

# الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

للوحة الأولى جبر + الوحدة الأولى هندسة

الاختبار الثاني



الكتاب:	الرياضيات
الوحدة:	الاولى من الكتابين
التاريخ:	

الدرجة:	400
المدة:	ساعتين

## الصف التاسع الأساسي

### T.Maher BarBar

**أولاً:** أجب عن السؤالين التاليين: (  $60^\circ$  درجة للأول ،  $40^\circ$  درجة للثاني )

**السؤال الأول:** في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

1) مثلث قائم فيه $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ فإن $\tan x$ يساوي:			
(A)	$\frac{2}{1}$	(B)	$\frac{1}{2}$
(C)	$\frac{2}{\sqrt{5}}$		
2) نصف العدد $\sqrt{18}$ يساوي:			
(A)	$\sqrt{9}$	(B)	$\sqrt{36}$
(C)	$\sqrt{4.5}$		
3) $(\sqrt{11} + \sqrt{7})(\sqrt{11} - \sqrt{7})$ هو عدد:			
(A)	صحيح	(B)	عادي غير صحيح
(C)	غير عادي		
4) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حاده في مثلث قائم بحيث $\cos(26 + \frac{x}{5}) = \sin(14 + \frac{4x}{5})$ فإن			
(A)	$\hat{x} = 54^\circ$	(B)	$\hat{x} = 36^\circ$
(C)	$\hat{x} = 50^\circ$		

**السؤال الثاني:** قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الآتية:

1)  $ABC$  قائم في  $B$  فيه  $\hat{A} = 32^\circ$  فإن  $AB = BC \times \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ}$

2)  $GCD(51,17) = 1$

3) إن العدد  $\sqrt{9+16}$  يساوي  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ .

4) الشكل المختزل للكسر  $\frac{153}{324}$  هو:  $\frac{51}{108}$

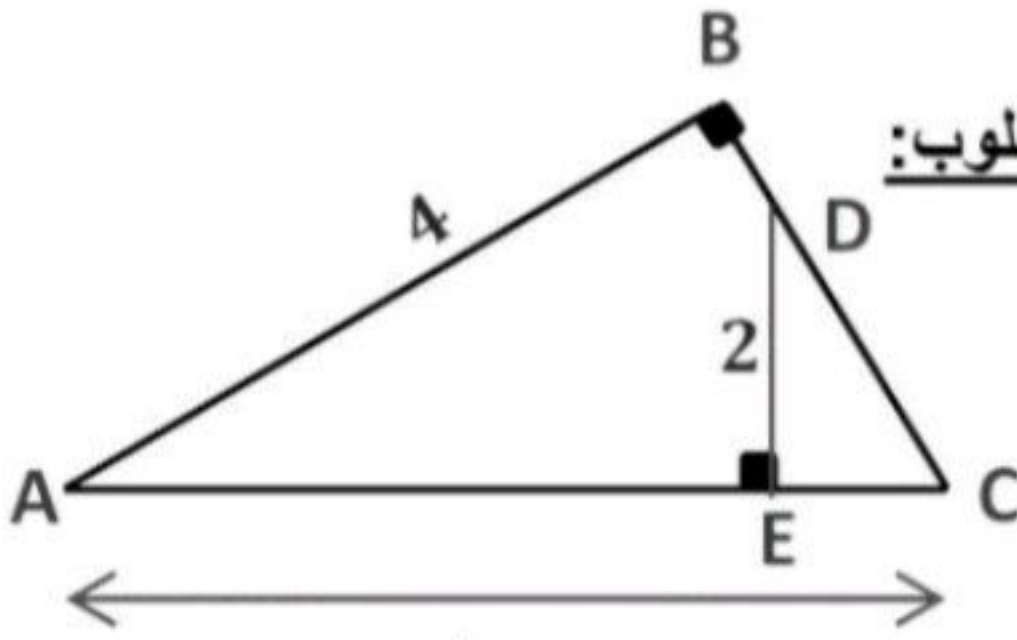
**ثانياً:** حل التمرينات التالية: (  $60^\circ$  درجة لكل تمرين )

**التمرين الأول:** ليكن العدد  $A = \frac{11}{14} - \frac{228}{144}$  والمطلوب:

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 228 و 144 ثم اختزل الكسر  $\frac{228}{144}$

2) احسب  $A$  وضعه بشكل كسر مختزل.

## التمرين الثاني: تأمل الشكل المجاور ثم أجب عن الأسئلة التالية:



ABC مثلث قائم فيه:  $AB = 4$  و  $AC = 6$  و  $DE = 2$  والمطلوب:

(1) احسب  $\sin \hat{C}$ .

(2) باستعمال النسب المثلثية احسب طول  $CD$ .

(3) احسب طول  $EC$ .

[1]  $ABCD$  متوازي أضلاع فيه:  $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}$  cm.

## التمرين الثالث:

و  $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$  cm. والمطلوب:

(1) برهن أن الشكل  $ABCD$  معين.

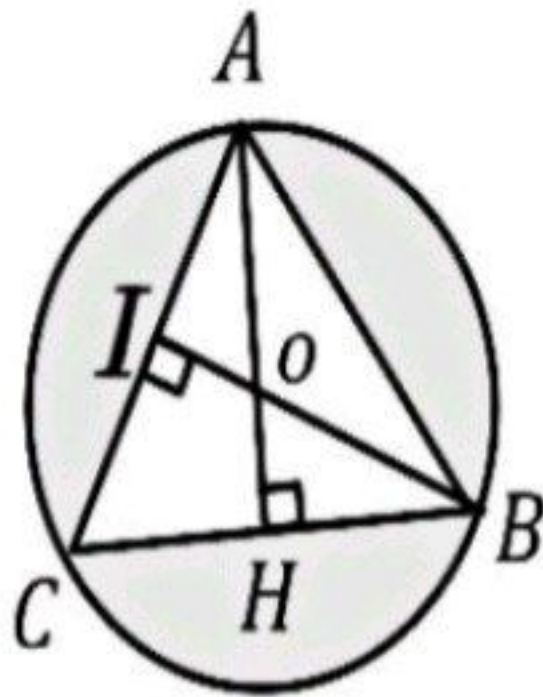
(2) احسب محيط الشكل.

[2] جد عددين موجبين فرقهما 24 ونسبتهما  $\frac{1}{5}$ .

ثالثاً: حل المسالتين التاليتين: [120 درجة]

## المسألة الأولى: [80 درجة]

ABC مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه  $x$ ، تمر من رؤوسه دائرة مركزها  $O$  فيه  $BI$ ،  $AH$  ارتفاعين.



1- احسب بدلالة  $x$  كلاً من  $AO$ ،  $AH$  ثم مساحة الدائرة.

2- احسب قياس كل من  $\hat{A}OB$  و  $\sin \hat{A}BI$ .

3- اثبت ان مساحة المنطقة المظللة تساوي  $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{12} x^2$ .

4- احسب  $x$  إذا علمت أن  $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{3}$ .

## المسألة الثانية: [40 درجة]

ليكن العدان  $A = \frac{243}{189}$ ،  $B = \sqrt{72} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

(1) أوجد  $GCD(243, 189)$  واختزل العدد  $A$

(2) اكتب العدد  $B$  على شكل  $a\sqrt{b}$

(3) أزل الجذر من مقام الكسر  $\frac{5}{\sqrt{2}}$

# T.Maher BarBar

أولاً: أجب عن السؤالين التاليين: (  $60^\circ$  درجة لأول ،  $40^\circ$  درجة للثاني )

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

(1) مثلث قائم فيه  $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$  فإن  $\tan x$  يساوي:

(A)  $\frac{2}{1}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\boxed{1} \quad \cos \hat{x} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

بالتعويض في المتطابقة نجد

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

$$\sin^2 \hat{x} + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow \sin^2 \hat{x} = 1 - \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 \hat{x} = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{\sin \hat{x} = \frac{2}{\sqrt{5}}} \Rightarrow \tan \hat{x} = \frac{\sin \hat{x}}{\cos \hat{x}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan \hat{x} = \frac{2}{1} = 2}$$

