اختبارات مؤتمتة لمنهاج رياضيات البكالوريا السورية

اختبار وحدة

الجداء السلمي في الفراغ

الإشراف:

الأستاذ: عبد الحميد السيد

ساعد في الإشراف الأساتذة:

أ. خالد الحداد – أ. يوسف منصور – أ. هيثم ديوب

كتابة وتنسيق وإخراج:

الأستاذ: نادر أبوراس

لجنة التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة:

محيي الدين إسماعيل	مروان بركة	أحمد أبو نبوت	محمد السيد علي
حسام قاسم	بشار كنعان	صفوح الأفندي	زينب يوسف
نادر أبوراس	فادي الحمد	زكي طحاوي	محمد زين جعرور
فادي طنوس	أمين الحايك	مهند حريقة	مصطفى الرزوق
علي جمول	محمد أحمد العيسى	صلاح سالم	عبد السلام حسن

1

إذا علمت أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان و $\|\vec{v}\| = 1$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$

عندئذ فان قيمة $\|\vec{u}+\vec{v}\|$ تساوي:

A	B	C	D	E
5	4	$2\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$

نحو الحل

$$0 = \vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right) \Rightarrow \|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$$

$$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = 3+1 = 4 \Rightarrow \|\vec{u}+\vec{v}\| = 2$$

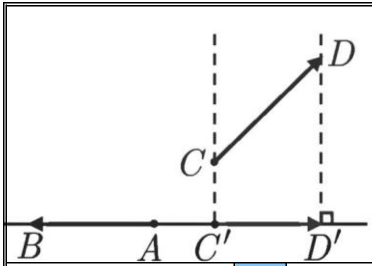
إعداد: م مريم زرزور	الجواب:D	كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس

2

في مستوٍ P إذا علمت أن الشعاع $\overrightarrow{C'D'}$ المسقط القائم ل $\overrightarrow{CD}$ على (AB)

وأن $\|\overrightarrow{AB}\| = 5$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = -10$

عندئذ فان قيمة $\|\overrightarrow{C'D'}\|$ يساوي :



A	B	C	D	E
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	2	5

نحو الحل

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{C'D'} = -10 \Rightarrow \|\overrightarrow{AB}\|.\|\overrightarrow{C'D'}\|.\cos\pi = -10 \Rightarrow \|\overrightarrow{C'D'}\| = 2$$

إعداد: م. علي جمول	الجواب:D	كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس

3

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا الشعاعان $\vec{u}(2,-1,1)$, $\vec{v}(1,-1,0)$

إن قيمة الزاوية الهندسية θ بين الشعاعين $\vec{u}$, $\vec{v}$ تكون :

A	B	C	D	E
0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

الحل

$$\cos\theta = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|} = \frac{3}{\sqrt{6}.\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

إعداد : م.ابتسام عيسى	الجواب: B	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

4

في معلم متجانس $\left(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقاط $A(1\,,2,\,1)\;\;,B(2\,,a,\,1),C(2,2,2)$

إذا علمت أن قياس الزاوية $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$ فان قيم a الموافقة تساوي:

A		B		C		D		E	
A	$\{1\,,3\}$	B	$\{-1\,,2\}$	C	$\{1\,,-3\}$	D	$\{-1\,,-3\}$	E	$\{1\,,2\}$

نحو الحل

$$\overrightarrow{AB}=(1,a-2,0)\;\;,\;\overrightarrow{AC}=(1,0,1)\;,$$

$$\cos\widehat{BAC}=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\|.\|\overrightarrow{AC}\|}\Rightarrow\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{\sqrt{1+(a-2)^2}\,.\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{2+2(a-2)^2}}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{2+2(a-2)^2}\Rightarrow 2+2(a-2)^2=4\Rightarrow|a-2|=1\Longrightarrow\begin{cases}a=3\\a=1\end{cases}$$

إعداد : م وائل عنيزان	الجواب: A	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

