شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot

انشر مايلي:

١- $X(2x+1) = 2x^2 + x$

٢- $(x+1)(x-3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2X - 3$

١) حلل ما يلي:

١- $A(x) = (x-1)(2-x) + (x-1)(2x+1)$

$(x-1)[2-x+2x+1] = (x-1)(x+3)$

٢- $A(x) = x^2 - 3 = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}$

٣- $A = (x+1)(2x+3) - (x+1)(-x+2)$

$= (x+1)(2x+3+x-2) = (x+1)(3x+1)$

مراجعة المتطابقات

المتطابقة التربيعية:

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

المتطابقة التكعيبية:

I) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

II) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

III) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

IV) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

المعادلات الجبرية: حل المعادلات التالية:

1) $(x-5)(x+11) = 0$

إما: $(x-5) = 0 \Rightarrow x = +5$ أو: $(x+11) = 0 \Rightarrow x = -11$

حلول المعادلة: $\{+5, -11\}$

2) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow = (x-3)(x+3)$

إما: $x-3 = 0 \Rightarrow x = +3$ أو: $x+3 = 0 \Rightarrow x = -3$

حلول المعادلة: $\{\pm 3\}$

3) $(x-1)^2 = 16 \Rightarrow (x-1)^2 - (4)^2 = 0$

$(x-1-4)(x-1+4) = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

مجموعة الحلول: $\{+5, -3\}$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

4) $(x+5)^2 = 5 \Rightarrow (x+5)^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$

$(x+5-\sqrt{5})(x+5+\sqrt{5}=0)$

$x+5-\sqrt{5}=0 \Rightarrow x=-5+\sqrt{5}$ إما :

$x+5+\sqrt{5}=0 \Rightarrow x=-5-\sqrt{5}$ أو:

5) أثبت أن $1+\sqrt{2}$: حل للمعادلة $(x^2-2x-1=0)$ وهل هناك حل آخر:

الحل:

نعوض: $(\sqrt{2}+1)^2 - 2(\sqrt{2}+1) - 1 = 0$

$2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}-2-1=0 \Rightarrow 0=0$

إذاً $1+\sqrt{2}$ هو جذر للمعادلة لأنه حقق المعادلة

ولإيجاد الجذر الآخر نحلها بطريقة المميز

$x^2-2x-1=0$

$\Delta = b^2-4a.c \Rightarrow \Delta = (-2)^2-4(1)(-1)=8$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{+2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{+2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$

وهذا الحل الاخر

نستخدم المميز لحل المعادلات من الدرجة الثانية:

$$ax^2+bx+c=0$$

القانون: $\Delta = b^2-4a.c$

- إذا كان Δ موجب لها حلان
- إذا كان $\Delta = 0$ لها جذر مضاعف
- إذا كان Δ سالب مستحيلة الحل

في حالة $\Delta > 0$ الجذران يكونان:

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

في حالة $\Delta = 0$ جذر مضاعف: $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$

دراسة الاشارة:

لدراسة الإشارة إذا كان التابع من الدرجة الأولى نوجد أولاً حل المعادلة ثم نطبق القاعدة ما قبل الجذر يخالف إشارة أمثال Xوما بعد الجذر يوافق المعادلة شكلها ax+b

أمثلة:

١) ادرس الإشارة:

$5x+2=0$

$5x=-2 \Rightarrow x=\dfrac{-2}{5}$

x		$-\frac{2}{5}$	
$5x+2$	-	0	+

٢) $F=\dfrac{4-3x}{5x+2}$

الحل:

تدرس إشارة البسط والمقام

البسط:

$4-3x=0 \Rightarrow 4=+3x \Rightarrow x=\dfrac{4}{3}$

المقام:

$5x+2 \neq 0 \Rightarrow 5x \neq -2 \Rightarrow x \neq \dfrac{-2}{5}$

x		$-\frac{2}{5}$		$\frac{4}{3}$	
$4-3x$	+		+	0	−
$5x+2$	-	0	+		+
F	-	0	+	‖	-

٣)

$(2x+3)^2-4 \leq 0$

$(2x+3)^2-2^2 \leq 0 \Rightarrow$

$[2x+3-2][2x+3+2] \leq 0$

$(2x+1)(2x+5) \leq 0$

$2x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$, $2x+5=0 \Rightarrow x=-\dfrac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$	-		-		0	+	
$2x+5$	-		0	+		+	
	+		0	-	0	+	
	مرفوض		محققة		مرفوض		

Scanned with CamScanner

$$x \in [\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}]$$

في حل المتراجحة ننظر إلى إشارة المتراجحة ونضع الحلول المقبولة والمرفوضة

مجموعة تعريف تابع

✓ تابع صحيح: مجموعة تعريفه R $]-\infty,+\infty[$

$F(x) = 2x^2 + 1$

✓ تابع صحيح مجموع تعريفه R

$F(x) = 2x + \frac{7}{2}$

✓ تابع صحيح مجموعة تعريفه R

$x\sqrt{2} + 1$

✓ تابع كسري معرف على R ماعدا القيم التي تعدم المقام إذاً معرف على R^*

$F(x) = \frac{1}{x^2}$

معرف على $R\backslash[0,-1] \Rightarrow]-\infty,-1[\cup]-1,0[\cup]0,+\infty[$

$F(x) = \frac{2}{x(x+1)}$

$Fx = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

تابع مؤلف من تابعين نأخذ الحل المشترك بينهما

البسط:

$\sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

$[-1,+\infty[$

المقام:

$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq +1$

معرف على $R\backslash\{+1\}$

$D = [-1,+\infty[\cap R\backslash\{+1\}$

$D = [[-1,+1[\cup[+1,+\infty[$

اطراد تابع:

ملاحظة:

عندما يكون الخط البياني هابطاً على المجال((من اليسار إلى اليمين)) يكون متناقص
وعندما يكون الخط البياني صاعداً على مجال يكون التابع متزايد

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

تمرين-١-

ليكن التابع

$$f(x) = x^2 + 2x - 5$$

هل النقطة $M(0,1)$ تقع على الخط البياني للتابع وهل $A(-1,-6)$ تقع على الخط البياني

الحل:

نعوض M في التابع

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -3 \neq 0$$

إذاً: $M(0,1) \notin C$ إذاً:

نعوض A في التابع

$$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 5 = 1 - 2 - 5 = -6$$
$$\Rightarrow -6 = -6$$

إذاً A تقع على C

(إيجاد مجمرعة تعريف تابع و النهايات والتوابع الزوجية والفردية):