(2) نصف العدد  $\sqrt{18}$  يساوي:

(A)  $\sqrt{9}$  (B)  $\sqrt{36}$  (C)  $\sqrt{4.5}$

$$\boxed{2} \quad \frac{\sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{2 \times 9}{2 \times 2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4.5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\sqrt{18}}{2} = \sqrt{4.5}}$$

(3)  $(\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7})$  هو عدد:

(A) صحيح (B) عادي غير صحيح (C) غير عادي

$$\boxed{3} \quad (\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7}) = 11 + \sqrt{77} - \sqrt{77} - 7 = 4$$

$$\boxed{(\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7}) = 4}$$

4) إذا كانت  $\hat{x}$  زاوية حاده في مثلث قائم بحيث  $\cos\left(26 + \frac{x}{5}\right) = \sin\left(14 + \frac{4x}{5}\right)$  فإن

$\hat{x} = 50^\circ$  (C)

$\hat{x} = 36^\circ$  (B)

$\hat{x} = 54^\circ$  (A)

4  $\cos\left(26 + \frac{\hat{x}}{5}\right) = \sin\left(14 + \frac{4\hat{x}}{5}\right)$

جيب إحدى  
الزاويتين يساوي جيب  
الأخرى (( مجموعهما  $90^\circ$  )) وبالتالي

$26^\circ + \frac{\hat{x}}{5} + 14^\circ + \frac{4\hat{x}}{5} = 90^\circ$

$40^\circ + \frac{5\hat{x}}{5} = 90^\circ \Rightarrow \hat{x} = 90^\circ - 40^\circ \Rightarrow \hat{x} = 50^\circ$

السؤال الثاني: قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الآتية:

1)  $ABC$  قائم في  $B$  فيه  $\hat{A} = 32^\circ$  فإن  $AB = BC \times \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ}$  ✓✓

1  $\tan 32^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{BC}{\tan 32^\circ} \Rightarrow AB = BC \times \frac{1}{\tan 32^\circ}$

$\Rightarrow AB = BC \times \frac{1}{\frac{\sin 32^\circ}{\cos 32^\circ}} \Rightarrow AB = BC \times \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ}$  ✓



طريقه ثانيه للطالب المتميز

$AB = BC \times \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ} \Leftrightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ} \dots \textcircled{*}$

$\textcircled{*} \cos 32^\circ = \sin 58^\circ, \sin 32^\circ = \cos 58^\circ$  نعوض ب

$\frac{AB}{BC} = \frac{\sin 58^\circ}{\cos 58^\circ} = \tan 58^\circ$  ✓✓  $\xleftrightarrow[\text{فالعلاقة المكافئه صحيحه}]{\text{العلاقة الاولى صحيح}} AB = BC \times \frac{\cos 32^\circ}{\sin 32^\circ}$  ✓

2)  $GCD(51, 17) = 1$  ✗✗

نعلم ان: اذا كان  $b$  قاسماً لـ  $a$  فإن

2  $GCD(a, b) = b$

$\frac{51}{17} = 3 \Rightarrow GCD(51, 17) = 17$

×× (3) إن العدد  $\sqrt{9+16}$  يساوي  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7, \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\Rightarrow 7 \neq 5$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}} \times \times$$

×× (4) الشكل المختزل للكسر  $\frac{153}{324}$  هو:  $\frac{51}{108}$

لاحظ ان كل من حدي الكسر  $\frac{51}{108}$  يقبل القسمة على 3 فهو ليس مختزل

$$\frac{51 \div 3}{108 \div 3} = \frac{17}{36} \rightarrow \frac{153}{324} \text{ وهو الكسر المختزل للكسر}$$

ثانياً: حل التمرينات التالية:

التمرين الأول: ليكن العدد  $A = \frac{11}{14} - \frac{228}{144}$  والمطلوب:

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 228 و 144 ثم اختزل الكسر  $\frac{228}{144}$ .

$$GCD(228, 144)??$$

$$228 = 1 \times 144 + 84$$

$$144 = 1 \times 84 + 60$$

$$84 = 1 \times 60 + 24$$

$$60 = 2 \times 24 + \boxed{12}$$

$$24 = 2 \times 12 + 0$$

⇒

$$\frac{228 \div 12}{144 \div 12} = \frac{19}{12}$$

الحل

$$GCD(228, 144) = 12$$

(2) احسب A وضعه بشكل كسر مختزل.

