# الدرس الأول :

(( الحركة التوافقية البسيطة
النواس المرن غير متخامد ))

* مفاهيم

① الحركة التوافقية البسيطة:
(أي حركة نواس ويمثل بجسم صلب معلق بنابض مرن هي أوضح مثال على هذه الحركة)

② الحركة الاهتزازية:
(هي حركة الجسم المهتز على جانبي نقطة ثابتة تدعى مركز الاهتزاز)

③ الدور والتواتر:
الدور: هو الزمن اللازم لانجاز جسم هزة كاملة.
التواتر: عدد الهزات في واحدة الزمن.

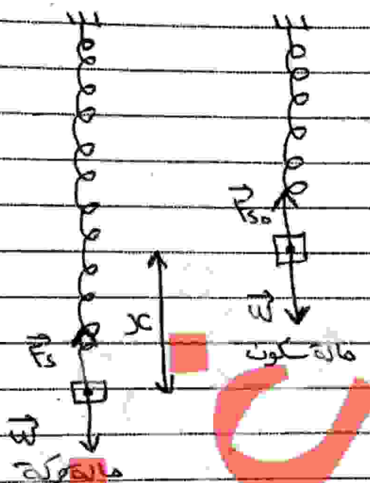
$Hz \leftarrow f_0 = \frac{1}{T_0} \rightarrow s$

$T = \frac{t}{n}$ | $f = \frac{n}{t}$

$n$ عدد الهزات
$t$ زمن الهزات

④ المطال: هو البعد الجبري بين مركز الاهتزاز و الجسم مقيس بنهاية ثابتة.

دورة
س: انطلاقاً من قانون التحريك (قانون نيوتن الثاني)، استنتج عبارة قوة الارجاع (قانون هوك) وبين متى تكون قوة الارجاع عظمى وبين متى تكون معدومة؟




نطبق القانون الأساسي في التحريك (قانون نيوتن الثاني):

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

① حالة سكون:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \vec{w} + \vec{F}_{s_0}$$

بالاسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل:

$$w - F_{s_0} = 0$$

$$w = F_{s_0} \Rightarrow \boxed{w = k x_0 = mg}$$

$x_0$ هي الاستطالة السكونية $(m)$
$g$ تسارع الجاذبية الارضية $(m s^{-2})$

$$g = 10\, m s^{-2}$$

② حالة حركة: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{W} + \vec{F_s} = m\vec{a}$

بإسقاط علاقة على محور شاقولي موجه للأسفل:

$W - F_s = ma$

$W - K(\bar{x} + x_0) = ma$

$W - K\bar{x} - Kx_0 = ma$

$\cancel{Kx_0} - K\bar{x} - \cancel{Kx_0} = ma$

$F = ma = -K\bar{x}$

أي أن قوة الارجاع تسعى دائماً وتتجه دائماً نحو مركز الاهتزاز.

قوة الارجاع تتناسب طرداً مع المطال $\bar{x}$ وتعاكسه بالإشارة (بالاتجاه)

* في وضع التوازن:

$x = 0 \Rightarrow F = 0$

قوة الارجاع معدومة في مركز التوازن.

* في وضع المطالين الأعظميين:

$x = \pm x_{max} \Rightarrow F = \pm F_{max}$

قوة الارجاع عظمى في وضع المطالين الأعظميين.

س: انطلاقاً من العبارة:

$(\bar{x})''_t = -\frac{K}{m}\bar{x}$

أثبت أن حركة النواس المرن جيبية انسحابية ومن ثم استنتج علاقة الدور واشرح دلالات الرموز لعلاقة الدور.

$(\bar{x})''_t = -\frac{K}{m}\bar{x}$ ①

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{x})''_t = a = -\omega_0^2 \bar{x}$ ②

بمقارنة العلاقتين ① و ② نجد:

$-\frac{K}{m}\bar{x} = -\omega_0^2 \bar{x}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$m > 0$ ، $K > 0$

$\omega_0 > 0$ ⟸ مقادير موجبة

بالتالي حركة النواس المرن جيبية انسحابية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}}$

$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$

$T_0$ الدور الخاص للنواس المرن وواحدته الثانية (s)

$m$ كتلة الجسم المهتز (Kg)

$K$ ثابت صلابة النابض $(N \cdot m^{-1})$ أو $(N/m)$

Subject:

ملاحظة:

الدور يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لـ (K)

الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لـ (m)

* ملاحظة هامة للمسائل:

| θ | 30° ($\frac{\pi}{6}$ rad) | 60° ($\frac{\pi}{3}$ rad) | 45° ($\frac{\pi}{4}$ rad) |
|---|---|---|---|
| sinθ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| cosθ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| tanθ | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ | 1 |

| 0° | 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) | 180° ($\pi$ rad) | 270° ($\frac{3\pi}{2}$ rad) | 360° ($2\pi$ rad) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | +1 | 0 | −1 | 0 |
| +1 | 0 | −1 | 0 | +1 |
| 0 | غير معرف | 0 | غير معرف | 0 |

* عند مرور الجسم بوضع التوازن فإن:

1) المطال ينعدم $x = 0$

2) التسارع معدوم $a = 0$

3) السرعة عظمى $V = \pm \omega_0 x_{max}$

4) طاقة كامنة تنعدم $E_p = 0$

5) طاقة حركية عظمى $E = E_k$

6) الطاقة الكلية هي طاقة حركية

* عند مرور الجسم بوضع مطاليه الأعظميين:

1) المطال أعظمي $x = \pm x_{max}$

2) التسارع أعظمي بالقيمة $a = \pm a_{max}$

3) السرعة معدومة $V = 0$

4) الطاقة كامنة عظمى $E_p = E_{p_{max}}$

5) الطاقة حركية معدومة $E_k = 0$

6) الطاقة الكلية هي طاقة كامنة $E = E_p$

* حركة الجسم المهتز تكون متسارعة باتجاه مركز الاهتزاز.

* حركة الجسم المهتز تكون متباطئة باتجاه الوضعين الأعظميين.

* توابع حركة النواس المرن:

• تابع المطال:

يعطى تابع المطال الزمني بشكل عام بالشكل:

$\bar{x} = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث:

$(x_{max}, \omega_0, \varphi)$ ثوابت الحركة

$(x_{max})$ هي سعة الحركة العظمى

$(\omega_0)$ النبض الخاص للحركة (rad/s)

$(\varphi)$ الطور الابتدائي في اللحظة $t = 0$ وتقدر بواحدة rad

$(\omega_0 t + \varphi)$ طور الحركة في اللحظة t

س- ما هو شكل تابع المطال الزمني العام في الحالات التالية:

1) الجسم كان في مطاله الأعظمي الموجب أي $x = +x_{max}$ في لحظة $t = 0$ ؟

2) الجسم كان في مطاله الأعظمي السالب أي $x = -x_{max}$ في لحظة $t = 0$ ؟

(3) الجسم كان في مطال $x = \frac{x_{max}}{2}$ في اللحظة $t$

الحل:

(1) $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \quad x = +x_{max}$

$+x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1$

$\varphi = 0\ rad$

$\Rightarrow \boxed{x = x_{max} \cos(\omega_0 t + 0)}$

(2) $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \quad x = -x_{max}$

$-x_{max} = +x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = -1$

$\varphi = \pi\ rad$

$\Rightarrow \boxed{x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \pi)}$

(3) $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \quad x = \frac{+x_{max}}{2}$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow$ إما $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

أو $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad$

$\boxed{x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{3})}$

تمثيل تابع مطال بيانياً:

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \quad x = x_{max}$

$\Rightarrow x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

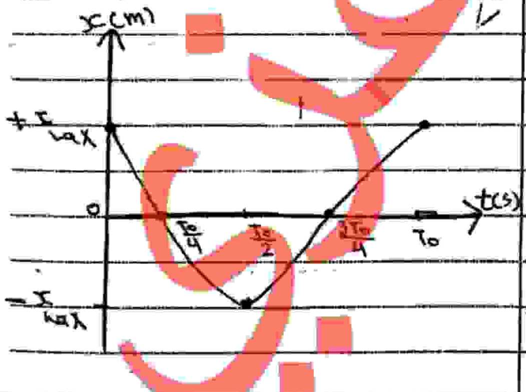
$\cos\varphi = +1$

$\varphi = 0\ rad$

تابع مطال بالشكل المختزل:

$\boxed{x = x_{max} \cos(\omega_0 t)}$

| $t$ | $0$ | $\frac{T_0}{4}$ | $\frac{T_0}{2}$ | $\frac{3T_0}{4}$ | $T_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\omega_0 t = \frac{2\pi}{T_0} t$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| $x$ | $+x_{max}$ | $0$ | $-x_{max}$ | $0$ | $+x_{max}$ |




ملاحظة:

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$ * $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad \Leftarrow$ نجعل $v < 0$

* $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad \Leftarrow$ نجعل $v > 0$

Subject :

متابع السرعة:

$V = (\bar{x})'_t$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

حيث: $V_{max} = \omega_0 x_{max}$ هي السرعة العظمى للجسم المهتز

حسب شروط البدء لنأخذها:

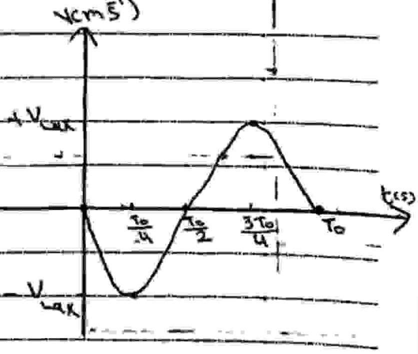
$t = 0$ , $x = x_{max}$

$x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \, rad$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t)$

| $t$ | $0$ | $\frac{T_0}{4}$ | $\frac{T_0}{2}$ | $\frac{3T_0}{4}$ | $T_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | $0$ | $-V_{max}$ | $0$ | $+V_{max}$ | $0$ |




متابع التسارع:

$a = (\bar{V})'_t = (\bar{x})''_t$

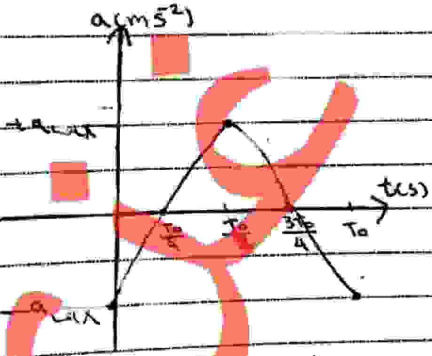
$a = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث: $a_{max} = +\omega_0^2 x_{max}$ تسارع أعظمي للجسم مهتز

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow a = -\omega_0^2 x$

| $t$ | $0$ | $\frac{T_0}{4}$ | $\frac{T_0}{2}$ | $\frac{3T_0}{4}$ | $T_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $-a_{max}$ | $0$ | $+a_{max}$ | $0$ | $-a_{max}$ |




س- انطلاقاً من قانون مصونية الطاقة أثبت أن حركة النواس من جيبية انسحابية ثم أوجد علاقة الدور لهذا النواس م

Subject:

| | |
|---|---|
| $E = E_p + E_k$ | $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$ |
| $\frac{1}{2} K x^2_{max} = E' = const$ | أي حركة النواس المرن جيبية انسحابية. |
| $E_p = \frac{1}{2} K x^2$ , $E_k = \frac{1}{2} m V^2$ | $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$ |
| $\frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m V^2 = const$ | $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$ |
| باشتقاق طرفي العلاقة بالنسبة للزمن: | س: أثبت صحة العلاقة الرياضية التالية: |
| $V = (\bar{x})'_t$ | $V = \sqrt{\omega_0^2 (x^2_{max} - x^2)}$ |
| $\frac{1}{2}(2) K x (\bar{x})'_t + \frac{1}{2}(2) m V (\bar{V})'_t = 0$ | $V = \omega_0 \sqrt{(x^2_{max} - x^2)}$ |
| $K x (\bar{x})'_t + m (\bar{x})'_t (\bar{x})''_t = 0$ | الحل: $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ |
| $-m (\bar{x})''_t = K \bar{x}$ | $V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ |
| ① $(\bar{x})''_t = \frac{-K}{m} \bar{x}$ | $\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{x}{x_{max}}$ ① |
| معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل: | $\sin(\omega_0 t + \varphi) = \frac{-V}{\omega_0 x_{max}}$ ② |
| $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ | $\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$ |
| $V = (\bar{x})'_t = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ | $\Rightarrow \frac{x^2}{x^2_{max}} + \frac{V^2}{\omega_0^2 x^2_{max}} = 1$ |
| $a = (\bar{x})''_t = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ | $\frac{x^2 \omega_0^2 + V^2}{\omega_0^2 x^2_{max}} = 1$ |
| $(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x}$ ② | $V^2 = \omega_0^2 x^2_{max} - \omega_0^2 x^2$ |
| بمقارنة ① و ② نجد: | $V^2 = \omega_0^2 (x^2_{max} - x^2)$ |
| $\frac{-K}{m} \bar{x} = -\omega_0^2 \bar{x}$ | $V = \sqrt{\omega_0^2 (x^2_{max} - x^2)}$ |
| $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ مقادير $m$ ، $K$ موجبة | $V = \omega_0 \sqrt{x^2_{max} - x^2}$ |

Subject : ______ / /

س — برهن أن الطاقة الكلية في الهزازة التوافقية البسيطة هي طاقة ثابتة وبين أنها تتناسب طردياً مع سعة الحركة ثم ارسم المنحني البياني لتغيرات طاقة الحركة والكامنة في نواس المرن وما هو شكل الطاقة عند: المطالين الأعظميين والصفر ومنبع التوازن؟

الحل:

$$E = E_K + E_p \rightarrow$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

$$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{①}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m V^2$$

$$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_K = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{②}$$

نعوض ① و ② في ✱ :

$$K = m\omega_0^2$$

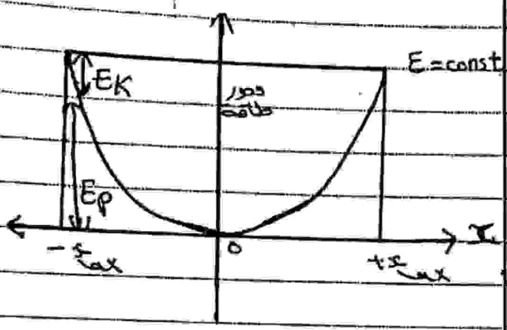
$$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)\right]$$

$$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = const$$

الطاقة الميكانيكية الكلية تتناسب طرداً مع سعة الحركة مربعها العظمى.