أوجد مجموعة تعريف التوابع التالية

1) $f(x) = \frac{3}{x^2}$ معرف على R^*

2) $g(x) = \frac{x+1}{x(x-1)}$ مجموعة تعريفه $R\backslash\{0,1\}$

مثال:

ليكن التابع:

$$Fx = \frac{x+1}{x-2}$$

والمطلوب:

١. *أوجد مجموعة تعريف التابع*
٢. *ادرس اطراد التابع على المجال* $]-\infty,2[$ و $]2,+\infty[$
٣. *اكتب جدول اطراد التابع*
٤. حل المتراجحتين: $fx > 1$ و $fx < 1$
٥. *نظم جدولاً بقيم* fx *الموافقة لقيم التابع* $\{-1,0,1,3,4,5\}$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

الحل:
التابع معرف على $R\backslash\{-2\}$ $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

X	$-\infty$		-1		$+2$		$+\infty$
$x+1$		-	0	+		+	
$x-2$		-		-	0	+	
Fx	$+\infty$	↘	0	↘	$-\infty \parallel +\infty$	↘	+

لحل المتراجحة $fx>1$ أو $fx<1$
نأخذ الفرق:

$$F(X-1)=\frac{x+1}{x-2}-\frac{-1}{1}=\frac{x+1-x-2}{x-2}=\frac{3}{x-2}$$

$fx<1$ محققة في المجال $]-\infty,2[$
$fx>1$ محققة في المجال $]2,+\infty[$
لرسم الخط البياني نستعين بالنقط:

$f(-1)=0$ $\quad f(0)=-\frac{1}{2}$
$f(1)=-2$ $\quad f(3)=4$
$f(4)=2.5$ $\quad f(5)=2$

x	-1		0		1		2		3		4		5
F(x)	0	↘	$-\frac{1}{2}$	↘	-2		$\parallel$		4	↘	2.5	↘	2

العمليات على التوابع

مثال: التابع gf و معرفان وفق:

$$f(x)=x^2+2x-3$$
$$g(x)=x^2-1$$

أوجد $(f+g)(x)$ ، $(f.g)(x)$:

الحل:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$
$$=x^2+2x-3+x^2-1$$
$$2x^2+2x-4$$
$$(f.g)(x)=f(x).g(x)$$
$$=(x^2+2x-3).(x^2-1)$$
$$=x^4+2x^3-3x^2-x^2-2x+3$$
$$=x^4+2x^3-4x^2-2x+3$$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

قسمة كثيرات الحدود:

أوجد ناتج ما يلي:

$$x^2+2x+2$$
$$X-1 \;\Big)\; x^3+x^2+3$$
$$\mp x^3 \pm x^2$$
$$2x^2+3$$
$$\mp 2x^2 \pm 2x$$
$$2x+3$$
$$\mp 2x \pm 2$$
$$+5$$

ملاحظة: نبدل الإشارة

الناتج $= x^2+2x+2$
الباقي $= 5$

الاشتقاق ونهاية التابع:

مثال : هل التابع اشتقاقي عند 5 ؟ $P(x)=3x^2-4$

$$f(x)=3x^2-a \qquad f(h)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$$f(h)=\frac{3(a+h)^2-4-(3a^2-4)}{h}=\frac{3(a^2+2ah+h^2)-4-3a^2+4}{h}$$

$$=\frac{3a^2+6ah+3h^2-4-3a^2+4}{h}$$

$$\frac{6ah+3h^2}{h}=\frac{h(6a+3h)}{h}=6a+3h$$

$$\lim_{x\to 0} f(h)=6a$$
$$f'(5)=\lim f(h)=30\epsilon R$$

اذاً الدالة قابلة للاشتقاق

قواعد الاشتقاق:

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

1- $f(x)=mx+P$ مشتقه $\Rightarrow f'(x)=m$

2- $f(x)=\sqrt{x}$ $\frac{\text{مشتق ما داخل الجذر}}{\text{ضعفي الجذر}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

3- $f(x)=\sin x \Rightarrow f'(x)=\cos x$

$f(x)=\cos x \Rightarrow f'(x)=-\sin(x)$

4- مشتق مجموع تابعين = مشتق التابع الأول +مشتق التابع الثاني

5- مشتق جداء ضرب تابعين هو : مشتق الأول×الثاني +مشتق الثاني×الأول

6- مشتق تابع كسري هو $\frac{\text{مشتق البسط بالمقام}(-)\text{مشتق المقام بالبسط}}{\text{مربع المقام}}$

أمثلة : أوجد مشتق التوابع:

1) $f(x)=x+\sqrt{x}$ $f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

2) $f(x)=5x^3-3x^2+10x+3$

$f'(x)=15x^2-6x+10$

3) $f(x)=\sin(2x+\pi)$

$f'(x)=2\cos(2x+\pi)$

4) $f(x)=3x^2-5x$ $f'(x)=6x-5$

إيجاد نهاية تابع:

١- حالات عدم التعيين:

$+\infty,-\infty,0,-\infty,\frac{\infty}{\infty},\frac{0}{0}$

أوجد نهاية ما يلي:

ملاحظة

1- $\lim_{x\to 1^{>}}\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{x}-1}=\frac{1-2}{1-1}=\frac{-1}{+0}=-\infty$

2- $\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x^2-x}=\lim\frac{5}{x^2}=\frac{5}{(-\infty)^2}=0$

3- $\lim_{x\to+\infty}(2x^3-x)=2(+\infty)^3=+\infty$

تمرين شامل:

$f(x)=1-x-\frac{1}{x}$ وليكن خطه البياني c_f يقبل المستقيم Δ ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل

والمطلوب: ١- أوجد مجموعة تعريف التابع

٢-أثبت أن c_f يقبل المستقيم Δ ذا المعادلة $y=1-x$

٣-ادرس الوضع للمقارب Δ بالنسبة إلى المنحني c_f

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

٤-ادرس التابع f

الحل:

التابع معرف على R^*

$\lim_{x\to-\infty} f(x-y_\Delta)=\lim -\frac{1}{x}=\frac{-1}{\infty}=0$

$x-y_\Delta=1-x-\frac{1}{x}-1+x=\frac{-1}{x}$

فالمستقيم y_Δ مقارب للمنحنى c_f بجوار $\pm\infty$

ندرس إشارة الفرق

$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x}$

$]-\infty,0[\Rightarrow f(x)-y_\Delta\Rightarrow f(x)>y_\Delta$

المنحنى c_f يقع فوق المقارب

$]0,+\infty[\Rightarrow f(x)-y_\Delta<0\Rightarrow f(x)<y_\Delta$

المنحنى c_f يقع تحت المقارب ولدراسة التابع:

$D=R^*=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to 0^{>}} f(x)=-\frac{1}{+0}=-\infty$