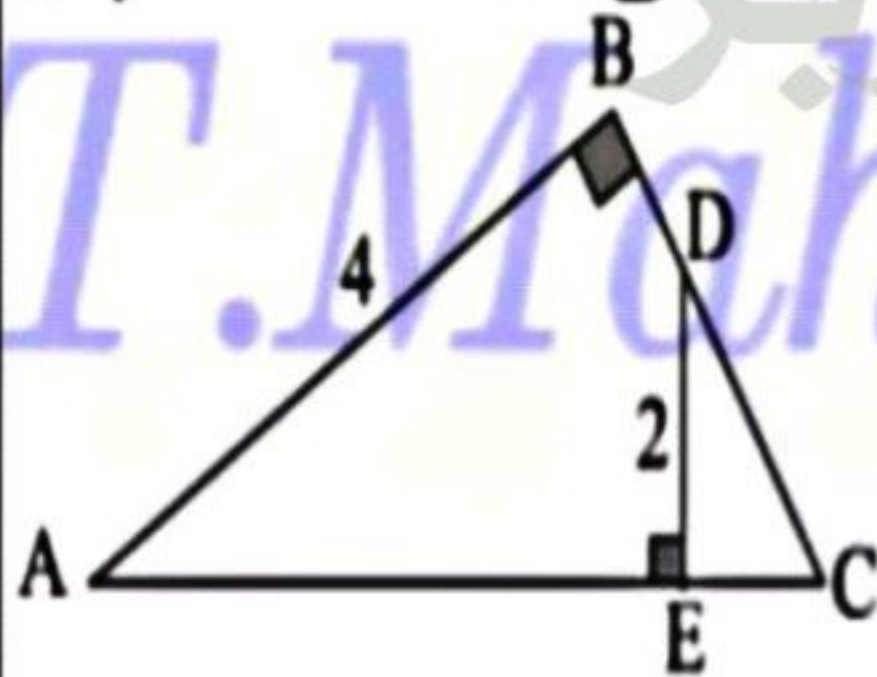
$$A = \frac{11}{14} - \frac{228}{144}$$

بالإستفاده من  
الطلب السابق

$$A = \frac{11}{14} - \frac{19}{12} = \frac{132 - 266}{168}$$

$$A = -\frac{134}{168} = -\frac{67}{84}$$

**التمرين الثاني:** تأمل الشكل المجاور ثم أجب عن الأسئلة التالية:



ABC مثلث قائم فيه :  $DE = 2$  ,  $AC = 6$  ,  $AB = 4$

(1) احسب  $\sin \hat{C}$

(2) باستعمال النسب المثلثية احسب CD

(3) احسب طول EC

من المثلث ABC القائم في B لدينا:

$$\boxed{1} \quad \sin \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\sin \hat{C} = \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{2} \quad \text{من المثلث CDE القائم في E لدينا: } \sin \hat{C} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{DC} \Rightarrow DC = 3$$

$$\boxed{3} \quad \text{حسب فيثاغورث من المثلث CDE} \rightarrow (DC)^2 = (DE)^2 + (EC)^2 \Rightarrow$$

$$9 = 4 + (EC)^2 \Rightarrow (EC) = \sqrt{5}$$

1] ABCD متوازي أضلاع فيه:  $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112} \text{ cm}$

و  $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \text{ cm}$  والمطلوب:

(1) برهن أن الشكل ABCD معين.

(2) احسب محيط الشكل.

$$\bullet BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$BC = \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{7 \times 4} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$BC = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{7} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \boxed{BC = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7} \text{ cm}}$$

$$\bullet AB = \sqrt{125} + \sqrt{112} \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{5 \times 25} + \sqrt{16 \times 7}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7} \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow AB = BC$$

وبالتالي ABCD معين لتساوي طولاه ضلعين متجاورين فيه  
اطوال المعين متساوية بالتالي محيطه P يساوي:

$$P = 4 \times l = 4 \times (5\sqrt{5} + 4\sqrt{7})$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 20\sqrt{5} + 16\sqrt{7} \text{ cm}}$$

2 جِدْ عددين موجبين فرقهما 24 ونسبتهما  $\frac{1}{5}$  .

بفرض العدد الصغير  $a$  والكبير  $b$  عندئذ يكون  $b - a = 24$  وحسب فرضيات المسألة :  
نسبة الصغير إلى الكبير هي  $\frac{1}{5}$  وبالتالي:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{5} \xrightarrow[\text{نثبت البسط ونطرحه من المقام}]{\text{حسب خواص التناسب}} \frac{a}{\underbrace{b - a}_{24}} = \frac{1}{5 - 1}$$

$$\frac{a}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{a = 6} \Rightarrow b - a = 24 \Rightarrow \boxed{b = 30}$$

**ثالثاً:** حل المسألتين التاليتين:

**المسألة الأولى:**

$ABC$  مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه  $x$ ،  
تمر من رؤوسه دائرة مركزها  $O$  فيه  $BI$ ،  $AH$  ارتفاعين.

1- احسب بدلالة  $x$  كلاً من  $AH$ ،  $AO$  ثم مساحة الدائرة.

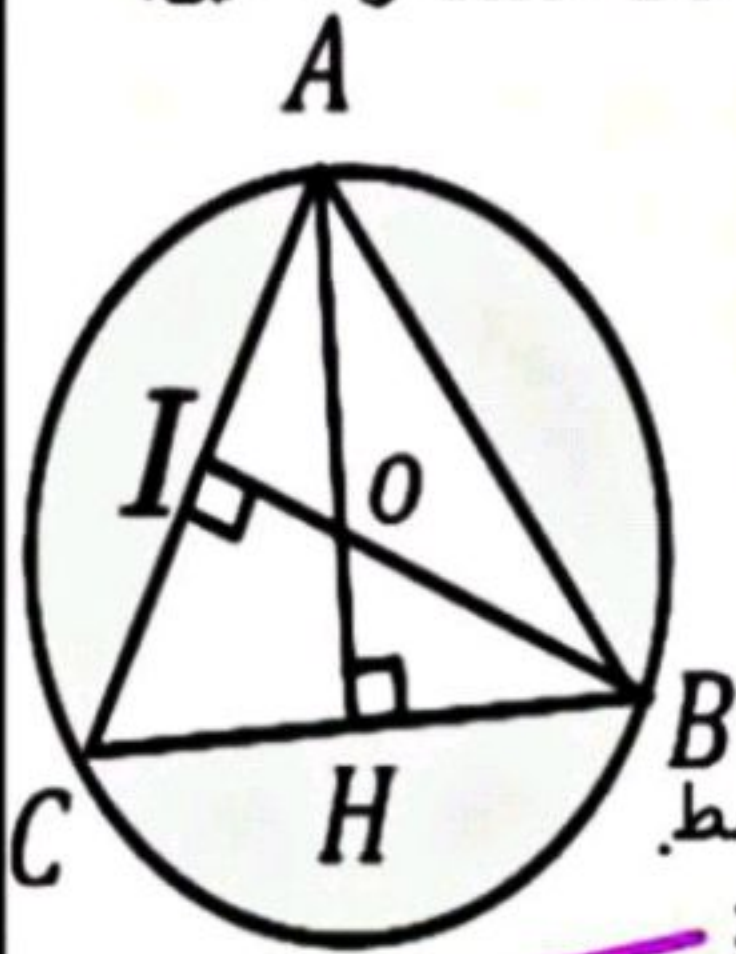
نعلم أن ارتفاع المثلث المتساوي

الأضلاع يعطى بالعلاقة:

$$h_3 = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{AH = h_3 = \frac{x\sqrt{3}}{2}}$$

نعلم ان كل ارتفاع في مثلث متساوي الاضلاع هو متوسط.  
بالتالي النقطة  $O$  هي مركز ثقل المثلث  $ABC$  ومنه:

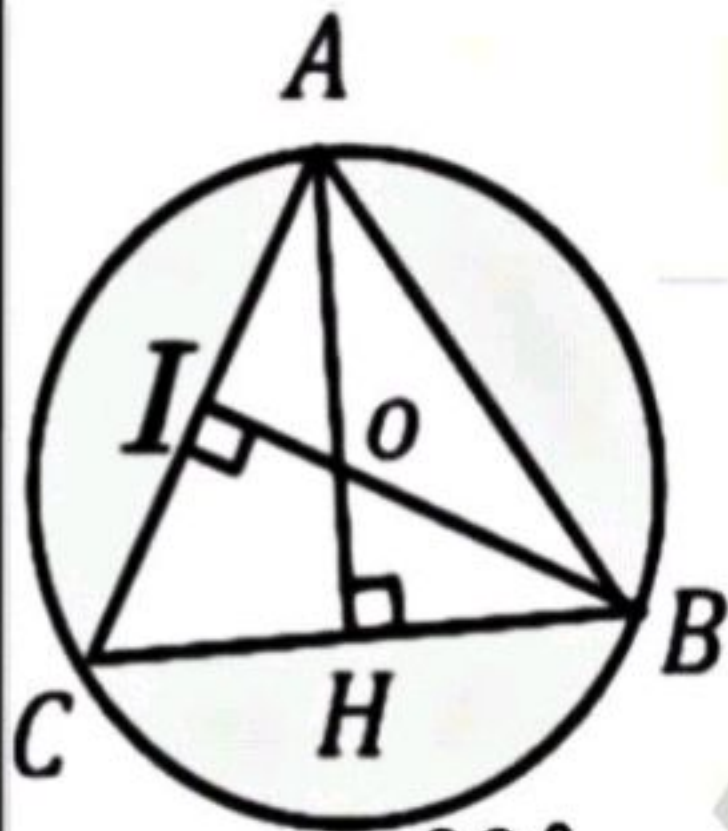
$$AO = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow \boxed{AO = R = \frac{\sqrt{3}}{3}x}$$



## حساب مساحة الدائرة:

$$\blacksquare S_{Circle} = \pi R^2 ; R = Ao = \frac{\sqrt{3}}{3} x \Rightarrow$$

$$S_{Circle} = \pi \times \frac{3}{9} x^2 \Rightarrow \boxed{S_{Circle} = \frac{\pi}{3} x^2}$$



٢- احسب قياس كل من  $A\hat{O}B$  و  $\sin A\hat{B}I$ .  
 بداية " نعلم أن كل زاوية من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع قياسها  $60^\circ$  و كل ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع هو منصف بالتالي:

$$I\hat{B}A = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ, H\hat{A}B = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow$$

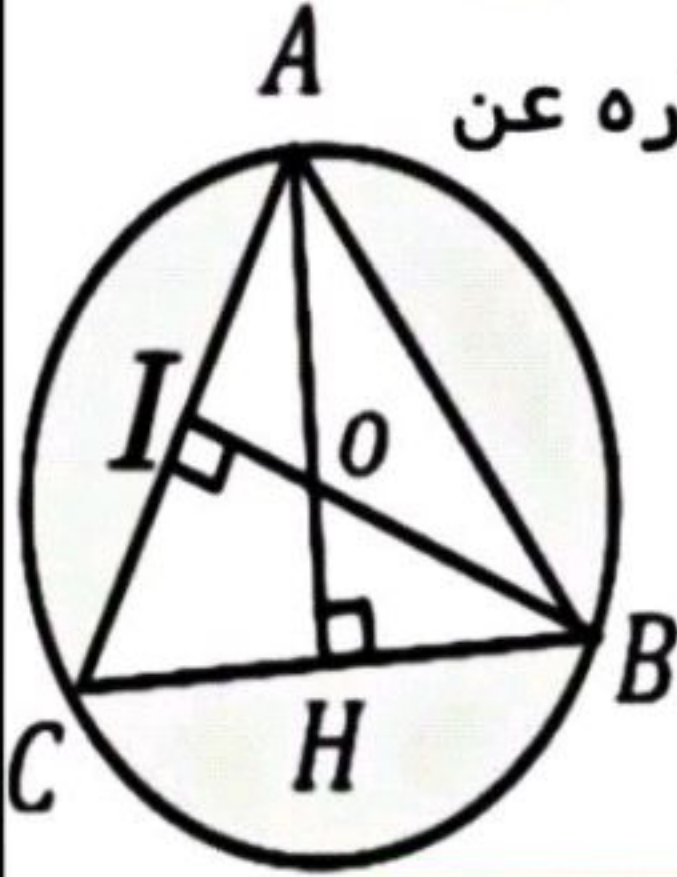
المثلث  $AOB$  متساوي الساقين قاعدته  $AB$  وقياس زاويتي القاعده  $30^\circ$  فيكون قياس زاوية الرأس  $O$   
 $A\hat{O}B = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 180^\circ - 60^\circ \Rightarrow A\hat{O}B = 120^\circ$

■ حساب  $\sin A\hat{B}I$

$$\boxed{\text{طريقه 1}} \quad \sin A\hat{B}I = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\text{طريقه 2}} \quad \sin ABI = \frac{IA}{AB} = \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2}$$

٣- اثبت ان مساحة المنطقة المظلمة تساوي  $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{12} x^2$ .



■ إن  $S$  مساحة المنطقة المظلمة المطلوبه هي عبارة عن مساحة الدائره مطروحا منها مساحة المثلث  $ABC$  المتساوي الأضلاع.

وجدنا في الطلب الأول:  $S_{\text{Circle}} = \frac{\pi}{3} x^2$

ونعلم أن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تعطى بالعلاقة:

$$S_{\text{Triangle}} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

وبالتالي  $S$  المساحة المطلوبه هي فرق المساحتين [مساحة الدائره مطروحا منها مساحة المثلث المتساوي الأضلاع]

$$S = \frac{\pi}{3} x^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) x^2 \Rightarrow$$

$$S = \left( \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} \right) x^2 \xrightarrow{3\sqrt{3} = \sqrt{27}} S = \left( \frac{4\pi - \sqrt{27}}{12} \right) x^2$$

٤- احسب  $x$  إذا علمت أن  $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{3}$

$$S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{3} \Rightarrow$$

$$\left( \frac{4\pi - \sqrt{27}}{12} \right) x^2 = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

## المسألة الثانية:

ليكن العدان  $A = \frac{243}{189}$  ,  $B = \sqrt{72} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

(1) أوجد  $GCD(243, 189)$  واختزل العد  $A$

$$GCD(243, 189) = ??$$

$$243 = 1 \times 189 + 54$$

$$189 = 3 \times 54 + 27$$

$$54 = 2 \times 27 + 0$$

$$GCD(243, 189) = 27$$

$$\Rightarrow A = \frac{243}{189} = \frac{243 \div 27}{189 \div 27} = \frac{9}{7}$$

(2) اكتب العد  $B$  على شكل  $a\sqrt{b}$

$$B = \sqrt{72} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$$

$$B = \sqrt{36 \times 2} - 2\sqrt{4 \times 2} + 3\sqrt{9 \times 2}$$

$$B = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} \Rightarrow B = 11\sqrt{2}$$

(3) أزل الجذر من مقام الكسر

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

انتهى حل الإختبار

مع دعائي للجميع بالتوفيق والسداد ..... أ. ماهر بربير

أ. ماهر بربير