5

$ABDC$ متوازي أضلاع فيه $AC=4$ و $AB=3$ والزاوية $\theta=\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$ فتكون قيمة AD تساوي :

A		B		C		D		E	
A	$\sqrt{37}$	B	5	C	$\sqrt{13}$	D	$\sqrt{7}$	E	$\sqrt{3}$

نحو الحل

بما أن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع فهو يحقق $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ نربع :

$$AD^2=AB^2+AC^2+2\,\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$$

$$AD^2=AB^2+AC^2+2\,AB.AC.COS\,\theta$$

$$AD^2=3^2+4^2+2\,(3).(4).COS\,\frac{\pi}{3}=37\quad\Longrightarrow\;AD=\sqrt{37}$$

إعداد : م. عمرو معدن	الجواب: A	كتابة وتنسيق : م. نادر ابوراس

6

في معلم متجانس $\left(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقاط $A(6\,,0,0)\,,B(0\,,6,0),C(0,0,3)$

إذا علمت أن $K(1,\alpha,\beta)$ هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC فإن قيم $(\alpha\,,\beta)$ تساوي:

A		B		C		D		E	
A	$(1\,,-2)$	B	$(1\,,2)$	C	$(2\,,1)$	D	$(-1\,,2)$	E	$(2\,,-1)$

نحو الحل

$$\overrightarrow{AB}\,(-6,6,0)\quad,\;\overrightarrow{AC}(-6,0,3),\;\;\overrightarrow{CK}\,(1,\alpha,\beta-3)\,,\,\overrightarrow{BK}(1,\alpha-6,\beta)$$

بما أن K هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC فإن : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CK}=0$ و $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BK}=0$

$$\begin{cases}\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BK}=-6+0+3\beta=0\\\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CK}=-6+6\alpha+0=0\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}\alpha=1\\\beta=2\end{cases}$$

إعداد : م. عبد الله الكناوي	الجواب: B	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

7 إذا علمت أن $\|\vec{u}\| = 3$ و $\|\vec{v}\| = 2$ وأن $\vec{u}\,.\vec{v} = 4$, فإن قيمة المقدار $\|\vec{u} - 2\vec{v}\|$ تساوي :

A	B	C	D	E
0	2	3	5	9

الحل:

$$\|\vec{u} - 2\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 4.\vec{u}\,.\vec{v} + 4\|\vec{v}\|^2 \Rightarrow \|\vec{u} - 2\vec{v}\|^2 = 9 - 16 + 4(4) = 9$$

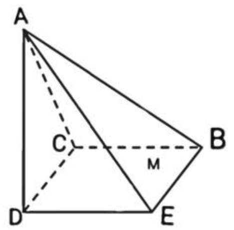
$$\Rightarrow \|\vec{u} - 2\vec{v}\| = 3$$

إعداد : م. محمد زين جعرور	الجواب: C	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

8 نتأمل في الشكل جانبا $A - BCDE$ هرم ارتفاعه 2

D هو المسقط القائم لـ A على المستوي $(BCDE)$

إذا كانت M نقطة من المستوي $(BCDE)$ فإن قيمة الجداء: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AD}$ تساوي



A	B	C	D	E
-4	-2	0	2	4

الحل:

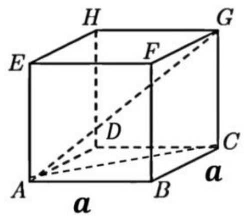
أياً كانت M من مستوي القاعدة فإن مسقط الشعاع $\overrightarrow{MA}$ على الارتفاع (AD) هو $\overrightarrow{DA}$

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{AD} = -AD^2 = -4$$

إعداد : م علي حسن	الجواب: A	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

9 نتأمل الشكل جانبا $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a

إذا علمت أن: $\overrightarrow{AG}\,.\overrightarrow{AC} = 8$ فان قيمة a الموافقة :