$\lim_{x\to 0^{<}} f(x)=-\frac{1}{-0}=+\infty$

للمستقيم $x=0$ مقارب منطبق على yy' في جوار $\pm\infty$

$f'(x)=-1+\frac{1}{x^2}=\frac{-x^2+1}{x^2}$

$f'(x)=0\Rightarrow 1-x^2=0$

$(1-x)(1+x)=0$

$x=1\Rightarrow f(1)=-1$ قيمة كبرى محلية

$x=-1\Rightarrow f(1)=3$ قيمة صغرى محلية

x	$-\infty$		-1		0		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$---$	0	$+++$		$+++$	0	$---$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$		-1	$\searrow$	$-\infty$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

معادلة القطع المكافئ:

Scanned with CamScanner

مثال : $f(x)=\frac{1}{2}(x^2-6x+5)$

١- توثق أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين مختلفين

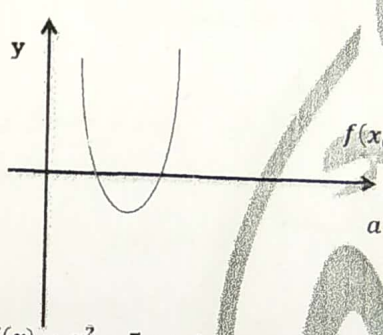
٢- عين إحداثيات ذروة القطع f وارسم محور تناظره

٣- أين تقع فتحة القطع

الحل:

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow (x-5)(x-1)=0$$

إما : $x-5=0 \Rightarrow x=+5$ أو: $x-1=0 \Rightarrow x=+1$



إذاً يوجد جذرين:

فاصلة الذروة: $x_0=\frac{1+x_2}{2}=\frac{1+5}{2}\Rightarrow\frac{6}{2}=3$

$$f(x_0)=f(3)=-2$$

لمعرفة فتحة القطع ننظر إلى أمثال x^2

$$a=\begin{cases}0<a\\0>a\end{cases}$$

فتحة القطع للأعلى

أي: فتحة القطع للأسفل

$f(x)=x^2-5x+6$

تدريب: ادرس التابع:

التابع معرف ومستمر واشتقاقي على R

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2=(+\infty)^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^2=(-\infty)^2=+\infty$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 2x-5=0$$

$$2x=5\Rightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right)=\left(\frac{5}{2}\right)^2-5\left(\frac{5}{2}\right)+6=\underset{(1)}{\frac{25}{4}}-\underset{(2)}{\frac{25}{2}}+\underset{(4)}{\frac{6}{1}}=-\frac{1}{4}$$

$f(x)=0 \Rightarrow x^2-5x+6=0$

إما $x=3$ أو $x=2 \Rightarrow x=\frac{5}{2}=2.5$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$--$	0	$++$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

المتتاليات

المتتالية (U_n) $n\geq 0$ معرف بقيمة U_0 وبعلاقة تدريجية ، عين فيما يلي التابع f الذي يحقق أياً كان n العلاقة:

$U_0=-1$

$U_n+1=(U_n+1)^2$

$U_1=(-1+1)^2=0$

$U_2=(0+1)^2=1$

$U_3=(1+1)^2=4$

$U_4=(4+1)^2=25$

$U_5=(25+1)^2=676$

❖ أوجد : $(U_2n)\ ,(U_n-1)\ ,(U_n+1)$

الحل:

$$U_n=\frac{n^2+n+1}{2n+1}$$

$$U_n+1=\frac{(n+1)^2+(n+1)+1}{2(n+1)+1}$$

$$=\frac{n^2+2n+1+n+1+1}{2n+2+1}=\frac{n^2+3n+3}{2n+3}$$

$$U_n-1=\frac{(n-1)^2+(n-1)+1}{2(n-1)+1}=\frac{n^2-n+1}{2n-1}$$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

$$U_2 n = \frac{(2n)^2 + 2n + 1}{2(2n+1)} = \frac{4n^2 + 2n + 1}{4 - n + 1}$$

المتتالية المتزايدة والمتناقصة

نقول إن المتتالية متزايدة تماماً إذا وفقط مهما يكن $n \geq 0$ يكن

$U_n + 1 > U_n$

والمتتالية متناقصة تماماً إذا تحقق الشرط:

$U_n + 1 <_n$

ملاحظة : لدراسة اطراد متتالية نقوم بدراسة إشارة الفرق بين $(U_n + 1)$ و (U_n) أو بمقارنة $\frac{U_n+1}{U_n}$

مثال: لتكن المتتالية

المعرفة بالعلاقة : $U_n = n^2 - 10n + 26$

أحسب $(U_n + 1 - U_n)$ وبرهن أن المتتالية متزايدة بدءاً من الدليل $n = 5$

الحل:

نحسب الفرق:

$$U_n + 1 - U_n = [(n+1)^2 - 10(n+1) + 26] - [n^2 - 10n + 26]$$

$$= n^2 + 2n + 1 - 10n - 10 + 26 - n^2 + 10n - 26)$$

$$= 2n - 9$$

$$U_n + 1 - U_n > 0$$

عندما: $2n - 9 > 0 \Rightarrow n > \frac{9}{2}$

والمتتالية متزايدة تماماً اعتباراً من الحد الخامس

$$\frac{U_n}{U_m} = q^{n-m}$$

في المتتالية الهندسية:

هل المتتالية هندسية أم لا؟

$U_n = 3^n + 3n$

$U_{n+1} = 3^{n+1} + 3(n+1) = 3.3^n + 9n - 6n + 3$

$3(3^n) - 6n + 3 \Rightarrow 3U_n - 6n + 3$

تمرين:

$U_n = 5^{n+3}$

$U_{n+1} = 5^{n+4} = 5.5^{n+3} = 5U_n$

المتتالية هندسية أساسها $r = 5$

تمرين:

فيما يأتي متتالية $(U_n) n \geq 0$ متتالية هندسية أساسها q $q = 5 \quad , \quad U_0 = 4$

- اكتب U_n بدلاً من (n)

الحل: $U_n = U_0 \cdot q^n \Rightarrow U_n = 4.5^n$

الاحتمالات:

الحدث البسيط:

١)التجارب غير متساوية الاحتمال:

مسالة:

في صندوق ثلاث كرات سوداء اللون وواحدة بيضاء وكلها متماثلة الملمس ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة ، ونسجل زوج الألوان مع أخذ الترتيب في الحسبان، عين فضاء العينة وقانون الاحتمال لهذه التجربة:

الحل: نرمز للكرة البيضاء بـ w ، وللكرة السوداء بـ b

وبالتالي يكون لدينا الاحتمالات $(w,b)(b,w)(b,b)$

وبالتالي احتمال (b,w) < احتمال (bb)

والتجربة غير متساوية الاحتمال

فضاء العينة: $= \{(bb)(w,b)(b,w)\}$

وبالتالي قانون الاحتمال:

النتيجة وقوعها	b,b	b,w	w,b
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Scanned with CamScanner

٢)التجارب العشوائية متساوية الاحتمال يكون احتمالها: $p = \frac{1}{n}$

نتيجة مهمة

في تجربة عشوائية متساوية الاحتمال

احتمال وقوع حدث A : حاصل قسمة عدد عناصر الحدث A على عناصر فضاء العينة Ω

$$p(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{n\,A}{n\,\Omega}$$

عمليات على الأحداث

١) A و B هو الحدث الذي يقع في A و B معاً

A و B هو $A \cap B$

عندما يكون $A \cap B = \emptyset$ الحدثان منفصلان

٢) أما A أو B فهو وقوع أحد الحدثين على الأقل ويوافق $A \cup B$

٣) الحدث المعاكس A' هو الحدث الذي يقع عندما لا يقع الحدث A أي النتائج التي لا تنتمي إلى الحدث A

٤) نقول إن الحدثان A و B يؤلفان تجربة للحدث الأكيد إذا كانا منفصلين وغير مستحيلين

وكان $A \cup B = \Omega$

تمرين:

لنتأمل المجموعة: $\Omega = \{0,1,,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

A الحدث الموافق للأعداد الزوجية في Ω

B الحدث الموافق للأعداد الفردية في Ω

C الحدث الموافق لمضاعفات العدد ٤ في Ω

المطلوب:

١- أوجد ما يلي:

$$A \cap B, A \cup B, A \cup C, A \cap C, B \cup C, B \cap C, A', (A \cup B)'$$

٢- هل يؤلف الحدثان A , B تجزئة للمجموعة

الحل:

١- المجموعة الخالية $A \cap B = \phi$

$A \cup B = \Omega = \{0,1,,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$B \cap C = \phi$

$B \cup C = \{0,1,3,4,5,7,8,9\}$

$A \cup C = A = \{0,2,4,6,8\}$

$A \cap C = \{0,4,8\}$

$(A \cup B)' = A' \cap B' = \phi$

$A' = B = \{1,3,5,7,9\}$

٢. نلاحظ أن $A \cup B$ هو Ω و $A \cap B = 0$

إذاً الحدثان A و B يشكلان تجزئة للمجموعة Ω

خواص الإحتمالات

1) إذا كان الحدثان منفصلان يكون $P(A \cup B) = p(A) + P(B)$

إذا كان الحدثان منفصلان أي أن $(A \cap B) = \phi$

٢) أما في الحالة العامة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

٣) $P(A') = 1 - P(A)$

٤) إذا كان الحدثان مستقلان احتمالياً

$$P(A \cup B') = P(A) - P(A \cap B')$$

$$P(A \backslash B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

$$P(A \cap B)' = P(A' \cup B')$$

$$P(A \cup B)' = P(A' \cap B')$$

مسألة:

يطلق راميان كل منهما على حدا طلقة واحدة على هدف نفترض أن احتمال أن يصيب الرامي الأول الهدف $\frac{6}{10}$ الحدث A ،واحتمال أن يصيب الرامي الثاني الهدف $\frac{7}{10}$ الحدث B

المطلوب:

١. احتمال أن يصيب الراميان الهدف معاً

٢. احتمال أن يصيب أحدهما الهدف على الأقل

٣. احتمال عدم إصابة الهدف

٤. احتمال أن يصيب أحدهما فقط الهدف

٥. إذا علمت أن أحدهما على الأقل أصاب الهدف ، فما احتمال أن يكون هو الرامي الأول فقط؟

٦. إذا علمت أن أحدهما على الأقل أصاب الهدف ، فما احتمال أن يكون الرامي الأول

الحل:

إن الحدثان مستقلان لأنه لا يؤثر أحدهما في الآخر

١- $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{50}$

٢- احتمال إصابة أحدهما الهدف هو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{42}{100} = \frac{22}{25}$$

٣- إن عدم إصابة الهدف من قبل الراميين

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = \frac{3}{25}$$ أو

Scanned with CamScanner

$$P(A\cup B)' = P(A'\cap B') = P(A').P(B') = \frac{2}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{3}{25}$$

٤- ليكن C هو احتمال إصابة أحد الرامين فقط الهدف

$$P(C) = P(A\cup B) - P(A\cap B) = \frac{44}{50} - \frac{21}{50} = \frac{23}{50}$$

أو :

$$P(C) = P(A\cap B') + P(A'\cap B)$$

٥- احتمال إصابة الأول فقط

$$A_1 = A\cap B' \Rightarrow P(A)_1 = \frac{6}{10}\times\frac{3}{10} = \frac{9}{50}$$

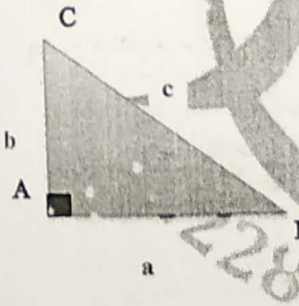
أو بطريقة الاحتمال المشروط:

$$PA_1 \backslash P(A\cup B)$$

٦-

$$P(A)\backslash P(A\cup B) = \frac{\{P(A\cup B)\cap A\}}{P(A\cup B)} = \frac{P(A)}{P(A\cup B)} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{22}{25}} = \frac{15}{22}$$

تطبيقات الجداء السلمي



نرمز للضلع $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$

العلاقات العددية في المثلث القائم:

١- ترتبط أضلاع المثلث بعلاقة فيثاغورث

[redacted]

٢- الخط المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر

٣- نحسب مساحة المثلث: [redacted]

٤- ترتبط أطوال أضلاع المثلث وزواياه بعلاقات مثل $b = a\sin B$

علاقة الكاشي:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos A$$

مبرهنة المتوسط:

$$AB^2 + AC^2 = 2AI + \frac{BC^2}{2}$$

نتيجة هامة:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

مثال: ABC مثلث فيه: $a = 4 \quad B = 75^\circ \quad C = 45^\circ$ احسب b , c

الحل:

نستفيد من العلاقة:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$A = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

$$\frac{4}{\sin A} = \frac{b}{\sin 75} = \frac{c}{\sin 45}$$

$$a = 4\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3} = 3.27$$

$$b = \frac{8\sqrt{3}}{3}\sin 75 \approx 4.46$$

- إذا كان لدينا مستقيمان d , d' معادلتاهما:

$$ax + by + c = 0$$
$$a'x + b'y + 'c = 0$$

يكون المستقيمان متعامدان إذا كان $aa' + bb' = 0$

- إذا كان المستقيمان معادلتاهما:

$$y' = m'x + p'$$
$$y = mx + p$$

شرط التعامد : $mm' = -1$

- معادلة الدائرة في معلم متجانس:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

تمرين:

معادلة الدائرة: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 6$

أوجد مركزها ونصف قطرها

الحل: $R^2 = 6 \Rightarrow R = \sqrt{6}$

مركزها: $(-2, +3)$

Scanned with CamScanner

لمعرفة المعادلة إذا كانت تمثل معادلة الدائرة أم لا ؟

نكتب المعادلة بالصيغة: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=K$

- $0<K$ دائرة ونصف قطرها $\sqrt{K}$
- $0=K$ نقطة وحيدة
- $K<0$ كانت خالية

تمرين:

هل هذه المعادلة تمثل دائرة؟

$$x^2+y^2-2x+4y+5=0$$

$$x^2-2x=(x-1)^2-1$$
$$y^2+4y=(y+2)^2-4$$
$$\Rightarrow (x-1)^2-1+(y-2)^2-4+5=0$$
$$(x-1)^2+(y-2)^2=0$$

فالمجموعة تمثل نقطة إحداثياتها $(+1,-2)$

المستقيم الحقيقي والدائرة المثلثية

قياس الزاوية بالدرجات	30	45	60	120	135	160
قياس الزاوية بالراديان	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

توجد علاقة تربط الزاوية بالدرجات بقياس الزاوية بالراديان

$$\frac{\text{قياس الزاوية بالدرجات}}{180}=\frac{\text{قياس الزاوية بالراديان}}{\pi}$$

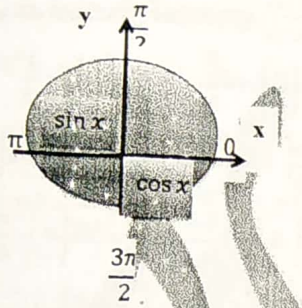
مثال:

١) ما قياس زاوية بالراديان إذا علمت أنها تساوي $d=20^\circ$

$$a=\frac{20\times\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$$

٢) ما قياس زاوية بالدرجات إذا علمت أن قياسها بالراديان $a=\frac{2\pi}{7}$

$$d=\frac{180\times\frac{2\pi}{7}}{180}=\frac{360}{7}=51^\circ$$



$$-1\le \sin x\le +1$$
$$-1\le \cos x\le +1$$

ملاحظة-١-:

$$\sin(x+2\pi)=\sin x$$
$$\cos x(x+2\pi)=\cos x$$

ملاحظة-٢-:

$$sin(-x)=-sin\,x$$

$$\cos(-x)=-\cos x$$

ملاحظة-٣-:

$$\sin(x+\pi)=-\sin x$$

$$\cos(x+\pi)=-\cos x$$

ملاحظة-٤-:

ملاحظة-٥-:

$$\sin(x+\frac{\pi}{2})=\cos x$$
$$\cos(x+\frac{\pi}{2})=-\sin x$$

1 – أوجد $\sin$, $\cos$ الاعداد يمكنك الاستفادة من الدائرة المثلثية .

الحل :

$$*)\ \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\quad,\quad \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$*)\ \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{6\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$$

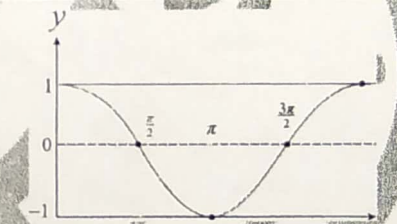
$$*)\ \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{6\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$*)\ \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{6\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

2 – ارسم الخط البياني وأوجد الجدول المرادف للتابع على المجال $[0\ ,\ 2\pi]$ ، ادرس $\cos x$.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1 ↘	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	1

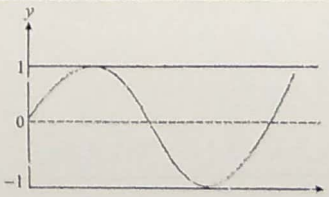
وخطّه البياني :



أما جدول أطراد $\sin x$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0 ↗	1 ↘	0 ↘	-1 ↗	0

وشكل خطّه البياني :



(*) تمرين : في حالة $\cos x \neq 0 \Leftarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ والمطلوب :

١ – أثبت أنه أياً كان العدد x الذي يحقق $\cos x \neq 0$ كان $1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

٢ – اذا علمت أن x تنتمي الى $\left[-\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right]$ وأن $\tan x = -2$ فأوجد $\cos x$, $\sin x$

الحل :

$$1+\tan^2 x = 1+\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = -2 \quad \text{– ٢}$$

$$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftarrow 1+(-2)^2 = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1+4 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$5 = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos x = \mp\frac{1}{\sqrt{5}}$$

مرفوض

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$ مقبول

$$\sin^2 x+\cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x+\frac{1}{5} = 1$$

$$\sin^2 x = 1-\frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$ مرفوض أو مقبول $\sin x = \frac{-2}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$

تمرين (٢) أثبت صحة العلاقة : $(\sin x+\cos x)^2 = 1+2\sin x\cos x$

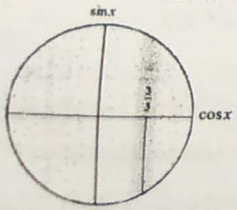
$$(\sin x+\cos x)^2 = \sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x$$

$$\sin^2 x+\cos^2 x = 1$$ لأنه حسب ما نعلم : $= 1+2\sin x\cos x$

تمرين (٣) : عين على الدائرة المثلثية C النقطة M اذا علمت أن $\cos x = \frac{3}{5}$ و $x \in \left[-\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right]$ ثم احسب

كلاً من $\sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ ، $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ ، $\sin(\pi-x)$ للربع الرابع $x \in \left[-\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right]$

$$\sin^2 x+\cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x+\left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1-\frac{9}{5}$$



$$\sin x = \frac{+4}{\sqrt{5}}$$ أو مرفوض $\sin^2 x = \frac{16}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{-4}{\sqrt{5}}$ مقبول

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x = -\frac{4}{5}$$

$$\cos(\pi-x) = -\sin x = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin(\pi-x) = \sin x = -\frac{4}{5}$$

Scanned with CamScanner

نتائج هامّة للهندسة :

١ – بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بمستوٍ وحيد .

٢ – اذا تقاطع مستويان كان تقاطعهما مستقيماً نسميه مضلعهم المشترك .

٣ – اذا وضع مستقيمان في مستوٍ واحد ولم يشتركا بأي نقطة ثنا أنهما متوازيان .

٤ – اذا لم يشترك مستويان بأيّة نقطة كان المستويان متوازيان .

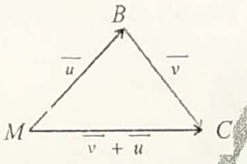
٥ – المستويان المتوازيان لثالث متوازيان .

٦ – المستويان العاموديان على مستقيم واحد متوازيان .

٧ – المستويان العاموديان على مستوي نفسه متوازيان.

جمع الأشعة وطرحها :

١) علاقة شال لطريقة المثلث :

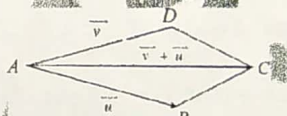


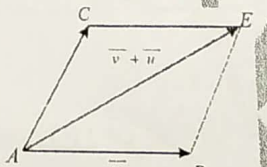
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$$

٢) طريقة متوازي الاضلاع :

اذا كان للشعاعين $\vec{u} + \vec{v}$ المبدأ نفسه A نستخدم طريقة متوازي الاضلاع :

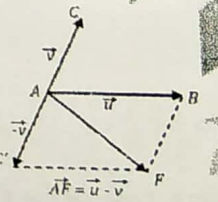




تمرين : لتكن A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

نضع $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ أوجد كلاً من $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AE}$

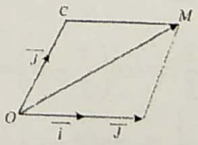
لرسم الشعاع AF نرسم الشعاع $\vec{v}$



قوانين للهندسة التحليلية : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

١) احداثيات منتصف قطعة مستقيمة :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad , \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

٢) الارتباط الخطّي : يكون الشعاعين غير المعدومين : $\vec{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$

مرتبطين خطّياً اذا تحقق : $xy' - yx' = 0$

٣) قانون البعد بين نقطتين : $AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

تدريب : لدينا في معلم متجانس $A(-2,3), B(4,5), C(0,5), D(5,1)$

١ – احسب محيط المثلث ABC . ٢ – احسب احداثيات N منتصف القطة المستقيمة CB واستنتج طول المتوسط AN .

٣ – احسب مركبات الشعاعين $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$. ٤ – أثبت أن المستقيمان AB, CD متقاطعان .

٥ – اكتب بدلالة K ، مركبات الشعاع $\overrightarrow{CM}$ التي تحقق $\overrightarrow{AM} = K\overrightarrow{AB}$

٦ – احسب بدلالة K مركبات الشعاع $\overrightarrow{CM}$. ٧ – عين K كي يكون الشعاعان مرتبطان خطّياً واستنتج احداثيات نقطة تقاطع المستويين AB, CD .

الحل : ١ – نستخدم قانون البعد بين نقطتين : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

نستخدم قانون البعد بين نقطتين : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$$AB^2 = (4+2)^2 + (5-3)^2 = 36 + 4 = 40$$

$$AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$BC^2 = (0-4)^2 + (5-5)^2 = 16 \Rightarrow BC = 4$$

$$AC^2 = (-2-0)^2 + (3-5)^2 = 4 + 4 = 8 \rightarrow Ac = 2\sqrt{2}$$

محيط المثلث مجموع اطوال أضلاعه : $2\sqrt{10} + 2\sqrt{2} + 4$

$$x_N = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$$

$$N(2,5) \quad y_N = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{5+5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$AN^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (2+2)^2 + (5-3) = 20$$

$$AN = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{CD} = (5-0)\vec{i} + (1-5)\vec{j} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$$

٤) لكي نثبت أنهما متقاطعان (غير مرتبطين خطّياً) أي مستقلان : $\overrightarrow{CD}(5,-4)$, $\overrightarrow{AB}(6,2)$

نضع قانون الارتباط الخطّي : $xy' - yx' = 0 = 6(-4) - 2(5) = -24 - 10 = -34 \neq 0$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

اذن غير مرتبطين خطّياً فهما متوازيان .

٥) يتساوى شعاعين اذا تساوى مركبات الأول مع مركبات الثاني :

$$\overrightarrow{AM} = K\,\overrightarrow{AB}$$

$$x_M - x_A = K(x_B - x_A) \Rightarrow x_M + 2 = K(4+2) \Rightarrow x_M + 2 = 6K$$

$$y_M - y_A = k(y_B - y_A) \Rightarrow y_M - y_A = k(y_B - y_A)$$

$$y_M - 3 = k(5-3) \Rightarrow y_M = 2k + 3 \Rightarrow M(6k-2\,,\,2k+3)$$

٦) $\overrightarrow{CD}\begin{vmatrix}5\\-4\end{vmatrix}$ ولكن $\overrightarrow{CM} = \begin{vmatrix}x_M - x_C\\y_M - y_C\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}6k-2-0\\2k+3-5\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}6k-2\\2k-2\end{vmatrix}$

لكي يكون مرتبطين خطّياً : $(6K-2)(-4) - (2k-2)(5) = 0 \Rightarrow -24K + 8 - 10K + 10 = 0$

$-34K + 18 = 0 \Rightarrow K = -\frac{18}{34} = -\frac{9}{17}$ **نعوض قيمة** K **:**

$$x_M = 6\left(-\frac{9}{17}\right) - 2 = \frac{-54}{17} - \frac{2}{1} = \frac{-54}{17} - \frac{34}{17} = \frac{-88}{17}$$

$$y_M = 2\left(-\frac{9}{17}\right) + 3 = \frac{-18}{17} + \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{51}{17} - \frac{18}{17} = \frac{+33}{17}$$

$$M\left(-\frac{88}{17}\,,\,\frac{33}{17}\right)$$

تمرين : هل الشعاعين $\vec{u}\left(\frac{1}{3}\,,\,-\frac{1}{2}\right)$, $\vec{v} = \left(\frac{2}{5}\,,\,\frac{-3}{5}\right)$ **مرتبطين خطّياً ؟**

$xy' - yx' = 0 = \frac{1}{3}\left(\frac{-3}{5}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0$ **اذن مرتبطين خطّياً .**

تمرين : $A(-1,2)\,,\,B(2,1)$ **احسب طول** AB .

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (2+1)^2 + (1-2)^2 = 9 + 1 = 10$$

$$\rightarrow AB = \sqrt{10}$$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

أسئلة دورات

السؤال الأول: 100 درجة

اختر الإجابة الصحيحة لكل إجابة (20درجة) (5×20)

١- اذا كان $A\,,\,B$ حدثان متنافيان(منفصلين) وكان $P(A) = 0.3$ و $P(B) = 0.4$

$P(A \cup B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.3 + 0.4 = 0.7$

٢- منتصف القطعة المستقيمة $[BA]$ حيث إحداثياتها $A(3\,,-2)\,,B(-1,6)$

$$x_0 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad y_0 = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = +2$$

$(1\,,+2)$

٣- إذا كانت النقطة M هي $(2\,,3)$ وكانت المتجهة $4\vec{i} + 7\vec{j}$ كانت إحداثيات النقطة N هي:

$\overrightarrow{MN} = (x-2\,,y-3) = (4,7)$

$x - 2 = 4 \Rightarrow x = 4 + 2 = 6$

$y - 3 = 7 \Rightarrow y = 7 + 3 = 10$

النقطة N هي $(6\,,10)$

٤- إن إحدى قيم x التي تحقق المعادلة $\sin^2 x + \sin 2x = 0$

$\sin^2 x + 2\sin x \cos x = 0$

$\sin x[\sin x + 2\cos x] = 0$

$\sin x + 2\cos x = 0$ أو $\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k$ إما

إذاً الجواب هو π

٥- الخط البياني للدالة $f(x) = x^2 - 6x + 4$ متناظر بالنسبة للمستقيم الذي معادلته:

الحل:

$x^2 - 6x + 9 + 9 + 4 +$

$(x+3)^2 - 9 + 4 = (x+3)^2 - 5$

متناظر بالنسبة $x = -3$

السؤال الثاني: 100درجة

لتكن الدالة $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{1-x^2}$

١) أوجد مجموعة تعريف الدالة

٢) أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

الحل: $R\backslash\{-1\,,+1\}$:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{x^2}{-x^2} = -1$$

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

Scanned with CamScanner

السؤال الأول:

دورة ٢

اختر الإجابة الصحيحة:

❖ $\frac{5!}{c(5,3)} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}} = 3\times2\times2 = 12$

❖ المثلث ABC قائم في A وإذا كانت $B = 60$ فإن:

$\cos C + \sin B$ تساوي

$C = 180^\circ(90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3}$

❖ نقطة تقاطع مستقيمين هي:

$d_1: 2x + y - 4 = 0$

$d_2: 2x - y - 4 = 0$

الحل: بالحل المشترك نجمع d_1 و d_2

$4x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = +2$

نعوض في المعادلة الأولى: $2(2) + y - 4 = 0$

$\Rightarrow 4 + y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$

النقطة هي $(2\ ,0)$

❖ لتكن النقاط $N(-3\ ,0)$ ، $E(1\ ,\lambda)$ ، $M(0\ ,3)$ التي تجعل النقاط $(E\ ,N\ ,M)$ على استقامة واحدة هي :

الحل تكون النقاط على استقامة واحدة إذا كانت مرتبطة خطياً $\overrightarrow{MN}$ $\overrightarrow{ME}$

$\overrightarrow{MN}, (1-0\ ,\lambda-3)$ $\overrightarrow{ME}$ $(-3-0\ ,0-3)$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{MN}, (1\ ,\lambda-3)$, $\overrightarrow{ME}\ (-3,-3)$

$\frac{1}{-3} = \frac{\lambda-3}{-3} \Rightarrow -3\lambda + 9 = -3 \Rightarrow -3\lambda = -3 - 9$

$\Rightarrow -3\lambda = -12 \Rightarrow \lambda = \frac{-12}{-3} = +4$

❖ الدالة المشتقة للدالة $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ هي:

حيث أن: $F: R\backslash\{1\}$

الحل:

مشتق البسط بالمقام – مشتق المقام بالبسط

مربع المقام

تطلب النسخة الأصلية من مكتب المجد – حلب الجميلية – شارع اسكندرون – هاتف : ٢٢٢٢٥٨١

$f(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x)}{(x-1)^2}$

$= \frac{2x - 2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$

السؤال الثاني: 100درجة

لتكن الدالة f المعرفة على R وفق: $f(x) = x^2 + 1$ ، الدالة معرفة على R وفق : $g(x) = 2x$

والمطلوب:

١) أوجد مجموعة قيم الدالة f

٢) أوجد $(f.g)x$

الحل:

$f(x) = x^2 + 1$ ، $g(x) = 2x$

١) مجموعة قيم الدالة f هي $[1, +\infty[$

٢) $(f.g)x = (2x)(x^2 + 1) = 2x^3 + 2x$

انتهت الدورات

2228128 - 2222581

Scanned with CamScanner

الرياضيات : (٢٠٠ درجة)

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي : (٤٠×٥ = ٢٠٠ درجة)

1- إذا كان A, B حدثان متنافيين (منفصلين) وكان $P(B)=0.4$, $P(A)=0.3$ فإن: $P(A\cup B)$ يساوي:

A	0.8	B	0.7	C	0.6	D	0.2

2- منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(3,-2)$, $B(-1,6)$ هو النقطة التي إحداثياها:

A	(2,-4)	B	(2,4)	C	(4,-8)	D	(1,2)

3- إذا كانت إحداثيات النقطة M هي (2,3) وكان المتجهة $\overrightarrow{MN}=4\vec{i}+7\vec{j}$ كانت احداثيات النقطة N هي:

A	(-2,-4)	B	(6,-4)	C	(6,4)	D	(6,10)

4- إن إحدى قيم x التي تحقق المعادلة $\sin^2 x+\sin 2x=0$ هي :

A	$\frac{\pi}{4}$	B	$\frac{\pi}{2}$	C	π	D	$\frac{\pi}{3}$

5- الخط البياني الدالة f : $f(x)=x^2-6x+4$ متناظر بالنسبة للمستقيم Δ الذي معادلته:

A	$x=-9$	B	$x=3$	C	$x=-3$	D	$x=9$

ثانياً- حل المسائل الآتية (١٠٠ درجة):

لتكن الدالة f : $f(x)=\frac{x^2+2x-1}{1-x^2}$ والمطلوب :

1) أوجد مجموعة تعريف الدالة f .

2) أوجد $\lim f(x)$.

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي : (٤٠×٥ = ٢٠٠ درجة)

1- ليكن $\vec{v}(3,2)$ و $\vec{u}(a,1)$ فإن قيمة العدد الحقيقي a ليكون المتجهان $\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطياً هي:

A	2	B	3	C	$\frac{2}{3}$	D	$\frac{3}{2}$

2- قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون عندها للمعادلة $x^3-6x+m-1=0$ جذر مضاعف هي:

A	-9	B	9	C	+10	D	-10

3- التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x}$ ، مشتقه $f'(x)$ هو:

A	$\frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}$	B	$\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}$	C	$\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$	D	$1+\frac{1}{\sqrt{x}}$

4- في تجربة إلقاء حجر نرد رباعي الوجوه متوازن تماماً مرقم من 1 إلى 4 ، إن احتمال الحصول على عدد زوجي يساوي:

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{3}{4}$

5- ABC مثلث فيه AB=4 و AC=3 وقياس الزاوية $\hat{A}=60^\circ$ فإن مساحته تساوي:

A	6	B	3	C	$3\sqrt{3}$	D	$6\sqrt{3}$

ثانياً- حل المسألة الآتية (١٠٠ درجة):

ليكن لدينا التابعان f و g المعرفان وفق $f(x)=x^2$ و $g(x)=\frac{1}{x}$.

1- أوجد مجموعة تعريف كلاً من التابعين f و g .

2- أوجد $f'(x)$ و $g'(x)$.

3- ادرس اطراد التابع g.

4- ليكن C_f الخط البياني للتابع f ، اكتب معادلة المماس للخط C_f في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

Scanned with CamScanner

الرياضيات : (٢٠٠ درجة)

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي : (٤٠ × ٥ = ٢٠٠ درجة)

1- العدد $\frac{5!}{C(5,3)}$ يساوي :

A	24	B	6
C	12	D	18

2- في المثلث $A\hat{B}C$ القائم في A ، إذا كان $\widehat{B}=60^\circ$ فإن $\cos C+\sin B$ تساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	1
C	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	D	$1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

3- نقطة تقاطع المستقيمين $d_1: 2x+y-4=0$ ، $d_2: 2x-y-4=0$ هي:

A	$(1,-2)$	B	$(0,4)$
C	$(-2,0)$	D	$(2,0)$

4- الدالة المشتقة الدالة $f: f(x)=\frac{2x}{x-1}$: $f: \mathbb{R}\setminus\{1\}\longrightarrow\mathbb{R}$ هي:

A	$f'(x)=2$	B	$f'(x)=\frac{-2}{x-1}$
C	$f'(x)=\frac{2}{(x-1)^2}$	D	$f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}$

5- لتكن النقاط $M(0,3)$ ، $N(1,\lambda)$ ، $E(-3,0)$ إن قيمة λ التي تجعل النقاط M ، N ، E على استقامة واحدة هي:

A	4	B	−4
C	2	D	−2

ثانياً- حل المسألة الآتية(١٠٠ درجة):

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x^3+1$ ، والدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=2x$

والمطلوب:

1) أوجد مجموعة قيم الدالة f . 2) أوجد $(g\circ f)(x)$.

الرياضيات : (٢٠٠ درجة)

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي : (٤٠ × ٥ = ٢٠٠ درجة)

1- إذا كان $f(x)=x^3-2x$ فإن $f'(\sqrt{3})$ تساوي:

A	$3\sqrt{3}-3$	B	3
C	$3\sqrt{3}$	D	$\sqrt{3}$

2- إن قيمة المقدار $\cos(\pi-x)+\cos(\pi+x)+\cos x$ تساوي:

A	$-\cos x$	B	$\cos x$
C	$3\cos x$	D	$2\cos x$

3- حلول المتراجحة $|x-1|\leq 2$ هي:

A	$[-1,3]$	B	$]-1,+\infty[$
C	$]-\infty,3[$	D	$[1,+\infty[$

4- صندوق يحتوي على خمس بطاقات مرقمة كما يأتي : {1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5} سحبنا من الصندوق بطاقتين على التتالي دون إعادة فإن احتمال أن يكون مجموع رقميهما فردياً هو:

A	0.2	B	0.4
C	0.6	D	0.8

5- ليكن الشعاع: $\vec{u}=\sqrt{2}\,\vec{i}-\vec{j}$ فإن $\|\vec{u}\|$ تساوي:

A	$\sqrt{2}+1$	B	$\sqrt{2}-1$
C	3	D	$\sqrt{3}$

ثانياً- حل السؤال الآتي (١٠٠ درجة):

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ حيث: $u_n=\frac{3n}{n+1}$ والمطلوب :

1) احسب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_{n+1} .

2) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

Scanned with CamScanner

الرياضيات : (300 درجة)

أولاً: اختر الاجابة الصحيحة فيما يأتي : (10×20 = 200 درجة)

1- التابع: $f(x)=\frac{x+1}{x^2-3x}$ فإن مجموعة التعريف:

A	$\mathbb{R}$	B	$\mathbb{R}\setminus\{1\}$	C	$\mathbb{R}\setminus\{0,3\}$	D	$\mathbb{R}^*$

2- إذا كان $\vec{v}$, $\vec{u}$ مرتبطان خطياً وكان $\vec{u}(1,4)$ فإن $\vec{v}$ يمكن أن يكون:

A	$\vec{v}(4,1)$	B	$\vec{v}(-1,4)$	C	$\vec{v}(+1,-4)$	D	$\vec{v}(2,8)$

3- إذا كانت α قياس الزاوية حادة وكان $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ فإن $\sin\alpha$ يساوي:

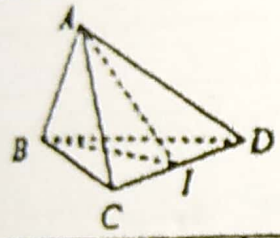
A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{4}{3}$	C	$\frac{4}{5}$	D	$\frac{3}{7}$

4- لتكن المعادلة: $x^2+6x+m+2=0$ فإن قيمة m التي تجعل للمعادلة جذر مضاعف هي:

A	$m=-2$	B	$m=2$	C	$m=7$	D	$m=34$

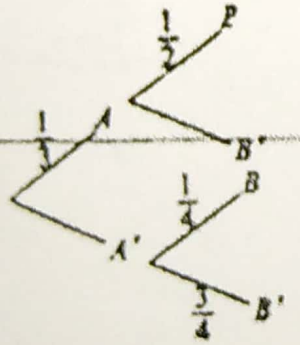
5- في الشكل المرسوم جانباً، $ABCD$ رباعي وجوه منتظم، والنقطة I منتصف $[CD]$

فإن:



A	$CD\perp(ABC)$	B	$CD\perp(ABD)$	C	$CD\perp(ABI)$	D	$CD\perp(ACD)$

ثانياً- حل المسألة الآتية: (100 درجة)



نتأمل المخطط الشجري والمطلوب:

1- احسب $p(A')$, $p(B'|A)$.

2- احسب $p(A\cap B)$, $p(A'\cap B)$ واستنتج $p(B)$.

3- بيّن أن الحدثين A , B غير مستقلان احتمالياً.

Scanned with CamScanner

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot