ إن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي :								
A	1	B	$\frac{4}{3}$	C	$\frac{2}{3}$	D	2	E	0
نور الحل	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x^2 + 1)}{x^2 + x + 1} = \frac{4}{3}$								
	إعداد : م. نور الدين صندفي		الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
20	ليكن لدينا التابع f المعرفة على $]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي :								
A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	1	E	2
نور الحل	$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$								
	إعداد: م. محمد جمال الخطيب		الجواب : A			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
21	ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x}$ ويحقق : $\frac{1}{5} \leq f(x) \leq 1$ عندئذ تكون :								
A	1	B	-1	C	$-\infty$	D	$+\infty$	E	0
نور الحل	<p>لدينا $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3 + 2 \sin x} \leq 1$ وفي حالة $x > 1$ تكون $\frac{x + \sin x}{5} \leq \frac{x + \sin x}{3 + 2 \sin x} \leq x + \sin x$</p> $\frac{x - 1}{5} \leq \frac{x + \sin x}{3 + 2 \sin x} \leq x + 1$ <p>وبما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{5} = +\infty$ تكون حسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{3 + 2 \sin x} = +\infty$</p>								
	إعداد : م. صفوح الأفندي		الجواب : D			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			


22	ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x}$ عندئذ فإن التابع f محدود وفق :								
A	$1 \leq f(x) \leq 5$	B	$\frac{1}{5} \leq f(x) \leq 1$	C	$0 \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$	D	$0 \leq f(x) \leq \frac{1}{5}$	E	$\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 2$
نمو الحل	نعلم أن $-1 \leq \sin x \leq 1$								
	فيكون $-2 \leq 2 \sin x \leq 2$ وبالتالي $1 \leq 3 + 2 \sin x \leq 5$ وعليه فإن $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3 + 2 \sin x} \leq 1$								
إعداد: م. محسن الحسون			الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
23	ليكن لدينا التابع f المعرفة على $R \setminus \{-1, 2\}$ وفق : $f(x) = \frac{3x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$ عند كتابة f بالصيغة $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$ فإن الثلاثية (a, b, c) هي :								
A	$(3, -1, 8)$	B	$(3, 1, -8)$	C	$(-3, 1, 8)$	D	$(-3, 1, -8)$	E	$(3, 1, 8)$
نمو الحل	$\frac{3x^2 + 6x}{x^2 - x - 2} = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$								
	$3x^2 + 6x = a(x^2 - x - 2) + b(x - 2) + c(x + 1)$								
$3x^2 + 6x = ax^2 + (-a + b + c)x - 2a - 2b + c$									
بالمطابقة بين الطرفين نجد : $a = 3 \dots (1)$ $-a + b + c = 6 \dots (2)$ $-2a - 2b + c = 0 \dots (3)$									
بحل جملة المعادلات الثلاث نجد : $(a, b, c) = (3, 1, 8)$									
إعداد: م. حسين رشيد			الجواب : E			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
24	ليكن لدينا التابع f المعرفة على $]\frac{2}{3}, 2[\cup]2, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{2 - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{2x+5} - 3}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ تساوي :								
A	$-\frac{27}{8}$	B	$-\frac{9}{4}$	C	$-\frac{3}{2}$	D	$\frac{1}{2}$	E	$\frac{3}{2}$
نمو الحل	$f(x) = \frac{(2 - \sqrt{3x-2})(2 + \sqrt{3x-2})(\sqrt{2x+5} + 3)}{(\sqrt{2x+5} - 3)(\sqrt{2x+5} + 3)(2 + \sqrt{3x-2})} = \frac{(6-3x)(\sqrt{2x+5} + 3)}{(2x-4)(2 + \sqrt{3x-2})}$								
	$f(x) = \frac{-3(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)}{2(x-2)(2 + \sqrt{3x-2})} = \frac{-3(\sqrt{2x+5} + 3)}{2(2 + \sqrt{3x-2})} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{9}{4}$								
إعداد: م. أدار كلابدون			الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

<p>25 إن نهاية التابع f عند $a = 0$ حيث $f(x) = \frac{x \cdot \sin x}{1 - \cos x}$ هي :</p>									
A	0	B	$+\infty$	C	2	D	-2	E	1
<p>$f(x) = \frac{x \cdot \sin x}{1 - \cos x} = \frac{x \cdot 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \cdot \cos \frac{x}{2} = 2 \frac{\frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \cdot \cos \frac{x}{2}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \times 1 \times 1 = 2$: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t} = 1$</p>									
إعداد : م. خالد أحمد شوقي الحداد			الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
<p>26 ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعروف بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$ إذا علمت أن لـ C_f مقاربتين معادلتاهما $x - 3 = 0$ و $y = 2x - 5$ ويمر بالنقطة $A(1,2)$ فإن قيمة الأعداد الحقيقية (d, c, b, a) على الترتيب هي :</p>									
A	$(-3, -10, -5, 2)$	B	$(3, 2, -5, 2)$	C	$(3, 2, 5, -2)$	D	$(3, -15, -5, 2)$	E	$(3, -10, -5, 2)$
<p>من المقارب الشاقولي نجد أن $d = 3$ و من المقارب المائل نجد أن : $a = 2$, $b = -5$</p> <p>نعوض $f(1) = 2$ نجد أن : $c = -10$</p>									
إعداد: م. نادر أبو راس			الجواب : E			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

29	ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$ عندئذ $f(R)$ (المستقر الفعلي للتابع f) هو :																		
A	[0,1]	B	[0,1[C]0,1]	D]0,1[E	R										
نحو الحل	$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$: مشتقه f اشتقاقي على R ومشتقه وينعدم عند $x = 0$ من جدول التغيرات نجد أن : $f(R) = [0,1[$																		
	 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>1 ↘</td> <td>0</td> <td>↗ 1</td> </tr> </table>								x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	1 ↘	0
x	$-\infty$	0	$+\infty$																
$f'(x)$	-	0	+																
$f(x)$	1 ↘	0	↗ 1																
إعداد : م. سومر سليمان		الجواب : B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم														
30	ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1}}{x} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$ إن قيمة m التي تجعل f مستمر على R هي :																		
A	1	B	-1	C	0	D	$\frac{1}{2}$	E	2										
نحو الحل	يكون التابع مستمر على R إذا كان مستمراً عند الصفر عندما $x \neq 0$: $f(x) = \frac{(1 - \sqrt{x^2 + 1})(1 + \sqrt{x^2 + 1})}{x(1 + \sqrt{x^2 + 1})} = \frac{-x}{1 + \sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 																		
	ومنه : $m = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$																		
إعداد : م. داود صافي		الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم														

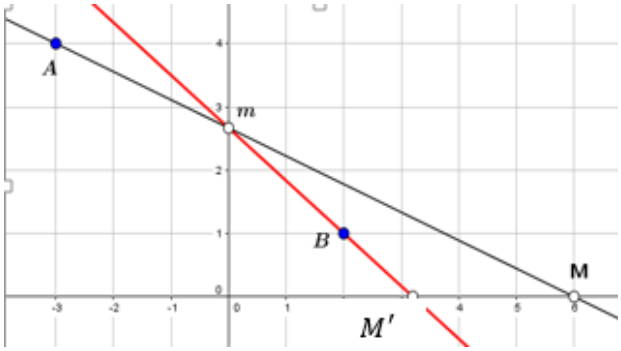
31	<p>ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق :</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$ <p>إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند الصفر هي :</p>
A	<p>1 B -1 C 0 D 2 E -2</p>
نور الحل	<p>$-1 \leq \cos \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow -x^2 \leq x^2 \cos \frac{1}{x} \leq x^2$</p> <p>وبما أن $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = 0$ تكون حسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} = 0$</p> <p>يكون f مستمر عند الصفر عندما : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ ومنه : $m = 0$</p>
إعداد: م. نور المدني	<p>إعداد: م. نور المدني</p>
32	<p>ليكن f التابع المعرفة على $[0,2]$ وفق : $f(x) = x - E(x)$ حيث يرمز لـ $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x إن $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ هي :</p>
A	<p>0 B 1 C 2 D 3 E -1</p>
نور الحل	<p>$f(x) = \begin{cases} x & : x \in [0,1[\\ x - 1 & : x \in [1,2[\\ 0 & : x = 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 1 - 1 = 0$</p>
إعداد: م. خضر سيفو	<p>إعداد: م. خضر سيفو</p>
33	<p>ليكن التابع : $f: x \mapsto \frac{E(x)}{x}$ حيث يرمز لـ $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x فإن نهاية f عند $+\infty$ هي :</p>
A	<p>0 B $-\infty$ C $+\infty$ D 1 E -1</p>
نور الحل	<p>$x - 1 < E(x) \leq x$</p> <p>عند $+\infty$: $\frac{x-1}{x} < \frac{E(x)}{x} \leq 1$</p> <p>بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = 1$ حسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$</p>
إعداد: م. زينب يوسف	<p>إعداد: م. زينب يوسف</p>

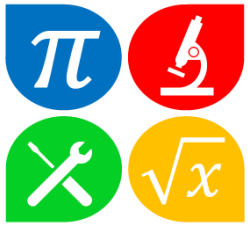
34	<p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{-1,1\}$ وفق : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$ إن معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها (0) هي :</p>								
A	$y = 1$	B	$y = -1$	C	$y = 0$	D	$x + y = 1$	E	$y = x$
نمو الحل	<p>$f(x) = \begin{cases} -x - 1 + \frac{x}{x^2 - 1} & : x < -1 \\ x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1} & : x > -1, x \neq 1 \end{cases}$</p> <p>عندما : $x > -1, x \neq 1$: $f'(x) = 1 - \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$</p> <p>$f'(0) = 0, f(0) = 1$ $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ $y = 1$</p> <p>معادلة المماس المطلوبة</p>								
إعداد : م. ابتهاج سوسق	الجواب : A			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم					
35	<p>ليكن f تابعاً مستمراً واشتقاقياً على المجال $I = [0,1]$ ويحقق الشرطين : أيا كان x من I كان $f(x)$ من I وأيا كان x من $]0,1[$ كان $f'(x) < 1$ عندئذ للمعادلة $f(x) = x$</p>								
A	حلان	B	ليس لها حلول	C	حل وحيد	D	ثلاث حلول	E	عدد غير منته من الحلول
نمو الحل	<p>لنتأمل التابع $g(x) = f(x) - x$ هذا التابع مستمر و اشتقائي على I كونه مجموع تابعين مستمرين واشتقائيين على I ((لأن $f'(x) < 1$)) : $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$ إذا التابع g متناقص تماماً على $[0,1]$ $g(0) = f(0) - 0 = f(0) \geq 0$ $g(1) = f(1) - 1 \leq 0$ ((لأن $f(x) \in I = [0,1]$)) : وبالتالي للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد فقط إذا للمعادلة $f(x) = x$ حلا وحيدا في I</p>								
إعداد: م. غياث منصور	الجواب : C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم					

36		يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,2]$ وفق :	
		$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$	
		فإن عبارة $f(x)$ مستقلة عن $E(x)$ تعطى بالشكل	
$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 2)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	B	$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	A
$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & : x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	D	$f(x) = \begin{cases} 1 + (x - 1)^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 2)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	C
		$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	E
استنادا إلى تعريف تابع الجزء الصحيح لدينا			
$E(x) = \begin{cases} 0 & : x \in [0,1[\\ 1 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$			
$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$		نحو الحل	
إعداد: م. محمد الحموش	الجواب : A		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم
37		ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-1,1\}$ بالعلاقة : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$	
		إن C يقبل مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ معادلته :	
$y = x$	E	$y = -x - 1$	D
$y = x + 1$	C	$y = x - 1$	B
$y = -x + 1$	A		
عندما $x < -1$ فإن $x + 1 < 0$ بالتالي $ x + 1 = -x - 1$			
$f(x) = -x - 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$			
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x - 1)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0$			
إعداد: م.سوزان عليا	الجواب : D		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم

38	نتأمل المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
	ولتكن C مجموعة النقاط التي إحداثياتها (x, y) بالنسبة لهذا المعلم وتحقق العلاقة : $y = \sqrt{x^2 + 1}$
	ولنعتمد معلماً جديداً $(O; \vec{u}, \vec{v})$ حيث : $\vec{u} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ و $\vec{v} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$
	ولتكن (X, Y) إحداثيات M بالنسبة لهذا المعلم فإن $X.Y$ يساوي :
A	1
B	$-\frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{2}$
D	0
E	-1
	لدينا $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ و $\vec{OM} = X\vec{u} + Y\vec{v}$
	$x\vec{i} + y\vec{j} = X\vec{u} + Y\vec{v} \Leftrightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = X\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right) + Y\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$
	$x\vec{i} + y\vec{j} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y\right)\vec{j}$
	بالمطابقة بين الطرفين نجد : $x = \frac{\sqrt{2}}{2}X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y$ و $y = \frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y$
	بالتعويض في العلاقة : $y = \sqrt{x^2 + 1}$ نجد $\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y\right)^2 + 1}$
	بتربيع الطرفين و بعد النشر و الاخذ بالاجزاء نجد : $X.Y = \frac{1}{2}$
إعداد : م. عبدالله حناوي	الجواب : C
كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم	



<p>ليكن C_m الخط البياني التابع f_m المعرف على R وفق : $m \in R$: $f_m(x) = x^3 + mx^2 - 8x - m$: $m \in R$</p>	<p>39 عندئذ فإن الخطين البيانيين C_0 و C_1 يتقاطعان في نقطتين هما :</p>								
<p>(2,7) (7,2)</p>	<p>E</p>	<p>(-1,7) (1,-7)</p>	<p>D</p>	<p>(-1,-7) (1,-7)</p>	<p>C</p>	<p>(-1,7) (-1,-7)</p>	<p>B</p>	<p>(-1,-7) (1,7)</p>	<p>A</p>
<p>لو فرضنا أن (x, y) نقطة مشتركة بين C_0 و C_1 وجب أن يكون :</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $f_1(x) = y$ $x^3 + x^2 - 8x - 1 = y \dots (2)$ $x^2 - 1 = 0$ </div> <div style="text-align: center;"> $f_0(x) = y$ $x^3 - 8x = y \dots (1)$ </div> </div> <p>ب طرح المعادلتين (1) و (2) نجد أن :</p> <p>إما : $x = -1$ ومنه $y = 7$ أو : $x = 1$ ومنه $y = -7$</p>									
<p>إعداد: م. يوسف هناوي</p>			<p>الجواب : D</p>			<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>			
<p>40 في معلم متجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$ لدينا النقطتان الثابتتان $A(-3,4)$ و $B(2,1)$ والنقطة المتحركة $M(x, 0)$.</p> <p>نقرن بالنقطة M النقطة M' التي نعرفها كما يلي :</p> <p>يقطع المستقيم (AM) المحور $(O; \vec{j})$ في m</p> <p>يقطع المستقيم (Bm) المحور $(O; \vec{i})$ في M'</p> <p>نرمز إلى فاصلة M' بالرمز $f(x)$</p> <p>عندما تختلف x عن 1 وعن 3 - تعطى عبارة $f(x)$ بالعلاقة :</p> 									
<p>$f(x) = \frac{8x}{3x-3}$</p>	<p>E</p>	<p>$f(x) = \frac{8x}{3x-1}$</p>	<p>D</p>	<p>$f(x) = \frac{2x}{x-1}$</p>	<p>C</p>	<p>$f(x) = \frac{2x}{x+1}$</p>	<p>B</p>	<p>$f(x) = \frac{8x}{3x+3}$</p>	<p>A</p>
<p>• نفرض أن إحداثيتا m هما $(0, b)$ الشعاعان $\vec{Am}(3, b-4)$ و $\vec{AM}(x+3, -4)$ مرتبطان خطياً</p> <p>وبالتالي $\frac{3}{x+3} = \frac{b-4}{-4}$ ومنه $b = \frac{4x}{x+3}$</p> <p>• إحداثيتا M' هما $(f(x), 0)$ كذلك الشعاعان $\vec{Bm}(-2, b-1)$ و $\vec{BM}'(f(x)-2, -1)$ مرتبطان خطياً</p> <p>$\frac{-2}{f(x)-2} = \frac{b-1}{-1} \Rightarrow f(x) = \frac{8x}{3x-3}$</p>									
<p>إعداد: م. رياض الحسين</p>			<p>الجواب : E</p>			<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>			



Me En
Math Team

تمّ التحميل بواسطة بوت ملفات قناة

∞ X-Math πac ∞

MeEn Math Team فريق

يهتمّ بمادة الرياضيات لطلاب البكالوريا

للوصول إلى بوت الملفات: [اضغط هنا](#)

للوصول إلى قناة التلغرام الخاصة: [اضغط هنا](#)

للوصول إلى قناة التلغرام العامة: [اضغط هنا](#)

للوصول إلى صفحة الفيس بوك: [اضغط هنا](#)

للوصول إلى قناة اليوتيوب: [اضغط هنا](#)

MeEn Math Team

X-Math πac



X-Math πac