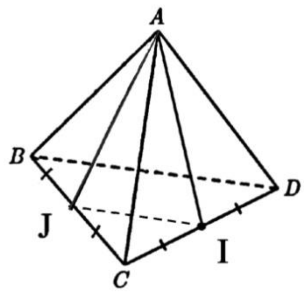
A	B	C	D	E
$2\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

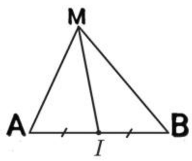
الحل:

$\overrightarrow{AC}$ المسقط القائم لـ $\overrightarrow{AG}$ على المستقيم (AC)

$$\overrightarrow{AG}\,.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}\,.\overrightarrow{AC} = AC^2 = (a^2 + a^2) = 2a^2 = 8 \Rightarrow a = 2$$

إعداد : م. رابعة سليمان	الجواب: B	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

10	نتأمل رباعي الوجوه المنتظم $ABCD$ طول حرفه 2 إن قيمة الجداء السلمي $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$ تساوي:								
A	$\frac{5}{2}$	B	$\frac{3}{2}$	C	$\frac{5}{4}$	D	$\frac{2\sqrt{3}}{4}$	E	$\frac{\sqrt{3}}{4}$
نموذج الحل	من علاقة المتوسط نعوض : $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}).\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC})$ $=\frac{1}{4}\left(2\times 2\,.COS\frac{\pi}{3}+2\times 2.COS\frac{\pi}{3}+2\times 2.COS\frac{\pi}{3}+2^2\right)=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$								
	إعداد: م. أنس البوشي		الجواب:A		كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس				

11	نتأمل نقطتين A و B من الفراغ بحيث $AB=5$ ولتكن I منتصف $[AB]$ في حالة M نقطة ما من الفراغ فإن الجداء السلمي $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ يساوي:								
A	$\frac{25}{4}-MI^2$	B	$25-MI^2$	C	$MI^2-\frac{25}{4}$	D	MI^2-25	E	$MI^2-\frac{25}{2}$
نموذج الحل	$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}).(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}).(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{IA})$ $=MI^2-IA^2=MI^2-\frac{25}{4}$								
	إعداد : م. مروان بركة		الجواب: C		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس				

12	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن ξ مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+k=0$ حيث k عدد حقيقي إن مجموعة قيم العدد k التي تجعل ξ تمثل مجموعة خالية هي :								
A	$]0,+\infty[$	B	$]-5,+\infty[$	C	$]-\infty,0[$	D	$]-\infty,5[$	E	$]5,+\infty[$
نموذج الحل	بالإتمام لمربع كامل : $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=5-k$ مجموعة النقاط M تمثل مجموعة خالية عندما $5-k<0$ وبالتالي $5<k$								
	إعداد : م. حسن آصف سليمان		الجواب: E		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس				

13	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن ξ مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2+y^2+z^2+6y+9=0$ فهي تمثل:				
A	كرة مركزها $(0,-3,0)$	B	مجموعة خالية	C	نقطة وحيدة $(0,3,0)$
D	نقطة وحيدة $(0,-3,0)$	E	كرة مركزها $(0,3,0)$		

نحو الحل

$$x^2+y^2+z^2+6y+9=0$$

$$x^2+y^2+6y+9+z^2-9+9=0$$

$$x^2+(y+3)^2+z^2=0$$

مجموعة النقاط ξ تمثل نقطة وحيدة $(0,-3,0)$

إعداد : م. زينب يوسف	الجواب: D	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

14	في معلم متجانس $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا المستوي P الذي معادلته: $P: x-2y+2z+\lambda=0$ (حيث λ عدد حقيقي موجب تماما) والكرة S التي معادلتها : $S:\ x^2+y^2+(z-1)^2=4$ إذا علمت أن المستوي P يمس الكرة S عندئذ قيمة λ تساوي:								
A	1	B	2	C	4	D	6	E	8

نحو الحل

من معادلة الكرة S نصف قطرها $R=2$ ومركزها $A(0,0,1)$ وبما أن المستوي P يمس الكرة S يكون:

$$dist(A,P)=R$$

$$\frac{|0+0+2+\lambda|}{\sqrt{1+4+4}}=2 \Rightarrow |\lambda+2|=6 \Rightarrow \begin{cases}\lambda=-8 & \text{مرفوض}\\ \lambda=4 & \text{مقبول}\end{cases}$$

إعداد: م محمد أحمد العيسى	الجواب:C	كتابة وتنسيق: م نادرأبوراس

15	في معلم متجانس $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,-1)$ و $B(0,4,3)$ و $M(x,y,z)$ إذا علمت أن $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ فإن مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ تمثل كرة مركزها ونصف قطرها هما:								
A	$(1,2,1)$ R=$\sqrt{3}$	B	$(-1,2,1)$ R=3	C	$(-1,-2,-1)$ R=3	D	$(-1,-2,-1)$ R=$\sqrt{3}$	E	$(1,2,1)$ R=3

نحو الحل

مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ تمثل كرة قطرها $[AB]$

مركزها N منتصف $[AB]$ أي $N\ (1,2,1)$

$$\overrightarrow{AB}(-2\,,4,4\,) \Rightarrow R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{4+16+16}}{2}=3$$

إعداد: م محمد حصرية	الجواب:E	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

16	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ إن الكرة التي مركزها $(1,1,0)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{2}$ تقطع محور الفواصل في نقطتين البعد بينهما يساوي:								
A	$2\sqrt{2}$	B	2	C	$\sqrt{2}$	D	1	E	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

الحل:

معادلة الكرة: $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=2$

نعوض بالمعادلة $y=z=0$

$(x-1)^2=1 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=2 \\ x=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A(2,0,0)$ و $O(0,0,0) \Rightarrow OA=2$

إعداد : م. سلمى عبدو	الجواب: B	كتابة وتنسيق : م. نادر ابوراس

17	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا الكرة S التي مركزها $A(2,-1,3)$ وتمر من النقطة $N(-2,1,1)$ إن معادلة المستوي المماس للكرة S في النقطة N هي :		
A	$2x-y+z+4=0$	B	$2x-y+2z+4=0$
C	$2x+y-z=0$	D	$2x-y-3z+8=0$
E	$x+y-z+2=0$		

الحل:

المستوي يمس الكرة في $N(-2,1,1)$ ويقبل $\overrightarrow{NA}(4,-2,2)$ ناظما له نجد معادلته :

$4(x+2)-2(y-1)+2(z-1)=0 \Rightarrow 2x-y+z+4=0$

إعداد : م. هشام التركماني	الجواب: A	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس

18	في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن المستويان : $P:(\sqrt{2}-a)x+y+az-3=0$ ، $Q:(\sqrt{2}+a)x+6y-az+1=0$ حيث$(a$ عدد حقيقي موجب تماما$)$ عندئذ إن قيمة a التي تجعل المستويين متعامدين تساوي :								
A	5	B	4	C	$2\sqrt{2}$	D	$\sqrt{6}$	E	2

الحل:

$\vec{n}_P.\vec{n}_Q=0 \Rightarrow (\sqrt{2}-a\,,1\,,a).(\sqrt{2}+a\,,6\,,-a)=0$

$\Rightarrow 2-a^2+6-a^2=0 \Rightarrow -2a^2=-8 \Rightarrow \begin{cases} a=-2 & \text{مرفوض} \\ a=2 & \text{مقبول} \end{cases}$

إعداد: م أحمد الشيخ عيسى	الجواب:E	كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس

19	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطة $M(3,3,3)$ والمستويين المتعامدين: $P: 2x+y+2z-6=0$ و $Q: 2x-2y-z+6=0$ عندئذ بُعد M عن المستقيم Δ الفصل المشترك للمستويين P و Q هو:								
A	10	*B*	$2\sqrt{5}$	*C*	$\sqrt{10}$	*D*	$\sqrt{5}$	*E*	2
نحو الحل	$d_1 = dist(M,P) = \dfrac{\lvert 6+3+6-6\rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{9}{3} = 3$ $d_2 = dist(M,Q) = \dfrac{\lvert 6-6-3+6\rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{3}{3} = 1$ $l = \sqrt{{d_1}^2 + {d_2}^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$								
إعداد : م بشار كنعان			الجواب: C				كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس		

20	في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا المستويان P و Q معادلتاهما $P:\ 2x - y + 2Z + 7 = 0$ $Q: -x + \dfrac{1}{2}y - Z + 1 = 0$ إذا علمت أن المستويين متوازيان فإن البعد بينهما يساوي:								
A	1	*B*	3	*C*	5	*D*	7	*E*	9
نحو الحل	$M(0,0,1)$ من Q عندئذ بعد $M(0,0,1)$ عن المستوي P يساوي البعد بين المستويين لأنهما متوازيين $dist(M,P) = \dfrac{\lvert 0+0+2+7\rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{9}{3} = 3$								
	إعداد: م يوسف منصور			الجواب:B			كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس		

21	في معلم متجانس $(O\,; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ إن معادلة المستوي R المار من النقطتين $A(2,0,1)$ ، $B(1,0,0)$ والعمودي على المستوي: $P: x+y-z+2=0$ هي :		
A	$2x-y+z-2=0$	B	$x-2y-z+3=0$
C	$x+y+2z-4=0$	D	$-x+2y+z+1=0$
E	$2x+2y+z-3=0$		
الحل	بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظما لمستوي المطلوب $\vec{n}_P(1,1,-1)$, و $\overrightarrow{BA}(1\,,0,1\,)$ $\begin{cases}\vec{n}.\vec{n}_P=0 \Rightarrow a+b-c=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{BA}=0 \Rightarrow a+c=0\end{cases}$ نختار $c=1$ نجد : $a=-1$ و $b=2$ المستوي يمر من $B(1,0,0)$ ويقبل $\vec{n}(-1,2,1)$ ناظما له $-(x-1)+2(y-0)+1(z-0)=0 \Rightarrow -x+2y+z+1=0$		
إعداد : م. أماني الحسين	الجواب: D	كتابة وتنسيق :م. نادر أبوراس	

22	في معلم متجانس $(O\,; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويان P و Q معادلتاهما $P: x-\ y+3z-5=0$ $Q: 3x+\ y+z+1=0$ إن معادلة المستوي R المار من النقطة $M(2,5,-2)$ والعمودي على المستويين P و Q هي :		
A	$x-2y-z+10=0$	B	$x+y-4z-15=0$
C	$x-2y-z=0$	D	$-x+2y+z+5=0$
E	$-x+2y+z-6=0$		
الحل	المستويان متقاطعان $\Longrightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{1} \Longrightarrow \left.\begin{matrix}\vec{n}_P(1,-1,3)\\ \vec{n}_Q\ (3,1,1)\end{matrix}\right\}$ بتعويض $z=t$ وكتابة المعادلتين بالشكل: $\begin{cases}x-\ y=-3t+5\\ 3x+\ y=-t-1\end{cases}$ وبالحل المشترك لجملة المعادلتين بدلالة t نجد الفصل المشترك (Δ): $\{M(-t+1, 2t-4, t); t \in R\}$ $\vec{n}_R=\vec{u}_\Delta(-1,2,1)$ والمستوي R يمر بالنقطة $M(2,5,-2)$ فنجد معادلته : $R:\ -1(x-2)+2(y-5)+1(z+2)=0 \Rightarrow R: -x+2y+z-6=0$		
إعداد : م. محمد مصطفى اختيار	الجواب: E	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس	

23	في معلم متجانس $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,0)$ والمستوي $P: x+\ y-z-1=0$ إذا علمت أن المسقط القائم للنقطة A على المستوي P هو النقطة $A'(x,y,z)$ فإن إحداثياتها هي :