$$x = 0 \Rightarrow E = E_K$$

$$x = \pm x_{max} \Rightarrow E = E_p$$




ملاحظات هامة للمسائل:

①

$$E_K = \frac{1}{2} m V^2$$

$E_K$ طاقة حركية للجسم مهتز في حركة توافقية بسيطة $(J)$

$V$ سرعة جسم مهتز $(ms^{-1})$

$m$ كتلة جسم مهتز $(Kg)$

②

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

$E_p$ الطاقة الكامنة للجسم مهتز $(J)$

$K$ ثابت صلابة نابض $(N/m)$

③

$$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$$

$E$ الطاقة الكلية (ميكانيكية) للجسم مهتز $(J)$

$x_{max}$ سعة الحركة العظمى $(m)$



AL SAMRAH

CamScanner المسموحة ضوئيا بـ

④ في حال طلب حساب الطاقة حركية $E_k$ عند مطال $x$
نحسب أولاً $E_p$ عند $x$
ثم $E_k = E - E_p$
ويمكن حساب الطاقة الحركية من علاقة سرعة جسم معطى حسب:
$$E_k = \frac{1}{2} m V^2$$

⑤ في حال طلب حساب الطاقة الكامنة $E_p$ عند سرعة $V$
نحسب أولاً $E_k$ عند $V$
ثم $E_p = E - E_k$
ويمكن حساب الطاقة الكامنة من علاقة مطال حركة:
$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

اختبر نفسي ص16+17

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1 (a) $\bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$

من الرسم، $x_{max} = 8cm = 0.08m$

$\omega_0 = \pi \ rad/s$

حسب شروط البدء: $t = 0$ ، $x = -x_{max}$

$\Rightarrow -x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos \varphi = -1$

$\varphi = \pi \ rad$

2 (c) $\bar{V} = -0.12\pi \sin 2\pi t$

من الرسم:

$V_{max} = 0.12\pi \ m/s$

$\frac{T_0}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow T_0 = 1s$

حسب شروط البدء:

$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ x = x_{max} \end{array}\right\} \varphi = 0 \ rad$

3 (d)

ثانياً:

1 موجود الحل ضمن شرح الدرس.

2 الدراسة التحريكية (f)

جملة مدروسة: نابض مرن مهمل الكتلة ملفاته متباعدة مثبت بنهايته جسم.

القوى المؤثرة:

$\vec{W}$ قوة ثقل الجسم

$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض

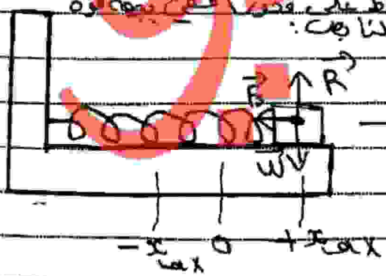
$\vec{R}$ قوة رد الفعل

جملة مقارنة: خارجية

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{W} + \vec{F_s} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور يعكس جهة قوة توتر النابض:



Subject: ________ / /

$-F_s + 0 + 0 = ma$

$ma = -Kx$

$a = (x)''_t = -\frac{Kx}{m}$ ... (1)

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(x)''_t = -\omega_0^2 x$ ... (2)

بمقارنة (1) و (2) نجد:

$-\frac{Kx}{m} = -\omega_0^2 x$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

مقادير موجبة $K$ ، $m$

$\omega_0 > 0$

حركة النواس جيبية انسحابية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

التابع الزمني لمطال حركة:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$x_A = -\frac{x_{max}}{2}$ ... نجد

$\Rightarrow E_{p_A} = \frac{1}{2} K x_A^2$

$= \frac{1}{2} K\left(-\frac{x_{max}}{2}\right)^2$

$E_{p_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$\Rightarrow E = E_p + E_K$

$E_{K_A} = E - E_{p_A}$

$E_{K_A} = \frac{1}{2} K x_{max}^2 - \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$E_{K_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$x_B = +\frac{x_{max}}{2}$

$\Rightarrow E_{p_B} = \frac{1}{4} K x_{max}^2 = E_{p_A}$

$\Rightarrow E_{K_A} = E_{K_B}$

$\boxed{3}$

(a) الانفصال في مركز الاهتزاز وباتجاه $x_{max}$ [illegible] شاقولي نحو الأعلى في مركز الاهتزاز السرعة عظمى إذاً حركة تكون حقيقة متغيرة بانتظام ولها طوران:

الأول: صعود متباطئة بانتظام

الثاني: هبوط متسارعة بانتظام

(b) الانفصال في مطال أعظمي موجب:

سقوط حر لأن السرعة الابتدائية معدومة وبذلك تكون طبيعة الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام

ثالثاً: حل مسائل ص 17 + 18

مسألة أولى:

معطيات: $K = 10\ N/m$

$\bar{x} = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

① ثوابت الحركة ($\omega_0 , x_{max} , \varphi$)

$\omega_0 = \pi\ rad/s$

$x_{max} = 0.1\ m$

$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

حساب الدور الخاص

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi}$

$T_0 = 2\ s$

② حساب كتلة جسم $m$:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 40\frac{m}{K}$

$m = \frac{T_0^2 K}{40} = \frac{(2)^2 \times 10}{40}$

$m = \frac{40}{40} = 1\ Kg$

③ $V = ?$ $x = 5\ cm$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2}\times 10 \times (5\times10^{-2})^2$

$E_p = 5 \times 25 \times 10^{-4}$

$E_p = 125 \times 10^{-4}\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2}\times 10 \times (0.1)^2$

$E = 5\times 10^{-2} = 500\times10^{-4}\ J$

$E = E_p + E_K$

$E_K = E - E_p = 500\times10^{-4} - 125\times10^{-4}$

$E_K = 375\times10^{-4}\ J$

$E_K = \frac{1}{2} m V^2$

$V^2 = \frac{2E_K}{m} = \frac{2\times375\times10^{-4}}{1}$

$V^2 = 750\times10^{-4}$

$V = 5\sqrt{30}\times10^{-2}\ m/s$

طلبات إضافية:

④ استنتاج قيمة ثابت الطاقة الكمونية لهذا النابض ثم احسب قيمتها؟

⑤ عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

⑥ حساب قيمة السرعة الخطية لحظة مرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

⑦ حساب الطاقة الميكانيكية للنواس المرن في حالتين:

أ- في وضع التوازن؟

ب- في وضع المطال الأعظمي؟

⑧ كتابة التابع الزمني لسرعة جسم وتابع تسارع الجسم؟

⑨ حساب قيمة التسارع الأعظمي للجسم وقيمة السرعة العظمى للجسم؟

⑩ عند مطال قدره $x = 8\ cm$ احسب كل من شدة قوة الارجاع والطاقة الكامنة؟ والتسارع؟

Subject :

مسألة ثالثة: ص 18

$x_{max} = 10 \times 10^{-2}\,m = 0.1\,m$

$m = 0.4\,kg$

$E = 0.05\,J$

(1) حساب $K$:

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$

$K = \frac{2E}{x_{max}^2} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{(10^{-1})^2}$

$K = \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{10^{-2}} = 10\,N/m$

(2) حساب $T_o$:

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{4 \times 10^{-1}}{10}}$

$T_o = \frac{4}{\pi}\,s$

(3) السرعة تكون عظمى عند مركز الاهتزاز

$x = 0 \Rightarrow E = E_K = 5 \times 10^{-2}\,J$

$\frac{1}{2} m v^2 = E$

$v^2 = \frac{2E}{m}$

$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-1}}}$

$v = \frac{1}{2} = 0.5\,m/s$

مسألة ثالثة:

$m = 1\,kg$

$\left.\begin{matrix} n = 10 \\ t = 8s \end{matrix}\right\} T_o = \frac{t}{n} = \frac{8}{10}$

$T_o = 0.8\,s$

يرسم مهتز قطعة مستقيمة

$2x_{max} = 24 \times 10^{-2}\,m$

$x_{max} = 12 \times 10^{-2}\,m$

(1) استنتاج $x_o$:

حالة السكون:

$\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\vec{w} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأسفل:

$w - F_{s_0} = 0$

$w = F_{s_0} = K x_o$

حيث $x_o$ استطالة سكونية:

$x_o = \frac{mg}{K}$

$x_o = \frac{1 \times 10}{K}$

حساب $K$: $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_o^2 = 40\,\frac{m}{K}$

$K = \frac{40m}{T_o^2} = \frac{40 \times 1}{(8 \times 10^{-1})^2}$

$K = \frac{40}{8 \times 8 \times 10^{-2}}$

$K = \frac{500}{8} = 62.5\,N/m$

$x_0 = \frac{10}{62.5} = \frac{100 \div 25}{625 \div 25} = \frac{4}{25}$ m

$\boxed{2}$ $V_{max} = \omega_0 x_{max}$

حساب $\omega_0$ :

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{20\pi}{8}$

$\omega_0 = \frac{5\pi}{2}$ rad/s

$V_{max} = \frac{5\pi}{2} \times 12 \times 10^{-2}$

$V_{max} = 0.3\pi$ m/s

$\boxed{3}$ $a = -\omega_0^2 x$

$x = 10 \times 10^{-2}$ m

$a = -\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \times 10^{-1}$

$a = -\frac{25 \times 10}{4} \times 10^{-1} = -6.25$ m/s$^2$

$\boxed{4}$ $x = -4 \times 10^{-2}$ m

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (-4 \times 10^{-2})^2$

$E_p = \frac{1}{2} \times 62.5 \times 16 \times 10^{-4}$

$E_p = 5 \times 10^{-2}$ J

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (12 \times 10^{-2})^2$

$E = 0.45$ J

$E_k = E - E_p = 0.45 - 0.05$

$E_k = 0.4$ J

مسألة الرابعة :

$K = 16$ N/m $\quad T_0 = 1$ s

$x_{max} = 0.1$ m

شروط البدء : $t = 0$ ، $x = \frac{x_{max}}{2}$ ، $V < 0$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (1)

ثوابت الحركة $(x_{max}, \omega_0, \varphi)$

$x_{max} = 0.1$ m

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ rad/s

شروط البدء : $t = 0$ ، $x = \frac{x_{max}}{2}$ ، $V < 0$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$ rad مقبول ، $\frac{5\pi}{3}$ rad

مرفوض لأنها تجعل $V > 0$

$\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad

$x = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{2}$ $x = 0$ وضع توازن

$\Rightarrow 0 = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

Subject: ________  / /

الدرس الثاني :

((الاهتزازات جيبية دورانية))
الدورانية نواس فتل غير
متخامد

* ملاحظة هامة :
① نواس الفتل يتوسع في مستوٍ أفقي .
② ساق أو قرص + سلك فتل معلق بالمركز ⇐ نواس الفتل

س هام انطلاقاً من العبارة :

$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\bar{\theta}$

اثبت أن حركة النواس الفتل جيبية دورانية واستنتج علاقة الدور وضع شرح دلالات الرموز هل الدور يتعلق بسعة الحركة ؟

① ـــ $(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}(\bar{\theta})$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل :

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

② ـــ $(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta}$

بمقارنة ① و ② نجد :

$-\frac{K}{I_0}\theta = -\omega_0^2\theta$

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K \boxed{\div\pi}$

$\Rightarrow 2t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K \boxed{\div\frac{1}{2}}$

$t + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{K}{2}$

$t = \frac{1}{12} + \frac{K}{2}$

مرور أول : $K = 0$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}(s)$

مرور ثالث : $K = 2$

$\Rightarrow t_3 = \frac{1}{12} + \frac{2}{2} = \frac{13}{12}s$

شدة قوة الارجاع : $x = 0.1m$

$F = Kx = 16 \times 0.1$

$F = 1.6N$

③ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 40\frac{m}{K}$

$m = \frac{KT_0^2}{40} = \frac{16\times(1)^2}{40}$

$m = \frac{8\times2}{8\times5} = 0.4Kg$

الدور في النواس مرن لا يتعلق بسعة حركة $x$ لا و $x_{max}$
يتعلق بالجذر التربيعي لـ $m$
$K$ و

$\omega^2 = \frac{K}{I_\Delta}$ ، $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$

K و $I_\Delta$ مقادير موجبة

$\omega_0 > 0$

الحركة الجسم فتل جيبية دورانية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$

$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}}$$

* الدور لا يتعلق بسعة الزاوية للحركة $\theta_{max}$
* الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة جملة.
* الدور يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل سلك التعليق.
* $I_\Delta$ عزم عطالة جملة $Kg\,m^2$
* K ثابت فتل سلك تعليق $m.N\,rad^{-1}$

ملاحظات هامة:

1 فتل الساق ربع دورة $\theta = \frac{\pi}{2}\ rad$

2 فتل الساق نصف دورة $\theta = \pi\ rad$

3 فتل الساق دورة كاملة $\theta = 2\pi\ rad$

4 $K = K' \frac{(2r)^4}{l}$

حيث: $2r$ قطر السلك

$l$ طول السلك

$K'$ ثابت فتل يتعلق بطبيعة السلك.

5 مضاعفة طول السلك أو قصر طول السلك يؤدي إلى تغير $l$ فيتغير K فيتغير $T_0$ مع علم أن $I_\Delta$ ثابتة

6 إضافة جملة أو حذف جملة يؤدي إلى تغير $I_\Delta$ فيتغير $T_0$ مع علم أن K ثابتة

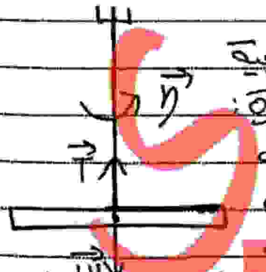
7 عزم مزدوجة الفتل تعطى بالعلاقة:

$\bar\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -K\bar\theta$

س: ساق معدنية متجانسة معلقة من منتصفها بسلك فتل رفيع شاقولي ثابت فتله (K) نُدير الساق في مستوٍ أفقي حول سلك التعليق بزاوية ما ونتركها

ادرس حركة الساق مبيناً طبيعتها ثم استنتج علاقة الدور الخاص؟

الحل:



جملة مقارنة خارجية

القوة خارجية مؤثرة:

$\vec{W}$ قوة ثقل ساق

$\vec{T}$ قوة التوتر سلك

$\vec{\eta}$ تنشأ في السلك مزدوجة فتل $(\vec{\eta})$ تقاوم عملية فتل

نطبق قانون الأساسي في التحريك الدوراني

$\sum \bar\Gamma_{\vec F/\Delta} = I_\Delta \bar\alpha$

حيث $I_\Delta$ عزم عطالة الساق حول محور دوران (Δ)

التسارع الزاوي $\alpha = (\bar{\theta})''_t$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = I_\Delta \alpha$$

$\bar{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} = \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ لأن حاملهما تنطبق على محور الدوران

$$\bar{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = -K\theta$$

$$-K\theta = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\bar{\theta} \quad (1)$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta} \quad (2)$$

بمقارنة (1) و (2) نجد أن:

$$-\frac{K\theta}{I_\Delta} = -\omega_0^2 \theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$$

$K$ ، $I_\Delta$ مقادير موجبة فإن حركة النواس حركة جيبية دورانية

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

س ـ إذا علمت أن تابع المطال الزاوي للحركة:

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

أ) استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية وبين متى تكون السرعة الزاوية معدومة ومتى عظمى واكتب عبارة السرعة الزاوية العظمى؟

ب) استنتج التابع الزمني للتسارع الزاوي وبين متى يكون التسارع الزاوي معدوماً ومتى أعظمي واكتب عبارة التسارع الزاوي الأعظمي؟

الحل:

أ ـ $\omega = (\bar{\theta})'_t$

$$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

السرعة الزاوية تكون عظمى في وضع توازن $\theta = 0$

السرعة الزاوية ($\omega$) تكون معدومة في وضع المطالين الأعظميين $\theta = \pm\theta_{max}$

$$\omega_{max} = \omega_0 \theta_{max}$$

ب ـ $\alpha = (\omega)'_t = (\bar{\theta})''_t$

$$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = -\omega_0^2 \theta$$

$$\alpha_{max} = \omega_0^2 \theta_{max}$$

التسارع الزاوي يكون أعظمي في وضع المطال الزاوي الأعظمي ويكون معدوماً

عندما يكون الوضع وضع توازن :

$\theta = 0$

س - انطلاقاً من مصونية الطاقة أثبت أن حركة النواس فتل جيبية دورانية

$E_K + E_p = const - E_{total}$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 + \frac{1}{2} K \theta^2 = const$

باشتقاق طرفين :

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega (2) (\omega)'_t + \frac{1}{2} K \theta (2) (\theta)'_t = 0$

$\omega = (\theta)'_t \; ; \; (\theta)''_t = (\omega)'_t$

$\Rightarrow I_\Delta (\theta)'_t (\theta)''_t + K(\theta)(\theta)'_t = 0$

$I_\Delta (\theta)''_t = -K\theta$

$(\theta)''_t = \frac{-K\theta}{I_\Delta}$ — ①

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل :

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta$ — ②

بمقارنة ① و ② نجد :

$\frac{-K\theta}{I_\Delta} = -\omega_0^2 \theta$

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$

$K, I_\Delta$ مقادير موجبة

$\Rightarrow \omega_0 > 0$

بالتالي حركة نواس فتل جيبية دورانية

س - برهن أن الطاقة الميكانيكية الكلية في النواس فتل ثابتة ؟

$E = E_K + E_p$ — *

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \omega_0^2 \theta_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$K = I_\Delta \omega_0^2$

$E_K = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ — ①

$E_p = \frac{1}{2} K \theta^2$

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_p = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ — ②

نعوض ① و ② في *

$E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 \left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)\right]$

$E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2 = const$

Subject :

*** مقارنة بين حركة الانسحابية ودورانية:**

| حركة انسحابية | حركة دورانية |
|---|---|
| مطال $x\,(m)$ | مطال زاوي $\theta\,(rad)$ |
| سرعة خطية $V\,(m\,s^{-1})$ | سرعة زاوية $\omega\,(rad\,s^{-1})$ |
| تسارع خطي $a\,(m\,s^{-2})$ | تسارع زاوي $\alpha\,(rad\,s^{-2})$ |
| كتلة $m\,(Kg)$ | عزم عطالة $I\,(Kg\,m^2)$ |
| $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ | $E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$ |
| $E_k = \frac{1}{2}mV^2$ | $E_k = \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2$ |
| $E = \frac{1}{2}Kx_{max}^2$ | $E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$ |
| $x_{max}$ | $\theta_{max}$ |
| $V_{max}$ | $\omega_{max}$ |
| $\alpha_{max}$ | $\alpha_{max}$ |

أولاً: ص 25

اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1 (c) التفسير: ابتعاد الكتلتين يؤدي إلى ازدياد عزم عطالة فتزداد الدور حسب علاقة

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

2 (c) $T_0'$ دور مقايسة

$T_0$ دور نواس

$$T_0' > T_0$$

لتصحيح التأخير نقوم بإنقاص $T_0$ وذلك يتم بإنقاص طول السلك فيزداد $K$ فيتناقص $T_0$.

3 (d) $\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$

من الرسم:

$$\omega_{max} = \frac{\pi^2}{8}\ rad/s$$

و

$$t = \frac{8T_0}{4} = 2T_0 = 8$$

$$T_0 = 4s \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4}$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad/s$$

ثانياً:

1 موجود ضمن شرح الدرس.

2 حالة أولى: $l_1$ — حالة ثانية: $l_2$

$$T_{01} = 2T_{02}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_2}} \times 2$$

$$\frac{1}{K_1} = \frac{4}{K_2}$$

$$\Rightarrow K_2 = 4K_1$$

$$K'\frac{(2r)^4}{l_2} = 4K'\frac{(2r)^4}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{4}{l_1}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = 4$$

ثالثاً: ص 27 + 26

مسألة أولى:

قرص دائري + سلك ← نواس فتل

$m = 2\,kg$

$r = 4\times10^{-2}\,m$

$K = 16\times10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

شروط بدء: $\left( t = 0 ,\ \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad \right)$

1 حساب دور

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$I_{\Delta/قرص} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times2\times(4\times10^{-2})^2$

$I_\Delta = 16\times10^{-4}\,Kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$

$T_0 = 2\,s$

2 $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت الحركة $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

من شروط بدء $t = 0$

$\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{4}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad/s$

حساب $\varphi$:

شروط بدء $\left( t = 0 ,\ \theta = \theta_{max} \right)$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega_0(0) + \varphi)$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad$

$\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t + 0)$

3 $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$

$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{8})^2$

$E_p = 8\times\frac{1}{8\times8}\times10^{-3}\times10$

$E_p = \frac{1}{800}\,J$

$E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{4})^2$

$E = 8\times\frac{1}{16}\times10^{-3}\times10$

$E = \frac{1}{200}\,J$

$E_K = E - E_p = \frac{1}{200} - \frac{1}{800}$

$E_K = \frac{4-1}{800} = \frac{3}{800}\,J$

طلبات إضافية:

4 استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية والتابع الزمني للتسارع الزاوي انطلاقاً من شكل العام؟

5 احسب القيمة العظمى للسرعة الزاوية والقيمة العظمى للتسارع الزاوي؟

Subject : ______

6) احسب كل من طاقة كامنة وعزم مزدوجة فتل عند مطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad ؟

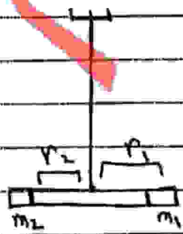
7) حساب قيمة السرعة الزاوية عند مطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{10}$ rad ؟

8) حساب قيمة السرعة الزاوية لحظة مرور الأول والثاني في وضع توازن؟

9) عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

10) احسب الطاقة الحركية في وضع تكون السرعة $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s ومنه احسب الطاقة كامنة؟

**مسألة ثانية:**




$r_1 = r_2 = \frac{l}{2}$

$K = 16\times10^{-3}\ m.N.rad^{-1}$

$T_0 = \frac{5}{2}\ s$

شروط البدء:
$t = 0$
$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

ساق مهملة كتلة

$I_{0/c} = 0$

1) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت حركة هي $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ rad/s$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

حساب $\varphi$

من شروط بدء:
$t = 0$
$\theta = \theta_{max}$

$\Rightarrow \theta_{max} = \theta_{max}\cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = +1 \rightarrow \varphi = 0\ rad$

$\theta = \frac{\pi}{3}\cos(\frac{4\pi}{5}t + 0)$

2) $\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0\theta_{max} = (\frac{4\pi}{5})(\frac{\pi}{3})$

$\omega_{max} = \frac{4\times10}{5\times3} = \frac{8}{3}\ rad/s$

$\omega = -\frac{8}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}t + 0)$

مرور أول $t = \frac{T_0}{4} = \frac{\frac{5}{2}}{4}$

$t = \frac{5}{8}\ s$

$\omega = -\frac{8}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}\times\frac{5}{8})$

$\omega = -\frac{8}{3}\sin(\frac{\pi}{2}) = \frac{-8}{3}\ rad/s$

3) حساب طول الساق $l$:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}$

$\Rightarrow T_0^2 = 40\,\frac{I_0}{K}$

$I_{0} = \frac{T_0^2 K}{40} = \frac{(\frac{5}{2})^2\times16\times10^{-3}}{40}$

$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$

$\boxed{2}$

$\omega = (\bar{\theta})'_t = -(\frac{\pi}{3})(2\pi)\sin(2\pi t)$

$\omega = -\frac{20}{3}\sin(2\pi t)$

مرور الثاني من وضع توازن :

$t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}\times 1 = \frac{3}{4}\,s$

$\omega = -\frac{20}{3}\sin(2\pi\times\frac{3}{4})$

$\omega = -\frac{20}{3}\times\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\omega = +\frac{20}{3}\,rad/s$

$\alpha = -\omega_0^2\,\bar{\theta}$ $\boxed{3}$

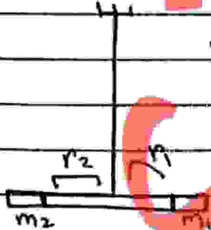
$\theta = -30^\circ = -\frac{\pi}{6}\,rad$

$\alpha = -(2\pi)^2(-\frac{\pi}{6})$

$\alpha = +40\times\frac{\pi}{6}$

$\alpha = \frac{20\pi}{3}\,rad\,s^{-2}$

b




$r_1 = r_2 = \frac{l}{2} = \frac{40\times10^{-2}}{2}$

$r_1 = 2\times10^{-1}\,m$

$m_1 = m_2 = 0.025\,kg$

$T_0 = 1\,s$ $\quad I_\Delta = I_{\Delta/c}$ : الحالة ١

الحالة الثانية :

$T_0' = ?$ $\quad I'_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I'_\Delta = I_{\Delta/c} + 2\,I_{\Delta m_1}$

$I_\Delta = \frac{25\times16\times10^{-3}}{4\times40}$

$I_\Delta = 25\times10^{-4}\,kg\,m^2$

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_\Delta = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 2m_1 r_1^2$

$r_1^2 = \frac{I_\Delta}{2m_1} = \frac{25\times10^{-4}}{2\times125\times10^{-3}}$

$r_1^2 = \frac{25\times10^{-4}}{25\times10^{-2}} = 0.01$

$r_1 = 0.1\,m$

$l = 2r_1 = 2(0.1) = 0.2\,m$

مسألة ثالثة ص 27

$l = 40\times10^{-2}\,m$

a) شروط البدء $\left(t = 0,\ \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad\right)$

$I_{\Delta/c} = 2\times10^{-3}\,kg\,m^2$

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\boxed{1}$

ثوابت الحركة $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\,rad/s$

شروط البدء :

$t = 0 \quad \theta = \theta_{max}$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad$

$I_0' = 2\times10^{-3} + 2\times15\times10^{-3}\times(2\times10^{-1})^2$

$= 2\times10^{-3} + 6\times10^{-3}$

$I_0' = 8\times10^{-3}\ kg\,m^2$

$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_0'}{K}}} = \sqrt{\frac{I_0}{I_0'}}$

$\frac{1}{T_0'} = \sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{8\times10^{-3}}} = \frac{1}{2}$

$T_0' = 2\,s$

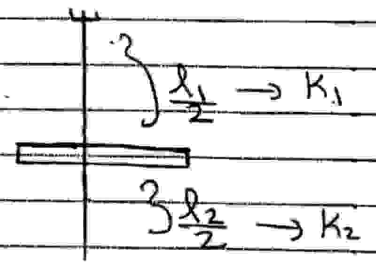
حساب $K'$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_0'}{K'}} \Rightarrow T_0'^2 = 40\frac{I_0'}{K'}$

$K' = \frac{40\, I_0'}{T_0'^2} = \frac{40\times8\times10^{-3}}{(2)^2}$

$K' = 8\times10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$

ج -




حالة أولى: $T_0 = 1s$

حالة ثانية: $T_0' = ?$

في حالة ثانية

$K' = K_1 + K_2$

$\frac{l_1}{2}$ يناسب عكسي $2K$

$\frac{l_2}{2} \rightarrow 2K$

$K' = 2K + 2K$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K'}}$

$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K'}}} = \sqrt{\frac{K'}{K}}$

$\frac{T_0}{T_0'} = \sqrt{\frac{4K}{K}} = 2$

$T_0' = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}\,s$

## الدرس الثالث :

((النواس الثقلي غير متخامد))

الاهتزازات غير التوافقية

هناك نوعان للنواس الثقلي:

* نواس ثقلي مركب والنواس الثقلي البسيط

• نواس ثقلي: هو النواس الذي يهتز تحت تأثير قوة ثقله فقط حول محور دوران عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

* حركة النواس الثقلي تكون نوعين:

(1) جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة

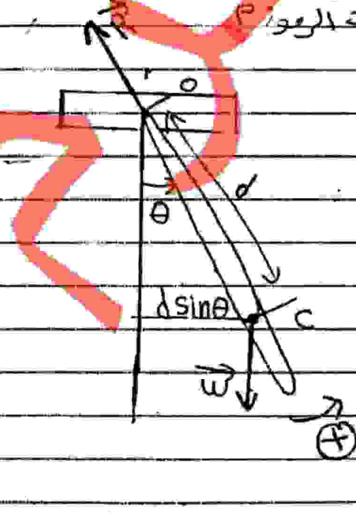
$\theta < 14°$ $\theta < 0.24\,rad$

Subject : ____________ / /

② يقع جيبية من أجل سعات زاوية الكبيرة

$\theta > 14^\circ$ $\theta > 0.24\,rad$

س – ادرس تحريكيا النواس الثقلي مركبا واثبت أن حركة النواس الثقلي جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة واستنتج علاقة الدور مع شرح دلالات الرموز




الجملة مدروسة: جسم صلب كتلته $m$ مركز عطالته $c$ يتلقى إلى محور دوران أفقي $\Delta$ مار من نقطة $O$ من جسم حيث البعد $OC = d$

القوى الخارجية في الجسم عند لحظة $t$:

- $\vec{W}$ قوة ثقله
- $\vec{R}$ قوة رد فعل محور الدوران على الجسم

نطبق القانون الأساسي في التحريك الدوراني:

$$\sum \Gamma_{\vec{F}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} + \Gamma_{\vec{R}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$\Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$ لأن حامل قوة يمر من محور دوران.

$$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} = -d' W = -d\sin\theta\, W$$

$$\Rightarrow -d\sin\theta\, mg = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$\Rightarrow (\bar{\theta})''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta}\sin\theta \quad ①$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية لا تقبل حل جيبي بسبب وجود $\sin\theta$

من أجل سعات زاوية صغيرة

$\theta < 0.24\,rad \Rightarrow \sin\theta \approx \theta$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\theta \quad ②$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من أجل سعات زاوية صغيرة:

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \quad ③$$

بمقارنة ② و ③:

$$-\frac{mgd}{I_\Delta}\theta = -\omega_0^2\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_0}} > 0$$

م $I_0$ ، $d$ ، $g$ ، $m$ مقادير موجبة بالتالي حركة النواس ثقلي جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_0}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}}}$$

م $T_0$ دور نواس ثقلي خاص بسعة زاوية صغيرة (s)

m كتلة جملة نواس ثقلي (kg)

g تسارع جاذبية الأرضية $10\,m\,s^{-2}$

d البعد بين محور الدوران عن مركز عطالة جسم صلب (m)

م $I_0$ عزم عطالة جسم صلب $(kg\,m^2)$

ملاحظات هامة:

① حركة النواس الثقلي حركة جيبية دورانية من أجل سعات الزاوية الصغيرة.

② دور النواس ثقلي من أجل سعات الزاوية كبيرة:

$$T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

حيث $T_0$ دور نواس الثقلي في حالة سعات زاوية الصغيرة

③ حساب d:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}} \quad *$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_0}{mgd}$$

$$d = \frac{4\pi^2 I_0}{mg T_0^2}$$

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} \quad *$$

الحالات الخاصة:

أ- في حال وقوع محور الدوران (o) بين كتلتين وكان $m_1 > m_2$

$$d = \frac{m_1 r_1 - m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

ب- في حال وقوع محور الدوران (o) بين كتلتين وكان $m_2 > m_1$

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

جـ- إذا كان محور الدوران (o) مار من أحد الكتلتين:

في حال إذا c مار من $m_1$

$$d = \frac{m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

في حال إذا c مار من $m_2$

$$d = \frac{m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

Subject :

د- في حال وقوع محور الدوران (o) خارج نطاق كتلتين من:

$$d = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

④ علاقة الكميات الحركية الخطية مع الدورانية (بالاشتقاق) وزاوية

$S = \theta r \xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} v = \omega r$

المسافة طولية ↓ زاوية ↓ سرعة خطية ↓ سرعة زاوية

$\xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} a_t = \alpha r$

تسارع زاوي ↓ تسارع مماسي

⑤ لكل نقطة من نقاط النواس سرعة خطية حسب بعدها عن محور الدوران أما السرعة الزاوية نفسها لكل النقاط.

★ حالات الممكنة للنواس الثقلي مركب وإيجاد علاقة الدور لكل حالة:

حالة أولى:

① ساق مهملة كتلة طولها 1m تثبت بنهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.4 Kg$ وتثبت في نهايتها سفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.6 Kg$ ونجعلها تهتز بالنسبة لمحور مار من نقطة تبعد عن $m_1$ ($20 cm$) احسب دور النواس في حال الاهتزازات صغيرة السعة.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$$

$r_1 = 20cm$

$r_1 = 0.2m$

$r_2 = 0.8m$

الساق مهملة

$I_{o/c} = 0$ كتلة

$$I_{\Delta/o} = I_{o/c} + I_{om_1} + I_{om_2}$$
$$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$I_{\Delta/o} = (0.4)(0.2)^2 + (0.6)(0.8)^2$$
$$I_{\Delta/o} = 4\times10^{-1}\times4\times10^{-2} + 6\times10^{-1}\times64\times10^{-2}$$
$$I_{\Delta/o} = (16 + 384)\times10^{-3}$$
$$I_{\Delta/o} = 0.4\ Kg\,m^2$$
$$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6$$
$$m = 1 Kg$$
$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$
$$d = \frac{(0.6)(0.8) - (0.4)(0.2)}{0.6 + 0.4}$$
$$d = \frac{0.48 - 0.08}{1} = 0.4 m$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{1\times10\times4\times10^{-1}}}$$
$$T_0 = 2 s$$

حالة ثانية:

قرص دائري نصف قطره $r$ $I = \frac{1}{2} m r^2$ يهتز بالنسبة لمحور عمودي على مستويه مار من نقطة من محيطه استنتج

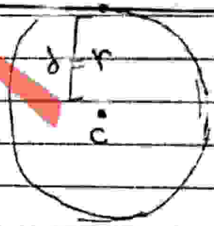
علاقة الدور بدلالة نصف القطر ثم أحسب قيمته من العلم: $I_{o/c} = \frac{mr^2}{2}$

بالاعتماد على علاقة الدور للنواس الثقلي في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o/o}}{mgd}}$$

لحساب $I_{o/o}$ نستخدم نظرية هايغنز:

$$I_{o/o} = I_{o/c} + md^2$$



$$I_o = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

$d = r$ نعوض في علاقة الدور

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m\times g\times r}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}r}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}} = 2\times\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$T_0 = 1\ S$$

حالة ثالثة: ساق متجانسة طولها $l = \frac{3}{2}\ m$ نجعلها تهتز بالنسبة لمحور عمودي على مستويها ومار من طرفها العلوي. استنتج علاقة الدور بدلالة طول الساق واحسب قيمته من أجل السعات الزاوية الصغيرة.

$$I_{o/c} = \frac{ml^2}{12}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o/o}}{mgd}}$$

نظرية هايغنز:

$$I_{o/o} = I_{o/c} + md^2$$
$$= \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2$$

$$I_{o/o} = \frac{1}{3}ml^2$$

$$d = \frac{l}{2}$$

تطبيق في علاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{mg\frac{l}{2}}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{2}{3}l}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}}$$

$$T_0 = 2\ S$$

Subject : ______________

/ /

* النواس الثقلي البسيط:

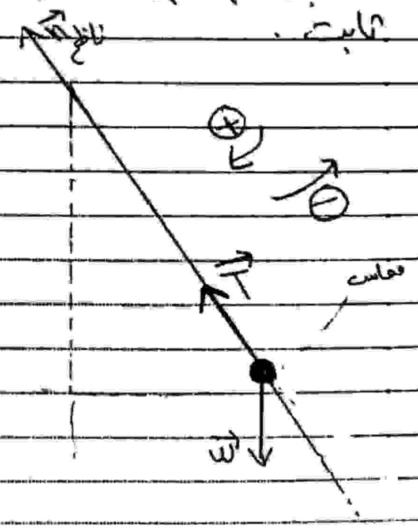
س- عرف النواس الثقلي البسيط عملياً ونظرياً وادرس تحريكياً النواس الثقلي البسيط واستنتج علاقة الدور الخاص ثم بيّن ... الرموز وأن حركة النواس جيبية دورانية في حال السعات الزاوية صغيرة

الحل:

نواس ثقلي البسيط:

* عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.

* نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت $l$ من محور أفقي ثابت.




دراسة تحريكية:

الجملة المدروسة: نواس ثقلي بسيط مؤلف من خيط مهمل الكتلة لا يمتط مثبت بنهايته جسم كتلته m.

* القوى الخارجية المؤثرة في الجسم:

$\vec{w}$ قوة ثقل الكرة

$\vec{T}$ قوة توتر الخيط

نطبق القانون الأساسي في التحريك الدوراني:

$$\sum \bar{\Gamma}_{F/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$\bar{\Gamma}_{w/\Delta} + \bar{\Gamma}_{T/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$\bar{\Gamma}_{T/\Delta} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران.

$$\bar{\Gamma}_{w/\Delta} = -w\,l\sin\theta$$

$$\bar{\Gamma}_{w/\Delta} = -mg\,l\sin\theta$$

$$\Rightarrow -mgl\sin\theta = I_\Delta (\bar\theta)''_t$$

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{mgl}{I_\Delta}\sin\theta$$

نقطة مادية $I_\Delta = ml^2$

$$\Rightarrow (\bar\theta)''_t = -\frac{mg}{l}\sin\theta \quad (1)$$

معادلة تفاضلية لا تقبل حل جيبي بسبب وجود $\sin\theta$ في حال السعات الزاوية صغيرة $\theta \le 0.24\ rad$

$$\sin\theta \simeq \theta$$

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{mg}{l}\bar\theta \quad (2)$$

Subject: / /

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من اجل سعات زاوية صغيرة من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \theta$ — ③

بمقارنة ② و ③ نجد:

$-\frac{g}{l}\theta = -\omega_0^2 \theta$

$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$\omega_0 > 0$ و l و g مقادير موجبة

أ - عدد حركة نواس ثقلي بسيط جيبية دورانية بحالة سعات زاوية صغيرة فقط

$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

دور النواس لا يتعلق بكتلة جسم ولا بالسعة الزاوية.

$T_0$ دور نواس ثقلي بسيط بحالة سعات زاوية صغيرة (s)

l طول خيط (m)

g تسارع جاذبية الأرضية $(10\,m s^{-2})$

س - ليكن لدينا نواس ثقلي بسيط

أ انطلاقاً من علاقة العامة لدور النواس بحالة السعات الزاوية صغيرة للنواس

ثقلي أ - استنتج علاقة الدور في نواس ثقلي بسيط؟

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$I_\Delta = ml^2$

$d = l$

نعوض في علاقة:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

ب - انطلاقاً من علاقة:

$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$ اثبت أن حركة نواس ثقلي بسيط جيبية دورانية واستنتج علاقة الدور؟

$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$ — ①

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية لا تقبل حل جيبي بسبب وجود $\sin\theta$

من اجل سعات زاوية صغيرة

$\sin\theta \simeq \theta \quad (\theta < 0.24\,rad)$

$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\theta$ — ②

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من اجل سعات زاوية صغيرة ومن الشكل:

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -\omega_0 \theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\alpha = (\theta)''_t = -\omega_0^2\,\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\,\theta \quad \text{——} \ (3)$$

من (2) و (3) نجد:

$$-\frac{g}{l}\,\theta = -\omega_0^2\,\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$$

مقادير موجبة. الحركة نواس ثقلي بسيط جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

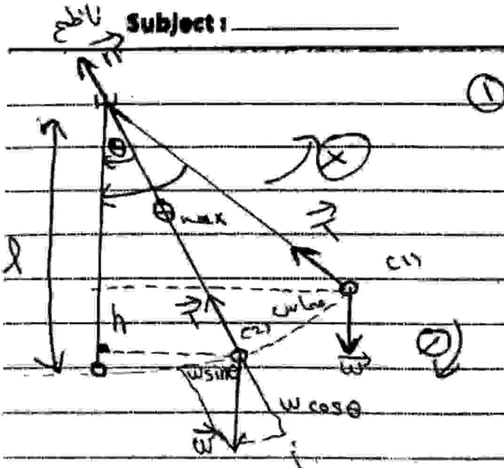
س (هام) تعلق كرة نواس كتلتها صغيرة بخيط لا يمتط نزيح الكرة عن وضع توازنها بزاوية $\theta_{max}$ ونتركها دون سرعة ابتدائية المطلوب:

1) استنتج سرعة الكرة لحظة مرورها بالوضع زاوية $\theta$ ؟

2) استنتج علاقة المحددة لقوة توتر الخيط عندما يصنع زاوية $\theta$ ؟!

3) استنتج العلاقة المحددة للتسارع مماسي عندما يصنع الزاوية $\theta$ ؟

**الحل:**




1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $E_{K_1} = 0 \qquad \theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = ? \qquad \theta$

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}(1\to 2)}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$ القوة تعامد الانتقال

$E_{K_1} = 0$ تركت الكرة دون سرعة ابتدائية

$$E_{K_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

$$v^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$$

**ملاحظة هامة:**

عندما تمر بوضع التوازن $\theta = 0$ حيث $\cos\theta = 1$

2) نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

Subject : 

$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على محور الناظم وبجهة T

$-w\cos\theta + T = ma_n$

$T = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{l}$

$T = mg\cos\theta + m\frac{2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{l}$

$T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$

3 نطبق القانون الأساسي في ترحرك الانسحابي:

$\sum\vec{F} = m\vec{a} = \vec{W} + \vec{T}$

بالإسقاط على محور مماس وبجهة إزاحة الكرة

$+mg\sin\theta + 0 = ma_t$

$a_t = \frac{+mg\sin\theta}{m}$

$a_t = +g\sin\theta$

ملاحظة: نستخدم نظرية الطاقة لحساب واستنتاج امور عديدة منها ← $\omega$ سرعة زاوية ← $v$ سرعة خطية ← $E_K$ طاقة حركية ← $\theta_{max}$ سعة حركة عظمى

اختبر نفسي ص 37+38

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1 (a) نقص قصر يؤدي إلى زيادة $l$ فزيادة $T_0$ لأن

$T_0^- > T_0$

حيث $T_0$ دور ميقاتية

2 (b) نلاحظ تقدم الثانية كلما ازداد الارتفاع نقص g فيزداد الدور.

3 (d)

ثانياً: حل مسائل ص 39+40

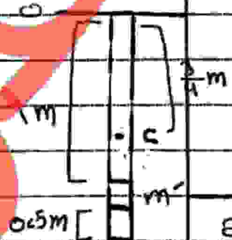
مسألة أولى:

نواس مركب متجانس

$M = \frac{1}{2}\,kg$

$l = \frac{3}{2}\,m$

$m^- = \frac{1}{2}\,kg$



$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}Ml^2$

1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{جملة}}{mgd}}$

$m_{جملة} = M + m^- = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\,kg$

$d = \frac{m^- r^- + Mr}{m^- + M} = \frac{\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(\frac{3}{4})}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}$

$d = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \Rightarrow d = \frac{7}{8}\,m$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c} + Md^2 + I_{\Delta m'}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m'r'^2$

$= \frac{1}{12}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3/2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(1)^2$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{3}{32} + \frac{9}{32} + \frac{1}{2}_{(16)} = \frac{28}{32}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{7}{8}\,kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times10\times\frac{7}{8}}} = 2\,s$

② بدء الحركة (دوماً)
$t = 0$
$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}\,rad$

طبق نظرية الطاقة الحركية لحساب طاقة حركية النواس بين وضعين:

الأول: $E_{K_1} = 0$ $\quad \theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ $\quad \theta = 0$

عند المرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1 \qquad \cos\theta_{max} = 0$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$E_{K_1} = 0$ لأنه ترك النواس دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران

$E_{K_2} = W_{\vec{W}} = mgh$

$\Rightarrow E_{K_2} = mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$E_{K_2} = 1\times10\times\frac{7}{8}(1 - 0)$

$E_{K_2} = \frac{70}{8}\,J$

$V_{m'} = \omega r_{m'} = \omega(1)$

حساب السرعة الزاوية

$E_{K_2} = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = \frac{70}{8}$

$\omega^2 = \frac{140}{I_\Delta\times8} = \frac{140}{\frac{7}{8}\times8}$

$\omega^2 = 20 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{5}\,rad/s$

$V_{m'} = (2\sqrt{5})(1)$

$V_{m'} = 2\sqrt{5}\,m\,s^{-1}$

طلب إضافي:

حساب السرعة الخطية لمركز عطالة:

$V_d = \omega d = 2\sqrt{5}\times\frac{7}{8}$

$V_d = \frac{7\sqrt{5}}{4}\,m/s$

مسألة ثانية: نواس ثقلي بسيط

$l = 40\,cm = 0.4\,m$

$m_1 = 100\,g = 0.1\,kg$

① نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين الأول:

الأول: $E_{K_1} = 0$ $\quad \theta_{max} = ?$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ $\quad \theta = 0$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$

$E_{K_1}=0$ لأن تركت النواس دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}}=0$ لأن القوة تعامد الانتقال في كل لحظة

$\Rightarrow \frac{1}{2} mV^2 - 0 = mgh$

$V^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$

مرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2gl}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2\times10\times4\times10^{-1}}$

$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$

(2) نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{w} + \vec{T}$

بالإسقاط على محور الناظم وبجهة $T$:

$-w\cos\theta + T = m a_n$

$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{l}$

$T = mg\cos\theta + m\frac{2gl(1-\cos\theta_{max})}{l}$

مرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$T = mg + 2mg(1 - \cos\theta_{max})$

$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$

$T = 100\times10^{-3}\times10(3 - 2\times\frac{1}{2})$

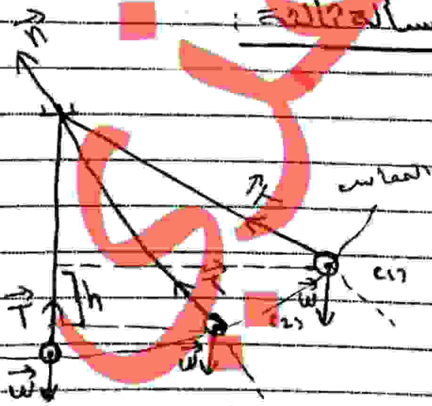
$T = (3 - 1) = 2N$

طلبات إضافية:

(1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي عندما يصنع خيط زاوية $\theta = 30°$؟

(2) حساب التسارع الزاوي عند الزاوية $30°$؟

مسألة (3):




$m = \frac{1}{2} kg$

$l = 1.6 m$

$h = 0.8 m$

Subject : ______    / /

① نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $E_{k_1} = 0$   $\theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{k_2} = ?$   $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$ القوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{k_1} = 0$ الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} m V^2 - 0 = mgh + 0$$

$$V^2 = 2gh$$

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8}$$

$$V = \sqrt{16} = 4\ m\,s^{-1}$$

② نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $E_{k_1} = 0$   $\theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{k_2} = ?$   $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$ قوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{k_1} = 0$ لأن الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} m V^2 - 0 = mgh$$

$$V^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

مرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(4)^2}{2 \times 10 \times 16 \times 10^{-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

③

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{16 \times 10^{-1}}{10}}$$

$$T_0 = 2\pi \times 4 \times 10^{-1}$$

$$T_0 = 2.5\ s$$

ملاحظة

$\pi^2 = 10$   $\pi = \sqrt{10}$

$32\pi = 100$

④ نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{w} + \vec{T}$$

بالإسقاط على محور الناظم بجهة $T$

$$-w\cos\theta + T = m a_n$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{l}$$

المرور بالشاقول $\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

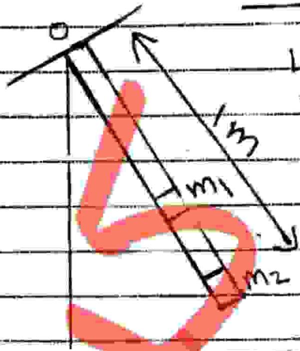
$$T = mg + m\frac{V^2}{l}$$

$$T = \frac{1}{2} \times 10 + \frac{1}{2} \times \frac{(4)^2}{16 \times 10^{-1}}$$

$$T = 5 + 5 = 10\ N$$

Subject: ____

## المسألة الرابعة:




$L = 1m$

$m_1 = 0.4\,Kg$

$m_2 = 0.2\,Kg$

ساق مهملة الكتلة

$I_{o/c} = 0$

(1) $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{o\,جملة}}{mgd}}$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6\,Kg$

$d = \dfrac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$d = \dfrac{(0.4)(\frac{1}{2}) + (0.2)(1)}{0.4 + 0.2}$

$d = \dfrac{0.2 + 0.2}{0.6} = \dfrac{0.4}{0.6} = \dfrac{2}{3}\,m$

$I_{o\,جملة} = I_{o/c} + I_{om_1} + I_{om_2}$
$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_{o\,جملة} = (0.4)(\frac{1}{2})^2 + (0.2)(1)^2$

$I_{o\,جملة} = 0.1 + 0.2 = 0.3\,Kg\,m^2$

$T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{3\times10^{-1}}{6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}}$

$T_o = \sqrt{3}\,S$

(2) $V_l = \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}\,m\,s^{-1}$

$V_l = \omega d \Rightarrow \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}} = \omega \cdot \dfrac{2}{3}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\,rad/s$

a) $V_{m_2} = \omega r_2$

$V_{m_2} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\,m/s$

b) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta = \theta_{max}$ , $E_{k_1} = 0$

الثاني: $\theta = 0$ , $E_{k_2} = ?$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$W_R = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران.

$E_{k_1} = 0$ الجملة تدور دون سرعة ابتدائية

$\frac{1}{2} I_o \omega^2 = mgh$

$h = \dfrac{\frac{1}{2} I_o \omega^2}{mg}$

$d(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \dfrac{I_o \omega^2}{2mg}$

مرور بالشاقول: $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$$(1-\cos\theta_{max}) = \frac{I_o\,\omega^2}{2mgd}$$

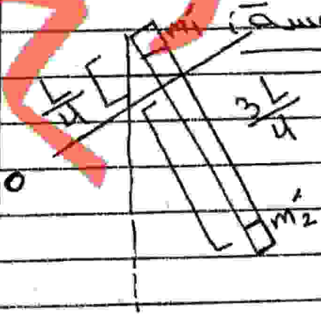
$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_o\,\omega^2}{2mgd}$$

$$= 1 - \frac{3\times10^{-1}\times\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)^2}{2\times6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}$$

المسألة الخامسة:




$m_1' = m_2'$

شروط البدء: $\left(\begin{array}{l} t=0 \\ \theta=\theta_{max}=\frac{1}{2\pi}\ \text{rad}\end{array}\right)$

$$T_o = \frac{5}{2}\ (S)$$

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_o t + \varphi) \quad ①$$

ثوابت الحركة: $(\theta_{max}, \omega_o, \varphi)$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ S$$

$$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\ \text{rad}$$

شروط البدء: $\left(\begin{array}{l} t=0 \\ \theta=\theta_{max}\end{array}\right)$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\varphi)$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ \text{rad}$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t+0\right)$$

② ساق مهملة الكتلة

$$I_{o/c} = 0$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o\,جملة}}{mgd}}$$

$$d = \frac{m_1'\left(\frac{3L}{4}\right) - m_2'\left(\frac{L}{4}\right)}{m_1'+m_2'}$$

$$d = \frac{m'\left(\frac{3L}{4}-\frac{L}{4}\right)}{2m'} = \frac{\frac{2L}{4}}{2}$$

$$d = \frac{2L}{8} = \frac{L}{4}$$

$$m = m' + m' = 2m'$$

$$I_{o\,جملة} = I_{o/c} + I_{o\,m_1'} + I_{o\,m_2'}$$

$$I_{o\,جملة} = m_1'\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m_2'\left(\frac{3L}{4}\right)^2$$

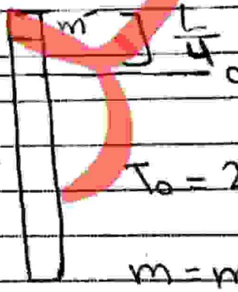
$$I_{o\,جملة} = \frac{m_1' L^2}{16} + \frac{9}{16} m_2' L^2$$

$$I_{o\,جملة} = \frac{10}{16} m_1' L^2 = \frac{5}{8} m_1' L^2$$

$$\frac{5}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{8}m_1' L^2}{2m_1' \times g \times \frac{L}{4}}}$$

نربع طرفين $\Rightarrow \frac{5}{2} = 2\sqrt{\frac{5L}{4}}$

$$\Rightarrow \frac{25}{4} = 4 \times \frac{5L}{4} \Rightarrow L = \frac{5}{4} m$$




$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$m = m'$

$d = \frac{L}{4}$

$$I_{\Delta \text{جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m'} = 0 + m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{m'L^2}{16}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m'L^2}{16}}{m' \times g \times \frac{L}{4}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{5}{4}}$$

$$T_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

مسألة دورة 2016 (مع طلبات ومناقشة)

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق متجانسة طولها ($\ell = \frac{3}{2}m$) وكتلتها $m_1$ نجعلها شاقولية ونعلقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومار من منتصفها وفي طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = m_1$

المطلوب: $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2$

1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للدور الخاص بدلالة طول الساق ($\ell$) انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي في حال السعات الزاوية صغيرة واحسب قيمتها؟

2) احسب طول نواس ثقلي البسيط المواقت لهذا النواس؟

3) نزيح الجملة السابقة عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية ($\theta_{max} = 60°$) ونتركها دون سرعة ابتدائية المطلوب:

أ- استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الزاوية للجملة لحظة مرورها بالشاقول محور تعليقها واحسب قيمتها؟

ب- حساب السرعة الخطية للكتلة ($m_2$) لحظة مرورها بالشاقول؟

ج- حساب السرعة الخطية لمركز عطالة الساق عند لحظة مرور بالشاقول؟

د- حساب دور النواس الثقلي المركب عندما ينوس بالسعة السابقة؟

هـ- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من الشكل العام؟

و- استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية والتسارع الزاوي؟

ز- حساب قيمة السرعة زاوية عظمى والتسارع الزاوي الأعظمي؟

ك- حساب قيمة التسارع الزاوي عند مطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{5}$ rad ؟

4- عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

5- حساب السرعة الزاوية لحظة مرور الأول والثاني من وضع توازن؟

6- نقوم بفصل كتلة $m_2$ احسب الدور الخاص الجديد عندما نقوم بتثبيت كتلة في طرفها العلوي $m_2 = 2m_1$ ؟

7- حساب دور النواس الثقلي مركب عندما ينوس بزاوية $0.4$ rad ؟

8- نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max}$ ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الزاوية للنواس عند المرور بالشاقول $\omega = \sqrt{10}$ rad/s المطلوب:

a) حساب قيمة $\theta_{max}$ ؟

b) حساب السرعة خطية لمركز العطالة لحظة المرور بالشاقول؟

c) حساب السرعة الخطية للكتلة $m_2$ ؟

d) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للطاقة الحركية للنواس لحظة مرور بالشاقول ثم احسب قيمتها؟ مع العلم قيمة $m_1 = 20g$ ؟

## الدرس الرابع

## ((ميكانيك الموائع))

* الخصائص الميكانيكية للموائع متحركة:

(تتميز الموائع القادرة على الجريان بتأثير القوة الخارجية المؤثرة فيها ولوصف هذه الحركة في كل لحظة يجب معرفة الكثافة المائع وضغطه وسرعته ودرجة حرارته)

* مفاهيم أساسية:

1) الجريان المستقر

جريان المستقر نوعان: (جريان مستقر منتظم وغير منتظم).

جريان مستقر منتظم: هو الجريان الذي تكون سرعة جميع السائل في نقطة ما ثابتة مع مرور الزمن.

Subject :

جريان مستقر غير منتظم: هو الجريان الذي تكون سرعة جسم السائل في نقطة ما غير ثابتة مع مرور الزمن.

② جسيم السائل:
هو جزء من السائل أبعاده صغيرة جداً بالنسبة لأبعاد المائع وكبيرة بالنسبة لأبعاد جزيئات المائع.

③ أنبوب التدفق:
(هو أنبوب يملأه السائل تماماً ويجتازه)

④ خط الانسياب:
هو خط وهمي يمثل المسار الذي يسلكه جسيم السائل عندما يتحرك بحيث في كل نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك النقطة.

⑤ الجريان غير المستقر:
هو الجريان الذي تكون فيه سرعة جسيم السائل في نقطة ما من سائل غير ثابتة بمرور الزمن.

س- عدد خاصيات المائع المثالي؟
① غير قابل للانضغاط:
(أي الحجم ثابت والكثافة ثابتة مع مرور الزمن)
② عديم اللزوجة:
قوة الاحتكاك الداخلية مهملة بين مكوناتها أي لا يوجد ضياع للطاقة.

③ جريان مستقر: أي أن جسيمات السائل لها خطوط انسياب محددة وسرعة جسيماتها عند نقطة معينة ثابتة مع مرور الزمن.
④ جريان غير دوراني: حركة جسيم السائل لا تكون دائرية.

س- استنتج معادلة الاستمرارية لسائل مثالي يتدفق عبر أنبوب أفقي له مقطعين مختلفين $S_1, S_2$ ثم فسر كيف تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات ومسافات كبيرة؟

بفرض أن $V_1$ هي سرعة المائع عبر المقطع $S_1$ و $V_2$ هي سرعة المائع عبر المقطع $S_2$
إن حجم كمية السائل التي تعبر مقطع $S_1$ مسافة $x_1$ في الزمن $\Delta t$ = تساوي حجم كمية السائل التي تعبر مقطع $S_2$ مسافة $x_2$ في الزمن $\Delta t$:

$$V_1 = V_2$$

$$S_1 x_1 = S_2 x_2$$

حيث $x = V \Delta t$
$V$ السرعة

$$S_1 V_1 \Delta t = S_2 V_2 \Delta t$$

$$\boxed{S_1 V_1 = S_2 V_2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

مساحة سطح المقطع تتناسب عكسياً مع سرعة تدفق السائل

فخراطيم سيارات الإطفاء الفوهة تكون صغيرة بالتالي مساحة مقطعها صغير بالتالي سرعة تدفق السائل كبيرة وتصل إلى ارتفاعات عالية.

ملاحظات هامة:

① معدل التدفق الكتلي: هو كتلة كمية المائع التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن.

$$Q = \frac{m}{\Delta t} \quad Kg\,s^{-1}$$

② معدل التدفق الحجمي: هو حجم كمية مائع التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} \quad m^3.s^{-1}$$

③ لـ $Q$ و $Q'$ شكلين آخرين:

$$Q = \rho Q'$$

$$Q' = S\,V$$ ← سرعة المائع

④ $\rho$ هي كثافة المائع

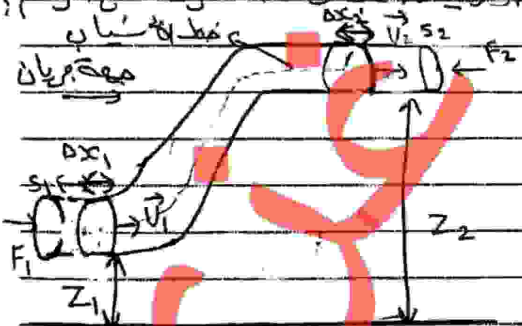
$$\rho = \frac{m}{V} \quad Kg\,m^{-3}$$

$$g.cm^{-3} \xrightarrow{\times 10^{+3}} Kg.m^{-3}$$

⑤ تحويل واحدات:

| | |
|---|---|
| $cm \xrightarrow{\times 10^{-2}} m$ | $cm^2 \xrightarrow{\times 10^{-4}} m^2$ |
| $mm \xrightarrow{\times 10^{-3}} m$ | $mm^2 \xrightarrow{\times 10^{-6}} m^2$ |
| $cm^3 \xrightarrow{\times 10^{-6}} m^3$ | $1\,m^3 \xrightarrow{\times 10^{3}} l$ |
| $mm^3 \xrightarrow{\times 10^{-9}} m^3$ | $l \xrightarrow{\times 10^{-3}} m^3$ |

س: انطلاقاً من علاقة العمل الكلي الذي تقوم به جسيمات سائل جريانه مستقر ضمن الأنبوب، استنتج معادلة برنولي واكتب نص النظرية مع الرسم؟




تطبيق نظرية الطاقة الحركية:

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec F} = W_{\vec T} \quad \text{---} ☆$$

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 \quad \text{---} ①$$

$$W_{\vec T} = W_{\vec w} + W_{\vec F_1} + W_{\vec F_2}$$

يخضع المقطع $S_1$ لقوة $F_1$ تساعد على حركة المائع وعملها محرك (موجب):

$$W_{\vec F_1} = F_1 \Delta x_1$$

الضغط $P = \frac{F}{S}$ القوة / مساحة

$$F_1 = P_1 S_1$$

$$W_{\vec F_1} = P_1 S_1 \Delta x_1 = P_1 \Delta V_1$$

يخضع المقطع $S_2$ لقوة $F_2$ وهي قوة معيقة بالتالي عمل قوة معيقة (سالب):

$$W_{\vec F_2} = -F_2 \Delta x_2 = -P_2 S_2 \Delta x_2$$

$$W_{\vec F_2} = -P_2 \Delta V$$

$$W_{\vec w_1} + W_{\vec w_2} = W_{\vec w}$$

$$W_{\vec w_1} = -mgZ_1$$

سالب لأن السائل في حال صعود

$$W_{\vec w_2} = +mgZ_2$$

موجبة لأن السائل ما فقط على الارتفاع

$$\Rightarrow W_{\vec w} = \cancel{mg(-Z_1+Z_2)}$$

$$W_{\vec w} = -mg(Z_2 - Z_1)$$

نعوض معطيات في (*)

$$\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = -mgZ_2 + mgZ_1 + P_1 \Delta V - P_2 \Delta V$$

نقسم الطرفين على $\Delta V$

حيث: $\rho = \frac{m}{\Delta V}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho V_2^2 - \frac{1}{2}\rho V_1^2 = -\rho g Z_2 + \rho g Z_1 + P_1 - P_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\rho V_2^2 + P_2 + \rho g Z_2 = \frac{1}{2}\rho V_1^2 + P_1 + \rho g Z_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\rho V^2 + P + \rho g Z = const}$$

وهي معادلة برنولي للجريان المستقر

نص النظرية:

« المجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجوم والطاقة الكامنة الثقالية لواحدة الحجوم يساوي مقداراً ثابتاً عند أي نقطة من نقاط خط الانسياب لمائع جريانه مستقر ».

ملاحظة هامة:

الضغط والسرعة التناسب بينهما عكسي

* زيادة ارتفاع السائل تؤدي إلى زيادة ضغط السائل فتنقص سرعة الجريان للسائل
* نقصان ارتفاع السائل تؤدي إلى نقصان ضغط السائل فتزداد

Subject : ______ / /

سرعة التدفق للسائل.

* تطبيقات على معادلة برنولي:

1) سكون الموائع (معادلة المانومتر):

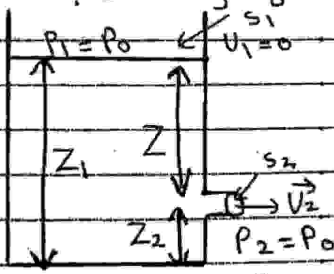
$\boxed{V_1 = V_2 = 0}$

$(P_1 - P_2 = \rho g h)$

وهذه معادلة المانومتر (قانون الضغط في السوائل الساكنة).

2) نظرية تورشللي:

س - انطلاقاً من معادلة برنولي استنتج العلاقة المحددة لسرعة تدفق سائل من فتحة صغيرة تقع قرب قعر خزان واسع جداً على عمق $Z$ من السطح الحر للسائل؟




انطلاقاً من معادلة برنولي للجريان مستقر:

$$\frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g Z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g Z_2 + P_2$$

$$\Rightarrow \rho g Z_1 + \cancel{P_0} = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g Z_2 + \cancel{P_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{\rho} V_2^2 = \cancel{\rho} g (Z_1 - Z_2)$$

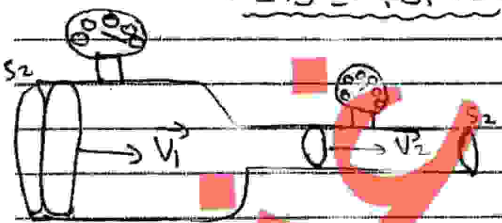
$$V_2^2 = 2gZ$$

حيث: $Z = Z_1 - Z_2$

$$V_2 = \sqrt{2gZ}$$

إن سرعة خروج السائل تساوي السرعة التي سقط بها جسم مائي سقوطاً حراً من ارتفاع $h$.

3) أنبوب فنشوري:




أنبوب أفقي:

$Z_1 - Z_2 = 0$

نطبق ونعوض في معادلة برنولي:

$$\frac{1}{2}\rho V_1^2 + \cancel{\rho g Z_1} + P_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \cancel{\rho g Z_2} + P_2$$

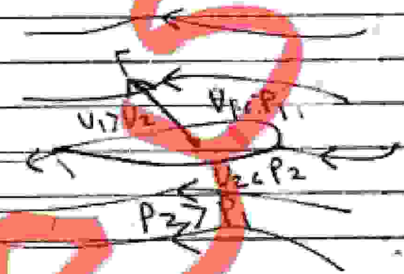
$$\Rightarrow \boxed{P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2)}$$

عندما يكون $S_1 > S_2$

$P_2 > P_1$

## 4 جناح الطائرة وقوة الدفع:

س- اشرح عمل الطائرة بالاعتماد على معادلة برنولي للجريان مستقر:




عندما تقلع طائرة فإن الهواء يندفع من حول جناحيها من الأعلى والأسفل بشكل يماثل جريان السائل في الأنبوب وتتكاثف خطوط الجريان بسبب شكل الجناح وتصميمه بحيث تكون سرعة جريان الهواء من الأعلى أكبر من الأسفل لهذا يصبح الضغط من الأسفل أكبر من الأعلى ينشأ فرق ضغط يؤدي إلى رفع الطائرة.

### اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) a) تزداد

b) مبدأ برنولي

2) (c)

3) (c) $4V_1$

حسب معادلة الاستمرارية.

$S_1V_1 = S_2V_2$

$\Rightarrow S_1V_1 = \frac{S_1}{4}V_2$

$V_1 = \frac{V_2}{4} \Rightarrow V_2 = 4V_1$

ثانياً: أعط تفسيراً علمياً لكل مما يأتي:

1 - بسبب انخفاض مساحة المقطع الذي يتدفق خلاله السائل فضلاً عن الانعطاف في مجرى النهر ينقص مساحة مقطع فتزداد سرعة التدفق لماء النهر.

2) خارجها السيارة يكون سرعة تدفق الهواء أكبر من داخل السيارة وبالتالي ضغط الهواء داخل السيارة أكبر من خارجها فتندفع الستائر نحو الخارج.

3) تقاطع خطوط الانسياب يعني وجود أكثر من سرعة لجسيم السائل لمكان نفسه باتجاهات مختلفة بلحظة نفسها وهذا غير ممكن.

4) عندما نقوم بتوجيه فوهة الخرطوم للأعلى يزداد الضغط المطبق على السائل فتنقص سرعة التدفق فيزداد مساحة المقطع، وفي حال قمنا بتوجيه فوهة الخرطوم نحو الأسفل يزداد سرعة تدفق السائل كلما اقترب من الأرض فينقص مساحة مقطع السائل.

5) الثقب صغير بالتالي مساحة مقطعه صغير وحسب معادلة الاستمرارية يكون سرعة تدفق السائل من الثقب كبير.

6) لأن خراطيم سيارات الإطفاء ذو مساحة مقطع ضيقة بالتالي سرعة تدفق السائل من خلاله كبيرة.

7) مساحة فتحات الغاز في الموقد صغيرة وحسب معادلة الاستمرارية تزداد تدفق الغاز بشكل أسرع.

8) لأن اغلاق جزء من فتحة الخرطوم ينقص مساحة مقطعه وبالتالي يزداد سرعة تدفق الماء حسب معادلة الاستمرارية.

9) لأن الضغط داخل البيت يكون أكبر من خارجه.

ثالثاً: ص 52

حل مسائل:

المسألة الأولى:

$V = 600\,L = 0.6\,m^3$

$s = 5\,cm^2 = 5\times10^{-4}\,m^2$

$\Delta t = 300\,s$

1) $Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{6\times10^{-1}}{300}$

$Q' = 2\times10^{-3}\,m^3 s^{-1}$

2) $Q' = S\,V$

$V = \frac{Q'}{S} = \frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-4}}$

$V = \frac{20}{5} = 4\,m/s$

3) $S' = \frac{S}{4}$

حسب معادلة الاستمرارية

$S\,V = S'\,V'$

$\Rightarrow S\,V = \frac{S}{4}\,V'$

$V' = 4V = 4\times4$

$V' = 16\,m\,s^{-1}$

مسألة ثانية :

$S_1 = 10\times10^{-4}\ m^2$

$S_2 = 5\times10^{-4}\ m^2$

$Q' = 5\times10^{-3}\ m^3 s^{-1}$

(1) $Q' = S_1 V_1 = S_2 V_2$

$V_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5\times10^{-3}}{10\times10^{-4}} = 5\ m/s$

$V_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 10\ m/s$

(2) $P_1 = ?$

$P_2 = P_0 = 10^{+5}\ Pas$

$Z_2 - Z_1 = 20\ m$

تطبيق معادلة برنولي :

$\frac{1}{2}\rho V_1^2 + P_1 + \rho g Z_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g Z_2 + P_2$

$P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + \rho g(Z_2 - Z_1)$

$\rho_{H_2O} = 10^{+3}\ kg\ m^{-3}$

$P_1 = 10^{+5} + \frac{1000}{2}(100-25) + 10^{+3}\times10(20)$

$P_1 = 10^{+5} + 0.375\times10^{+5} + 2\times10^{+5}$

$P_1 = 3.375\times10^{+5}\ Pas$

(3) $W_{\vec{T}} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{F_1}} + W_{\vec{F_2}}$

$= -mgZ + P_1\Delta V - P_2\Delta V$

$= -\rho g Z\Delta V + P_1\Delta V - P_2\Delta V$

$W_{\vec{T}} = \Delta V(P_1 - P_2 - \rho g Z)$

$= 100\times10^{-3}(3.375\times10^{+5} - 10^{+5} - 10^{+3}\times10\times20)$

$W_{\vec{T}} = 10^{-1}(0.375\times10^{+5})$

$W_{\vec{T}} = 3750\ J$

المسألة الثالثة :

$S = 10\times10^{-4}\ m^2$

$n = 25$ عدد ثقوب

مساحة الثقب $S' = 0.1\times10^{-4} = 10^{-5}\ m^2$

$V = 50\ cm/s$

$V = 0.5\ m/s$

(1) $Q' = SV$

$Q' = 10^{-3}\times5\times10^{-1}$

$Q' = 5\times10^{-4}\ m^3 s^{-1}$

(2) $Q' = n S' V'$

$V' = \frac{Q'}{nS'} = \frac{5\times10^{-4}}{25\times10^{-5}}$

$V' = \frac{50}{25} = 2\ m s^{-1}$

المسألة الرابعة:

$S = 125 \times 10^{-6}\ m^2$

$S' = 4 \times 10^{-8}\ m^2$

$Q' = 5 \times 10^{-5}\ m^3 s^{-1}$ ①

$Q' = S V$

$V = \frac{Q'}{S} = \frac{5 \times 10^{-5}}{125 \times 10^{-6}}$

$V = \frac{50}{125} = \frac{25 \times 2}{25 \times 5}$

$V = 0.4\ m/s$

$Q' = S' V'$ ②

$V' = \frac{Q'}{S'} = \frac{5 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-8}}$

$V' = \frac{5000}{4} = 1250\ m/s$

مسألة الخامسة:

صنبور أول: $\Delta t_1 = 1\ hour$

صنبور ثاني: $\Delta t_2 = \frac{1}{2}\ hour$

صنبور ثالث: $\Delta t_3 = \frac{1}{4}\ hour$

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$\Rightarrow \frac{V}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t_1} + \frac{V}{\Delta t_2} + \frac{V}{\Delta t_3}$

$\Rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t_1} + \frac{1}{\Delta t_2} + \frac{1}{\Delta t_3}$

$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{3600} + \frac{1}{1800} + \frac{1}{900}$

$(1) \quad (2) \quad (4)$

$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1+2+4}{3600}$

$\frac{1}{\Delta t} = \frac{7}{3600}$

$\Delta t = \frac{3600}{7}\ (s)$

الدرس الخامس:

((النسبية الخاصة))

• (السرعة مفهوم نسبي يختلف باختلاف جهة مراقبها).

• (سرعة انتشار الضوء تبقى ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفت سرعة المنبع الضوئي أو سرعة المراقب).

• (ينقسم علم الميكانيك في الفيزياء إلى):

1) ميكانيك كلاسيكي: يدرس حركة الأجسام التي سرعتها صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء.

2) ميكانيك نسبوي: يدرس حركة الأجسام التي سرعتها كبيرة قريبة من سرعة الضوء.

ملاحظة:

سرعة الضوء في الفراغ:

$c = 3\times10^{8}\ m s^{-1}$

س: اكتب نص فرضيتا أينشتاين؟

(1) سرعة الضوء في الفراغ هي نفسها $3\times10^{8}\ m/s$ في جميع جمل المقارنة

(2) قوانين الفيزياء هي نفسها في جميع جمل المقارنة

* تمدد الزمن

مثال:

بفرض أن قطار يسير بسرعة ثابتة V وثبتت على أرضية عربة قطار مرآة مستوية ترتفع مسافة d عن منبع الضوئي، المطلوب:

[1] مع الرسم المطلوب ما هي قيمة الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى منبع بالنسبة لمراقب داخلي؟

[2] مع الرسم المطلوب ما بقي بعد المنبع الضوئي عن المرآة مستوية (ab) بالنسبة لمراقب خارجي؟

[3] مع الرسم المطلوب ما هي مسافة التي قطعها المنبع الضوئي بالنسبة لمراقب خارجي؟

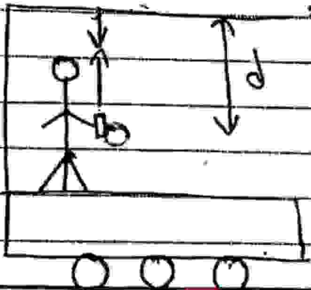
[4] استنتج الزمن t الزمن الذي تستغرقه المنبع الضوئي لقطع مسافة ac ؟

[5] استنتج المقدار $1/\gamma$ (عامل لورانتز) ثم بين كيف يتباطأ الزمن عند الحركة؟

[6] هل تتأثر سرعة الضوء بسرعة منبع الضوئي (سرعة مراقب)؟

الحل:

(1)



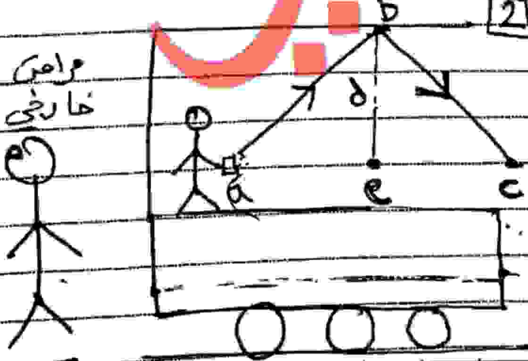

الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى منبع هي: $(t_0)$

السرعة = المسافة / الزمن

$\Rightarrow c = \frac{2d}{t_0}$

$\Rightarrow d = \frac{c\,t_0}{2}$ (1)

[2]

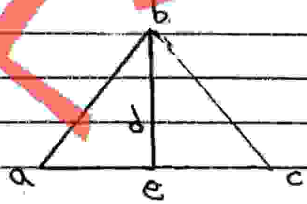


وجود مراقب خارج العربة يقف على امتداد المنبع الضوئي ،
الزمن اللازم لعودة نبض ضوئي
هو:
السرعة = مسافة / زمن

$$c = \frac{ab+bc}{t} = \frac{2ab}{t}$$

$$ab = \frac{ct}{2} \quad (2)$$

3




حسب فيثاغورث في مثلث abe:

$$ab^2 = be^2 + ae^2 \quad *$$

المنبع ينتقل من a الى c

$$V = \frac{ae+ec}{t} = \frac{2ae}{t}$$

$$ae = \frac{Vt}{2} \quad (3)$$

4 نعوض (1) و (2) و (3) في * :

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{ct_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{Vt}{2}\right)^2$$

$$(ct)^2 = (ct_0)^2 + (Vt)^2$$

$$(ct)^2 - (Vt)^2 = (2d)^2$$

$$(2d)^2 = t^2(c^2 - V^2)$$

$$t^2 = \frac{(2d)^2}{(c^2 - V^2)}$$

$$t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - V^2}} \quad (4)$$

5 عامل لورانز:

من (1) نجد:

$$t_0 = \frac{2d}{c} \quad (5)$$

نقسم (4) على (5):

$$\frac{t}{t_0} = \frac{2dc}{2d\sqrt{c^2 - V^2}}$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{c}{c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > 1$$

يتمدد (يتباطأ) الزمن عند حركة

6 سرعة الضوء تبقى ثابتة مهما اختلفت سرعة المراقب.

ملاحظة: لحساب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الالكترون بتحقق $E_K$ نقوم بالتالي: $\frac{\Delta m}{m_0} \times 100$

$$\Delta m = m - m_0$$

س — وضح أجل مراقبين الأول في محطة إطلاق على الأرض والثاني روبوت في مركبة فضائية انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول استنبط العلاقة المحددة لطول المركبة بالنسبة للمراقبين؟

| مراقب أول | مراقب ثاني |
| --- | --- |
| محطة إطلاق على الأرض | الروبوت في مركبة فضائية |

الروبوت انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول

تسجل المعدات في محطة على الأرض:

مسافة بين الأرض والشمس $L_0$

الزمن الذي تستغرقه مركبة فضائية في رحلتها

$$L_0 = V t \quad (1)$$

تسجل المعدات المركبة فضائية معطيات التالية:

مسافة مقطوعة بين الأرض والشمس $L$ وزمن الرحلة $t_0$ فيكون:

$$L = V t_0 \quad (2)$$

نقسم (1) على (2)

$$\frac{L_0}{L} = \frac{Vt}{Vt_0} = \frac{t}{t_0}$$

$$\frac{L_0}{L} = \gamma$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

يتقلص (ينكمش) الطول عند الحركة

س — وفق ميكانيك النسبي تزداد كتلة الجسم بازدياد سرعته المطلوب استنبط العلاقة المحددة للزيادة في الكتلة؟

وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي الكتلة تبقى ثابتة بينما في الميكانيك النسبي فالكتلة متغيرة أثناء الحركة.

$$m = \gamma m_0$$

$$\Delta m = m - m_0$$

$$\Delta m = \gamma m_0 - m_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{V^2}{c^2})}} = \frac{1}{(1-\frac{V^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

باستخدام دستور التقريب:

$$(1+\varepsilon)^n \simeq (1+n\varepsilon)$$

$$\gamma = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right)$$

$$\Delta m = m_0(\gamma - 1)$$

$$\Delta m = m_0\left(1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1\right)$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{E_K}{c^2}}$$

س- انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المعبرة للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي ثم ارسم المنحنى البياني الذي يمثل العلاقة بين الطاقة الحركية لجسم ما وسرعته كلاسيكياً ونسبياً؟

الطاقة الحركية في ميكانيك النسبوي:

$$E_K = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

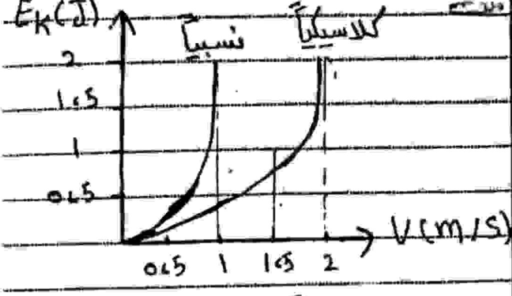
باستخدام دستور التقريب:

$$\gamma = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right)$$

$$E_K = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1\right) m_0 c^2$$

$$E_K = \frac{V^2}{2c^2} \times m_0 c^2$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_0 V^2$$




س- انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المعبرة للطاقة الحركية في ميكانيك النسبي؟

$$E = E_K + E_0$$

$$E_K = E - E_0$$

$$E_K = mc^2 - m_0 c^2$$

$$E_K = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

$$\boxed{E_K = m_0 c^2(\gamma - 1)}$$

$$\boxed{E_K = (\gamma - 1) E_0}$$

ملاحظة:

* $E_0 = m_0 c^2$ الطاقة سكونية
* $E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$ الطاقة الكلية
* ( $\gamma$ ليس لها واحدة )

$$V = 0 \Rightarrow \gamma = 1$$

ملاحظة:

كمية الحركة في الميكانيك النسبوي:

$P = mV = \gamma m_0 V$

س — يقف جسم ساكن عند مستوى مرجعي (سطح الأرض مثلاً) ما قيمة طاقته الحركية عندئذٍ ؟ وما هي قيمة طاقته الكامنة الثقالية بالنسبة للمستوى المرجعي ؟ هل طاقته الكلية النسبية معدومة ؟

الحل:

وقوف جسم $V = 0$ ، $h = 0$

$\Rightarrow E_K = 0$

$E_p = W h = 0$

وفق ميكانيك النسبي:

$E = E_K + E_0$

وقوف جسم $V = 0 \Rightarrow E_K = 0$

$E = E_0$

(الطاقة الكلية النسبوية تكون طاقة سكونية وهي غير معدومة)

اختبر نفسك ص 65+64

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. (a) ثابت (c)
2. (b) أكبر

التفسير: حسب معادلة $t = \gamma t_0$ (فيتمدد الزمن عند الحركة)

$V \ll c \Rightarrow \gamma \simeq 1$

$V > c \Rightarrow$ غير ممكن عملياً

س — انطلاقاً من ميكانيك النسبي استنتج علاقة كمية الحركة في ميكانيك الكلاسيكي ؟

$$E = E_K + E_0$$

$$E = (\gamma - 1) m_0 c^2 + m_0 c^2$$

$$E = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 + m_0 c^2$$

$$E = \gamma m_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right)$$

$$E = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right) m_0 c^2$$

$$E = m_0 c^2 + \frac{V^2}{2c^2} \times m_0 c^2$$

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 V^2$$

$$m c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 V^2$$

$$(\gamma - 1) m_0 c^2 = \frac{m_0 V \cdot V}{2}$$

$$\left(1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1\right) m_0 c^2 = \frac{P_0 V}{2}$$

$$\frac{1}{2} m_0 V^2 = \frac{P_0 V}{2}$$

$$P_0 = m_0 V$$

3 (a)

التفسير: نظراً لأن الشكل الذي لا تتجاوز السرعة فيها سرعة الضوء في الخلاء ويكون السرعة على المحور الأفقي

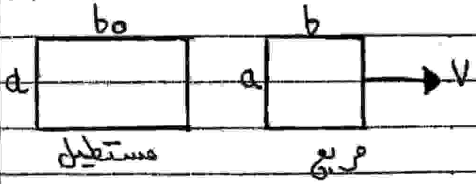
ثانياً: ص 65:

1 لا يمكن أن تصل سرعة الجسم إلى سرعة الضوء بالتالي تزداد كتلة الجسم فتصبح كبيرة جداً بالتالي تحتاج إلى قوة هائلة لتحريكها.

2 الجواب موجود ضمن الدرس

ثالثاً: حل مسائل:

المسألة الأولى:




عند السكون: $b_0 = 2a$

عند الحركة: $b = a$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow 2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1$$

بالتربيع:

$$4\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{4V^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{4V^2}{c^2} = 3 \Rightarrow \frac{2V}{c} = \sqrt{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

المسألة الثانية:

$$V = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$$

كمية الحركة وفق ميكانيك الكلاسيكي:

$$p_0 = m_0 V = 9\times10^{-31} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 3\times10^{8}$$

$$p_0 = 18\sqrt{3} \times 10^{-23}\ kg\,m^2$$

كمية الحركة وفق ميكانيك النسبوي:

$$p = mV = \gamma m_0 V$$

$$p = \gamma p_0$$

حساب $\gamma$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8c^2}{9c^2}}}$$

$$\gamma = 3$$

Subject : ______

حل مسائل العامة للوحدة الأولى

*مسألة الأولى ص 270 :

نوابس مرن $K = 10\,N/m$

$m = 0.1\,Kg$

شروط البدء $\left( \begin{array}{ll} t = 0 & \\ x = 0 & V < 0 \end{array} \right)$

$V = -3\,m/s$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \quad (1)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10}{10^{-1}}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{100} = 10\,rad/s$$

$$\bar{x} = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

ثوابت الحركة $(x_{max}, \omega_0, \varphi)$

من شروط البدء

$\left( \begin{array}{ll} t = 0 & x = 0 \\ V < 0 & \end{array} \right)$

$$0 = x_{max} \cos(0 + \varphi)$$

$$\cos \varphi = 0$$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ مقبول

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ مرفوض

$$\bar{x} = x_{max} \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$P = 3 \times 18\sqrt{3} \times 10^{-23}$$

$$P = 54\sqrt{3} \times 10^{-23}\ Kgm^2$$

الأصح كمية الحركة في الميكانيك النسبية

لأن السرعة قريبة من سرعة الضوء بالتالي نطبق قوانين النسبية

مسألة الثالثة:

$$m_{p_0} = 1.67 \times 10^{-27}\ Kg$$

$$E = 3E_0 = \gamma m_0 c^2 = \gamma E_0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = 3}$$

$$E_0 = m_{p_0} c^2 \quad (1)$$

$$E_0 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$E_0 = 15.03 \times 10^{-11}\ J$$

$$E_K = (\gamma - 1) m_0 c^2 = \quad (2)$$

$$E_K = (3 - 1)\, m_0 c^2$$

$$E_K = 2\, m_0 c^2 = 2 \times 15.03 \times 10^{-11}$$

$$E_K = 30.06 \times 10^{-11}\ J$$

$$m_p = \gamma\, m_{p_0} \quad (3)$$

$$m_p = 3 \times 1.67 \times 10^{-27}$$

$$m_p = 5.01 \times 10^{-27}\ Kg$$

③ $F = Kx$

$x = 3\times10^{-2}\ m$

$F = 10\times3\times10^{-2} = 0.3\ N$

مسألة ثانية ص 270 :

نواس مرن :

$m = \frac{1}{2}\ kg$ $\quad T_0 = 4\ s$

$x_{max} = 3\times10^{-2}\ m$

شروط البدء :

$\left(t = 0 \quad x = \frac{x_{max}}{2} \quad v<0\right)$

① $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت الحركة $(x_{max} , \omega_0 , \varphi)$

$x_{max} = 8\times10^{-2}\ m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad/s$

شروط بدء لحساب $\varphi$ :

$\left(t=0 \quad x = \frac{x_{max}}{2} \quad v<0\right)$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2}$

$\varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad & \text{مقبول} \\ \frac{5\pi}{3}\ rad & \text{مرفوض} \end{cases}$

$\bar{x} = 0.08\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})$

② وضع توازن : $x = 0$

$0 = 0.08\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}) = 0$

$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$ $\quad (\div\pi)$

$\frac{1}{2}t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + K$

$\frac{1}{2}t = \frac{1}{6} + K$ $\quad (\times2)$

$t = \frac{1}{3} + 2K$

مرور الأول : $K = 0$

$t_1 = \frac{1}{3}\ s$

مرور الثالث : $K = 2$

$t_3 = \frac{1}{3} + 4 = \frac{13}{3}\ s$

③ $F = Kx$

تكون قوة الارجاع عظمى عند وضع المطال الأعظمي

$x = x_{max} = 0.08\ m$

$F_{max} = K x_{max}$

$F_{max} = m\,\omega_0^2\, x_{max}$

$F_{max} = \frac{1}{2}\times(\frac{\pi}{2})^2\times0.08$

Subject :

| قرص نحاسي | ساق | كتلتين |
|---|---|---|
| 1 جملة | 2 جملة | 3 جملة |
| $M_1 = 0.12 Kg$ | $M_2 = 0.012 Kg$ | $m_1 = m_2 = 0.05 Kg$ |
| $R = 0.05 m$ | $L = 0.1 m$ | $2r = 0.04 m$ |
| | | $r = 0.02 m$ |

$K = 8 \times 10^{-4}\ m.N/rad$

$\boxed{1}$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o\,جملة}}{K}}$

$I_{جملة} = I_{o_1} + I_{o_2} + I_{o_{m_1}} + I_{o_{m_2}}$

$= \frac{1}{2} M_1 R^2 + \frac{1}{12} M_2 L^2 + 2 m_1 r_1^2$

$I_{جملة} = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-2} \times (5 \times 10^{-2})^2\right)$

$+ \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-3} \times (10^{-1})^2\right)$

$+ \left(2 \times 5 \times 10^{-2} \times (2 \times 10^{-2})^2\right)$

$I_{جملة} = 15 \times 10^{-5} + 10^{-5} \times 6 + 40 \times 10^{-5}$

$I_{جملة} = 25 \times 10^{-5}\ Kg\,m^2$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{25 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-4}}}$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{25}{8 \times 10}}$

$F_{max} = 0.1\ N$

(تكون قوة الارجاع معدومة في وضع التوازن)

$\boxed{4}$

$K = m\,\omega_o^2$

$K = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{10}{8}$

$K = 1.25\ N/m$

ثابت صلابة النابض تتعلق بعدد حلقات النابض وطبيعة المادة التي صنع منها النابض وتتعلق بنصف قطر كل حلقة ولا تتغير بتغير الكتلة

$\boxed{5}$

$T_o' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{K}}$

$(T_o')^2 = 40\ \frac{m'}{K}$

$m' = \frac{T_o'^2\,K}{40} = \frac{(1)^2 \times 1.25}{40}$

$m' = \frac{125}{4} \times 10^{-3}\ Kg$

مسألة الثالثة : ص 210

نواس فتل

قرص نحاسي + ساق مثبت بطرفيه كتلتين + سلك قابل للفتل

$$T_0 = 2 \times \frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}\,s$$

$$T_0' = T_0 \times 0.86 \quad (2)$$

$$T_0' = \frac{5}{\sqrt{2}} \times 0.86 = 4.4\,s$$

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}}$$

$$(T_0')^2 = 40\,\frac{I_\Delta'}{K}$$

$$I_\Delta' = \frac{(T_0')^2 K}{40} = \frac{(44\times10^{-1})^2 \times 8\times10^{-4}}{40}$$

$$I_\Delta' = \frac{154.88\times10^{-4}}{40}$$

$$I_\Delta' = 38.72\times10^{-5}\ kg\,m^2$$

$$I_\Delta' = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2} + 2I_{\Delta_3}$$

$$I_{\Delta_1} = 15\times10^{-5}\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta_2} = 6\times10^{-5}\ kg\,m^2$$

$$2I_{\Delta_3} = I_\Delta' - I_{\Delta_1} - I_{\Delta_2}$$

$$2I_{\Delta_3} = 38.72\times10^{-5} - 15\times10^{-5} - 6\times10^{-5}$$

$$2I_{\Delta_3} = 17.72\times10^{-5}$$

$$I_{\Delta_3} = 8.86\times10^{-5}\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta_3} = m_1 r_1^2$$

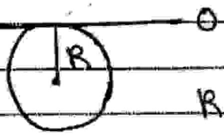
$$r_1^2 = \frac{I_{\Delta_3}}{m_1} = \frac{8.86\times10^{-5}}{5\times10^{-2}}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{8.86\times10^{-5}}{5\times10^{-2}}}$$

$$r_1 = 0.042\ m$$

مسألة 14، ص 271

نواس ثقلي مركب




$$R = 12.5\,cm$$

$$R = 0.125\,m$$

$$M = 0.05\,kg$$

$$I_{\Delta/c} = MR^2 \quad (1)$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \quad (1)$$

حساب $I_\Delta$ حسب هايغنز

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$I_{\Delta/o} = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

$$d = R \qquad m = M$$

نعوض في علاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{MgR}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{2R}{1}} = 2\sqrt{2R}$$

$$T_0 = 2\sqrt{2\times125\times10^{-3}}$$

$$T_0 = 2\times\sqrt{25\times10^{-2}}$$

$T_o = 1\,s$

$T_{\text{بسيط}} = T_{o\,\text{مركب}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (2)

$1 = 40\,\frac{l}{g}$

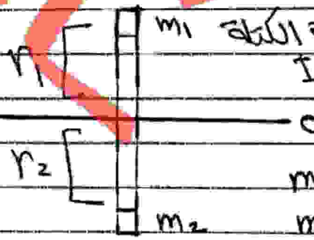
$l = \frac{g}{40} = \frac{10}{40} = 0.25\,m$

مسائل خاصة ص 211 :

نواس شاقولي مركب

ساق مهملة الكتلة

$I_{\Delta/C} = 0$




$m_1 = 0.2\,Kg$

$m_2 = 0.6\,Kg$

$l = 1\,m$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ (1)

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = (m_1 + m_2)\, r_1^2$

$m = m_1 + m_2 = 0.8\,Kg$

$r_1 = r_2 = \frac{l}{2} = \frac{1}{2}\,m$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 8\times10^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$I_{\Delta\,\text{جملة}} = 0.2\,Kg\,m^2$

$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$

$d = \frac{(0.6)(\frac{1}{2}) - (0.2)(\frac{1}{2})}{0.6 + 0.2}$

$d = \frac{0.3 - 0.1}{0.8} = \frac{1}{4}\,m$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-1}}{8\times10^{-1}\times10\times\frac{1}{4}}}$

$T_o = 2\,s$

$T_{o\,\text{بسيط}} = T_{o\,\text{مركب}} = 2$ (2)

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$

$\Rightarrow \sqrt{l} = 1 \Rightarrow l = 1\,m$

$\theta_{max} = 0.4\,rad > 0.24\,rad$ (3)

الدور في حالة السعات الزاوية الكبيرة :

$T_o' = T_o\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

$T_o' = 2\left[1 + \frac{16\times10^{-2}}{16}\right]$

$T_o' = 2\left[1 + \frac{1}{100}\right]$

$T_o' = 2.02\,S$

(4) $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad

a- نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول $\theta = \theta_{max}$ $E_{k_1} = 0$

الثاني $\theta = 0$ $E_{k_2} = ?$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور دوران

$E_{k_1} = 0$ لأن الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$E_{k_2} = W_{\vec{w}}$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd(1-\cos\theta_{max})$

$\omega^2 = \frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}$

$\omega^2 = \frac{2\times 8\times 10^{-1}\times 10\times \frac{1}{4}(1-\frac{1}{2})}{2\times 10^{-1}}$

$\omega^2 = 10$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{10}$ rad/s

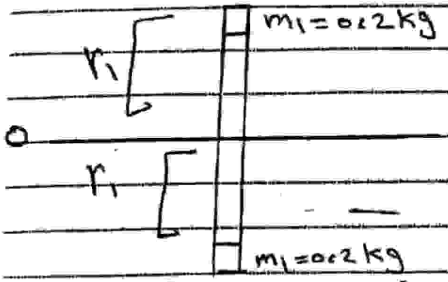
b-

$V_d = \omega d$

$V_d = \sqrt{10}\times \frac{1}{4}$

$V_d = \frac{\pi}{4}$ m/s

(5)




a)

$r_1 = \frac{l}{2} = \frac{1}{2}$ m

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K'}}$

$K' = \frac{40 I_\Delta'}{T_0'^2}$

حساب $I_\Delta'$

$I_\Delta' = I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} = 2I_{\Delta m_1}$

$I_\Delta' = 2\times m_1\times r_1^2$

$I_\Delta' = 2\times 2\times 10^{-1}\times (\frac{1}{2})^2$

$I_\Delta' = 0.1$ kg m²

$K' = \frac{40\times 10^{-1}}{(2)^2}$

$K' = 1$ m.N.rad$^{-1}$

b) $\theta = 0.5$ rad

$\alpha = -\omega_0^2\theta$

$\alpha = -(\frac{2\pi}{T_0})^2\theta$

$\alpha = -(\frac{2\pi}{2})^2\times 5\times 10^{-1}$

$\alpha = 5\ rad\ s^{-2}$

مسألة ص 211

نواس ثقلي مركب:

قرص متجانس

(1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

ما بـ $I_\Delta$ نعطي هون

$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + Md^2$

$I_{\Delta/O} = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$

$d = r$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mgr}}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}r}$

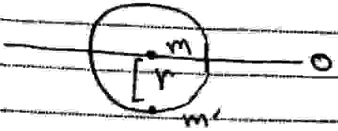
$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}}$

$T_0 = 2s$

(2) $T_{0\,مركب} = T_{0\,بسيط} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$2 = 2\sqrt{l} \Rightarrow l = 1m$

(3)



$d = r$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$m = m' + m = 2m'$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m'} = \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{3}{2}m'r^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}m'r^2}{2m' \times g \times r}}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{4}r}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}}$

$T_0 = \sqrt{2}\ s$

(4) $V_{m'} = \omega r' = \frac{2\pi}{3}\ m/s$

$\omega = \frac{V_{m'}}{r'} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}}$

$\omega = \pi\ rad/s$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

Subject: ______

مسألة ٩ ص ٢٧٢:

$r_1 = 5\times10^{-2}\,m$ , $h = 0.5\,m$
$r_2 = 10^{-1}\,m$

[1] $\cancel{S_1 = \pi r_1^2 = \pi(5\times10^{-2})^2}$
$S_1 = 25\pi \times 10^{-4}\,m^2$

$\cancel{S_2 = \pi r_2^2 = \pi(10^{-1})^2}$
$S_2 = 10^{-3}\times\pi\ m^2$

حسب معادلة الاستمرارية:
$S_1 V_1 = S_2 V_2$

$V_2 = \frac{S_1 V_1}{S_2} = \frac{25\pi \times 10^{-4} \times 4}{10^{-2}\times\pi}$

$V_2 = 1\,ms^{-1}$
$V_1 = 4\,ms^{-1}$

[2] حسب معادلة برنولي للجريان مستقر

$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g Z_2$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + \rho g Z$

$P_1 - P_2 = \frac{10^{+3}}{2}(1 - 16) + 10^{+3}\times10\times0.5$

$P_1 - P_2 = -7.5\times10^{+3} + 10^{+3}\times5$
$P_1 - P_2 = -2500\ pas$

الأول: $E_{K_1} = 0$ , $\theta = \theta_{max}$
الثاني: $E_{K_2} = ?$ , $\theta = 0$

$\Delta E_K = \Sigma W_F$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_w + W_R$

$W_R = 0$ لأن حامل قوة الدوران
$E_{K_1} = 0$ لأن يجري دون سرعة ابتدائية

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

عند المرور بالشاقول:
$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$\omega^2 = \frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}$

$\omega^2 = \frac{2\times m\times g\times r(1-\cos 60)}{\frac{3}{2}\times m\times r^2}$

$\omega^2 = \frac{20\times(1-\frac{1}{2})}{\frac{3}{2}r}$

$\omega^2 = \frac{20\times\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}} = 10$

$\omega = \pi\ rad/s$

مسألة 8 صـ 272

| مراقب داخلي (بالمركبة) | مراقب خارجي (الأرض) |
|---|---|
| $L_0 = 100m$ طول مركبة | $L$ |
| $y_0 = 25m$ عرض مركبة | $y$ |
| $t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ year | $t$ |
| $x_0 = 4c$ | $x$ |

مسافة = سرعة × زمن

$4c = v \times \frac{8}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2} c}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}}$

$\boxed{\gamma = 2}$

عرض مركبة لا يتغير $\boxed{y = y_0 = 25m}$

طول مركبة يتقلص

$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50\,m}$

$t = \gamma t_0 = 2 \times \frac{8}{\sqrt{3}}$

$\boxed{t = \frac{16}{\sqrt{3}} \text{ year}}$

$x = \gamma x_0 = (2)(4c)$

$\boxed{x = 8c}$