$4A$		B		C		D		E	
	$(0,0,-1)$		$(2,1,2)$		$(1,1,-1)$		$(1,1,1)$		$(3,-3,1)$

نحو الحل

لدينا $\overrightarrow{AA'}$ و $\vec{n}_P$ مرتبطان خطيا أي $\overrightarrow{AA'}=\lambda\,.\vec{n}_P$

$$\begin{pmatrix}x-2\\y-2\\z\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}x=\lambda+2\\y=\lambda+2\\z=-\lambda\end{cases}$$

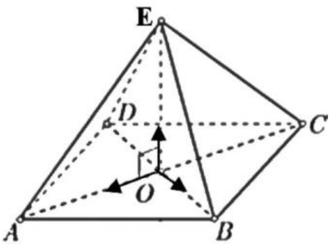
بالتعويض في معادلة المستوي

$$\lambda+2+\lambda+2+\lambda-1=0$$

نجد $\lambda=-1$ وبالتالي إحداثيات المسقط $A'(1,1,1)$

إعداد: م محي الدين إسماعيل	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

24	نتأمل في الشكل جانبا $E-ABCD$ هرم منتظم رأسه E مركز قاعدته O هو مبدأ المعلم المتجانس $\left(O\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{OA},\frac{1}{2}\overrightarrow{OB},\frac{1}{4}\overrightarrow{OE}\right)$ إن معادلة المستوي (DCE) هي :



A	$3x-2y+z-4=0$	B	$2x+y-z+4=0$
C	$x+y+3z+2=0$	D	$2x+y+3z-2=0$
E	$-2x-2y+z-4=0$		

نحو الحل

$E(0,0,4)$, $D(0,-2,0)$, $C(-2,0,0)$

$\overrightarrow{DE}(0,2,4)$, $\overrightarrow{DC}(-2,2,0)$

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظما له :

$$\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{DE}=0\ \Rightarrow 2b+4c=0\\\vec{n}.\overrightarrow{DC}=0\ \Rightarrow\ -2a+2b=0\end{cases}$$

نختار $C=1$ نجد : $a=-2$ و $b=-2$

المستوي يمر من $E(0,0,4)$ ويقبل $\vec{n}(-2,-2,1)$ ناظما له

$$-2(x-0)-2(y-0)+1(z-4)=0\ \Rightarrow -2x-2y+z-4=0$$

إعداد : م. حسان داوود	الجواب: E	كتابة وتنسيق : م. نادر ابوراس

25

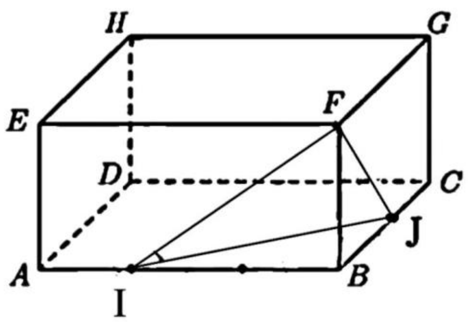
$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه:

$AB = 3$ و $BC = 2$ و $AE = 1$

والنقطتان I تحقق: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و J منتصف $[BC]$

وليكن المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

فان قيمة $Sin\ \widehat{FIJ}$ تساوي:



A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

نحو الحل

لدينا: $F(3,0,1)$, $J(3,1,0)$, $I(1,0,0)$

$$\overrightarrow{IJ}(2,1,0) \Rightarrow \left\|\overrightarrow{IJ}\right\| = \sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{IF}(2,0,1) \Rightarrow \left\|\overrightarrow{IF}\right\| = \sqrt{5}$$

$$cos\widehat{FIJ} = \frac{\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{IF}}{\|\overrightarrow{IJ}\|.\|\overrightarrow{IF}\|} = \frac{4+0+0}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{4}{5} \Rightarrow Sin\ \widehat{FIJ} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

إعداد : م . هيثم ديوب	الجواب: C	كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس