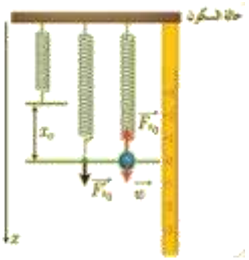
النواس المرن

تعريفه: نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته K يتصل به جسم صلب كتلته m يقوم بحركة اهتزازية على جانبي نقطة ثابتة تدعى مركز الاهتزاز .

- عند وصل النهاية السفلية للنابض بجسم صلب نلاحظ أن النابض يستطيل بمقدار x0 ومن ثم يصبح مركز العطالة c ساكناً في **مركز الاهتزاز (التوازن) o.**
- **استطالة سكونية x0 :** وهي مقدار استطالة النابض عند سكون مركز عطالة الجسم الصلب في مركز الاهتزاز .
- نوثر على النهاية السفلية للنابض بقوة شد وضمن حدود مرونة النابض بحيث يستطيل النابض مسافة $\bar{x}$ (المطال) ثم نترك النابض يهتز فنلاحظ أن النابض يهتز على جانبي مركز التوازن لهذا نقول ان حركة الجسم الصلب حركة اهتزازية .
- **المطال $\bar{x}$:** هو البعد الجبري لمركز عطالة الجسم الصلب عن مركز التوازن .

دراسة تحريكية : برهن أن محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة إرجاع تعطى بالعلاقة F=-KX .

1) **حالة السكون:** يستطيل النابض مسافة x0 بعد تعليق الجسم فيه ثم **يتوازن الجسم** بتأثير قوتين :



قوة ثقله $\vec{W}$ وقوة توتر النابض $\vec{F}_{S_0}$،

وبما أن **الجسم ساكن:**

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{S_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل:

$$W - F_{S_0} = 0$$

$$W = F_{S_0} \quad ❶$$

تؤثر في **النابض** قوة شد $\vec{F}'_{S_0}$ التي تسبب له الاستطالة x0

$$F'_{S_0} = kx_0$$

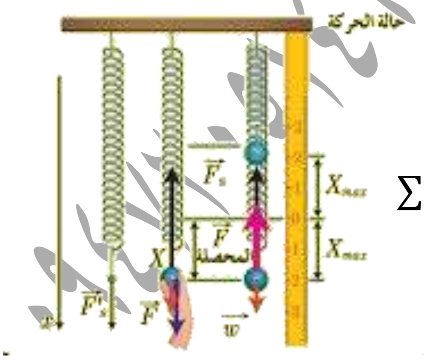
لكن $F_{S_0} = F'_{S_0}$ (لأنهما قوى داخلية)

بالتعويض بـ ❶ نجد أن: $W = kx_0$

حيث x_0 الاستطالة السكونية للنابض .

2) **حالةُ الحركة:** القوى الخارجيّة المؤثّرةُ في مركز عطالة الجسم: قوة الثقل $\vec{W}$ و قوّة توتّر النابض $\vec{F}_S$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{W} + \vec{F}_S = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحوَ الأسفل:

$$\sum F = W - F_S = ma \quad ❷$$

تؤثّرُ في النابضُ قوة شد $\overrightarrow{F'_S}$ التي تسبب له الاستطالة $x_0+\bar{x}$ إذاً: $F'_S = k(x_0+\bar{x})$

لكن $F_S=F'_S$ (لأنهما قوى داخلية)

بالتعويض بـ ❷ نجد: $\sum F = kx_0 - k(x_0+\bar{x}) = m\bar{a}$

$$\sum F = kx_0 - kx_0 - k\bar{x} = m\bar{a}$$

$$F = -k\bar{x} = m\bar{a}$$

نتيجة: إنّ محصّلة القوى الخارجيّة المؤثّرة في مركز عطالة الجسم في كلّ لحظةٍ هي **قوّة إرجاع** لأنّها **تُعيد** الجسمَ إلى **مركز الاهتزاز** دوماً، وهي تتناسب **طرداً** مع المطال x **وتعاكسُه** بالإشارة.

استنتاج طبيعة حركة النوّاس المرن:

برهن أنّ حركة الجسم الصلب المعلق بالنابض في النواس المرن غير المتخامد حركة جيبية انسحابية توافقية بسيطة ثم استنتج الدور الخاص لهذا النواس.

البرهان: إنّ محصّلة القوى الخارجيّة التي يخضعُ لها مركزُ عطالة الجسم تُعطى بالعلاقة:

$$\bar{F} = m\bar{a} = -K\bar{x}$$

$$\bar{a} = -\frac{k}{m}\bar{x}$$

وهي $(\bar{x})''_t = -\frac{k}{m}\bar{x}$ .... ❶

معادلةٌ تفاضليّة من **المرتبة الثانية** تقبل **حلاً جيبياً** من الشكل: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$ ......❷

وهو الشكل العام للتابع الزمنيّ للمطال (الموضع) حيث:

$\bar{x}$ المطال أو موضعُ الجسم في اللحظة t ويقدر بالمتر m.

X_{max} سعة الحركة وتقدّرُ بالمتر m مقدار **ثابت وموجب**.

ω_0 النبض الخاص للحركة ويقدر بالـ $rad.s^{-1}$ مقدار **ثابت وموجب**

$(\omega_0 t+\bar{\varphi})$ طورُ الحركةَ في اللحظة t.

$\bar{\varphi}$ الطورُ الابتدائيُ في اللحظة t=0 ويقدّرُ بالـ rad وهو **مقدار ثابت**

للتحقّق من صحّة الحلّ **نشتقّ** تابع المطال **مرّتين** بالنسبة للزّمن

$$(x)'_t = \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$(x)''_t = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\bar{x} \quad .... ❸$$

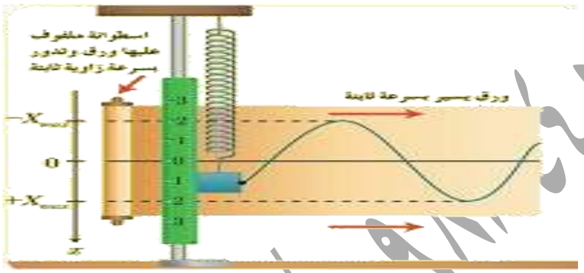
بالمقارنة بين (❶) و (❸) نجد أن:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا محقّقٌ لأنّ k,m موجبان.

نتيجة: إنّ حركةَ النوّاس المرن هي هزازة جيبيّة توافقيّة انسحابيه بسيطة.



استنتاج علاقةِ الدّورِ الخاصّ للنوّاس المرن:

بما أنّ: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

بالمساواةِ نجدُ: $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بالتالي:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

وهي علاقةُ الدّورِ الخاصّ للنوّاس المرن غيرِ المتخامِد.

من العلاقةِ السّابقةِ أستنتجُ أنّ الدورَ الخاصّ:

1) **لا يتعلّقُ** بسعةِ الاهتزاز X_{max}.

2) يتناسبُ **طرداً** مع الجذرِ التربيعيّ لكتلةِ الجسمِ المهتزّ m.

3) يتناسبُ **عكساً** مع الجذرِ التربيعيّ لثابتِ صلابةِ النابض k.

توابعُ حركةِ النوّاس المرنِ:

1) تابعُ المطال: الشكل العام لتابع المطال

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لكن بفرض أن الجسم كان في مطاله الأعظمي الموجب $x=+X_{max}$ في اللحظة t=0 بالتالي:

$$X_{max} = X_{max}\cos(\bar{\varphi})$$

$$\cos(\bar{\varphi}) = 1 \Rightarrow \varphi=0\ rad$$

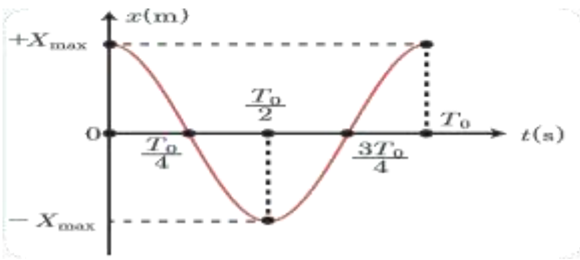
بالتالي:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t)$$

- أكمل الجدول التالي:

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
x	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$

- ارسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور.



- أحدّدُ مطالَ الجسم في اللحظة $t = \frac{3T_0}{2}$

$$x=X_{max}\cos\omega_0 t=X_{max}\cos\frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{3T_0}{2}$$

$$x=X_{max}\cos3\pi=-X_{max}$$

أستنتج: المطالُ أعظميّ (طويلة) في الموضعين الطرفيّين $.x = |\pm X_{max}|$

المطالُ معدومٌ في مركز الاهتزاز $.x = 0$

2) تابعُ السرعة:

إنّ تابعَ السرعةِ هو المشتقّ الأوّل لتابع المطال بالنسبة للزمن.

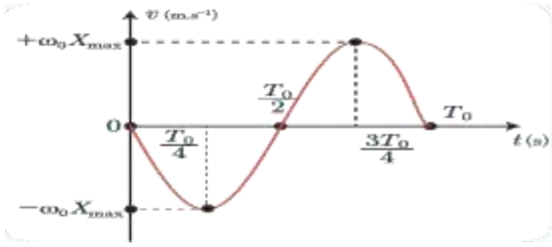
$$\bar{v} = (\bar{x})'_t$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t)$$

- أكمل الجدول الآتي:

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
v	0	$-\omega_0 X_{max}$	0	$+\omega_0 X_{max}$	0

- ارسم المنحني البياني لتغيّرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور.



- أحدّدُ قيمةَ سرعة الجسم، وجهةَ حركتِهِ في اللحظة $t = \frac{5T_0}{4}$.

$$v=-\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t)=-\omega_0 X_{max}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{5T_0}{4}\right)$$

$$v = -\omega_0 X_{max}\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = -\omega_0 X_{max}$$

الجسم الصلب يتحرك بعكس الاتجاه الموجب للمحور الشاقولي الموجه نحو الأسفل

أستنتج: السرعة أعظميّة (طويلة) $v = |\pm\omega_0 X_{max}|$ لحظة المرور في مركز الاهتزاز.

- السرعةُ معدومة $v = 0$ لحظة المرور في المطالين الأعظميين (الموضعين الطرفيّين).

3) تابع التسارع:

إنّ تابعَ التسارع هو المشتقُّ الأوّل لتابع السرعةِ بالنسبة للزمن، وهو المشتقُّ الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن.

$$\bar{a} = (v)'_t = (x)''_t$$

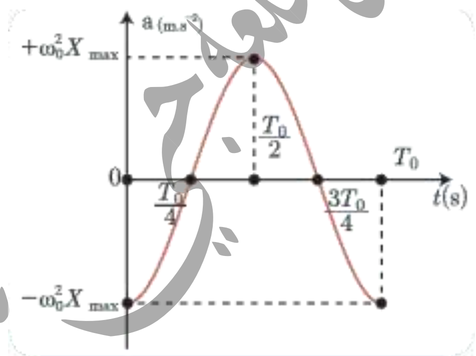
$$\bar{a} = -\omega_0^2 X_{max}\, cos(\omega_0 t)$$

$$\boxed{\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}}$$

- أكمل الجدول التالي:

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-\omega_0^2 X_{max}$	0	$+\omega_0^2 X_{max}$	0	$-\omega_0^2 X_{max}$

- ارسمُ المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور.



- أحدّدُ قيمة تسارع الجسم في اللحظة $t = \frac{5T_0}{2}$:

$$a = -\omega_0^2 X_{max}\, cos(\omega_0 t) = -\omega_0^2 X_{max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{5T_0}{2}\right)$$

$$a = -\omega_0^2 X_{max} \cos(5\pi) = +\omega_0^2 X_{max}$$

استنتج: التسارعُ أعظميٌّ (طويلة) $a_{max} = |\pm\omega_0^2 X_{max}|$

عند المرور في المطالين الأعظميين (الموضعين الطرفيين).

- التسارعُ معدوم $a = 0$ عند المرور في مركز الاهتزاز.

- التسارعُ غيرُ ثابتٍ تتغيّرُ قيمته بتغيّر المطال.

الطاقةُ في الحركة التوافقيّةِ البسيطة:

إن الطاقة الميكانيكيّة للنوّاس المرن هي مجموعُ الطاقتين الكامنة والحركيّة:

$$E_{tot} = E_p + E_k \text{ ....}(1)$$

الطاقةُ الكامنة المرونيّة للنابض هي $E_P = \frac{1}{2}Kx^2$

نعوّض تابع المطال:

$$E_P = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الطاقةُ الحركيّةُ للجسم هي $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ نعوّض تابع السرعة:

$$E_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نعوض في (1):

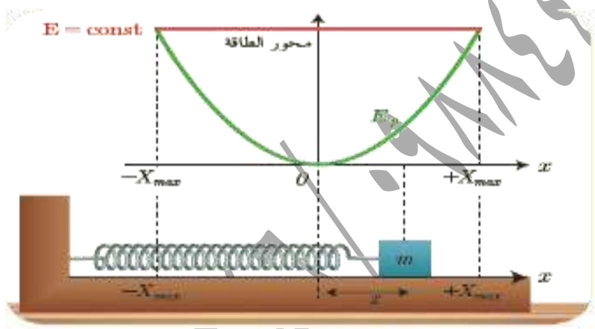
$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لكن: $k = m\omega_0^2$

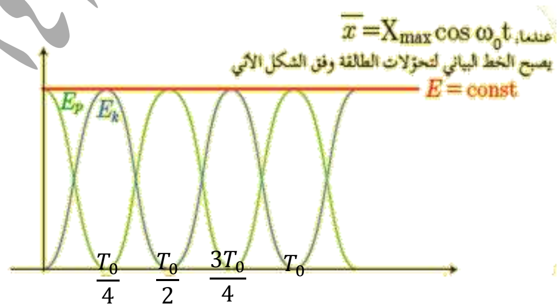
$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}kX_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2[\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})]$$

$$\boxed{E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = const}$$



تمثل الطاقة الكامنة المرونية بقطع مكافئ ذروته o بينما تمثل الطاقة الميكانيكية بخط مستقيم يوازي محور المطالات.

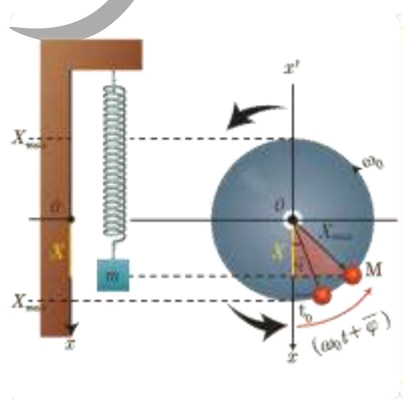


- أحدّدُ المواضعَ التي تكون فيها كلٌّ من الطاقتين الحركيّة والكامنة المرونية: عظمى ومعدومة.

الجواب: تنعدم الطاقة الحركية في الوضعين الطرفيين بسبب انعدام السرعة وتكون عظمى في مركز الاهتزاز وذلك لأن السرعة عظمى عندئذ.

كما تنعدم الطاقة الكامنة المرونية في وضع التوازن بسبب انعدام المطال وتكون عظمى في الوضعين المتطرفين وذلك لأن المطال أعظمي عندئذ.

العلاقة بين الحركة الدائرية والحركة التوافقية البسيطة (تمثيل فرينل):



مَثّل فرينل الحركة الجيبية التوافقية البسيطة بشعاع:

- الطور الابتدائي للحركة $\bar{\varphi}$ هو الزاوية بين الشعاع $\overrightarrow{OM}$ والمحور $\overrightarrow{x'x}$ في اللحظة $t = 0$

- طور الحركة $(\omega_0 t+\bar{\varphi})$ هو الزاوية بين الشعاع $\overrightarrow{OM}$ والمحور $\overrightarrow{x'x}$ في اللحظة t.

- النبض الخاص للحركة ω_0 يقابل السرعة الزاوية الثابتة التي تدور بها النقطة M.

- سعة الحركة X_{max} هي طويلة الشعاع $\overrightarrow{OM}$ الثابتة عند الدوران.

- مطال الحركة $\bar{x}$ هو مسقط الشعاع $\overrightarrow{OM}$ على المحور $\overrightarrow{x'x}$ وهو متغير بتغير الزمن.

- النسبة $\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) = \frac{\bar{x}}{X_{max}}$

- التابع الزمني لحركة المسقط تابع جيبي من الشكل

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لذلك تُسمّى الحركة جَيبيّة انسحابيّة (توافقيّة بسيطة).

تطبيق: نوّاس مرنٌ أفقيّ مؤلّفٌ من جسمٍ ونابضٍ مرنٍ تابعُه الزمني $x = 0.1\cos(\pi t + \pi)$،

المطلوب:

1) حدّدْ ثوابتَ الحركة لهذا النوّاس.

2) احسبْ دوره T_0

3) حدد موضع المتحرّك (الجسم) وجهة حركته في لحظة بدء الزمن.

الحل: 1) نكتبُ التابع الزمنيّ للنوّاس المرن

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \pi)$$

بالمقارنة نجدُ: المطال الأعظمي: $X_{max} = 0.1m$

النبضُ $\omega_0 = \pi rad.s^{-1}$ و الطورُ الابتدائي للحركة (عند اللحظة $t = 0$) هو $\bar{\varphi} = +\pi\ rad$

2) حسابُ الدور الخاص: من العلاقة:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$$

3) $t = 0 \Rightarrow x = 0.1\cos\pi = -0.1m$

أي المتحرك في مطاله الأعظمي السالب في لحظة بدء الزمن.

ـ لتحديد جهة الحركة نحسب المطال في اللحظة $t=\frac{T_0}{4}=\frac{1}{2}S$

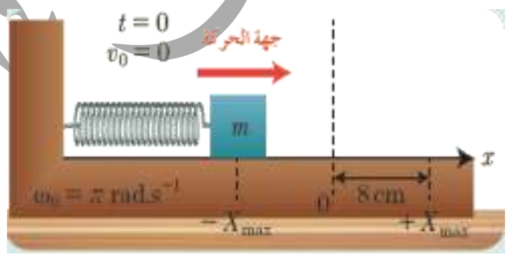
$$\bar{x} = 0.1\cos\left(\frac{\pi}{2}+\pi\right) = 0.1\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0m$$

أي أن الجسم الصلب يتحرك من المطال الأعظمي السالب إلى وضع التوازن.

اختبر نفسي:

أولًا – اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. تابعُ المطال الذي يصفُ حركة الهزازة الجيبيّة في الشكل المجاور هو:



A. $\bar{x} = 0.08\cos(\pi t+\pi)$

B. $\bar{x} = 8\cos(\pi t+\pi)$

C. $\bar{x} = 0.008\cos(\pi t+\frac{\pi}{2})$

D. $\bar{x} = 0.8\cos(\pi t)$

الإجابة الصحيحة: A) $\bar{x} = 0.08\cos(\pi t+\pi)$

توضيح اختيار الإجابة: شروط البدء:

$$v_0 = 0\ ,\ x = -X_{max}\ ,\ t = o$$

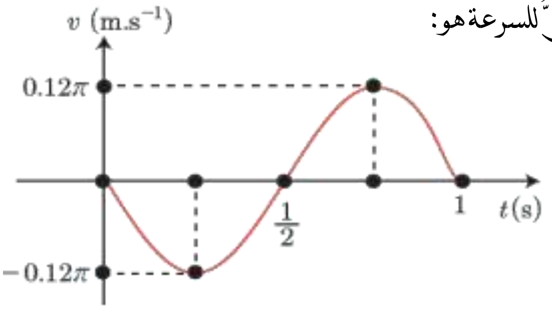
نبدل في التابع الزمني للمطال:

$$-0.08 = 0.08\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\varphi = -1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \pi\ rad$$

$$\omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{x} = 0.08\cos(\pi t+\pi)}$$

2. الرسمُ البياني جانبًا يمثّل تغيّرات السرعة مع الزمن لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرّك بحركة توافقيّة بسيطة، فيكون التابعُ الزمنيّ للسرعة هو:



A. $\bar{v} = 0.06\pi\cos\pi t$

B. $\bar{v} = -0.06\pi\cos 2\pi t$

C. $\bar{v} = -0.12\pi\sin 2\pi t$

D. $\bar{v} = 0.12\pi\sin\pi t$

الإجابة الصحيحة: c) $\boxed{\bar{v} = -0.12\pi\sin 2\pi t}$

- $T_0 = 1s\ ,\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad\ s^{-1}$
- $v_{max} = \omega_0 X_{max} \Rightarrow$

$$X_{max} = \frac{v_{max}}{\omega_0} = \frac{0.12\pi}{2\pi} = 0.06m$$

- نبدل في التابع الزمني للسرعة $(t = 0\ ,\ v = 0)$

فنجد: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$

$$0 = -2\pi\times 0.06\ \sin(0+\bar{\varphi}) \Rightarrow$$

$$-0.12\pi\sin(\bar{\varphi}) = 0$$

إما: $\bar{\varphi} = 0\ rad$ الحل **مقبول** لأنه **يحقق السرعة سالبة**

في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}s$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi}) \Rightarrow$$

$$\bar{v} = -2\pi\times 0.06\sin\left(2\pi\frac{1}{4}+0\right) = -0.12\pi\ m.s^{-1}$$

أو: $\bar{\varphi} = \pi\ rad$ الحل **مرفوض** لأنه **يحقق السرعة موجبة**

في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}s$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$

$$\bar{v} = -2\pi \times 0.06 \sin\left(2\pi \frac{1}{4} + \pi\right) = -0.12\pi \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= +0.12\pi \quad m.s^{-1}$$

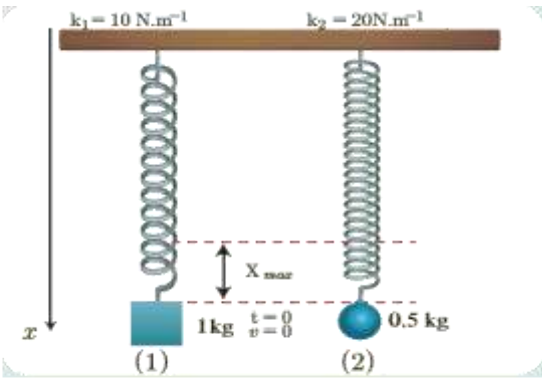
3. يمثّل الشكل ❶ هزّازتان توافقيّتان (1) و (2) تنطلقان من الموضع نفسِه وفي اللحظة نفسها، فإنهما بعد مضي $3s$ من بدء حركتهما:

A. تلتقيان في مركز الاهتزاز.

B. تلتقيان في الموضع $+X_{max}$

C. لا تلتقيان لأنّ مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.

D. لا تلتقيان لأنّ مطال الأولى $-X_{max}$ ومطال الثانية $+X_{max}$.



الشكل ❶

الإجابة الصحيحة: D)

للهزازتين (x=+Xmax v=0 t=0) بالتالي فإن φ=0

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{10}{1}} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{20}{0.5}} = \sqrt{40} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

1) $x_1 = X_{max}\cos\omega_{01}t \Rightarrow x_1 = X_{max}\cos 3\pi = -X_{max}$

2) $x_2 = X_{max}\cos\omega_{02}t \Rightarrow x_2 = X_{max}\cos 6\pi = +X_{max}$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1) أثبت صحّة العلاقة $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقيّة البسيطة.

البرهان: $E_K = E - E_P$

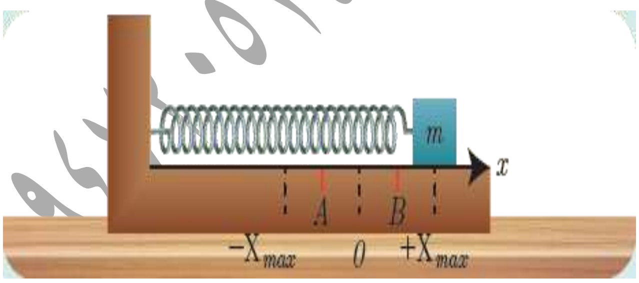
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m}(X_{max}^2 - x^2)$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{(X_{max}^2 - x^2)}$$

$$v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$$

2) نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k، مثبّت من أحد طرفيه، ويُربط بطرفه الآخر جسمٌ صلبٌ كتلته m يمكنه أن يتحرّك على سطح أفقي أملس، كما في الشكل المجاور

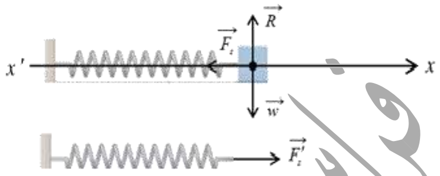


نشدّ الجسم مسافة أفقيّة مناسبة، ونتركه دون سرعةٍ ابتدائيّة. المطلوب:

a. ادرس حركة الجسم، واستنتج التابع الزمني للمطال.

b. استنتجْ علاقةَ الطاقة الحركيّة للجسم بدلالة X_{max} في كلٍّ من الموضعين A و B

$x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ و $x_A = -\frac{X_{max}}{2}$.



a. القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم:

قوة الثقل: $\vec{W}$ – قوة رد فعل السطح: $\vec{R}$ – قوة توتر النابض: $\vec{F_s}$ ،

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{R} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور أفقي موجّه كما في الشكل:

$$-F_s = ma$$

تؤثر على النابض قوة شد $\vec{F'_s}$ التي تسبّب له الاستطالة x

حيثُ: $F'_s = F_s = k\bar{x}$ (لأنهما قوى داخلية)

بالتعويض نجد: $-k\bar{x} = m(\bar{x})''_t$

$$x''_t = -\frac{k}{m}(\bar{x}) \quad .....(1)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق التابع مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\bar{x})'_t = \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\bar{x} \quad .....(2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ومنه:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا محقق لأنّ k,m موجبان.

حركة الجسم هي حركة جيبية انسحابية توافقية بسيطة التابع الزمني للمطال يعطى بالعلاقة:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

b. استنتاج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max}:

$$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$$

$$E_k = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2)$$

عندما : $x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ فإن:

$$E_{k_a} = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2) = \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}kX_{max}^2\right) = \frac{3}{8}kX_{max}^2$$

أي: $E_{k_a} = \frac{3}{4}E_{tot}$

عندما : $\bar{x}_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ فإن:

$$E_{k_B} = \frac{1}{2}K(X_{max}^2 - x^2) = \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kX_{max}^2\right) = \frac{1}{4}kX_{max}^2$$

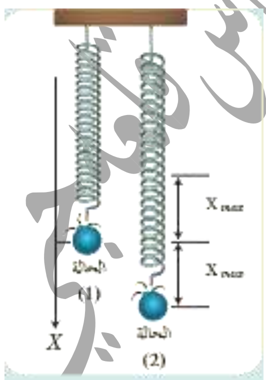
أي: $E_{k_B} = \frac{1}{2}E_{tot}$

النتيجة: بزيادة القيمة المطلقة للمطال **تزداد الطاقة الكامنة المرونية وتقل الطاقة الحركية**.

3) جسمٌ معلّقٌ بنابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلة حلقاتُهُ متباعدةٌ يهتزُّ بدوره الخاصِ، ما نوعُ حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كلٍّ من الموضعين الآتيين، ولماذا؟

a- مركز الاهتزاز، وهو يتحرّك بالاتجاه السالب؟

b- المطال الأعظمي الموجب؟



لحظة انفصال الجسم يخضع لقوة ثقله فقط $\vec{W} = m\vec{g}$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = const$$

- الانفصال في مركز الاهتزاز: **قذف شاقولي** نحو الأعلى لأن الجسم مزود بسرعة ابتدائية شاقولية للأعلى والحركة مستقيمة متغيرة بانتظام ولهذه الحركة طوران: طور صعود متباطئة بانتظام وطور هبوط متسارعة بانتظام.
- الانفصال في المطال الأعظمي الموجب: **سقوط حر** لأن السرعة الابتدائية للجسم معدومة والحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

ثالثاً: حُلَّ المسائلَ الآتية:

في جميع المسائل: $(4\pi = 12.5\ ,\ \pi^2 = 10\ ,\ g = 10 m.s^{-1})$

المسألة الأولى: تتألفُ هزّازةٌ جيبيّةٌ انسحابية من نابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلةِ حلقاتهُ متباعدةٌ، ثابتُ صلابته $k = 10N.m^{-1}$، مثبّتٌ من أحد طرفيه، ويحملُ في طرفه الآخر جسماً كتلتُه m،

ويُعطى التابعُ الزمنيُّ لمطال حركتها بالعلاقة:

$\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$.

المطلوب: 1) أوجدْ قيمَ ثوابت الحركة ودورَها الخاصّ.

2) احسبْ كتلة الجسم m.

3) احسب قيمةَ السّرعة في موضعٍ مطاله $x = 6cm$، والجسمُ يتحرّكُ بالاتّجاه الموجب للمحور.

4) حدد موضع الجسم وجهة حركته لحظة بدء الزمن.

الحل: 1) $\bar{x} = 0.1\, cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

بالمطابقة مع الشكل العام: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نجد: $X_{max} = 0.1m$ ، $\omega_0 = \pi\, rad\, s^{-1}$ ، $\bar{\varphi} = \frac{\pi}{2}rad$

حساب T_0: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2S$

2) $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{\pi^2} = \frac{10}{10}$

$$\Rightarrow m = 1\ kg$$

3) $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

$$v = \pi\sqrt{(0.1)^2 - (0.06)^2} = \pi\sqrt{10^{-2} - 36\times10^{-4}}$$

$$= \pi\sqrt{100\times10^{-4} - 36\times10^{-4}} = \pi\sqrt{64\times10^{-4}}$$

$$v = 8\pi\times10^{-2} = 0.25 m.s^{-1}$$

4) لحظة بدء الزمن t=0 وبالتالي:

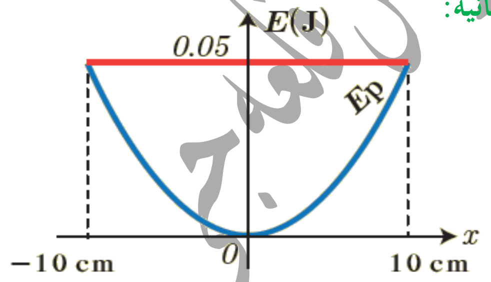
$\bar{x} = 0.1\cos\frac{\pi}{2} = 0$.

ـ لتحديد جهة الحركة نحسب المطال في اللحظة $t=\frac{T_0}{4}=\frac{1}{2}S$

$$\bar{x} = 0.1\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) = 0.1\cos(\pi) = -0.1m$$

أي أن الجسم الصلب يتحرك من وضع التوازن إلى المطال الأعظمي السالب.

المسألة الثانية:



يوضّحُ الرسمُ البياني تغيّراتِ الطاقةِ الكامنة المرونية بتغيّرِ الموضع لهزّازةٍ توافقيّةٍ بسيطةٍ مؤلّفةٍ من نابضٍ مرنٍ مهمل الكتلة حلقاتُه متباعدة ثابت صلابته k معلق به جسم كتلته 0.4 kg

1) استنتِجْ قيمةَ ثابت صلابة النابض .

2) احسبْ الدورَ الخاصّ للحركة .

3) احسبْ قيمةَ السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز .

الحل: 1)
$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \Rightarrow k = \frac{2E}{X_{max}^2}$$

$$k = \frac{2(0.05)}{(10\times10^{-2})^2} \Rightarrow k = 10N.m^{-1}$$

2)
$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{10}} = \frac{4\pi}{10} = 0.4\pi$$

$$T_o = \frac{12.5}{10} = 1.25\ S$$

3) في مركز الاهتزاز ينعدم المطال x=0 بالتالي:

$$v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2} = \omega_0 X_{max}$$

لكن $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1.25} = \frac{8\pi}{5} = \frac{25}{5} = 5\ rad.s^{-1}$

$$\Rightarrow v = 5\times0.1 = 0.5\ m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة: تشكّل هزّازةً توافقيّةً بسيطة من جسمٍ كتلتُه $m = 1\ kg$ معلّقٌ بطرفِ نابضٍ مرنٍ شاقوليٍ مهملِ الكتلةِ حلقاتُه متباعدةٌ فينجزُ 10 هزات في $10s$ ، ويرسمُ في أثناءِ حركته قطعةً مستقيمةً طولها $16\ cm$. المطلوب:

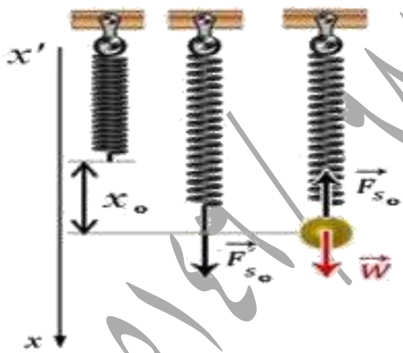
1) استنتِجْ قيمةَ الاستطالة السكونيّة لهذا النابض، ثمّ احسبْ قيمتها .

2) احسبْ قيمةَ السرعة العظمى (طويلة) .

3) احسبْ قيمةَ التسارع في مطال $x = 6cm$.

4) احسب الطاقةَ الكامنةَ المرونيّة في موضع مطاله $x = -4cm$ واحسب الطاقةَ الحركيّةَ عندئذٍ .

الحل:



1) القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم في حالة السكون: قوة الثقل: $\vec{W}$ وقوة توتر النابض: $\vec{F}_{s_0}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل كما في الشكل:

$$W - F_{S0} = 0$$

$$W = F_{s0}\ \ldots\ldots\ldots(1)$$

تؤثر على النابض القوة $\overrightarrow{F'}_{s_0}$ التي تسبب له الاستطالة x_0 حيث:

$$F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0$$

بالتعويض في (1) نجد: $mg = kx_0$

$$\boxed{x_0 = \frac{mg}{k}}$$

لنحسب T_0: $\boxed{T_0 = \frac{\text{زمن الهزات}}{\text{عدد الهزات}}} = \frac{10}{10} \Rightarrow T_0 = 1\ s$

حساب k: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{(T_0)^2} = \frac{40\times1}{1} = 40\ N.m^{-1}$

تنويه: يمكن حساب k من القانون: $\boxed{k=\omega_0^2 m}$

نعوّض: $x_0 = \frac{1\times10}{40} = 0.25\ m$

2) حساب قيمة السرعة العظمى (طويلة):

$$v_{max} = |\pm\omega_0 X_{max}|$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$\boxed{X_{max} = \frac{\text{طول القطعة المستقيمة التي يرسمها مركز عطالة الصلب}}{2}}$$

$$= \frac{0.16}{2} = 0.08\ m$$

$$v_{max} = 2\pi \times 0.08 = 0.16\pi = 0.5\ m.s^{-1}$$

3) قيمة التسارع في مطال $\bar{x} = +6\ cm$:

$$\bar{a} = -\omega_0^2\bar{x} = -(2\pi)^2 \times 6 \times 10^{-2} = -2.4\ m.s^{-2}$$

4) $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (-0.04)^2 = 0.032J$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}(40)(0.08)^2 = 0.128J$$

$$E = E_P + E_K \Rightarrow E_K = E - E_P = 0.128 - 0.032 = 0.096\ J$$

المسألة الرابعة: تهتزّ كرةٌ معدنيّة كتلتها m بمرونةِ نابضٍ شاقوليٍ مهملِ الكتلة، حلقاتُه متباعدةٌ، ثابتُ صلابته $k = 16\ N.m^{-1}$ بحركة توافقيّة بسيطة دورُها الخاصّ $1s$، وبسعة اهتزاز $X_{max} = 0.1\ m$، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالها $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرّك بالاتّجاه السالب. المطلوب:

1) استنتجِ التابعَ الزمنيَّ لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العامّ.

2) عيّنْ لحظتَي المرور الأوّلِ والثالثِ للكرة في موضع التوازن، ثم احسبْ شدّة قوّة الإرجاع في نقطة مطالها $x = +0.1m$

3) احسبْ كتلة الكرة.

الحل: 1) $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_o t + \bar{\varphi})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$$

$$, X_{max} = 0.1\ m$$

نعوض شروط البدء $(x = \frac{X_{max}}{2}, t = 0)$ في التابع الزمني:

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3} rad$ أو $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3} rad$

نختار الحل الذي يجعل السرعة سالبة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

في اللحظة ($t=0$) السرعة:

$$\bar{v}_0 = -\omega_0 X_{max}\, sin(\bar{\varphi})$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{3} rad: \ v_0 = -\omega_0 X_{max}\sin(\frac{\pi}{3}) < 0$$

مقبول يوافق شروط البدء يحقق سرعة سالب

$\varphi = -\frac{\pi}{3} rad : v_0 = +\omega_0 X_{max} \sin(\frac{\pi}{3}) > 0$

الحل مرفوض يخالف شروط البدء يحقق سرعة موجبة

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني:

$$\bar{x} = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

2) في موضع التوازن $x=0$:

$$0 = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) \Rightarrow \left(2t + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} + k\right)$$

$$2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k = \frac{1}{6} + k \Rightarrow t = \frac{1}{12} + \frac{k}{2}$$

المرور الأول: $k = 0$ بالتالي: $t = \frac{1}{12} s$

المرور الثالث: $k = 2$ بالتالي: $t = \frac{13}{12} s$

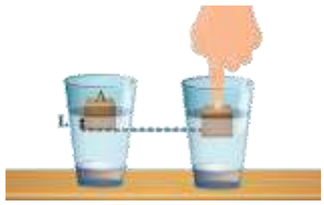
شدّة قوة الإرجاع: $F = -kx = -16 \times 0.1 = -1.6\, N$

وشدتها : $F = 1.6N$

3) $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{16}{4\pi^2} = \frac{16}{40}$

$$\Rightarrow m = 0.4\, kg$$

التفكير الناقد:



لدينا كأس فيه ماء كتلته الحجمية ρ_{H2O} يوضع فيه مكعب خشبي كتلته m_{wood} وكتلته الحجمية ρ_{wood} حيث $\rho_{H2O} > \rho_{wood}$ ومساحة سطحه A فيطفو وهو بحالة توازن وقد برز جزء منه فوق سطح الماء. عند التأثير بقوة شاقولية على المكعب الخشبي ليغمر كلياً بالماء ثمّ يترك فجأة. ما نوع حركة المكعب الخشبي؟

الجواب: في حالة السكون تتساوى شدّة قوة ثقل المكعّب الخشبي مع شدّة دافعة أرخميدس المؤثّرة عليه فتكون محصلة القوى المؤثّرة معدومة. وعند التأثير على المكعب الخشبي بقوة شاقولية جهتها نحو الأسفل يتغير الحجم المغمور من المكعب الخشبي فتتغير شدة دافعة أرخميدس لتصبح محصلة القوى متناسبة مع الإزاحة X ومعاكسة لها بالجهة وهي ما تسمّى قوة الإرجاع فتكون الحركة : حركة جيبية انسحابية.

_____انتهى البحث____

ندعوكم للانضمام لقناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

نوّاس الفتلِ غيرُ المُتخامِد

تعريفه: جسم صلب متجانس (ساق أو قرص) معلق من مركزه يهتز في مستوٍ أفقي حول سلك فتل شاقولي ثابت فتله k بتأثير عزم مزدوجة الفتل.

دراسة حركة نوّاس الفتل:

القوى الخارجيّة المؤثّرة في الساق: قوّة الثقل $\vec{w}$، قوّة التوتر $\vec{T}$.

عندما نُدير الساق زاوية θ عن وضع توازنها في مستوٍ أفقي تنشأ في السلك مزدوجة فتل $\vec{\eta}$ تقاوم عمليّة الفتل تعمل على إعادة الساق إلى وضع توازنها عزمُها هو عزم إرجاع يتناسب طرداً مع زاوية الفتل θ ويعاكسها بالإشارة

$$\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -k\theta$$

ملاحظة: يُعطى ثابتُ فتل السلك بالعلاقة: $K=K'\frac{(2r)^4}{l}$

k' ثابت يتعلّق بنوع مادّة السلك، $2r$ قطر السلك، l طول السلك.

حيث k ثابت فتل السلك تقاس بـ : $m.N.rad^{-1}$

بتطبيق العلاقة الأساسيّة في التحريك الدوراني حول محور Δ منطبق على سلك الفتل الشاقولي:

$$\sum \Gamma_\Delta = I_\Delta \bar{\alpha}$$

حيثُ I_Δ عزمُ عطالة الساقِ حول محور الدوران Δ (السلك)

$\bar{\alpha}$ التسارع الزاوي

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} + \Gamma_{\vec{T}/\Delta} + \Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = I_\Delta \alpha \; \dots\dots\dots (1)$$

إنّ عزم كلٍّ من قوّة الثقل $\vec{w}$ وقوّة التوتّر $\vec{T}$ معدوم لأنّ:

حامل كلٍّ منهما منطبقٌ على محور الدوران Δ.

عزمُ مزدوجة الفتل: $\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -K\bar{\theta}$.

$$0 + 0 = -k\bar{\theta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$-k\bar{\theta} = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\bar{\theta} \; \dots\dots\dots (2)$$

المعادلةُ (2) هي معادلةٌ تفاضليّةٌ من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

وللتحقّق من صحة الحلّ نشتقّ مرّتين بالنسبة بالزمن:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$
$$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \; \dots\dots (3)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \quad \dots\dots\dots (4)$$

بموازنة العلاقتين (2) و (3) نجد: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$

وهذا ممكن لأنّ: k، I_Δ موجبان أي أنّ حركة نوّاس الفتل جيبيّة دورانيّة توافقية بسيطة تابعها الزمني من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$\bar{\theta}$: المطال الزاوي في اللحظة t واحدته rad.

θ_{max}: المطال الزاوي الأعظمي (السعة الزاويّة) واحدته rad.

ω_0: النبض الخاصّ بالحركة واحدتهُ $rad.s^{-1}$.

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي للحركة واحدتهُ rad.

دورُ نوّاس الفتل:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow \boxed{T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}}$$

استنتج دور نواس الفتل :

- لا يتعلّقُ بالسعة الزاويّة للحركة θ_{max} .
- يتناسبُ طرداً مع الجذر التربيعيّ لعزم عطالة جملة النوّاس حول محور الدوران (سلك الفتل) .
- يتناسبُ عكساً مع الجذر التربيعيّ لثابت فتل السلك .

أجرّب وأستنتج:

- لا تتغيّرُ قيمةُ الدّورِ الخاصّ لنوّاس الفتل بتغيّرِ السعةِ الزاويّة للحركة .
- يزدادُ الدورُ الخاصُّ لنوّاس الفتل بزيادة عزم عطالة الجملة .
- ينقصُ الدورُ الخاصُّ لنوّاس الفتل بنقصان طول سلك الفتل .

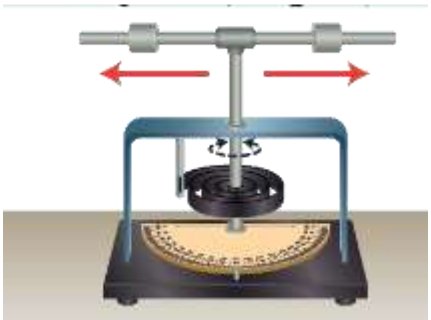
التشابهُ الشكليُّ بين النوّاس المرن ونوّاس الفتل:

نواس مرن	نواس فتل
حركة جيبية انسحابية	حركة جيبية دورانية
المطال $\bar{x}$	مطال زاوي $\bar{\theta}$
السرعة $\bar{v}=(\bar{x})'_t$	السرعة الزاوية: $\omega=(\bar{\theta})'_t$
التسارع $\bar{a}=(\bar{x})''_t$	التسارع الزاوي: $\bar{\alpha}=(\bar{\theta})''_t$
ثابت الصلابة k	ثابت الفتل k
قوة الإرجاع F	عزم الإرجاع Γ
الطاقة الكامنة المرونية: $E_P=\frac{1}{2}kX^2$	الطاقة الكامنة المرونية: $E_P=\frac{1}{2}k\theta^2$
الطاقة الحركية: $E_k=\frac{1}{2}mv^2$	الطاقة الحركية: $E_k=\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$
الطاقة الميكانيكية: $E=\frac{1}{2}kX^2_{max}$	الطاقة الميكانيكية: $E=\frac{1}{2}k\theta^2_{max}$

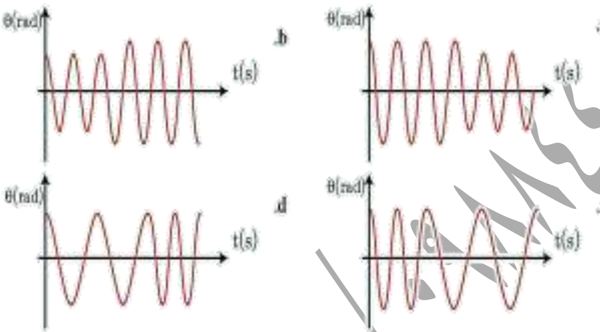
اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصحيحة فيما يأتي:

1- يهتزُّ نوّاس فتل بدور خاصّ T_0 في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسِه كما هو موضحٌ بالشكل



فالرسمُ البيانيُّ الذي يعبّرُ عن تغيّر المطال مع الزمن



في هذه الحالة هو: الإجابة الصحيحة: (c)

التوضيح: بإزدياد البعد بين الكتلتين يزداد عزم عطالة جملة النواس وبالتالي سيزداد الدور (أي ينقص التواتر) .

2- ميقاتيّة تعتمدُ في عملها على نوّاس فتل كما في الشكل

ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، قدّم الطلاب مقترحاتهم،

فإنّ الاقتراح الصحيح هو:

a. زيادةُ طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

b. زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره.

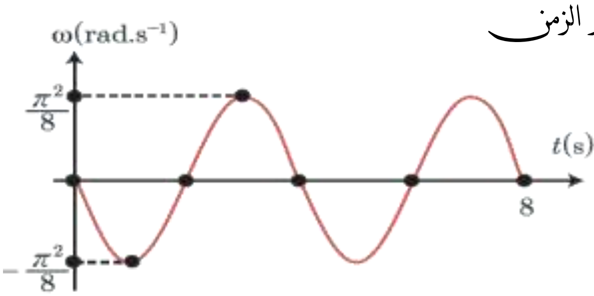
c. إنقاصُ طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

d. زيادةُ قطر القرص مع المحافظة على كتلته.

الإجابة الصحيحة: (C) إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

التوضيح: التأخير بالوقت يعني الدور أكبر من 2s ويجب إنقاصه لذا يجب إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

3- يمثّلُ الرسمُ البيانيُّ المجاورُ تغيّراتِ السرعة الزاويّة لنوّاس فتل بتغيّر الزمن



فإنّ تابع السرعة الزاويّة الذي يمثّله هذا المنحني هو:

a. $\bar{\omega} = \frac{\pi^2}{8}\sin 3\pi t$

b. $\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin 2\pi t$

c. $\bar{\omega} = +\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$

d. $\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$

الإجابة الصحيحة: (d)

التوضيح: من الشكل نجد: $\omega_{max} = \frac{\pi^2}{8}\, rad.s^{-1}$

$$2T_0 = 8 \Rightarrow T_0 = 4\ s$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\, rad.s^{-1}$$

نعوض شروط البدء $(t = 0 \text{ ، } \omega = 0)$ في التابع الزمني للسرعة الزاويّة:

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega t + \bar{\varphi})$$

$$0 = -\omega_0\theta_{max}\sin(0 + \bar{\varphi})$$

$$\sin(\bar{\varphi}) = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ أو } \pi\ rad$$

نختار الحل الذي يجعل السرعة سالبة من أجل زمن $t=\frac{T_0}{4}$

إما: الحل $\bar{\varphi} = 0\, rad$ مقبول لأنه يحقق السرعة سالبة في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = 1s$

$$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \Rightarrow$$

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}.1 + 0\right) = -\frac{\pi^2}{8}\ rad.s^{-1}$$

أو: الحل $\bar{\varphi} = \pi\, rad$ مرفوض لأنه يحقق السرعة موجبة في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = 1s$

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}.1 + \pi\right) = +\frac{\pi^2}{8}\ rad.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$$

ثانياً) أجبْ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

1_ انطلاقاً من مصونيّة الطاقة الميكانيكيّة برهن أنّ حركة نوّاس الفتل حركةٌ جيبيّةٌ دورانيّة.

$$E_{tot} = E_p + E_k = const$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

نشتق طرفي العلاقة بالنسبة للزمن:

$$0 = \frac{1}{2}k\,2(\bar{\theta}.\bar{\omega}) + \frac{1}{2}I_\Delta 2(\bar{\omega}.\bar{\alpha})$$

$0=\omega\,(k\theta + I_\Delta\bar{\alpha})$ لكن $\omega \neq 0$

$$0 = k(\bar{\theta}) + I_\Delta(\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}(\bar{\theta}) \;\ldots\ldots\ldots (1)$$

نشتق التابع مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\bar{\theta})'_t = \bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = \bar{\alpha} = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \;\ldots\ldots\ldots(2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن: $\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta}$

ومنه: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$ وهذا محقق لأن k، I_Δ موجبان

ودوره $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$ وبالتالي حركة نواس الفتل حركة

جيبية دورانية توافقية بسيطة .

2- نعلّق ساقين متماثلتين بسلكي فتلٍ متماثلين طول الأوّل l_1 وطول الثاني l_2 فإذا علمت أنّ:

$T_{0_1} = 2T_{0_2}$، أوجدِ العلاقة بين طولَي السلكين .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k'\frac{(2r)^4}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta\, l}{k'(2r)^4}}$$

$$T_0 = const\sqrt{l}$$

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \frac{const\sqrt{l_1}}{const\sqrt{l_2}}$$

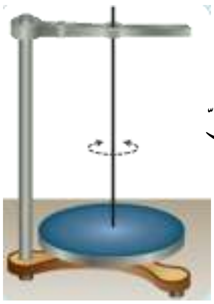
$$\frac{2T_{0_2}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}\ (\text{بالتربيع}) \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow l_1 = 4l_2$$

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: يتألّف نوّاس فتل من قرصٍ متجانس كتلته $m = 2\ kg$، نصف قطره $r = 4\ cm$ معلّقٌ من مركزه إلى سلك فتل شاقوليّ ثابتُ فتله $k = 16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$

ندير القرص في مستوٍ أفقيٍ زاويةً $\theta = +\frac{\pi}{4}rad$ عن وضع توازنِه، ونتركُه دون سرعةٍ ابتدائيّةٍ في اللحظة $t = 0$.

المطلوب:



1) احسب الدورَ الخاصّ للنوّاس.

2) استنتج التّابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العام.

3) احسب الطاقة الكامنةَ في وضع مطاله الزاويّ $\theta = \frac{\pi}{8}rad$ ، ثم احسب الطاقة الحركيّة عندئذٍ .

(عزم عطالة قرص حول محور عموديّ على مستويه ومار من مركزه $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$)

الحل: 1)
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times 2(4\times 10^{-2})^2$$

$$= 16\times 10^{-4}\ Kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times 10^{-4}}{16\times 10^{-3}}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

0988440574
0947205146

2) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad$ لأن القرص تُرك دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\, rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: ($\theta = +\frac{\pi}{4}\,rad$ ، $t = 0$):

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\,rad$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)$$

2) حساب الطاقة الكامنة والطاقة الحركية في وضع مطاله الزاوي: $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$:

$$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times (\frac{\pi}{8})^2$$

$$E_p = \frac{1}{8} \times 10^{-2}\,J$$

$$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3}(\frac{\pi}{4})^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 10^{-2}\,J$$

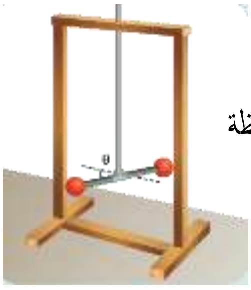
$$E_k = \frac{1}{2} \times 10^{-2} - \frac{1}{8} \times 10^{-2} = \frac{3}{8} \times 10^{-2}$$

$$E_k = 375 \times 10^{-5} J$$

المسألة الثانية: ساق مهملة الكتلة طولها l، نثبت في كلٍّ من طرفيها كتلة نقطيّة $125g$، ونعلق الجملة من منتصفها إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$ لتؤلف الجملة نوّاس فتل، نزيح الساق عن وضع توازنها في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}rad$ وتترك دون سرعةٍ ابتدائيةٍ لحظة بدء الزمن، فتهتزُّ بحركةٍ جيبيّة دورانيّة، دورها الخاص $2.5\ s$.

المطلوب:

1) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام



2) احسبْ قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورها الأوّل بوضع التوازن.

3) احسبْ طول الساق.

الحل: 1) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$ لأن الساق تُركت دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5}\,rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: ($\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$ ، $t = 0$):

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\,rad$$

بالتالي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(\frac{4\pi}{5}t)$$

2) حساب قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورِه الأول بوضع التوازن:

$$\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = -\frac{4\pi}{5} \times \frac{\pi}{3} \sin(\frac{4\pi}{5} t)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3} \sin(\frac{4\pi}{5} t)$$

عند المرور بوضع التوازن $\bar{\theta} = 0$ بالتالي:

$\cos\left(\frac{4\pi}{5} t\right) = 0$ ومنه: $\frac{4\pi}{5} t = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$$\frac{4}{5} t = \frac{1}{2} + k \Rightarrow t = \frac{5}{8} + \frac{5}{4} k$$

لكن لحظة المرور الأول k=0 ومنه: $t = \frac{5}{8} S$ بالتالي:

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3} \sin(\frac{4\pi}{5} \times \frac{5}{8})$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3} \sin(\frac{\pi}{2}) = -\frac{8}{3} rad.s^{-1}$$

3) حساب طول الساق:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 r_1^2}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 (\frac{\ell}{2})^2}{k}}$$

$$2.5 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times 125 \times 10^{-3} \times \frac{\ell^2}{4}}{16 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow 6.25 = 40 \times \frac{2 \times 125 \times 10^{-3} \times \frac{\ell^2}{4}}{16 \times 10^{-3}}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{4 \times 6.25 \times 16}{40 \times 2 \times 125}} \Rightarrow \ell = 0.2 \text{ m}$$

المسألة الثالثة: ساقٌ أفقيّةٌ متجانسةٌ طولُها $\ell = ab = 40cm$ معلّقةٌ بسلك فتلٍ شاقوليٍّ يمرُّ من منتصفها

a) نديرُ الساقَ في مستوٍ أفقيٍّ بزاوية $\theta = 60^\circ$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة في اللحظة t=0، فتهتزّ بحركة جيبيّة دورانيّة دورُها الخاصّ $T_0 = 1S$

فإذا علمتَ أنَّ عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك $I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3} Kg.m^2$

1) استنتجِ التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العام.

2) احسبْ قيمة السرعةِ الزاويّة للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.

3) احسبْ قيمةَ التسارع الزاويّ للساق عندما تصنع زاوية -30° مع وضع توازنها.

b) نثبّت بالطرفين a, b كتلتين نقطيّتين $m_1 = m_2 = 75\ g$، استنتجْ قيمةَ الدورِ الخاصّ الجديد للجملة المهتزّة، ثم احسب قيمةَ ثابت فتل السلك.

C) نقسّمُ سلكَ الفتل قسمين متساويين، ونعلّقُ الساقَ بعدئذٍ بنصفَي السلك معاً؛ أحدُهما من الأعلى، والآخرُ من الأسفل ومن منتصفها، ويثبت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقوليّاً. استنتجْ قيمةَ الدورِ الخاصّ الجديد للساق(دون وجود كتل نقطية).

الحل: 1- استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة $(\omega_0, \theta_{max}, \bar{\varphi})$:

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$ لأن الساق تُركت دون سرعة ابتدائية في اللحظة t=0

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: $(\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad ، t = 0)$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}\cos(0+\bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ rad$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$$

2) حساب قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مروره الأول بوضع التوازن:

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = -2\pi\times\frac{\pi}{3}\sin(2\pi t)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin(2\pi t)$$

عند المرور بوضع التوازن $\bar{\theta} = 0$ بالتالي:

$\cos(2\pi t) = 0$ ومنه: $2\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$$2t = \frac{1}{2} + k \Rightarrow t = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}$$

لكن لحظة المرور الثاني k=1 ومنه: $t = \frac{3}{4} S$ بالتالي:

$$\bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin(2\pi\times\frac{3}{4})$$

$$\bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = +\frac{20}{3} rad.s^{-1}$$

3- $\alpha = -\omega_0^2\,\theta$

$$\bar{\alpha} = -40\times(\frac{-\pi}{6}) \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{20\pi}{3}\ rad.s^{-2}$$

(b $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$ $\quad T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}}$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\sqrt{I_\Delta + 2m_1r_1^2}}{\sqrt{I_\Delta}} = \frac{\sqrt{I_\Delta + 2m_1(\frac{\ell}{2})^2}}{\sqrt{I_\Delta}}$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\sqrt{2\times10^{-3} + 2\times75\times10^{-3}\times400\times10^{-4}}}{\sqrt{2\times10^{-3}}}$$

$$\frac{T_0'}{1} = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} = 2 \Rightarrow T_0' = 2\ S$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow k = \omega_0^2 I_\Delta = 40\times2\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow k = 8\times10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$$

(C $\left(k_1 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k'\frac{(2r)^4}{l'}\right) \Rightarrow k_1 = 2k$

$\left(k_2 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k'\frac{(2r)^4}{l'}\right) \Rightarrow k_2 = 2k$

$K^* = 2K + 2K = 4K$

$$T_o' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K^*}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} = \frac{1}{2}\times2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$T_o' = \frac{1}{2}T_0 = \frac{1}{2}\times1 \Rightarrow T_0' = \frac{1}{2}\ S$$

التفكير الناقد:

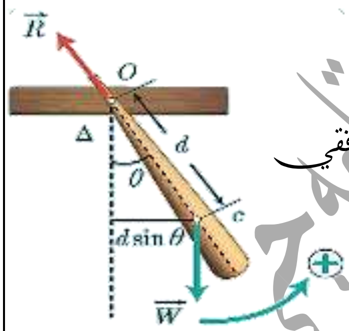
نواس فتل مؤلف من سلك فتل ثابت فتله k وقرص معدني عزم عطالته $I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$ وقد ثبت على محيطه كأسان متماثلان يحويان نفس الكميّة من الماء وقد جهز كل منهما بصمّام يتّجه نحو مركز القرص. تُزاح الجملة عن موضع توازنها زاوية rad $\theta_{max} = \frac{\pi}{2}$ وتُترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة t = 0، وفي إحدى النوسات تمّ فتح الصمامين هل تزداد السرعة الزاوية أم تنقص ولماذا؟ الجواب: سوف ينقص عزم عطالة الجملة فينقص الدور ويزداد النبض الخاص فتزداد السرعة الزاوية العظمى.

ـــــــ انتهى البحث ـــــــ

النواس الثقلي المركب

تعريفه: هو كل جسم صلب يهتز بتأثير عزم قوة ثقله في مستو شاقولي حول محور دوران أفقي عمودي على مستويه، ولا يمر من مركز عطالته.

الدراسةُ التحريكيّةُ للنوّاس الثقلي:



نعلّقُ جسماً صلباً كتلته m، مركزُ عطالته c إلى محور دوران أفقي Δ، مار من النقطة O من الجسم حيث البعد $d = 0c$

نزيحُ الجسمَ عن موضع توازنه الشاقولي زاوية θ ونتركه دون سرعة ابتدائية ليهتز في مستوٍ شاقولي.

تؤثّر في الجسم قوّتان هما:

قوّة ثقله $\vec{W}$ و قوّة ردّ فعل محور الدوران على الجسم $\vec{R}$.

بتطبيق العلاقة الأساسيّة في التحريك الدوراني (نظرية التسارع الزاوي):

$$\sum \bar{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta}\bar{\alpha}$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = I_{\Delta}\bar{\alpha}$$

وباختيار الجهة الموجبة للدوران عكس جهة دوران عقارب الساعة نجدُ:

$\bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0$: لأنّ حامل القوّة يمرّ من محور الدوران.

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} = -(d\sin\theta)\,W$$

بالتعويض نجدُ:
$$-(d\sin\theta)\,W + 0 = I_{\Delta}\bar{\alpha}$$

$$-mgd\sin\theta = I_{\Delta}\bar{\alpha}$$

لكن: $\bar{\alpha} = (\theta)''_t$

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_{\Delta}}\sin\bar{\theta} \;\ldots\ldots\ldots (1)$$

وهي معادلة تفاضليّة من المرتبة الثانية تحتوي $\sin\bar{\theta}$ بدلاً من θ فحلّها ليس جيبيّاً، ومن ذلك فإنّ حركة النوّاس الثقلي هي حركة اهتزازيّة غير توافقيّة.

و من أجل السّعات الزاوية الصغيرة $(\theta \le 0.24\ \text{rad} = 14^0)$

في هذه الحالة يكون $\sin\bar{\theta} \approx \theta$.

نعوّض في العلاقة (1) فنجدُ:

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_{\Delta}}\,\bar{\theta} \;\ldots\ldots\ldots(2)$$

وهي معادلة تفاضليّة من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً

من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقّق من صحة الحل نشتق تابع المطال الزاوي مرتين بالنسبة للزمن نجدُ:

$$\bar{\alpha} = (\theta)''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \;\ldots\ldots\ldots (3)$$

بالمطابقة بين (2) و (3) نجدُ:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_{\Delta}} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{mgd}{I_{\Delta}}} > 0$$

وهذا محقّقٌ لأنّ المقادير (m, g, d, I_{Δ}) موجبة، فحركة النوّاس الثقلي من أجل السّعات الزاويّة الصغيرة هي حركةٌ جيبيّةٌ دورانيّة توافقيّة بسيطة .

0947205146
0988440574

استنتاجُ علاقة الدّور الخاصّ للنواس:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} \Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

وهي العلاقةُ العامّة للدّور الخاصّ للنوّاس الثّقلي في حالة الاهتزازات صغيرة السّعة.

T_0 دورُ النوّاس الثّقلي الخاص بسعة زاويّة صغيرة، واحدتُه s

I_Δ عزمُ عطالة الجسم الصُلب، واحدتُه $Kg.m^2$

d بعدُ محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصُلب واحدته m

ويمكن حسابها:

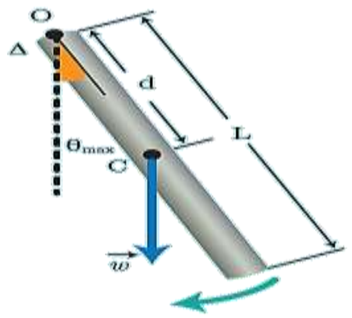
$$d = OC = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2 \dots\dots\dots + m_i\bar{r}_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_i}$$

$\bar{r}$ مقدارٌ جبريٌّ نعدُّهُ موجباً إذا كان مركزُ عطالة الكتلة المهتزّة تحت محور الدوران، وسالباً إذا كان مركزُ عطالة الكتلة المهتزّة فوق محور الدوران.

تطبيق: نوّاسٌ ثقليٌّ مؤلّفٌ من ساقٍ متجانسةٍ طولها L= 0.375m وكتلتُها M معلّقةٌ من طرفها العلويّ بمحور أفقيّ عموديّ على مستويها الشاقوليّ، نزيحُ الساق عن موضع توازنها الشاقوليّ زاويةً صغيرةً $(\theta \le 14^\circ)$ ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة. استنتجْ بالرموز العلاقةَ المحدّدة للدّور الخاصّ انطلاقاً من العلاقة العامّة للدّور الخاصّ للنوّاس الثقليّ المركّب ثمّ احسب قيمتَها.

علماً أنّ عزمَ عطالة السّاق حول محور عموديّ على مستويها ومارّ من مركز عطالتها $(I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}M.L^2)$.

الحل:



يُعطى دورُ النوّاس الثّقلي بالعلاقة: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

لإيجاد عزم عطالة السّاق حول المحور المارّ من O نطبّقُ نظرية هايغنز:

$$d = \frac{L}{2} \qquad I_{\Delta/O} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + M(\frac{L}{2})^2 = \frac{4}{12}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

نعوّضُ في علاقة الدّور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}M.L^2}{Mg\frac{L}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\times 0.375}{3\times 10}} = 1\ S$$

النوّاس الثقليّ البسيط:

نظريّاً: نقطةٌ ماديّةٌ تهتزُ بتأثير ثقلها على بُعد ثابت من محور أفقيّ ثابت.

عمليّاً: كرةٌ صغيرةٌ كتلتُها m كثافتُها النسبيّة كبيرةٌ معلّقةٌ بخيطٍ مهملِ الكتلة لا يمتط طولُه كبيرٌ بالنسبة لنصف قطر الكرة.

الدراسة التحريكيّة:

الدراسة التحريكيّة:

القوى الخارجية المؤثرة في الكرة:

ثقل الكرة $\vec{W} = m\,\vec{g}$.

توتّر الخيط $\vec{T}$.

لنطبق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني:

$$\Sigma \overline{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha}$$

$$\overline{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \overline{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha}$$

$$\overline{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = 0$$

لأن حامل $\vec{T}$ يمر من محور الدوران Δ.

$$0 - m\,g\,\ell \sin\bar{\theta} = m\,\ell^2 (\bar{\theta})''_t$$

$$-g \sin\bar{\theta} = \ell (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{\ell}\,\sin\bar{\theta}$$

نعوّض في العلاقة السابقة: $(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$

وفي حالة السّعات الزاويّة الصغيرة: $\theta \leq 0.24\ \text{rad}$ فإن $\sin\theta \approx \theta$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\,\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (1)$$

معادلةٌ تفاضليّة من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقّق من صحة الحل نشتق تابع المطال مرّتين بالنسبة للزمن

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\,\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجدُ

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$$

وهذا محقّقٌ لأنّ l, g مقداران موجبان، فحركةُ النوّاس الثقليّ البسيط من أجل السّعات الزاويّة الصغيرة هي حركةٌ جيبيّةٌ انسحابية (دائرية) توافقية بسيطة.

طريقة ثانية: القوى الخارجيّة المؤثّرة في الكرة:

ثقل الكرة $\vec{w} = m\vec{g}$ و توتّر الخيط $\vec{T}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور المَماسّ الموجّه بجهة إزاحة الكرة:

$$-mg\sin\theta + 0 = ma_t$$

$$a_t = -g\sin\theta$$

لكن $\bar{a}_t = r\,\bar{\alpha} = l\,\bar{\alpha} = l(\bar{\theta})''_t$

نعوّض في العلاقة السابقة فنجد: $(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$

وفي حالة السّعات الزاويّة الصغيرة: $\theta \leq 0.24\ \text{rad}$ فإن $\sin\theta \approx \theta$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{l}\,\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (1)$$

معادلةٌ تفاضليّة من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقّق من صحة الحل نشتق تابع المطال مرّتين بالنسبة للزمن

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\,\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجدُ

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$$

وهذا محقّقٌ لأنّ l, g مقداران موجبان، فحركةُ النوّاس الثقليّ البسيط من أجل السّعات الزاويّة الصغيرة هي حركةٌ جيبيّةٌ توافقيةٌ بسيطة.

استنتاجُ علاقة الدّور الخاصّ للاهتزاز:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

وهي علاقةُ الدّور الخاصّ للنوّاس الثقلي البسيط في السعات الزاويّة الصغيرة.

ملاحظة: يمكن الوصول لعلاقةِ الدّور الخاصّ للنوّاس البسيط انطلاقاً من العلاقة العامّة للدّور الخاصّ للنوّاس الثقلي المركّب في حالة السّعات الزاويّة الصغيرة، وذلك بتعويض كلٍ من:

$$d = l \,,\quad I_\Delta = mr^2 = ml^2$$

في علاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

استنتج:

1- لا يتعلّقُ دورُ النوّاس البسيط بكتلته، ولا بنوع مادّة كرته.

2- النوسات صغيرة السّعة لها الدورُ نفسُه (متواقتة فيما بينها).

3- يتناسبُ دورُ النوّاس البسيط من أجل السعات الزاويّة الصغيرة:

طرداً مع الجذر التربيعي لطول الخيط.

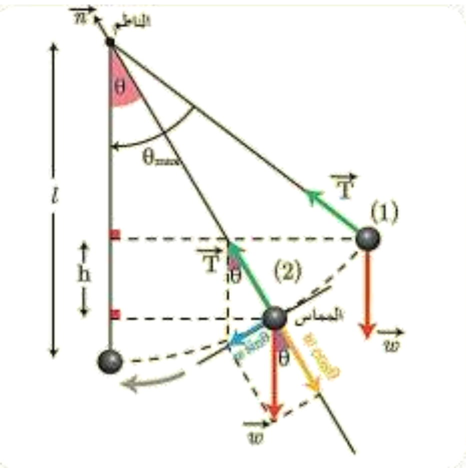
عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبيّة الأرضية.

يعطى دورُ النوّاس الثقلي في حال السّعات الزاويّة الكبيرة بالعلاقة:

$$\boxed{T_0' \approx T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]}$$

استنتاجُ العلاقة المحدّدة لسرعة كرة النوّاس وعلاقة توتّر خيط التعليق في نقطة من مسارها:

نزيحُ كرة النوّاس عن موضع توازنها الشاقولي بزاوية θ_{max} ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة: لإيجاد العلاقة المحدّدة لسرعة الكرة في الوضع (2)



القوى الخارجيّة المؤثّرة:

ثقل الكرة $\vec{W}$، توتر الخيط $\vec{T}$.

نطبّق نظريّة الطاقة الحركيّة بين وضعين:

الأوّل: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية θ_{max} ويترك بدون سرعة ابتدائية.

الثاني: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية θ.

$$\Delta \bar{E}_{K(1\to2)} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

$$\bar{W}_{\vec{W}} = mgh$$

$\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ لأنّ حامل $\vec{T}$ يعامدُ الانتقال في كلّ لحظة

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

وبملاحظة الشكل نجدُ:

$$h = l\cos\theta - l\cos\theta_{max}$$

$$h = l\,(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

نعوّضُ: $\frac{1}{2}mv^2 = mgl\,(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$$v^2 = 2gl\,(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gl\,(\cos\theta - \cos\theta_{max})}}$$

حالةٌ خاصّة: عند المرور بالشاقول: $\theta = 0$ تصبح:

$$\boxed{v = \sqrt{2gl\,(1 - \cos\theta_{max})}}$$

لإيجاد العلاقة المحدّدة لقوّة توتّر الخيط في الوضع (2) نطبّق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل $\vec{T}$ وجهته:

$$-W\cos\theta + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\theta$$

$$T = 2mg(\cos\theta - \cos\theta_{max}) + mg\cos\theta$$

$$T = 2mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max} + mg\cos\theta$$

$$T = 3mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$\boxed{T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})}$$

حالةٌ خاصّة: عند المرور بالشاقول

$$\boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})}$$

الطاقةُ الميكانيكيّةُ للنوّاس الثقليّ البسيط:

إنّ الطاقة الميكانيكيّة للنوّاس الثقلي البسيط ثابتة بإهمال القوى المبدّدة للطاقة، إذْ يهتزُّ بسعة زاويّة ثابتة θ_{max} إلى جانبَي موضع توازنه الشاقولي.

إنّ الطاقة الميكانيكيّة هي مجموع الطاقتين الكامنة الثقاليّة، والحركيّة حيث أنّ مبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقاليّة هو المستوي الأفقي المارُّ من مركز عطالة الكرة عند مرور النوّاس في وضع توازنه الشاقولي.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ فيما يأتي:

1- قمتَ بزيارةِ بيتِ جدّك، وطلبتْ إليك جدّتك تصحيحَ الميقاتيّة المعلّقة على الجدار، وهي مؤلفة من ساق منتهية بقرص قابل للحركة صعوداً أو هبوطاً، فاتّصلت بالساعة الناطقة فأشارت إلى السادسة تماماً عندما كانت الميقاتيّة تشيرُ إلى السادسة وخمسِ دقائقَ، ولتصحيح الوقت يجبُ:

a) إيقافُ الميقاتيّة، وخفضُ القرص بمقدار ضئيل ثمّ إعادة تشغيلها

b) إيقافُ الميقاتيّة، ورفعُ القرص بمقدار ضئيل ثمّ إعادة تشغيلها

c) تصحيحُ عقرب الدقائق، وإعادته ليشيرَ الوقتُ إلى السادسة تماماً.

d) إيقافُ الميقاتيّة مدّة خمسِ دقائقَ، ثمّ إعادةُ تشغيلها مرّة أخرى.

الإجابة الصحيحة: (a)

التوضيح: الميقاتية تقدم لذا يجب إبطاؤها بتكبير دورها

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ لتصبح حركة القرص أبطأ وانخفاض القرص يؤدي لزيادة عزم العطالة وتكبير الدور.

2- ميقاتيان متماثلتان مضبوطتان عند سطح الأرض بالتوقيت المحلّي، نضع الأولى بالطابق الأرضي لناطحة سحاب، بينما نضع الثانية في الطابق الأخير، فإنه بعد شهر مع ثبات درجة الحرارة.

a) تشيران إلى التوقيت نفسه.

b) تقدّمُ الثانية، ويجب تعديلها.

c) تؤخرُ الثانية، ويجبُ تعديلها.

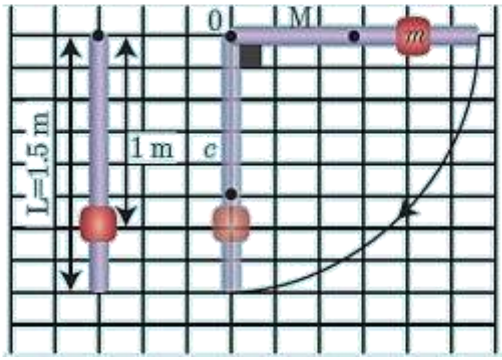
d) تؤخرُ الأولى، ويجبُ تعديلها.

الإجابة الصحيحة: تؤخرُ الثانية، ويجبُ تعديلها.

التوضيح: في الطابق الأخير تنقص قيمة الجاذبية الأرضية وبالتالي تزداد قيمة الدور.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: يتألفُ نوّاسٌ ثقلي مركّبٌ من ساقٍ شاقوليّةٍ متجانسةٍ كتلتها $M = 0.5\ kg$، طولها $1.5m$، يمكنُها أنْ تنوسَ حول محورٍ أفقيٍّ مارٍّ من طرفها العلوي، ومثبّت عليها كتلةٌ نقطيّة $m' = 0.5kg$ على بعد $1m$ من هذا الطرف العلوي كما في الشكل المجاور



1- احسبْ دورَ هذا النوّاس في حالة السّعات الزاويّة الصغيرة.

2- نزيحُ جملة النوّاس عن موضع توازنها الشاقولي بزاوية $\frac{\pi}{2} rad$ ونتركها دون سرعة ابتدائية احسب الطاقة الحركيّة للنوّاس لحظة مروره بالشاقول، ثمّ احسب السرعة الخطّية للكتلة النقطيّة m' عندئذٍ.

(عزم عطالة ساق حول محور عمودي على مستويها ومارّ من مركز عطالتها $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} ML^2$)

الحل: 1) حساب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

حساب عزم عطالة النواس:

- عزم عطالة الساق: حسب نظرية هايغنز:

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{12}ML^2 + M(\frac{L}{2})^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{3} \times 0.5 \times (1.5)^2 = \frac{3}{8} Kg.m^2$$

- عزم عطالة الكتلة النقطية:

$$I_{\Delta/m'} = m'r'^2 = 0.5 \times (1)^2 = \frac{1}{2}\ Kg.m^2$$

- عزم عطالة جملة النواس: $I_{\Delta/جملة} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}\ Kg.m^2$

حساب d: $d = \frac{M\bar{r}_1 + m'\bar{r}_2}{M+m'}$

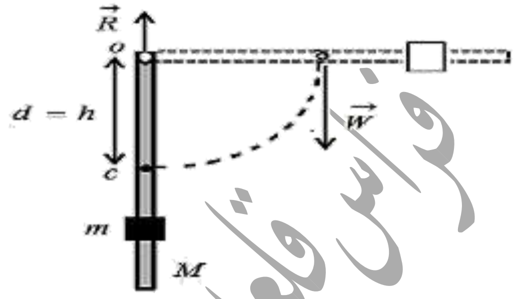
$$d = \frac{M\frac{L}{2} + mr'}{M+m} = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\times 1}{0.5+0.5} = \frac{7}{8}\ m$$

$$m_{جملة} = (m' + M) = 0.5 + 0.5 = 1kg$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times10\times\frac{7}{8}}} = 2\ S$$

2) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية الثاني: المرور بالشاقول $\bar{\theta}_2 = 0$



$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{R}}$$

$$E_k - 0 = (M + m')gh + 0$$

$\bar{W}_{\vec{R}} = 0$ لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$E_k = (M + m')gh$$

$$h = d \Rightarrow E_k = (M + m')gd$$

$$E_k = (0.5 + 0.5) \times 10 \times \frac{7}{8} = \frac{70}{8} \text{ J}$$

- السرعة الزاوية عند المرور بالشاقول:

$$E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2E_k}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{70}{8}}{\frac{7}{8}}}$$

$$\omega = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ rad.s}^{-1}$$

- السرعة الخطية عند المرور بالشاقول:

$$v = \omega r = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5}\ m.s^{-1}$$

المسألة الثانية: خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l = 40\ cm$، نعلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m = 100\ g$،

المطلوب:

1_ يحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max}، ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = 2m.s^{-1}$ استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .

2_ استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول ثم احسب قيمتها .

الحل: 1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$

وبدون سرعة ابتدائية الثاني: المرور بالشاقول $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$$h = l(1 - \cos\theta_{max})$$

$\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gl(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2(10)(0.4)}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

2) طريقة أولى للحل: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل $\vec{T}$ وجهته:

$$-W + T = ma_c$$

0947205146
0988440574

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg$$

$$T = 2mg(1 - \cos\theta_{max}) + mg$$

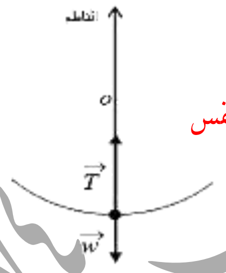
$$T = 2mg - 2mg\cos\theta_{max} + mg$$

$$T = 3mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = 0.1\times10(3 - 2\times0.5) = 2N$$

طريقة ثانية للحل: $\sum\vec{F} = m\vec{a}$



$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل $\vec{T}$ وبجهته:

$$-W + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = mg + m\frac{v^2}{l} = m(g + \frac{v^2}{l})$$

$$T = 0.1(10 + \frac{4}{0.4}) \Rightarrow T = 2N$$

المسألة الثالثة: نعلّق كرةً صغيرةً نعدّها نقطةً ماديّة، كتلتها m=0.5kg، بخيطٍ مهمل الكتلة، لا يمتطّ، طوله $l = 1.6\ m$، لتؤلّفَ نوّاساً ثقليّاً بسيطاً، ثمّ نزيحُ الكرة إلى مستوٍ أفقيّ يرتفع h = 0.8m عن المستوي الأفقيّ المارّ منها وهي في موضع توازنها الشاقوليّ، ليصنعَ خيطُ النوّاس مع الشاقول زاوية θ_{max}، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة و المطلوب:

1- استنتجْ بالرموز العلاقةَ المحدّدة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثمّ احسبْ قيمتها موضحاً بالرسم.

2- استنتجْ قيمةَ الزاوية θ_{max} ثمّ احسبْ قيمتها.

3- احسبْ دورَ هذا النوّاس.

4- استنتجْ بالرموز العلاقةَ المحدّدة لشدّة قوّة توتّر الخيط عند المرور بالشاقول، ثمّ احسب قيمته

الحل: 1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية الثاني: المرور بالشاقول $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ يعامدُ الانتقال في كلّ لحظة

$$v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times0.8}$$

$$v = 4\ m.s^{-1}$$

2) $h = l(1 - \cos\theta_{max})$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{0.8}{1.6}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}rad$$

3) حساب دور النواس: $T'_0 \approx T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

$$T'_0 \approx T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right] \approx 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T'_0 \approx 2\pi\sqrt{\frac{1.6}{10}}\left[1+\frac{(\frac{\pi}{3})^2}{16}\right] \approx 0.8\pi\left[1+\frac{(\frac{10}{9})}{16}\right]$$

$$T'_0 \approx 2.5\left[1+\frac{10}{144}\right] \approx 2.5\left(\frac{154}{144}\right) \approx 2.67\ S$$

4) طريقة أولى للحل: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظمي الذي له نفس حامل $\vec{T}$ وبجهته:

$$-W + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg$$

$$T = 2mg(1 - \cos\theta_{max}) + mg$$

$$T = 2mg - 2mg\cos\theta_{max} + mg$$

$$T = 3mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = 0.5\times10(3 - 2\times0.5) = 10N$$

طريقة ثانية للحل: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظمي الذي له نفس حامل $\vec{T}$ وبجهته:

$$-W + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = mg + m\frac{v^2}{l} = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)$$

$$T = 0.5\left(10 + \frac{16}{1.6}\right) \Rightarrow T = 10N$$

المسألة الرابعة: نثبت ساق شاقولية، مهملة الكتلة، طولها $l = 1m$ نثبت في منتصفها كتلة نقطية $m_1 = 0.4\ kg$ ونثبت في طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 0.2\ kg$ لتؤلف الجملة نواساً ثقليّاً مركباً يمكنه أن ينوس في مستو شاقولي حول محور أفقي مار من الطرف العلوي.

والمطلوب: 1- احسب دور نوساتها صغيرة السعة.

2_ نزيح الجملة عن موضع توازنها بزاوية $\theta_{max} > 0.24$ rad ونتركها دون سرعة ابتدائية، فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة مرورها بالشاقول $v = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$

المطلوب: a- احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2

b- استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .

الحل: 1) حساب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

حساب عزم عطالة النواس: (الساق مهملة الكتلة)

$$I_{\Delta/0} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_2 L^2$$

$$= 0.4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0.2(1)^2 = 0.3 Kg.m^2$$

حساب d: $d = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1 + m_2}$

$$d = \frac{m_1(\frac{L}{2}) + m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{0.4\times\frac{1}{2} + 0.2\times1}{0.4 + 0.2} = \frac{2}{3}\ m$$

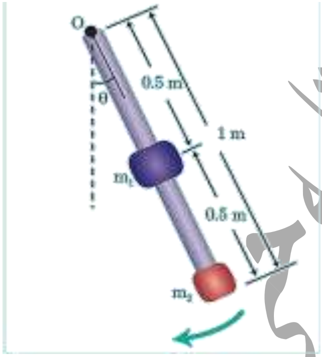
$m_{جملة} = (m_1 + m_2)$ =0.4+0.2=0.6kg

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{(0.6)\times 10\times \frac{2}{3}}} \Rightarrow T_0 = \sqrt{3}\ s$$

a) $$v_c = \omega r_c \Rightarrow \omega = \frac{v_c}{r_c} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad.s^{-1}$$

$$v_{m2} = \omega r_{m2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\times 1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m.s^{-1}$$

b) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:



الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية.

الثاني: المرور بالشاقول $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$$E_k - 0 = (m_1 + m_2)gh + 0$$

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2} I_{\Delta}\omega^2 - 0 = (m_1 + m_2)gd(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2}{(m_1+m_2)gd} =$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{0.5\times 0.3\times(\frac{2\pi}{\sqrt{3}})^2}{0.6\times 10\times\frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

المسألة الخامسة: يتألّفُ نوّاسٌ ثقليٌّ من ساقٍ شاقوليّةٍ، مهملةِ الكتلة طولها L، تحملُ في كلٍّ من طرفيها كتلةً نقطيةً m′ نعلّقُ الجملة بمحور دوران أفقيٍّ يبعد عن طرف الساق العلويّ $\frac{L}{4}$، نزيحُ الجملة عن وضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\frac{1}{2\pi}$ rad ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة في اللحظة $t = 0$ فتهتزّ بدور خاص $T_0 = 2.5\ s$. المطلوب:

1- استنتجِ التابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ لحركة هذا النوّاس انطلاقاً من شكله العام.

2- استنتجْ بالرموز العلاقة المحدّدة لطول الساق، ثمّ احسب قيمته.

3- احسبْ قيمة السرعة الزاويّة العُظمى للحركة (طويلة).

4- لنفرضْ أنّه في إحدى النّوسات انفصلتِ الكتلةُ السفليّة عن الساق، استنتجِ الدورَ الخاصَّ الجديد للجملة في حالة السّعات الزاويّة الصغيرة.

الحل: (1) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام:

إيجاد ثوابت الحركة ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

النبض الخاص : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5} rad.s^{-1}$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{1}{2\pi} rad$ لأن الساق تركت دون سرعة ابتدائية لحظة بدء الحركة.

حساب $\bar{\varphi}$: لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: t=0 كان $\theta = \theta_{max}$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 rad$$

0947205146
0988440574

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t\right)$$

2) يعطى دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

حساب عزم عطالة النواس:

$$I_{\Delta/0} = m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m'\left(\frac{3L}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}m'L^2$$

حساب d:

$$d = \frac{-m'\frac{L}{4}+m'\frac{3L}{4}}{m'+m'} = \frac{m'\frac{L}{2}}{2m'} = \frac{L}{4}\ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{8}m'L^2}{2m'g\frac{L}{4}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{5L}{4g}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{T_0^2 g}{5\pi^2} = \frac{(2.5)^2\times 10}{5\times 10} = 1.25\ m$$

3) $$\omega_{max} = |\pm\omega_0\theta_{max}| \Rightarrow \omega_{max} = \frac{4\pi}{5}\times\frac{1}{2\pi}$$

$$\omega_{max} = 0.4\,rad.s^{-1}$$

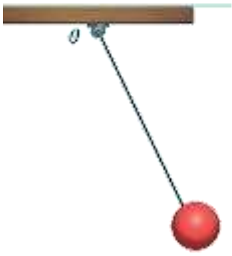
4) بعد انفصال الكتلة السفلية يصبح النواس في حالة توازن قلق فيهتز ليصبح في حالة توازن مستقر وتصبح كتلة النواس

m' عزم عطالته ، $I_{\Delta/c} = m'(\frac{L}{4})^2$ ، $d = \frac{L}{4}$

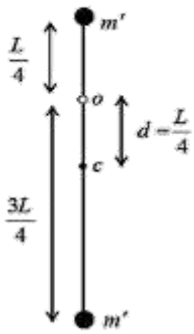
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m'gd}} \Rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{m'(\frac{L}{4})^2}{m'g\frac{L}{4}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1.25}{4\times 10}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

التفكير الناقد: عند انعدام الثقل الظاهري ضمن المحطة الفضائية:



1_ لدينا كرة كتلتها m معلقة بخيط مهمل الكتلة طوله l كما هو موضح بالشكل جانباً لتشكل نواساً بسيطاً عند سطح الأرض ما قيمة الدور على متن المحطة الفضائية مع التعليل.



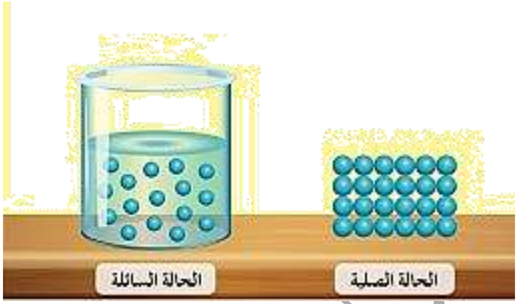
2_ كيف يمكن جعله يهتز بحركة جيبية توافقية بسيطة؟

الجواب: 1- في محطة الفضاء تكون قوة الثقل مساوية بالقيمة ومعاكسة بالجهة قوّة العطالة النابذة الناتجة عن الدوران فيحدث ما يسمّى انعدام الثّقل الظاهري فيصبح الدور لانهائي.

2- لجعل الكرة تهتز بحركة جيبية توافقية نصل الكرة بنابض مرن فتصبح الحركة انسحابية توافقية بسيطة.

_ _ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _ _

ميكانيكُ السوائلِ المتحركة



تتميّزُ السوائلُ والغازاتُ بقوى تماسك ضعيفة نسبيّاً بين جزيئاتها، فهي لا تحافظُ على شكلٍ معيّن، وتتحرّكُ جزيئاتها بحيث تأخذُ شكلَ الوعاء الذي توضع فيه، وهي تستجيبُ بسهولة للقوى الخارجيّة التي تحاول تغييرَ شكلها.

تعريف جسيمَ السائل: وهو جزء من السائل أبعادُهُ صغيرةٌ جداً بالنسبة لأبعاد السائل وكبيرةٌ بالنسبة لأبعاد جزيئات السائل.

تعاريفُ أساسيّةٌ:

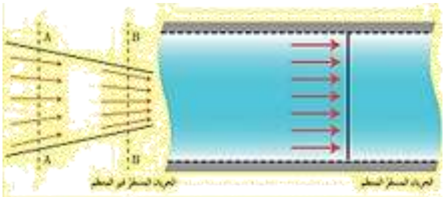
خط الانسياب (خطّ الجريان):

خطٌّ وهميٌّ يبيّنُ المسارَ الذي يسلكُهُ جسيمُ السائل أثناء جريانه ويمسُّ في كلّ نقطة من نقاطه شعاعَ السرعة في تلك النقطة.

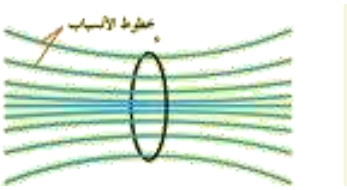
الجريانُ المستقرُّ: هو الجريانُ الذي تكونُ فيه سرعة جسيمات السائل ثابتةً مع مرور الزمن في النقطة نفسها من خطّ الانسياب.

وإذا كانت السرعةُ ثابتةً في جميع نقاطِ السائل بمرور الزمن فإنّ الجريانَ المستقرّ يكونُ منتظماً.

وإذا تغيّرت السرعةُ من نقطة إلى أخرى بمرور الزمن كان الجريان المستقرّ غيرَ منتظم.



انبوبُ التدفّق: إذا أخذنا مساحةً صغيرةً عموديّةً على اتّجاه جريان سائل جريانه مستقرّ، ورسمنا على محيط هذه المساحة خطوطَ الانسياب نحصلُ على أنبوبٍ وهميٍّ يحتوي السائل يُدعى انبوبَ التدفّق.



ميزات السائل المثالي:

1) غيرُ قابلٍ للانضغاط: كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن.

2) عديمُ اللزوجة: قوى الاحتكاك الداخليّ بين مكوّناته مهملة عندما تتحرّك بالنسبة لبعضها البعض، وبالتالي لا يوجد ضياع للطاقة.

3) جريانُه مستقرّ: أي أنّ حركة جسيماته لها خطوطُ انسياب محدّدة وسرعة جسيماته عند نقطة معيّنة تكونُ ثابتةً بمرور الزمن.

4) جريانُه غيرُ دورانيّ: لا تتحرّك جسيماتُ السائل حركة دورانيّة حول أيّ نقطة في الجريان.

معادلة الاستمراريّة:

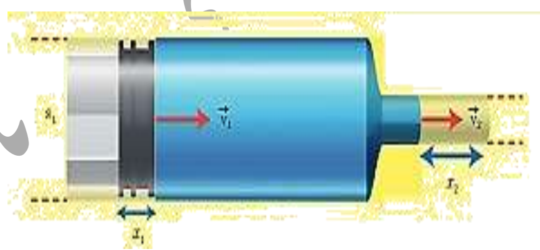
معدّلُ التدفّق الكتلي Q: هو كتلة كميّة السائل التي تعبُرُ مقطع الأنبوب في واحدة الزمن.

ونعبّرُ عنه بالعلاقة: $Q = \frac{m}{\Delta t}$، وتقدّرُ بواحدة $Kg.s^{-1}$

معدّلُ التدفّق الحجمي Q': هو حجم كميّة السائل التي تعبُرُ مقطع الأنبوب في واحدة الزمن.

ونعبّرُ عنه بالعلاقة: $Q' = \frac{V}{\Delta t}$، وتقدّرُ بواحدة $m^3.s^{-1}$.

الاستنتاجُ الرياضيّ لمعادلة الاستمراريّة:



لدينا سائل يتحرّك داخل أنبوبٍ مساحة كلٍّ من مقطعَي طرفيهِ تختلفُ عن الأخرى s_1, s_2 .

وبفرض أنّ: v_1 سرعةُ السائل عبر المقطع s_1

v_2 سرعةُ السائل عبر المقطع s_2

إنّ حجمَ كميّة السائل التي تعبُرُ المقطع s_1 لمسافة x_1 في الزمن Δt يكون: $V_1 = s_1\, x_1$

لكن: $x_1 = v_1 \Delta t$ وبالتالي: $V_1 = s_1\, v_1\, \Delta t$

إنّ حجمَ كميّة السائل التي تعبُرُ المقطع s_2 لمسافة x_2 في الزمن Δt يكون: $V_2 = s_2\, x_2$

لكن: $x_2 = v_2 \Delta t$ بالتالي: $V_2 = s_2\, v_2\, \Delta t$

وبما أنّ: **حجم كميّة السائل التي عبرت المقطع s_1 تساوي حجم كميّة السائل التي عبرت المقطع s_2 المدّة الزمنيّة نفسها**

فإنّ: $Q'_1 = Q'_2$

$$\frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t}$$

$$\frac{s_1\, v_1\, \Delta t}{\Delta t} = \frac{s_2\, v_2\, \Delta t}{\Delta t}$$

$$s_1\, v_1 = s_2\, v_2$$

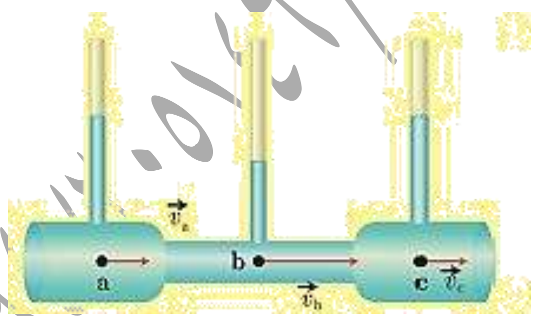
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_1}{s_2}$$

أيْ أنّ: سرعة تدفّق السائل تتناسب عكساً مع مساحة مقطع الأنبوب الذي يتدفّق منه السائل.

نتيجة: تزدادُ سرعةُ تدفّق السائل في أنبوب بنقصان مساحة مقطع الأنبوب.

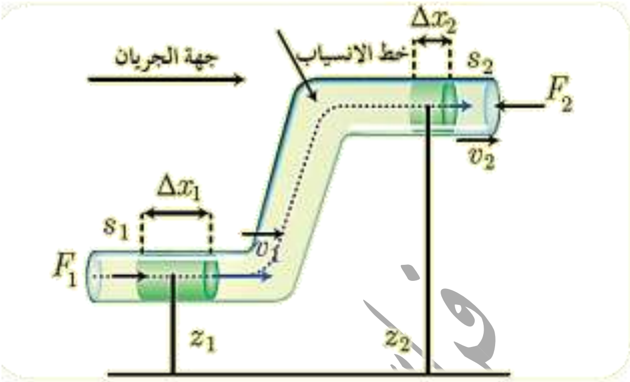
وبالتالي: $Q' = s_1\, v_1 = s_2\, v_2 = const$.

معادلةُ برنولي في الجريان المستقرّ:



في الشكل المجاور: سائلٌ جريانُه مستقرّ عبر انبوب أفقيّ ذي مقاطعَ مختلفة.

الاستنتاجُ الرياضيُّ لمعادلة برنولي:



عندما تتحرّكُ كميّةٌ صغيرةٌ من السائل بين مقطعين حيثُ مساحةُ المقطعِ الأوّل s_1 والضغطُ عنده p_1، وسرعةُ الجريان فيه v_1، والارتفاعُ عن مستوٍ مرجعيٍّ z_1 ومساحةُ المقطعِ الثاني s_2، والضغطُ عنده p_2، وسرعةُ الجريان فيه v_2، والارتفاعُ عن مستوٍ مرجعيٍّ z_2.

إنّ العملَ الكلّيّ المبذول لتحريك كتلة السائل من المقطع الأوّل إلى المقطع الثاني يساوي مجموع عمل قوّة الثقل، وعمل قوّة ضغط السائل.

عملُ قوّة الثقل: $W_{\vec{w}} = -mg(z_2 - z_1)$

عملُ قوّة ضغط السائل: يتأثّر سطحُ المقطع s_1 بقوة F_1 لها جهةُ الجريان، وتنتقلُ نقطةُ تأثيرها مسافةً قدرُها Δx_1، في مدّةٍ زمنيّة Δt، فتقوم بعملٍ محرّكٍ (موجب).

$$W_1 = F_1 \Delta x_1$$

لكن: $F_1 = p_1 s_1 \Rightarrow W_1 = p_1 s_1 \Delta x_1$

لكن: $\Delta V = s_1 \Delta x_1 \Rightarrow W_1 = p_1 \Delta V$

حيث ΔV حجم كمية السائل التي تعبرُ المقطع s_1 في المدّة الزمنيّة Δt

يتأثّرُ سطح المقطع s_2 بقوة F_2 معيقة لجريان السائل، أي تعاكسُ جهةَ الجريان، وتنتقل نقطةُ تأثيرها مسافةً قدرُها Δx_2 في المدة الزمنيّة Δt (فتقوم بعملٍ مقاومٍ سالب).

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2$$

لكن: $F_2 = p_2 s_2 \Rightarrow W_2 = -p_2 s_2 \Delta x_2$

لكن: $\Delta V = s_2 \Delta x_2 \Rightarrow W_2 = -p_2 \Delta V$

حيث ΔV حجم كمية السائل التي تعبرُ المقطع s_2 في المدّة الزمنيّة Δt نفسها.

وهي تساوي حجم كميّة السائل التي تعبرُ المقطع s_1 في المدّة الزمنيّة Δt وذلك لأنّ السائلَ غيرُ قابلٍ للانضغاط.

ويصبح العمل الكلّيّ $W_T = W_w + W_1 + W_2$

$$W_T = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V - mg(z_2 - z_1)$$

وبحسب مصونيّة الطاقة (أو نظرية الطاقة الحركية) فإنّ:

$$W_T = E_{k_2} - E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

بمساواة العلاقتين نجد:

$$p_1 \Delta V - p_2 \Delta V - mg(z_2 - z_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$p_1 \Delta V + \frac{1}{2} m v_1^2 + mgz_1 = p_2 \Delta V + \frac{1}{2} m v_2^2 + mgz_2$$

نقسم الطرفين على ΔV علماً أنّ: $\rho = \frac{m}{\Delta V}$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

معادلة برنولي: $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = const$

وتنصُّ نظرية برنولي على ما يلي: إنّ مجموعَ الضغط والطاقة الحركيّة لواحدة الحجوم، والطاقة الكامنة الثقاليّة لواحدة الحجوم تساوي مقداراً ثابتاً عند أيّ نقطة من نقاط خطّ الانسياب لسائل جريانُه مستقرٌّ.

فالمقدار $\rho g z$ يمثّل الطاقة الكامنة الثقاليّة لواحدة الحجوم من السائل

ويمثّل المقدار $\frac{1}{2}\rho v^2$ الطاقة الحركية لوحدة الحجوم من السائل.

والضغطُ p طاقة واحدة الحجوم ويمكنُ أنْ نتحقّق من ذلك لو كتبنا واحدات الضغط إذْ نجدُ:

$$1\ Pa = 1\frac{N}{m^2} = 1\frac{N.m}{m^3} = 1\frac{J}{m^3}$$

حالة خاصّة: إذا كان الأنبوبُ أفقيّاً:

$$z_1 = z_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

ونستنتج: أنه ينقصُ ضغطُ السائل كلّما ازدادت سرعتُه.

تطبيقاتٌ على معادلةِ برنولي:

1) سكونُ السوائل ومعادلة المانومتر:

يمكنُ أنْ نحصلَ على معادلة المانومتر من معادلة برنولي بفرض أنّ المائعَ ساكنٌ في الأنبوب أيّ أنّ: $v_1 = v_2 = 0$

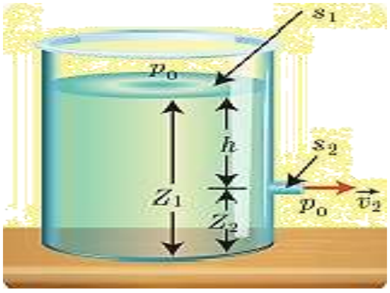
نعوّضُ في معادلة برنولي فنجدُ:

$$p_1 - p_2 = \rho g z_2 - \rho g z_1 = \rho g(z_2 - z_1) = \rho g h$$

$$p_1 - p_2 = \rho g h$$

وهذه معادلة المانومتر: قانون الضغط في الموائع الساكنة.

2) نظريّة تورشيللي:



يحتوي خزّانٌ على سائل كتلتُه الحجميّة ρ مساحة سطح مقطعه s_1 كبيرة بالنسبة إلى فتحةٍ جانبيّةٍ مساحة مقطعُها صغيرةٌ s_2 تقعُ قربَ قعره وعلى عُمق $z_1 - z_2 = h$ من السطح الحرّ للسائل.

فما السرعةُ التي يخرجُ بها السائلُ من الفتحة الجانبيّة؟

نطبّقُ معادلة برنولي على جزءٍ صغيرٍ من السائل انتقل من سطح الخزّان بسرعة $v_1 \approx 0$ ليخرجَ من الفتحة s_2 إلى الوسط الخارجيّ بسرعة v_2:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

إنّ السّطح المفتوح، والفتحة معرّضتان للضغط الجويّ النظاميّ، ولذلك $p_1 = p_2 = p_0$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

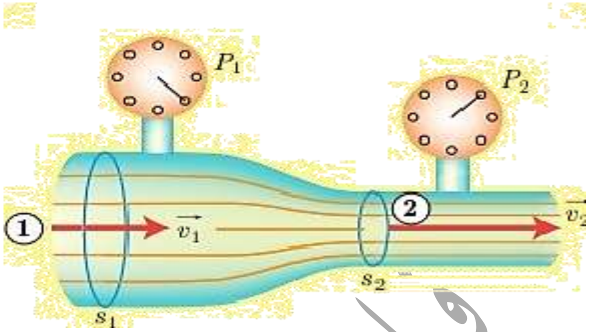
$$\frac{1}{2}v_2^2 = g z_1 - g z_2$$

$$v_2^2 = 2g(z_1 - z_2) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

إنّ سرعةَ خروج السائل تساوي السرعةَ التي يسقطُ بها جسمٌ مائع سقوطاً حرّاً من ارتفاع h.

تُدعى العلاقةُ السابقةُ بنظرية تورشيللي، وتنطبقُ على أيّ فتحةٍ في الوعاء، سواء في قعره كانت أم في جدارها الجانبيّ.

3) انبوب فنتوري:



يتألف أنبوب فنتوري من أنبوب مساحة مقطعه s_1 يجري فيه سائل بسرعة v_1 في منطقة ضغطها P_1، فيصل لاختناق مساحته s_2، ولمعرفة فرق الضغط بين الجذع الرئيس والاختناق نستعمل أنبوب فنتوري.

نطبق معادلة برنولي بين النقطتين 1,2 اللتين تقعان في المستوي الأفقي نفسه.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$z_1 = z_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left[(\frac{v_2}{v_1})^2 - 1\right]v_1^2$$

لكن: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_1}{s_2}$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left[(\frac{s_1}{s_2})^2 - 1\right]v_1^2$$

ويُقاس فرق الضغط بين نقطتين باستخدام جهاز قياس الضغط

لدينا: $s_1 > s_2$ إذا: $P_1 > P_2$ أي أن الضغط في الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيس للأنبوب. يُستفادُ من هذه الخاصية في الطّب، فقد تتناقص مساحة مقطع الشرايين في منطقةٍ ما نتيجة تراكم الدهون والشحوم، وهذا يعيق جريان الدّم في هذه الشرايين، ويتناقص ضغط الدّم في المقاطع المتضيّقة عن قيمتها الطبيعيّة اللازمة لمقاومة الضغوط الخارجيّة.

ونستنتج: أنه ينقص ضغط السائل كلّما نقصت مساحة المقطع.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ ممّا يأتي:

1) عندما تهبُّ رياحٌ أفقيّة عند فوّهة مدخنة شاقوليّة فإنّ سرعة خروج الدخان من فوّهة المدخنة:

a) تزداد. b) تنقص.

c) تبقى دون تغيّر. d) تنعدم.

ويمكن تفسير النتيجة وفق:

a) مبدأ باسكال. b) مبدأ برنولي.

c) قاعدة أرخميدس. d) معادلة الاستمراريّة.

الإجابة الصحيحة: a) تزداد وفق b) مبدأ برنولي.

2) يتّصف السائل المثالي بأنّه:

a) قابل للانضغاط وعديم اللزوجة.

b) غيرُ قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

c) غيرُ قابل للانضغاط وعديم اللزوجة.

d) قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

الإجابة الصحيحة: c) غيرُ قابل للانضغاط وعديم اللزوجة.

3) خرطومٌ مساحةُ مقطعه عند فوّهة دخول الماء فيه s_1 وسرعةُ جريان الماء عند تلك الفوّهة v_1 فتكون سرعةُ خروج الماء v_2 من نهاية الخرطوم حيثُ أن $S_2 = \frac{1}{4} S_1$ مساوية:

a) v_1 b) $\frac{v_1}{4}$ c) $4v_1$ d) $16v_1$

الإجابة الصحيحة: c) $4v_1$

$$s_1 v_1 = s_2 v_2 \Rightarrow s_1 v_1 = \frac{1}{4} s_1 v_2 \Rightarrow v_2 = 4v_1$$

ثانياً: أعطِ تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات الرياضيّة المناسبة لكلٍّ ممّا يأتي:

س1_ اختلاف سرعة جريان الماء عبر مقاطع مختلفة المساحة في مجرى نهر جريانه أفقي.

الجواب: حسب معادلة الاستمرارية $s_1 v_1 = s_2 v_2$ السرعة تتناسب عكساً مع مساحة مقطع مجرى النهر , لذلك تزداد سرعة الماء عندما تنقص مساحة مقطع مجرى النهر وتنقص سرعة الماء عندما تزداد مساحة مقطع مجرى النهر .

س2_ عدم تقاطع خطوط الانسياب لسائل.

الجواب: خط الانسياب يمس في كل نقطة شعاع سرعة جسيم السائل في تلك النقطة وتقاطع خطوط الانسياب يعني وجود أكثر من سرعة للجسيم بالمكان نفسه وباتجاهات مختلفة وباللحظة ذاتها وهذا غير ممكن.

س3_ ينقص مقطع عمود الماء المتدفق من الخرطوم عندما توجه فوهته للأسفل، ويزداد مقطعه عندما توجه فوهته رأسياً للأعلى.

الجواب: عندما توجه فوهة الخرطوم للأسفل تزداد سرعة جريان الماء كلما اقترب الماء من سطح الأرض فينقص سطح مقطع الماء المتدفق حسب معادلة الاستمرارية وعندما توجه فوهة الخرطوم للأعلى تنقص سرعة جريان الماء كلما ابتعد الماء عن سطح الأرض فيزداد سطح مقطع الماء المتدفق

س4_ يندفع الماء بسرعة كبيرة من ثقب صغير حدث في جدار خرطوم ينقل الماء.

الجواب: سرعة اندفاع الماء من ثقب صغير هي سرعة كبيرة حسب معادلة الاستمرارية $s_a v_a = s_b v_b$ فإن:

$s_b > s_a \Rightarrow v_b < v_a$.

س5_ تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات ومسافات كبيرة.

الجواب: فوهة الخرطوم ضيقة لذا تزداد سرعة اندفاع الماء فتزداد طاقته الحركية فيصل الماء إلى ارتفاعات أعلى ومسافات أطول.

س6_ تكون مساحة فتحات الغاز في موقد الغاز صغيرة؟

الجواب: لكي يندفع الغاز منها بسرعة كبيرة.

س7_ لجعل الماء المتدفق من فتحة خرطوم يصل إلى مسافات أبعد نغلق جزءاً من فتحة الخرطوم.

الجواب: نغلق جزءاً من فتحةِ الخرطوم لكي تزداد سرعة جريان الماء فتزداد طاقته الحركية لذا يصل إلى ارتفاعات أعلى ومسافات أطول.

حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: لِمِلءِ خزّانٍ حجمُه 600 L بالماء استُعمِلَ خرطومٌ مساحة مقطعِه $5cm^2$ فاستغرقت العمليّة $300\ S$.

المطلوب: 1) احسبْ معدّل التدفق الحجمي Q' .

2) احسبْ سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم.

3) كمْ تصبحُ سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نَقَصَ مقطعُها ليصبحَ ربعَ ما كانَ عليه؟

الحل:

1) $Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{0.6}{300} = 2 \times 10^{-3}\ m^3.s^{-1}$

2) $Q' = sv \Rightarrow v = \frac{Q'}{S} = \frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 4m.s^{-1}$

3) $s_1v_1 = s_2v_2 \Rightarrow s_1v_1 = \frac{1}{4}s_1v_2 \Rightarrow$

$v_2 = 4v_1 = 4 \times 4 = 16\ m.s^{-1}$

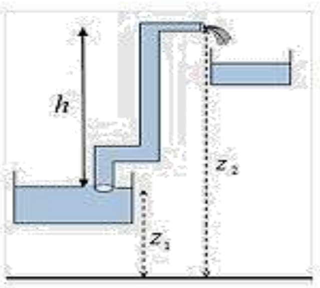
المسألة الثانية: ترفعُ مِضخّةٌ الماءَ من خزّانٍ أرضيٍّ عبرَ أنبوبٍ مساحة مقطعِه $S_1 = 10\ cm^2$ إلى خزّانٍ يقعُ على سطح بناء، فإذا علمتَ أنّ مساحة مقطع الأنبوب الذي يصبُّ في الخزّان العلويّ $S_2 = 5\ cm^2$ وأنّ معدّل الضخ $Q' = 0.005\ m^3.s^{-1}$

المطلوب: 1) احسب سرعة الماءِ عندَ دخوله الأنبوبَ وعند فتحةِ خروجه من الأنبوب.

2) احسب قيمةِ ضغطِ الماءِ عندَ دخوله الأنبوبَ علماً بأنّ الضغط الجويّ $1 \times 10^5\ Pa$ والارتفاع بين الفوهتين $20m$.

3) احسب العمل الميكانيكي اللازم لضخ 100 L من الماء إلى الخزان العلوي.

الحل:



مستوى مرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية

1) $Q' = s_1v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q'}{S} = \frac{5\times10^{-3}}{10\times10^{-4}} = 5\ m.s^{-1}$

$Q' = s_2v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Q'}{S} = \frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 10\ m.s^{-1}$

2) نطبق نظرية برنولي بين الوضعين:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(z_2 - z_1)$$

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$$

$$p_1 = 10^5 + \frac{1}{2}1000(100 - 25) + 1000 \times 10 \times 20$$

$$p_1 = 100000 + 37500 + 200000 = 337500\ pa$$

3) $W = \Delta E_K = E_{K2} - E_{K1} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) =$

$$W = \frac{1}{2}\rho V(v_2^2 - v_1^2) =$$

$$w = \frac{1}{2}(1000)(100\times10^{-3})(100-25) = 3750\ J$$

المسألة الثالثة: ينتهي أنبوب ماء مساحة مقطعه $10cm^2$ إلى رشّاش الاستحمام فيه 25 ثقباً متماثلاً مساحة مقطع كل ثقب $0.1cm^2$ فإذا علمت أنّ سرعة تدفّق الماء عبر الأنبوب $50\ cm.s^{-1}$ المطلوب:

1) احسب معدّل التدفّق الحجمي للماء.

2) احسب سرعة تدفّق الماء من كل ثقب.

الحل:

1) $Q' = s_1 v_1 = 10 \times 10^{-4} \times 0.5 = 5 \times 10^{-4} m^3.s^{-1}$

2) $Q' = 25 s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Q'}{25\ S_1} = \frac{5\times10^{-4}}{25\times0.1\times10^{-4}}$

$\Rightarrow v_2 = 2m.s^{-1}$

المسألة الرابعة: محقن أسطواني الشكل مساحة مقطعه $1.25cm^2$ مركب عليه إبرة معدنيّة مساحة مقطعها $4 \times 10^{-4} cm^2$ المطلوب:

1) احسب سرعة تدفق المحلول عبر مقطع المحقن عندما يكون معدّل التدفّق $5 \times 10^{-5} m^3 s^{-1}$.

2) احسب سرعة تدفق المحلول لحظة خروجه من فوّهة الإبرة.

الحل:

1) $v_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5\times10^{-5}}{1.25\times10^{-4}} = 0.4m.s^{-1}$

2) $v_2 = \frac{Q'}{s_2} = \frac{5\times10^{-5}}{4\times10^{-8}} = 1250m.s^{-1}$

التفكير الناقد: أيهما أكثر تقوساً السطح العلوي أم السطح السفلي لجناح الطائرة؟

الجواب: السطح العلوي لجناح الطائرة أكثر تقوّسا من السطح السفلي، فعندما تتحرك الطائرة بسرعة ما تكون سرعة جريان الهواء من الأعلى أكبر منها من الأسفل، وبالتالي يكون الضغط من الأعلى أقل منه من الأسفل فترتفع الطائرة.

_____ انتهى البحث _____

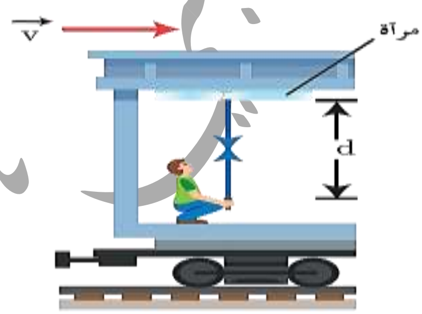
النسبيّةُ الخاصّة

- السرعة مفهوم نسبيّ يختلف باختلاف جملة المقارنة.
- سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفت سرعة المنبع الضوئيّ، أو سرعة المراقب.

فرضيّتا أينشتاين: الفرضيّة الأولى: سرعة انتشار الضوء في الخلاء هي نفسها $C=3\times10^{8}\,m.s^{-1}$ في جميع جمل المقارنة.

الفرضيّة الثانية: القوانين الفيزيائيّة تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطاليّة.

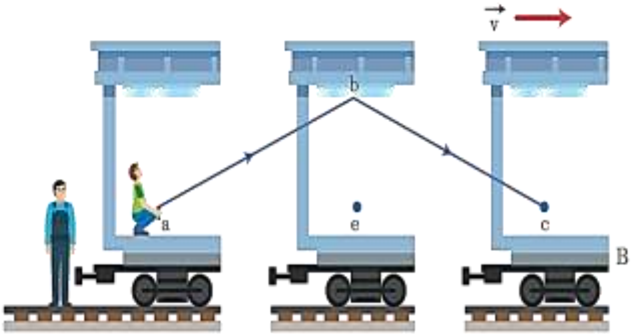
تمدد الزمن:



لدينا قطار يسير بسرعة ثابتة v_1، مثبت على سقف إحدى عرباته مرآة مستوية ترتفع مسافة d عن منبع ضوئيّ بيد مراقب يقف ساكناً في العربة ذاتها، يرسل المراقب ومضة ضوئيّة باتّجاه المرآة، ويسجّل الزمن t_0 الذي تستغرقه الومضة الضوئيّة للعودة إلى المنبع بالتالي يكون:

$$c=\frac{2d}{t_0}\Rightarrow d=\frac{ct_0}{2}\;......(1)$$

أمّا بالنسبة لمراقب خارجي يقف ساكناً خارج القطار على استقامة واحدة مع المنبع الضوئي لحظة إصدار الومضة الضوئيّة فإنّ الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئيّة للعودة إلى المنبع هو t.



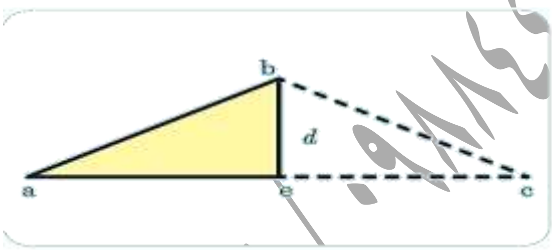
إنّ المسافة التي تقطعُها الومضةُ الضوئيّة للعودة إلى المنبع بالنسبة للمراقب الخارجي هي: ab+bc بالتالي:

$$c=\frac{ab+bc}{t}=\frac{2ab}{t}\Rightarrow ab=\frac{ct}{2}\;....(2)$$

لكن المنبعُ انتقل من النقطة a إلى النقطة c:

$$v=\frac{ac}{t}=\frac{2ae}{t}\Rightarrow ae=\frac{vt}{2}\;......(3)$$

بتطبيقِ نظريّة فيثاغورث في المثلّث القائم abe وباستخدام العلاقتين (2)(3) نجد:



$$\left(\frac{vt}{2}\right)^2+d^2=\left(\frac{ct}{2}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{ct}{2}\right)^2-\left(\frac{vt}{2}\right)^2=d^2$$

$$\frac{1}{4}t^2(c^2-v^2)=d^2\Rightarrow t^2=\frac{4d^2}{c^2-v^2}\Rightarrow$$

$$t=\frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}\;......(4)$$

ومن العلاقة (1):

$$t_0=\frac{2d}{c}\;......(5)$$

نسبب العلاقتين (4)و(5):

$$\frac{t}{t_0}=\frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{c}{\sqrt{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad t = \gamma t_0$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow t > t_0$$

استنتج: يتمدّدُ (يتباطأ) الزمن عند الحركة نسبياً .

تطبيق (مفارقة التوأمان):

بفرض أنّ أخوين توأمين أحدُهما رائدُ فضاءٍ طار بسرعةٍ قريبةٍ من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$ وبقي رائدُ الفضاء في رحلته سنةً واحدةً وفق ميقاتيّةٍ يحملها ، فما الزمن الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض ليعود رائد الفضاء من رحلته؟

الحل: الزمنُ الذي سجّلته الميقاتيّةُ التي يحملُها رائدُ الفضاء:

الزمن الذي سجّله (المراقبُ الخارجيّ) $t_0 = 1year$

الأخ التوأم الذي بقي على الأرض t : حيث $t = \gamma t_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{(\frac{\sqrt{899}}{30}c)^2}{c^2})}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{899}{900})}} = 30$$

$$t = 30 \times 1 = 30\ year$$

أي أنّ الأخ التوأم انتظر ثلاثين عاماً حتى انتهت رحلة أخيه التوأم التي استغرقتْ بالنسبة له عاماً واحداً .

تقلّص الأطوال:

تخيّل مراقبَين: الأوّلُ في محطّةِ إطلاقٍ على الأرض والثاني روبوت في مركبةِ فضاءٍ انطلقت من محطّةِ الفضاء نحو الشمس بسرعةٍ ثابتة بالنسبة للمراقب الأوّل.

تسجّلُ العدّاداتُ في المحطّة على الأرض الآتي:

المسافة بين الأرض والشمس L_0 والزمن الذي استغرقتهُ مركبةُ الفضاء في رحلتها t وبالتالي: $L_0 = vt$

وتسجّل عدّاداتُ مركبةِ الفضاء المعطياتِ الآتيّة:

المسافةُ المقطوعة بين الأرض والشمس L، وزمن الرحلة t_0:

فيكون: $L = vt_0$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{t}{t_0} = \frac{\gamma t_0}{t_0}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow L < L_0$$

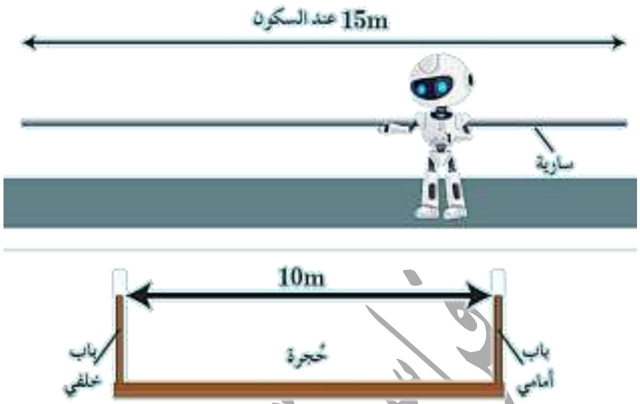
أمّا بالنسبةِ لطولِ المركبةِ الفضائيّة (وفق منحى سرعتها) فيعدُّ L بالنسبة للمراقب الأرضيّ لأنّ المركبة الفضائيّة متحرّكة بالنسبة له .

ويعتبر L_0 بالنسبة للمراقب في المركبة الفضائيّة .

فيكونُ طولُ المركبة بالنسبة للمراقب الأرضيّ أقصرَ ممّا هو عليه بالنسبة لمراقب في المركبة.

استنتج: يتقلّصُ (ينكمش) الطولُ عند الحركة نسبياً .

تطبيق (السارية والحُجرة):



لدينا روبوت رياضيّ يحملُ ساريةً أفقيّةً طولها وهي ساكنة 15m يتحرّكُ بسرعةٍ أفقيّة 0.75 C وأمامه حُجرةٌ لها بابان أماميٌّ وخلفيٌّ البُعد بينهما 10m يمكنُ التحكّمُ بفتحهما وإغلاقهما آنيًا بالنسبة لمراقب ساكن هل يمكنُ أنْ تعبرَ الساريةُ الحُجرةَ بأمانٍ إذا أغلقَ المراقبُ الساكنُ البابين وفتحَهما آنيًّا (بالنسبة له) عند عبور الروبوت مع السارية للحُجرة؟ (نعد $\sqrt{0.4375} = 0.66$)

الحل: يعدُّ المراقبُ الساكنُ طولَ الساريةِ المتحرّكة L وطولَها وهي ساكنة L_0 فيكون:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad ...(1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{(0.75c)^2}{c^2})}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{0.4375}} = \frac{1}{0.66}$$

نعوّضُ بـ (1) فنجدُ: $L = \frac{15}{\frac{1}{0.66}} = 9.9 < 10\ m$

لذلك يمكنُ أنْ تعبرَ الساريةُ بأمان.

الطاقةُ الكليّة في الميكانيك النسبيّ:

هي مجموع طاقتين حركية وسكونية.

$$E = E_0 + E_K$$

استنتج: إنّ الطاقة الكليّة في الميكانيك النسبيّ هي مجموعُ الطاقة السكونيّة والطاقة الحركيّة.

الطاقةُ الكليّة	الطاقةُ الحركيّة	الطاقةُ السكونيّة
$E = mc^2$	$E_k = E - E_0$	$E_o = m_0c^2$

تكافؤُ الكتلة – الطاقة:

الكتلة ثابتةٌ في الميكانيك الكلاسيكي حيث السّرعات صغيرة أمام سرعة انتشار الضوء في الخلاء، أمّا وفقَ الميكانيك النسبيّ فإنّ الكتلة تزدادُ بزيادة السّرعة حيث السرعات قريبة من سرعة الضوء وتُعطى بالعلاقة:

$$m = \gamma m_0$$

حيث: m الكتلة عند الحركة، m_0 الكتلة عند السكون.

فمن أين أتتْ هذه الزيادةُ في الكتلة؟

$$E = E_0 + E_K \Rightarrow E_k = E - E_0$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

استنتج: عندما يتحرّكُ الجسمُ تزدادُ كتلتُه بمقدارٍ يساوي طاقته الحركيّة مقسومةً على رقمٍ ثابت c^2 أي أنّ الكتلة تكافئ الطاقة.

تطبيق: يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية 27×10^{-16}J والمطلوب:

1) احسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقته الحركية.

2) احسب طاقته السكونية علماً أن:

$$m_e = 9\times10^{-31}\text{Kg}\ ,\ \ c = 3\times10^{8}\ \text{m}.s^{-1}$$

الحل:

1)
$$\Delta m = m - m_0 = \frac{E_k}{c^2} = \frac{27\times10^{-16}}{(3\times10^{8})^2}$$

$$\Delta m = 3\times10^{-32}kg$$

$$\text{النسبة المئوية للزيادة في الكتلة} = \frac{3\times10^{-32}}{9\times10^{-31}}\times100$$

$$= 3.33\%$$

2) طاقة الإلكترون السكونية:

$$E_o = m_0c^2 \Rightarrow E_o = 9\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2$$

$$= 81\times10^{-15}\text{J}$$

تنويه مهم: إن أثر النظرية النسبية الخاصة يُهمل من أجل السرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء، وتؤول عندها العلاقات الفيزيائية إلى شكلها الكلاسيكي.

1) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$$

لكن من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{-1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب $(1+\varepsilon)^n \approx 1+n\varepsilon$ بشرط $\varepsilon \ll 1$

ومن أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

يكون: $\gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$ نعوض عن γ فنجد:

$$E_k = (1+\frac{v^2}{2c^2} - 1)m_0c^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}m_0v^2$$

وهي علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.

2) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة لكمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي.

$$P = mv = \gamma\, m_0 v = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right] m_0 v \quad ...(1)$$

لكن من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{-1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب يكون: $\gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

نعوض بـ(1): $P = \left[1+\frac{v^2}{2c^2}\right] m_0 v$

لكن $1 \lll \frac{v^2}{2c^2}$ فنهمل أمام الواحد بالتالي:

$$P_0 = m_0 v$$

0947205146
0988440574

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1) افترضْ أنّ صاروخين في الخلاء يتحرّكُ كلٌّ منهما نحوَ الآخر بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاءِ وفي لحظةٍ ما أضاء الصاروخُ الأوّلُ مصابيحَه إنّ سرعةَ ضوء الصاروخ الأولِ بالنسبةِ للصاروخِ الثاني هي:

a) تساوي C
b) أكبر من C .
c) أصغر من C .
d) معدومة .

الإجابة الصحيحة: a) تساوي C .

توضيح الإجابة: سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه لا تتغير عند حركة المنبع الضوئي أو حركة المراقب .

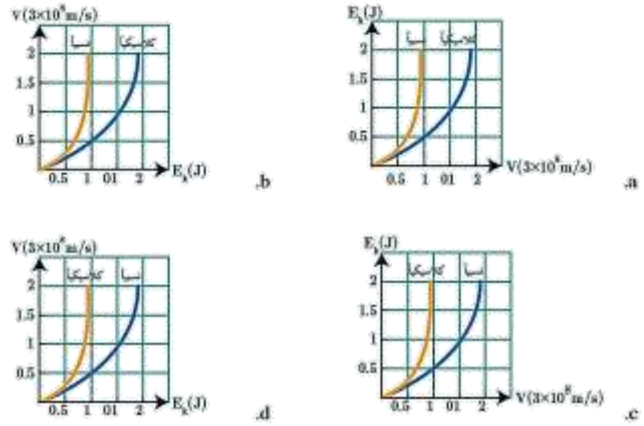
2) افترضْ أنّ طاقمَ سفينةِ فضاءٍ تطيرُ بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء يشاهدون تسجيلاً لمباراةِ كرة قدمٍ مدّتُها ساعةٌ ونصفٌ، ويتابعُهم مراقبٌ أرضيٌّ بتلسكوبٍ دقيقٍ جداً، فيرى مدّة المباراة:

a) هي نفسها
b) أكبر
c) أصغر
d) معدومة

الإجابة الصحيحة: b) أكبر .

توضيح الإجابة: بسبب تمدد الزمن عند الحركة .

3) المنحني البياني الذي يمثّل العلاقة بين الطاقة الحركيّة لجسمٍ ما، وسرعته هو:



الإجابة الصحيحة: a

توضيح الإجابة: نختار الشكل الذي لا تتجاوز السرعة فيه نسبياً سرعة الضوء في الخلاء وتكون السرعة على المحور الأفقي .

ثانيّاً: أجبْ عن السؤالين الآتيين:

1) يحاولُ العلماءُ عندَ دراستهم خصائصَ الجسيماتِ تحريكَها بسُرعاتٍ كبيرةٍ جدّاً باستخدام المسرّعات، هل يمكنُ أنْ تصلَ سرعةُ هذه الجسيمات إلى سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء تماماً؟ لماذا؟

الحل: لا ، بما أن الجسيم يمتلك كتلة سكونية فكلما اقتربت سرعته من سرعة الضوء في الخلاء زادت كتلته فإذا تناهت سرعته إلى سرعة الضوء في الخلاء يحتاج إلى إعطاءه قوة لا نهائية لدفعه وهذا غير ممكن .

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

وعندما تصبح سرعة الجسيم مساوية لسرعة الضوء v=C بالتالي:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-1}} = \frac{1}{0} = \infty$$

لكن: $F = ma = \gamma m_0 a = \infty$

2) يقفُ جسمٌ ساكنٌ عند مستوٍ مرجعيٍّ (سطح الأرض) ما قيمةُ طاقتِهِ الحركيّة عندئذٍ وما قيمةُ طاقتِهِ الكامنة الثقاليّة بالنسبة للمستوي المرجعيّ وهل طاقتُهُ الكليّة النسبيّة معدومة ولماذا ؟

الحل: طاقته الحركية معدومة لانعدام سرعته (ساكن) .

طاقته الكامنة الثقالية معدومة بالنسبة للمستوى المرجعي (الأرض) لأنّ ارتفاع الجسم عن الأرض معدوم .

طاقته الكلية النسبية غير معدومة لأنها مجموع الطاقة الحركية والطاقة السكونية ، و طاقته السكونية غير معدومة فما يزال يمتلك كتلة سكونية .

$$E = E_0 + E_k = m_0c^2 + 0 = m_0c^2$$

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: جسمٌ مستطيل الشكلِ طولُه وهو ساكن b_0 يساوي ضعفي عرضه a يتحرّك هذا الجسمُ بحيث يكونُ طولُه موازياً لشعاع سرعته $\vec{v}$ بالنسبة لمراقبٍ في الجملة الساكنة، فيبدو له مربّعاً ، احسبْ قيمةَ سرعة الجسم .

الحل: طول الجسم وهو ساكن : $b_0 = 2a$

طول الجسم وهو متحرك: $b = a$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$4 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{3}{4}c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \times 10^8$$

$$v = 1.5\sqrt{3} \times 10^8 m.s^{-1}$$

المسألة الثانية: يتحرّك إلكترونٌ بسرعة $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$ المطلوب: احسب كميّة حركةِ الإلكترون وفقَ قوانين الميكانيك الكلاسيكيّ، ثمّ وفقَ الميكانيك النسبيّ .

$$(m_e = 9 \times 10^{-31} kg)$$

الحل: كلاسيكياً : لا تتغير الكتلة بين حالتي السكون والحركة أي: $\boxed{p_0 = m_0 v}$

$$p_0 = 9 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^8$$
$$= 18\sqrt{2} \times 10^{-23} Kg.m.s^{-1}$$

نسبياً : تزداد كتلة الإلكترون عند تحركه وتصبح: γm_0

فتكون كمية حركته: $\boxed{p = \gamma m_0 v = \gamma p_0}$

حساب γ : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{2\sqrt{2}c}{3}\right)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}}$$

$$\Rightarrow \gamma = 3$$

$$p = 3 \times 18\sqrt{2} \times 10^{-23} = 54\sqrt{2} \times 10^{-23} Kg.m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة: تبلغ الكتلة السكونيّة لبروتون $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg وطاقته الكليّة تساوي ثلاثة أضعاف طاقتِهِ السكونيّة والمطلوب:

1) احسب طاقته السكونيّة .

2) احسب طاقته الحركيّة في الميكانيك النسبيّ .

3) احسب كتلته في الميكانيك النسبيّ .

الحل:1)
$$E_o = m_0c^2 = m_pc^2$$

$$E_o = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$
$$E_o = 15.03 \times 10^{-11}\, J$$

2)
$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$

$$E_k = 2 \times 15.03 \times 10^{-11} = 30.06 \times 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

3)
$$E = \mathrm{m}c^2 = \gamma m_0c^2 \Rightarrow$$

$$E = \gamma E_0 = 3E_0 \Rightarrow \gamma = 3$$

$$m = \gamma m_0 = 3(1.67 \times 10^{-27})$$

$$m = 5.01 \times 10^{-27} Kg$$

التفكير الناقد:

في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإنّ طاقته الحركية تزداد أربعةأضعاف، فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي؟ وضّح ذلك.

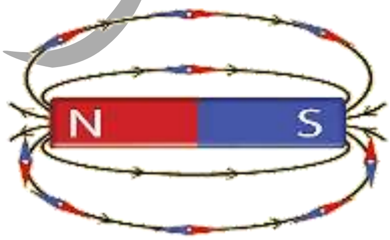
الجواب: في الميكانيك الكلاسيكي تضاعف كمّية حركة جسيم ما مرتين يعني بالضرورة تضاعف سرعته مرتين لأنّ كتلته ثابتة فتزداد عندئذٍ طاقته الحركية أربعة أضعاف أمّا في الميكانيك النسبي فهذا غير محقق لأنّ الكتلة تزداد بزيادة السرعة.

_ _ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _ _ _

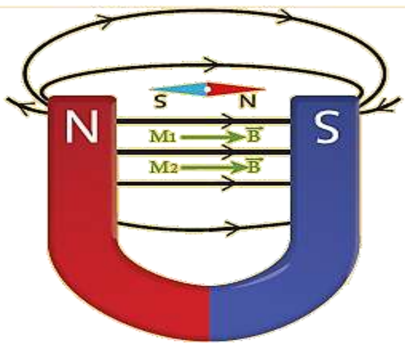
المغناطيسيّة

الحقل المغناطيسي: هو منطقة إذا وُضعَتْ فيها إبرة مغناطيسيّةٌ حرّةُ الحركةِ، فإنّها تخضعُ لأفعال مغناطيسيّة وتأخذُ الإبرةُ المغناطيسيّةُ منحى واتّجاهاً معيّنين بتأثيرِ الحقلِ المغناطيسيّ.

- خطوطُ الحقلِ المغناطيسيّ هي خطوطٌ وهميّةٌ مماسة في كلِّ نقطةٍ من نقاطِهِ شعاعَ الحقلِ المغناطيسيّ في تلك النقطة.
- تتّجهُ خطوطُ الحقلِ المغناطيسيّ خارجَ المغناطيس من قطبِهِ الشماليّ إلى قطبِهِ الجنوبيّ، وتُكمل دورتها داخل المِغناطيسِ من القطبِ الجنوبيّ إلى القطبِ الشماليّ.



- تأخذُ خطوطُ الحقلِ المِغناطيسيّ بين قطبي المِغناطيسِ النضويّ شكلَ خطوطٍ مستقيمةٍ متوازيةٍ، ولها الجهةُ نفسُها، ثمّ تنحني خارجَ قطبَي المغناطيس.
- يكونُ الحقلُ المغناطيسيّ منتظماً إذا كانت أشعّةُ الحقلِ متوازيةً، ولها الشّدّةُ نفسُها، والجهةُ ذاتُها (متسايرة فيما بينها).



كيفَ يمكنُ تحديدُ عناصرِ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ $\vec{B}$ في نقطةٍ من الحقل؟

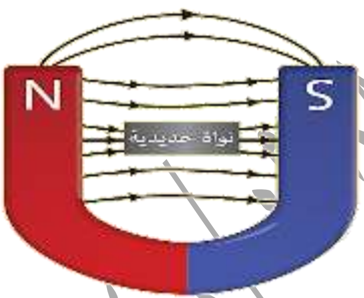
يمكنُ تحديدُ عناصرِ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ لمغناطيس بوساطة إبرةٍ مغناطيسيّةٍ موضوعةٍ في النقطةِ المُرادِ تعيينُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ $\vec{B}$ فيها بعدَ استقرارِها:

الحامل: المستقيمُ الواصل بين قطبي الإبرة المغناطيسيّة.

الجهة: من القطبِ الجنوبيّ للإبرة إلى قطبها الشماليّ.

الشّدّة: يستدل عليها من خلال سرعةِ اهتزازِ الإبرة المغناطيسيّةِ في تلك النقطةِ فبازدياد شدة الحقل المغناطيسيّ تزداد سرعة اهتزاز الإبرة وتقدّرُ في الجملة الدوليّة بواحدة التّسلا T.

الحقلُ المغناطيسيُّ بوجود الحديدِ:



عند وضع نواة حديدية بين قطبي مغناطيس نضوي نلاحظ:

- تتقاربُ برادةُ الحديدِ عند طرفي النّواةِ الحديديّة وتتكاثفُ خطوطُ الحقلِ المغناطيسيّ ضمنَ النواةِ الحديديّة.
- التعليل: تُمغنط نواةُ الحديد، ويتولّدُ منها حقلاً مغناطيسيّاً $\vec{B}'$ إضافيّاً يُضافُ إلى الحقلِ المغناطيسيّ الأصليّ المغنط $\vec{B}$ فيشكّلُ حقلاً مغناطيسيّاً كليّاً $\vec{B}_t$.
- يُستفادُ من وضعِ النواةِ الحديديّة بين قطبَي المغناطيس النضويّ في زيادةِ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيّ.

0988440574
0947205146

عاملُ النفاذية المغناطيسي μ:

نسمّي النسبةَ بينَ قيمةِ الحقلِ الكلّي $\vec{B}_t$ بوجودِ النواةِ الحديديّة بينَ قطبَي المغناطيس إلى قيمةِ الحقلِ المغناطيسيّ الأصليّ (المغنط) $\vec{B}$ بعاملِ النفاذية المغناطيسيّ أي: $\mu = \frac{B_t}{B}$

μ : عاملُ النفاذيةِ المغناطيسيّ لا واحدةَ قياس له .

B_t : شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ الكلّي يقاس بالتسلا T .

B: شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المغنط يقاس بالتسلا T .

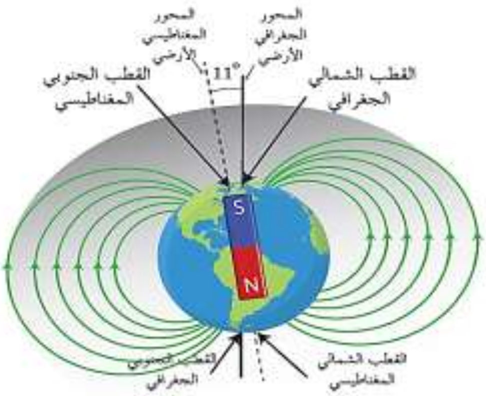
- يتعلّقُ عاملُ النفاذيةِ المغناطيسيّ بعاملين، هما:
  - a- طبيعةُ المادّةِ من حيثُ قابليّتها للمغنطة.
  - b- شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المغنط $\vec{B}$.

الحقل المغناطيسي الأرضي:

- اعتقدَ العلماء بدايةً أنّ الموادَّ المغناطيسيّةَ في الأرض مسؤولةٌ عن مغناطيسيّةِ الأرض، لكنّ درجاتِ الحرارةِ العاليةَ جدّاً في جوفِ الأرض تجعلُ من الصّعبِ الحفاظُ على مغناطيسيّةٍ دائمةٍ للموادّ الحديديّةِ في باطنِ الأرض.

- ويعزو العلماء مغناطيسيّةَ الأرض إلى الشحناتِ المتحرّكةِ في سوائلِ جوفِ الأرض (أيونات موجبة، وإلكترونات سالبة) التي تولّدُ بحركتها تياراتٍ كهربائيّةً داخلَ الأرضِ ينشأُ عنها حقولٌ مغناطيسيّةٌ.

عناصرُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ في نقطة:



- تسلكُ الأرضُ سلوكَ مغناطيسٍ مستقيمٍ كبيرٍ، منتصفُهُ في مركزِها .
- يميلُ محورُ الأقطابِ المغناطيسيةِ قرابةَ 11^0 عن محورِ دورانِ الأرضِ المنطبقِ على (الشمال – الجنوب) الجغرافيّ.
- قطباها المغناطيسيّان لا يُطابقانِ قطبيها الجغرافيّين أي أنّ القطبَ المغناطيسيّ الجنوبيّ للأرض يقعُ بالقربِ من القطبِ الشماليِّ الجغرافيّ، والقطبَ المغناطيسيّ الشماليّ للأرض يقعُ قربَ القطبِ الجنوبيّ الجغرافيّ للأرض .
- تُسمّى الزاوية بين مُستوي الإبرة وخطّ الأفق زاوية الميل $\hat{i}$.
- عندَ وضعِ إبرةٍ مغناطيسيّةٍ محورُ دورانها أفقيٌّ عندَ أحدِ القطبين الجغرافيّين فإنّها تستقرُّ بوضعٍ شاقوليٍّ أي تصنعُ مع خطِّ الأفقِ زاويةَ ميلٍ قياسُها $90°$ تقريباً .
- وعند نقلِ الإبرةِ إلى خطِّ الاستواء فإنّها تنطبقُ على الأفق، أي أنّ قياسَ زاويةِ ميلِ الإبرة مع خط الأفق يساوي الصفرَ.

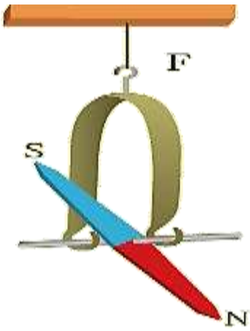
- وعندَ وضعِ إبرةٍ مغناطيسيّةٍ محورُ دورانِها شاقوليٌّ بعيدةٌ عن أيّ تأثيرٍ مغناطيسيٍّ يمكنُها الدورانُ بحرّيةٍ في مستوٍ أفقيٍّ فإنّها تستقرُّ موازيةً لخطٍّ أفقيٍّ يُسمّى خطّ الزّوالِ المغناطيسيّ.
- تُسمّى الزاويةُ المحصورةُ بين خطِ مستوِ الزّوالِ المغناطيسيِ و خطِ مستوِ الزّوالِ الجغرافيّ للأرض زاويةَ الانحرافِ المغناطيسيّ.
  ويتغيّرُ مقدارُها بين $(0^\circ - 180^\circ)$.

- تتغيّرُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ من منطقةٍ لأخرى على سطحِ الأرض حسبَ موقعِها الجغرافيّ.
- ويقعُ شعاعُ الحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ في مُستوي الزّوالِ المغناطيسي (وهو المُستوي المعرّف بخطِ الزوالِ المغناطيسي ومركزِ الأرض).
- يُعيّنُ شعاعُ الحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ بوساطةِ زاويتي الميلِ والانحرافِ لتحديدِ منحى واتجاه الإبرة المغناطيسية.
- يمكنُ تحليلُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ إلى مركبتين:

1) مركبة أفقية $\vec{B}_H$: شدتها $B_H = B\cos i$

2) مركبة شاقولية $\vec{B}_v$: شدتها $B_v = B\sin i$

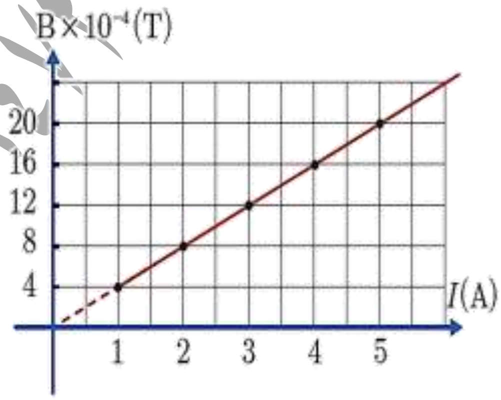
- تأخذُ الإبرةُ المغناطيسيّةُ لبوصلةٍ محورُ دورانِها شاقوليٌّ منحى المركبةِ الأفقيّةِ للحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ $\vec{B}_H$، في مُستوي الزّوالِ المغناطيسيِّ.
- في حين تأخذُ الإبرةُ حرّةُ الحركةِ منحى الحقلِ المغناطيسيِّ الكلّيِّ $\vec{B}$.



الحقولُ المغناطيسيّةُ للتياراتِ الكهربائيّة:

- إنّ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ المتولّدِ عن تيارٍ كهربائيٍّ تتناسبُ طرداً وشدّةَ التيارِ المارِّ في الدّارة.
- الخطُ البيانيُّ المُمثلُ لتغيّراتِ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيِّ بدلالةِ شدّةِ التيّارِ مستقيمٌ يمرُّ من المبدأ، ميلُهُ K يساوي:

$$K = \frac{B}{I} \Rightarrow B = kI$$



• بيّنتِ الدراساتُ أنّ قيمةَ k تتأثر بعاملين:

الأوّلُ: الطبيعةُ الهندسيّةُ للدارةِ k': شكلُ الدّارة، وموضع النقطة المعتبرة بالنسبة للدارة.

الثاني: عاملُ النفاذيةِ المغناطيسيّ μ_0: وقيمتُهُ في الخلاءِ في جملةِ الوحداتِ الدوليّة: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m.A^{-1}$

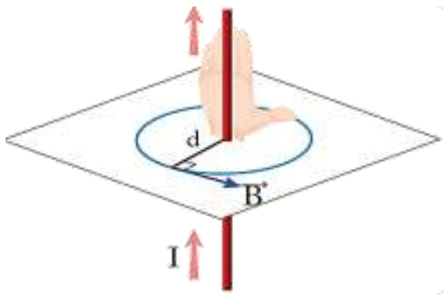
• بناءً على ما سبق يمكن أنْ نكتبَ علاقةَ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيّ المتولّد عن تيّارٍ كهربائيٍّ بالشكل:

$$B = 4\pi \times 10^{-7}\ k'I$$

B شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ (T) _ I شدّةُ التيّار (A)

k' ثابتٌ يتعلّقُ بالطبيعةِ الهندسيّة للدارة.

الحقلُ المغناطيسيُّ لتيّارٍ مستقيمٍ طويلٍ:



عناصرُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ في نقطة n تبعد مسافة d عن محور السلك:

الحامل: عموديٌّ على المُستوي المعيّن بالسلك والنقطة المعتبرة.

الجهة: تحدّدُ عمليّاً بوساطةِ إبرةٍ مغناطيسيّةٍ صغيرةٍ نضعُها في النقطةِ المعتبرة، وتكونُ جهةُ شعاعِ الحقل $\vec{B}$ من القطبِ الجنوبيّ إلى القطبِ الشماليّ للإبرةِ بعد أنْ تستقرّ.

أمّا نظريّاً فإنّها تُحدّدُ بقاعدةِ اليد اليمنى:

نضع ساعد اليد اليمنى يوازي السلك ويدخل التيّارُ من الساعدِ ويخرجُ من نهاياتِ الأصابع ونوجّهُ باطنَ الكفِّ نحو النقطة المدروسة فتشيرُ إبهامُ اليدِ اليمنى إلى جهةِ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ.

الشِّدَّة: إنّ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيّارٍ مستقيمٍ طويلٍ تتناسبُ طرداً مع شدّةِ التيّارِ الكهربائيِّ المارِّ فيه I، وعكساً مع بُعدِ النقطةِ المعتبرةِ عن محورِ السلك d، ويُعطى بالعلاقة:

لكن $B = 4\pi \times 10^{-7} K'I$: $K' = \frac{1}{2\pi d}$.

نعوّض:

$$B = 2 \times 10^{-7}\ \frac{I}{d}$$

I شدّةُ التيّارِ الكهربائيّ (A) _ B شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ (T)

_ d بُعدُ النقطةِ المعتبرةِ عن محورِ السلكِ (m).

تطبيق (1): نمرّرُ تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّتُه $10\ A$ في سلكٍ طويلٍ مستقيمٍ موضوعٍ أفقيّاً في مُستوي الزوالِ المغناطيسيّ الأرضيّ المارّ من مركزِ إبرةٍ مغناطيسيّةٍ صغيرةٍ يمكنُها أنْ تدورَ حولَ محورٍ شاقوليّ موضوعةٍ تحتَ السلكِ على بُعدِ $50\ cm$ من محوره:

1) شدّةَ الحقلِ المغناطيسيّ عند مركزِ الإبرةِ المغناطيسيّةِ الناتج عن مرورِ التيّار.

2) قيمةَ زاويةِ انحرافِ الإبرةِ المغناطيسيّة باعتبارِ أنّ قيمةَ المركبةِ الأفقيّةِ للحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ 2×10^{-5} T.

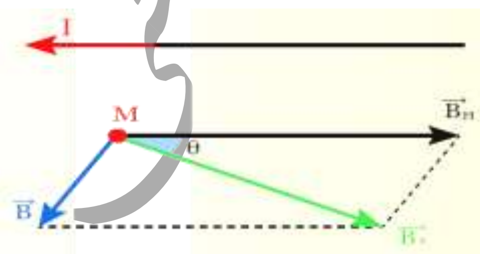
الحل:

1) $$B = 2\times10^{-7}\,\frac{I}{d} = 2\times10^{-7}\,\frac{10}{0.5}$$

$$B = 4\times10^{-6}\,T$$

2) قبل إمرار التيّار تستقرُّ الإبرةُ وفق منحى المركبةِ الأفقيةِ للحقل المغناطيسيِّ الأرضيِّ $\vec{B}_H$.

بعدَ مرور التيّار يتولّدُ حقلٌ مغناطيسيٌّ $\vec{B}$، يؤلّفُ مع $\vec{B}_H$ حقلاً محصّلاً $\vec{B}_T$ تدورُ الإبرةُ المغناطيسيّةُ بزاوية θ وتستقر وفق منحاه.

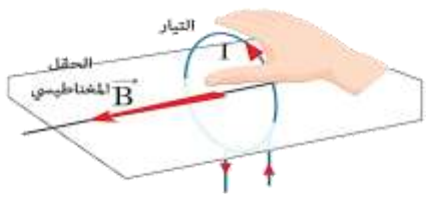


$$\tan\theta = \frac{B}{B_H} = \frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-5}} = 0.2$$

لكن θ صغيرة بالتالي:

$$\tan\theta \approx \theta \Rightarrow \theta \approx 0.2\ rad$$

الحقلُ المغناطيسيُّ لتيّارٍ كهربائيٍّ متواصلٍ في ملفٍّ دائريٍّ:



عناصرُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيارٍ دائريٍّ:

الحامل: العمودُ على مُستوي الملفّ الدائريِّ.

الجهةُ: عمليّاً من القطبِ الجنوبيِّ إلى القطبِ الشماليِّ لإبرةٍ مغناطيسيّةٍ نضعُها عندَ مركزِ الملفّ الدائريِّ بعدَ استقرارِها.

نظريّاً حسبَ قاعدةِ اليدِ اليُمنى: نضعُها فوقَ الملفِ حيثُ يدخلُ التيّارُ من الساعدِ، ويخرجُ من أطرافِ الأصابعِ، ويتّجهُ باطنُ الكفِّ نحوَ مركزِ الملفِّ، فيشيرُ الإبهامُ إلى جهةِ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ.

الشِّدّةُ: وُجِدَ تجريبيّاً أنَّ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيارٍ دائريٍّ تتناسبُ: طرداً مع شدّةِ التيّارِ الكهربائيِّ المارِّ فيه I.

وطرداً مع عددِ لفّاتِ الملفِّ N وعكساً مع نصفِ قطرِ الملفِّ الوسطيِّ r.

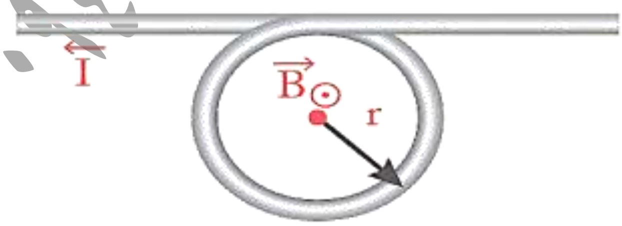
$$B = 4\pi\times10^{-7}K'I$$

لكن: $k' = \frac{N}{2r}$ بالتالي:

$$\boxed{B = 2\pi\times10^{-7}\,\frac{NI}{r}}$$

تطبيق (2):

نمرّرُ تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ $6A$ في سلكٍ مُستقيمٍ طويلٍ معزولٍ، ثمّ نلفُّ جزءاً منه على شكلِ حلقةٍ دائريّةٍ كما في الشّكلِ بلفّةٍ واحدةٍ نصفُ قطرِها $3cm$ احسبْ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ المحصّلِ في مركزِ الحلقةِ، ثمّ حدّدْ بقيّةَ عناصرِه.



الحل: نَعُدُّ السلكَ جزأين الأول حلقةٌ والثاني مستقيمٌ فينشأ في مركزِ الحلقةِ الدائريّةِ حقلان يمكن تحديدُ جهةِ كلٍّ منهما حسبَ قاعدةِ اليدِ اليُمنى .

1) الحقلُ المغناطيسيُّ المتولّدُ عن التيّار المارّ في الحلقة الدائريّة:

$$B_1 = 2\pi \times 10^{-7}\frac{NI}{r}$$

$$B_1 = 2\pi \times 10^{-7}\frac{1 \times 6}{3 \times 10^{-2}} = 12.5 \times 10^{-5}\ T$$

2) الحقلُ المغناطيسيُّ المتولّدُ عن التيّار المارّ في السلك المستقيم:

$$B_2 = 2 \times 10^{-7}\frac{I}{d} = 2 \times 10^{-7}\frac{6}{3 \times 10^{-2}}$$

$$B_2 = 4 \times 10^{-5}\ T$$

الحقلان على حاملٍ واحدٍ، وبالجهةِ نفسِها، فتكون شدّةُ الحقلِ المحصّل:

$$B_T = B_1 + B_2$$

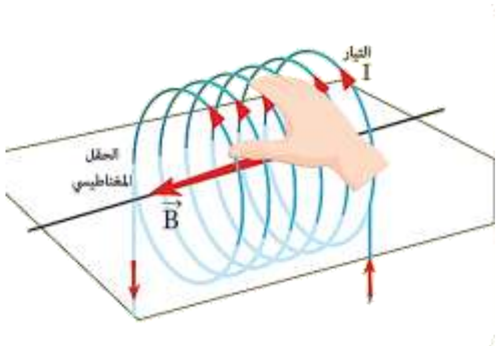
$$B_T = 12.5 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-5} = 16.5 \times 10^{-5}\ T$$

الحامل: العمود على مستوِ الحلقة الدائرية .

الجهة : أمام مستوِ الحلقة الدائرية .

الحقلُ المغناطيسيُّ لتيّارٍ كهربائيٍّ متواصلٍ يمرُّ في ملفٍّ حلزونيٍّ (وشيعة):

عناصرُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ المتولّدِ عن تيار حلزوني:



الحاملُ: محورُ الوشيعةِ .

الجهةُ: عمليّاً: من القطبِ الجنوبيِّ إلى القطبِ الشماليِّ لإبرةٍ مغناطيسيّةٍ نضعُها عندَ مركزِ الوشيعةِ بعدَ استقرارها .

نظريّاً: تحدّدُ بقاعدةِ اليدِ اليمنى نضعُها فوقَ الوشيعةِ بحيثُ توازي أصابعُها إحدى الحلقاتِ وتتصوّرُ أنّ التيّارَ يدخلُ من الساعدِ، ويخرجُ من رؤوسِ الأصابعِ، فيشيرُ الإبهامُ الذي يُعامدُ الأصابعَ إلى جهةِ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيِّ .

الشّدّةُ: وُجِدَ تجريبيّاً أنّ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيّارٍ حلزونيٍّ داخلَ الوشيعةِ تتناسبُ طرداً مع:

1) شدّةِ التيّارِ الكهربائيِّ المتواصلِ المارِّ فيها I.

2) النسبةِ $n_1 = \frac{N}{l}$ أي عددِ اللفّاتِ في واحدةِ الأطوالِ

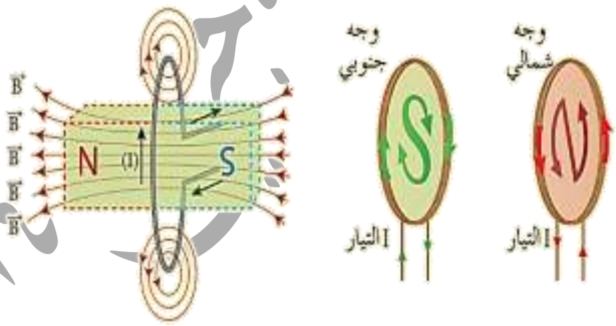
وتُعطى الشّدّةُ بالعلاقة:

$$B = 4\pi \times 10^{-7} k' I$$

لكن: $k' = \frac{N}{l}$ بالتالي:

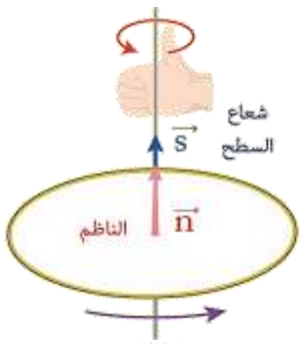
$$B = 4\pi \times 10^{-7}\frac{NI}{l}$$

نتيجة: إنّ الملفّات والوشائع الكهربائيّة تكافئ مغانط إذ يُطلق اسمُ الوجه الشمالي على وجهِ الملفّ الذي تكون فيه جهةُ التيّار بعكسِ جهةِ دوران عقاربِ الساعة، أمّا الوجهُ الآخر للملفّ فهو الوجهُ الجنوبيّ حيث تكونُ فيه جهةُ التيّار بنفسِ جهةِ دوران عقاربِ الساعة



التدفّقُ المغناطيسيُّ: يُعبّرُ عن عددِ خطوطِ الحقل المغناطيسيّ التي تجتازُ سطحَ دارةٍ كهربائيّةٍ مُستويةٍ مُغلقةٍ.

شعاعُ السطح $\vec{s}$:



نرسمُ الناظم $\vec{n}$ العمودي على مُستوي سطح الدارة الذي يتجه من وجهها الجنوبيّ، ويخرُجُ من وجهها الشّماليّ ونعرف شعاع السطح بالعلاقة: $\vec{s} = s.\vec{n}$

عناصرُ شعاعِ السطح:

الحاملُ: الناظمُ _ الجهةُ: بجهةِ الناظمِ دوماً _ الشدة: مساحة سطحِ الدارة واحدةُ قياسها m^2.

يعطى التدفق المغناطيسي Φ الذي يجتاز دارة كهربائية في الخلاء بالعلاقة:

$$\Phi = \vec{B}.\vec{S} \Rightarrow \Phi = BS\cos\alpha$$

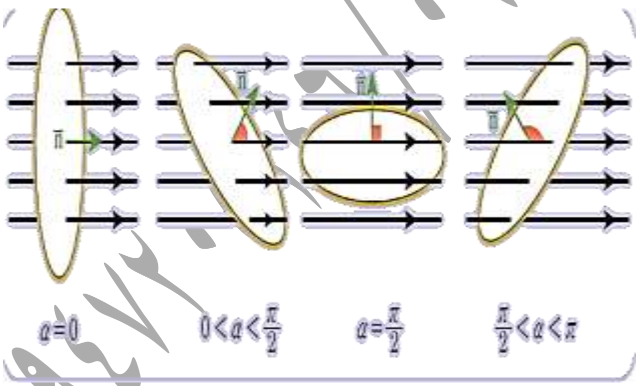
ومن أجل دارة تحوي N لفة تصبح العلاقة:

$$\Phi = NBS\cos\alpha$$

Φ التدفق المغناطيسي ويقاس $Weber$.

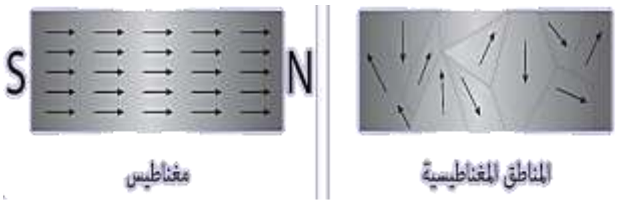
B شدة الحقل المغناطيسي الذي يجتاز الدارة ويقاس T.

α هي الزاوية الكائنة بين شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ والناظم على السطح $\alpha = (\widehat{\vec{B}.\vec{n}})$



تعليلُ المغناطيسيّة:

- يشبهُ دورانُ الإلكتروناتِ حولَ النّواةِ مرورَ تيّارٍ كهربائيٍّ في حلقةٍ مغلقةٍ، فيولّدُ حقلاً مغناطيسيّاً، إذْ تتغيّرُ جهةُ هذا الحقلِ بتغيّرِ جهةِ دورانِ الإلكترون.
- فإذا دارَ إلكترونانِ حولَ النواةِ في الذرّةِ بسرعتينِ زاويّتينِ متساويتينِ طويلةً وباتّجاهينِ مُتعاكسينِ وبنصفِ قطرِ مدارٍ واحدٍ تولّدَ عنْ أحدِهما خاصيةٌ مغناطيسيّةٌ تلغي خاصيةَ المغناطيسيّةِ المتولّدةِ عنِ الآخر.
- أمّا إذا انفردَ أحدُ إلكتروناتِ الذرّةِ بدورانِه حولَ النواةِ اكسبَها صفةً مغناطيسيّةً جاعلاً من الذرّةِ مغناطيساً صغيراً ثنائيَّ القطب.
- إنَّ دورانَ الإلكترونِ حولَ محورِه يُعدُّ تيّاراً مُتناهياً في الصّغرِ يولّدُ حقلاً مغناطيسيّاً كما لو كانَ مغناطيساً صغيراً.
- فإذا دارَ إلكترونانِ حولَ محورَيهما باتّجاهينِ متعاكسينِ يلغي أحدُهما الخصائصَ المغناطيسيّةَ للآخر.
- أمّا إذا انفردَ الإلكترونُ بدورانِه حولَ نفسِه أكسبَ الذرّةَ صفةً مغناطيسيّة.
- إنَّ حركةَ بعضِ الشّحناتِ داخلَ النواةِ تولّدُ خَصيصةً مغناطيسيّةً صغيرةً جدّاً مقارنةً بالخصيصةِ المتولّدةِ عنِ الدورانينِ السابقينِ للإلكترونات.
- لقد أظهرت الدراسةُ للموادّ الحديديّةِ العاديّةِ أنّها تتكوّنُ من ثنائيّاتِ أقطابٍ مغناطيسيّةٍ موزعةٍ عشوائيّاً في غيابِ المجالِ المغناطيسيِّ الخارجيِّ بحيثُ تكونُ مُحصِّلةُ هذه الخصائصِ المغناطيسيّةِ معدومةً.
- لكنْ إذا وُجدت قطعةُ الحديدِ في مجالٍ مغناطيسيٍّ خارجيٍّ تتوجّهُ ثنائيّاتُ الأقطابِ المغناطيسيّةِ داخلَ القطعةِ باتّجاهِ المجالِ المغناطيسيِّ الخارجيِّ أي تكونُ أقطابُها الشماليّةُ المغناطيسيّةُ باتّجاهِ المجالِ المغناطيسيِّ الخارجيِّ، وتصبحُ محصّلتُها غيرَ معدومةٍ لذا تصبحُ قطعةُ الحديدِ ممغنطةً.



اختبر نفسي

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ لكلٍّ ممّا يأتي:

1) نمرّرُ تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً في ملفٍّ دائريٍّ، فيتولّدُ عندَ مركزِه حقلٌ مغناطيسيٌّ شدّتُه B، نضاعفُ عددَ لفّاتِه، ونجعلُ نصفَ قطرِ الملفِّ الوسطيِّ نصفَ ما كانَ عليهِ فتصبحُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ عندَ مركزِه:

a) B　　B) 2B　　c) 4B　　d) 0.5B

الإجابة الصحيحة: c)

توضيح اختيار الإجابة:

$$B = 2\pi \times 10^{-7}\frac{N}{r}I \Rightarrow B' = 2\pi \times 10^{-7}\frac{2N}{\frac{r}{2}}I$$

$$B' = 4\left(2\pi \times 10^{-7}\frac{N}{r}I\right) = 4B$$

2) إنّ التدفقَ المغناطيسيَّ الذي يجتازُ دارةً مُستويةً في الخلاءِ يكونُ مساوياً نصفَ قيمتِهِ العُظمى عندما:

a) $\alpha = \frac{\pi}{2} rad$ b) $\alpha = \pi rad$

c) $\alpha = \frac{\pi}{6} rad$ d) $\alpha = \frac{\pi}{3} rad$

الإجابة الصحيحة: d)

توضيح اختيار الإجابة:

$$\Phi = NBS\cos\alpha = \Phi_{max}\cos\alpha$$

$$\Phi = \Phi_{max}\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\Phi_{max}$$

3) إنّ شدّةَ شعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ في مركزِ وشيعةٍ يتناسبُ طرداً مع:

a) مقاومةِ سلكِ الوشيعةِ .   b) طولِ الوشيعةِ .

c) التوتّرِ الكهربائيِّ المطبّقِ بينَ طرفَي الوشيعةِ .

d) مساحةِ سطحِ مقطعِ الوشيعة .

الإجابة الصحيحة: c)

توضيح اختيار الإجابة:

$$B_1 = 4\pi \times 10^{-7}\frac{NI}{l} = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N}{l} \times \frac{U_{ab}}{R} = \text{const}\ U_{ab}$$

4) نمرِّرُ تياراً كهربائيّاً متواصلاً في سلكٍ مستقيمٍ، فيتولّدُ حقلٌ مغناطيسيٌّ شدّتُهُ B في نقطةٍ تبعدُ d عن محورِ السلكِ، وفي نقطةٍ ثانيةٍ تبعدُ $2d$ عن محورِ السلكِ، وبعدَ أنْ نجعلَ شدّةَ التيّارِ ربعَ ما كانت عليه تصبحُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ:

a) 2B   B) 4B   c) 8B   d) $\frac{1}{8}B$

الإجابة الصحيحة: d)

توضيح اختيار الإجابة:

$$B_1 = 2 \times 10^{-7}\frac{I}{d} \Rightarrow B_2 = 2 \times 10^{-7}\frac{\frac{I}{4}}{2d}$$

$$B_2 = \frac{B_1}{8}$$

ثانياً: أعطِ تفسيراً علميّاً لكلِّ ممّا يلي:

1) تقارب خطوطُ الحقلِ المغناطيسيّ عند قطبَي المغناطيس.

الجواب: لأنّ شدة الحقل المغناطيسي عند قطبي المغناطيس تكون أكبر منها في النقاط الأبعد عن القطبين.

2) لا يمكن لخطوطِ الحقلِ المغناطيسيِّ أنْ تتقاطعَ.

الجواب: إن خطوط الحقل المغناطيسي مماسة في كل نقطة من نقاطها شعاع الحقل المغناطيسي في تلك النقطة و إن تقاطع خطين يعني أن $\vec{B}$ يمس كل من الخطين وهذا غير صحيح. أو لأن شعاع الحقل المغناطيسي سيصبح له في نفس النقطة أكثر من حامل واتجاه وهذا غير ممكن.

3) لا تولّدُ الأجسامُ المشحونةُ الساكنةُ أيَّ حقلٍ مغناطيسيٍّ.

الجواب: لأن الأجسام المشحونة الساكنة لا تولد تيار كهربائي.

ثالثاً: ضعْ كلمةَ "صح" أمامَ العبارةِ الصحيحةِ، وكلمةَ "خطأ" أمامَ العبارةِ الخاطئةِ، ثمّ صحّحْها فيما يأتي:

1) لكلِّ مغناطيسٍ قطبانِ مغناطيسيّانِ مختلفانِ في شدّتهما.

(خطأ) والصح: لكلِّ مغناطيسٍ قطبانِ مغناطيسيّانِ متساويان في شدّتهما.

2) خطوطُ الحقلِ المغناطيسيِّ لا تُرى بالعينِ المجرّدة.

صح.

3) تزدادُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيّارٍ كهربائيٍّ متواصلٍ في سلكٍ مستقيمٍ كلّما ابتعدنا عن السلك.

(خطأ) والصح: تنقص شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ لتيّارٍ كهربائيٍّ متواصلٍ في سلكٍ مستقيمٍ كلّما ابتعدنا عن السلك.

4) تنقصُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ في مركزِ وشيعةٍ لفاتها متلاصقة عددُ طبقاتِها طبقةٌ واحدةٌ إلى نصفِ شدّتِه في حالةِ إنقاصِ طول الوشيعة إلى النّصف مع بقاء شدّة التّيار ثابتة.

(خطأ) والصح: النسبة $\frac{N}{l}$ هي نسبة ثابته، بتقسيم الوشيعة ينقص طول سلكها الى النصف، فتنقص عدد اللفات إلى النصف وتبقى شدة الحقل المغناطيسي ثابتة.

رابعاً: أجبْ عمّا يأتي:

أضعُ إبرةً مغناطيسيّةً محورُها شاقوليٌّ على طاولةٍ أفقيّةٍ لتستقرَّ، أبيّنُ كيفَ يجبُ وضعُ سلكٍ مستقيمٍ أفقيّاً فوقَ البوصلةِ بحيثُ لا تنحرفُ الأبرةُ عندَ إمرارِ تيّارٍ كهربائيٍّ في السلك؟

الحل: لا تنحرف الإبرة عند نمرر تيار كهربائي في السلك إذا كان الحقل المغناطيسي المتولد عن التيار منطبق على استقامة الإبرة وبنفس جهة $\vec{B}_H$ أي يجب وضع السلك المستقيم عمودي على المستوي الحاوي على الإبرة.

خامساً: حل المسائل الآتية:

المسألةُ الأولى: نضعُ في مُستوي الزّوالِ المغناطيسيّ الأرضيّ سلكين طويلين متوازيين بحيثُ يبعدُ منتصفاهما (c_1, c_2) عن بعضِهما البعض مسافة $d = 40\ cm$ ونضعُ إبرةَ بوصلةٍ صغيرةٍ في النقطة c منتصفَ المسافة (c_1, c_2) نمرّرُ في السّلكِ الأوّلِ تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ $I_1 = 3A$ وفي السّلكِ الثّاني تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ $I_2 = 1A$ وبجهةٍ واحدةٍ والمطلوب:

1) حسابُ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيّ المتولّدِ عن التّيارين في النقطة C موضّحاً ذلك بالرسم.

2) حسابُ الزاويةِ التي تنحرفُ فيها إبرةُ البوصلةِ عن منحاها الأصليّ بفرضِ أنّ قيمةَ المركبةِ الأفقيّةِ للحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ $B_H = 2 \times 10^{-5}T$.

3) حدّدِ النقطةَ الواقعةَ بينَ السلكَين التي تنعدمُ فيها شدّةُ محصّلةِ الحقلَين.

4) هل يمكنُ أنْ تنعدمَ شدّةُ محصّلةِ الحقلين في نقطةٍ واقعةٍ خارجَ السلكين؟ وضّح أجابتك.

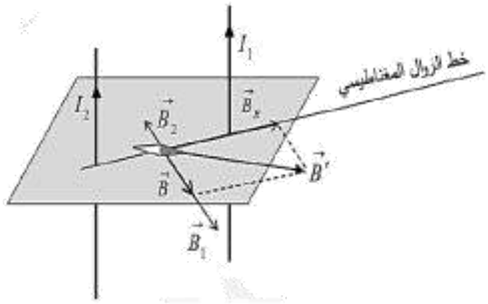
الحل: (1

$$B_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{d_1} = 2 \times 10^{-7} \frac{3}{20\times10^{-2}}$$

$$B_1 = 3 \times 10^{-6}T$$

$$B_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{d_2} = 2 \times 10^{-7} \frac{1}{20 \times 10^{-2}}$$

$$B_2 = 1 \times 10^{-6}T$$



$\vec{B}_1, \vec{B}_2$ على حامل واحد وبجهتين متعاكستين

شدة محصلتهما: $B = B_1 - B_2$

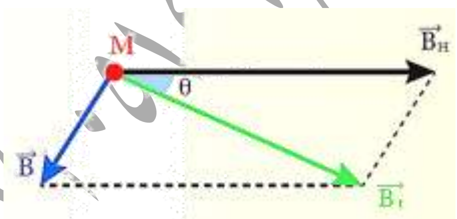
شدة الحقل المحصل في النقطة C:

$$B = 3 \times 10^{-6} - 1 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-6}T$$

2) قبل إمرار التيارين تستقر الإبرة المغناطيسية وفق منحى المركبة الأفقية للحقل المغناطيسي الأرضي $\vec{B}_H$ بعد إمرار التيارين تستقر الإبرة المغناطيسية وفق منحى محصلة $\vec{B}'$ $(\vec{B}, \vec{B}_H)$ علماً أن:

$$(\vec{B}_1 \perp \vec{B}_H), (\vec{B}_2 \perp \vec{B}_H) \Rightarrow B \perp B_H$$

من الشكل نجد:



$$\tan\theta = \frac{B}{B_H} = \frac{2 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-5}} = 0.1 < 0.24$$

$$\tan\theta \approx \theta \Rightarrow \theta \approx 0.1\ rad$$

3) حتى تنعدم محصلة الحقلين يجب أن يكون B_1, B_2 متساويان بالشدة ومتعاكسان بالجهة.

$$2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1}=2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$\frac{I_1}{d_1}=\frac{I_2}{d_2}\Rightarrow\frac{I_1}{d_1}=\frac{I_2}{(d-d_1)}$$

$$\frac{3}{d_1}=\frac{1}{(40-d_1)}\Rightarrow 120-3d_1=d_1$$

$$4d_1=120\Rightarrow d_1=30\ cm=0.3\ m$$

4) لا تنعدم شدّة محصلة الحقلين في نقطة واقعة خارج السلكين في النقاط التي تقع على استقامة c_1, c_2 للحقلين المغناطيسين الناتجين عن التيارين ذو الجهة نفسها لكن يمكن أن تنعدم محصلة الحقلين في نقطة واقعة خارج السلكين في النقاط التي تقع على استقامة c_1, c_2 للحقلين المغناطيسين الناتجين عن التيارين مختلفين بالجهة ومن طرف السلك الذي يجتازه تيار أقل.

$$2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1}=2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$\frac{I_1}{d_1}=\frac{I_2}{d_2}\Rightarrow\frac{I_1}{d_1}=\frac{I_2}{(d_1-d)}$$

$$\frac{3}{d_1}=\frac{1}{(d_1-40)}\Rightarrow 3d_1-120=d_1$$

$$2d_1=120\Rightarrow d_1=60\ cm=0.6\ m$$

المسألة الثانية: a) ملفٌّ دائريٌّ في مكبّرِ صوتٍ عددُ لفّاتِه 400 لفة ونصفُ قطره $2\ cm$ نطبّقُ بين طرفَيه فرقاً في الكمون $10\ V$ فإذا علمتَ أنّ مقاومتَه $20\ \Omega$ احسبْ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيّ المتولّدِ عندَ مركزِ الملف.

b) نقطعُ التيّارَ السابقَ عن الملفّ، احسب التغيّرَ الحاصلَ في قيمةِ التدفّقِ المغناطيسيّ الذي يجتازُ الملفّ ذاتَه.

c) احسب طول سلك الملف الدائري.

الحل: a)

$$B=2\pi\times10^{-7}\frac{N}{r}I$$

$$B=2\pi\times10^{-7}\frac{N}{r}\frac{U}{R}$$

$$B=2\pi\times10^{-7}\frac{400}{2\times10^{-2}}\times\frac{10}{20}$$

$$B=2\pi\times10^{-3}T$$

B)

$$\overline{\Delta\Phi}=\mathrm{N}\Delta\mathrm{BS}\cos\alpha$$

$$\overline{\Delta\Phi}=\mathrm{N}(B_2-B_1)\mathrm{S}\cos\alpha$$

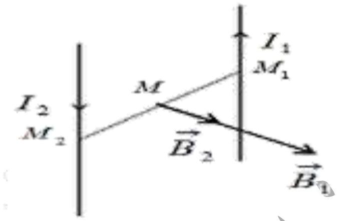
$$\overline{\Delta\Phi}=400\times(0-2\pi\times10^{-3})\times\pi\times4\times10^{-4}\times1$$

$$\overline{\Delta\Phi}=-32\times10^{-4}\ Weber$$

c) $\ell'=2\pi r\times N=2\pi\times2\times10^{-2}\times400=50m$

المسألة الثالثة: نضعُ سلكين شاقوليّين متوازيَين بحيث يبعدُ منتصفاهما M_1, M_2 أحدُهما عن الآخر $4\ cm$ نمرّرُ في السلك الأوّل تيّاراً كهربائيّاً شدّتُه I_1، نمرّرُ في السلك الأوّل تيّاراً كهربائيّاً شدّتُه I_2، وباتّجاهين متعاكسين فتكونُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المحصّلِ لحقلَي التيّارين $4\times10^{-7}\ T$ عند النقطة M منتصف المسافة M_2, M_1، وعندما يكونُ التيّاران بجهةٍ واحدةٍ تكونُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المحصّلِ عند M $2\times10^{-7}T$ فإذا كان: $I_1>I_2$، احسب كلّاً من: I_1, I_2.

الحل: عندما يكون التياران باتجاهين متعاكسين يكون $\vec{B}_2, \vec{B}_1$ بجهة واحدة لهما محصلة شدتها حاصل جمع الشدتين:



$$B = B_1 + B_2$$

$$B = 2 \times 10^{-7}\frac{I_1}{d_1} + 2 \times 10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

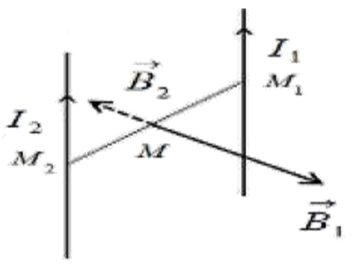
لكن: $d_1 = d_2$ بالتالي:

$$B = 2 \times 10^{-7}(\frac{I_1}{d_1} + \frac{I_2}{d_2})$$

$$4 \times 10^{-7} = \frac{2 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-2}}(I_1 + I_2)$$

$$I_1 + I_2 = 4 \times 10^{-2} \ \ldots\ldots\ldots (1)$$

عندما يكون التياران بجهة واحدة يكون $\vec{B}_2, \vec{B}_1$ بجهتين متعاكستين لهما محصلة شدتها حاصل طرح الشدتين:



$$B = B_1 - B_2$$

$$B = 2 \times 10^{-7}\frac{I_1}{d_1} - 2 \times 10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

لكن: $d_1 = d_2$ بالتالي:

$$B = 2 \times 10^{-7}(\frac{I_1}{d_1} - \frac{I_2}{d_2})$$

$$2 \times 10^{-7} = \frac{2 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-2}}(I_1 - I_2)$$

$$I_1 - I_2 = 2 \times 10^{-2} \ \ldots\ldots\ldots (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد: $I_1 = 3 \times 10^{-2} A$

ثم نعوض قيمة I_1 في إحدى المعادلتين نجد:

$$I_2 = 1 \times 10^{-2} A$$

المسألة الرابعة: نضعُ ملفّين دائريّين لهما المركزُ ذاتهُ في مستوٍ شاقوليٍّ واحدٍ، عددُ لفّاتِ كلٍّ منهما 200 لفّة ونصفُ قطر الأوّل $10cm$ ونصفُ قطر الثاني $4cm$، نمرر في الملفّ الأوّل تيّاراً كهربائيّاً شدّتهُ $8A$، بعكس جهة دوران عقارب الساعة والمطلوبُ: حدّدْ جهةَ التيّارِ الواجب إمرارُهُ في الملفّ الثاني وشدّتَهُ؛ لتكونَ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المحصّلِ عند المركزِ المُشتَرَك للملفّين:

1) 5×10^{-2}T أمام مستوي الرسم.

2) 3×10^{-2}T خلف مستوي الرسم.

3) معدومة.

الحل:

$$B_1 = 2\pi \times 10^{-7}\frac{N_1}{r_1}I_1$$

$$B_1 = 2\pi \times 10^{-7}\frac{200}{10 \times 10^{-2}} \times 8 = 1 \times 10^{-2} T$$

وجهة $\vec{B}_1$ أمام مستو الرسم.

1) حتى تكون محصلة الحقلين $\vec{B}$ أمام مستوي الرسم يجب أن يكون $\vec{B}_2, \vec{B}_1$ بجهة واحدة أمام مستو الرسم.

$$B = B_1 + B_2$$

$$5 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-2} + B_2 \Rightarrow$$

$$B_2 = 4 \times 10^{-2}\ T$$

$$B_2 = 2\pi \times 10^{-7} \frac{N_2}{r_2} I_2$$

$$4 \times 10^{-2} = 2\pi \times 10^{-7} \frac{200}{4 \times 10^{-2}} I_2$$

$$I_2 = \frac{4 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}}{2\pi \times 10^{-7} \times 200}$$

$$\Rightarrow I_2 = 12.5\ A$$

جهة I_2 بعكس جهة دوران عقارب الساعة.

2) حتى تكون محصلة الحقلين $\vec{B}$ خلف مستوي الرسم يجب أن يكون $\vec{B}_2, \vec{B}_1$ بجهتين متعاكستين و $\vec{B}_2$ خلف مستوى الرسم.

$$B = B_2 - B_1$$

$$3 \times 10^{-2} = B_2 - 1 \times 10^{-2}$$

$$B_2 = 4 \times 10^{-2}\ T$$

$$B_2 = 2\pi \times 10^{-7} \frac{N_2}{r_2} I_2$$

$$4 \times 10^{-2} = 2\pi \times 10^{-7} \frac{200}{4 \times 10^{-2}} I_2$$

$$I_2 = \frac{4 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}}{2\pi \times 10^{-7} \times 200}$$

$$\Rightarrow I_2 = 12.5\ A$$

جهة I_2 بجهة دوران عقارب الساعة.

3) حتى تنعدم محصلة الحقلين يجب أن يكون B_1, B_2 متساويان بالشدة ومتعاكسان بالجهة.

$$B_1 = B_2$$

$$1 \times 10^{-2} = 2\pi \times 10^{-7} \frac{N_2}{r_2} I_2$$

$$I_2 = \frac{1 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}}{2\pi \times 10^{-7} \times 200}$$

$$I_2 = \pi\ A$$

جهة I_2 بجهة دوران عقارب الساعة.

المسألة الخامسة: ملفٌّ دائريٌّ نصفُ قطرِه الوسطي $5\ cm$ يولّدُ عندَ مركزِه حقلاً مغناطيسيّاً، قيمتُهُ تساوي قيمةَ الحقلِ المغناطيسيِّ الذي تولّدُهُ وشيعةٌ عندَ مركزِها عندما يمرُّ بهما التيّارُ نفسُهُ، فإذا علمتَ أنّ عددَ لفّاتِ الوشيعة 100 لفّة وطولَها $20\ cm$ احسبْ عددَ لفّاتِ الملفِّ الدائريِّ.

الحل:

B = B′

$$2\pi \times 10^{-7} \frac{N}{r} I = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N'}{l} I$$

$$\frac{N}{r} = \frac{2N'}{l}$$

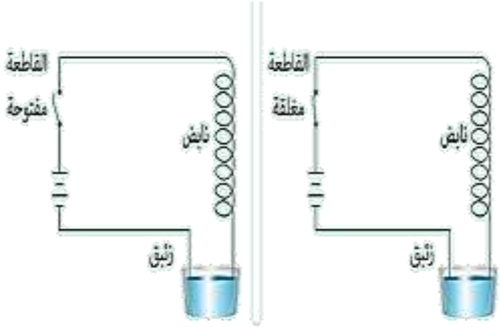
$$N = \frac{2N'r}{l} = \frac{2 \times 100 \times 5 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-2}}$$

$N = 50$ لفة

التفكير الناقد:

نابض معدني مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، يعلق من إحدى طرفيه ويترك ليتدلى شاقولياً، نمرر فيه تيّاراً كهربائيّاً شدّته كبيرة نسبيّاً. أتتقارب حلقات النّابض، أم تتباعد عن بعضها البعض؟ مع التعليل

الجواب:



تتقارب حلقات النابض وذلك لأن جهة التيار الكهربائي في كل حلقة هي ذاتها فمرور التيار يحول كل حلقة إلى مغناطيس ويصبح كل وجهين متقابلين لحلقتين متجاورتين قطبي مغناطيس متعاكسين في النوع مما يسبب تجاذبهما إلى بعضهما البعض.

ـــــ انتهى البحث ـــــ

فعلُ الحقلِ المغناطيسيّ في التيّار الكهربائي

القوَّة المغناطيسيّة: (قوة لورنز المغناطيسية)

- يؤثِّرُ الحقلُ المغناطيسيّ في الجُسيمات المشحونة المُتحرِّكة ضمنَ المنطقةِ التي يسودُها الحقلُ بقوَّةٍ مغناطيسيّة، حيث تُغيِّرُ هذه القوَّة من مسار حركةِ هذه الجُسيمات.
- تتغيّر جهةُ انحرافِ مسار الجُسيمات المشحونة بتغيُّر جهة الحقل المغناطيسيّ المؤثِّر.

العواملُ المُؤثِّرة في شدّة القوَّة المغناطيسيّة:

أثبتَتِ التّجاربُ أنّ شدّة القوَّة المغناطيسية تتناسبُ طَرداً مع:

1) مقدارِ الشُّحنة المُتحرِّكة q.
2) شدّة الحقل المغناطيسيّ المُؤثِّرة B.
3) سرعةِ الشُّحنة v.
4) $\sin\theta$ هي θ الزّاوية بين شُعاعِ سرعة الشُّحنة وشُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ.

وبالتالي: $F = qvB\sin\theta$

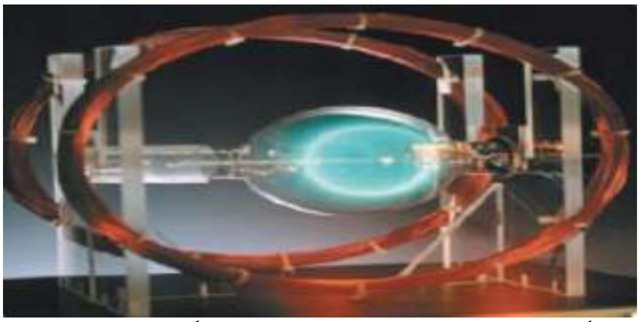
وتكونُ العبارةُ الشُعاعيّة للقوَّة المغناطيسيّة:

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$$

عناصرُ شُعاعِ القوَّة المغناطيسيّة:

1) نقطةُ التّأثير: الشُّحنة المُتحرِّكة.
2) الحامِلُ: عموديّ على المُستوي المُحدّد بشُعاع السّرعة وشُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ.
3) الجهةُ: تُحدَّدُ بقاعدةِ اليد اليُمنى وفق الآتي: نجعلُ السّاعدَ يوازي شُعاعَ سرعةِ الشُّحنةِ المُتحرِّكة والأصابعُ بعكس جهةِ شُعاعِ السُّرعة للشّحنات السَّالبة وبجهةِ شُعاعِ السُّرعة للشّحنات المُوجبة ويخرجُ شُعاعُ الحقل المغناطيسيّ من راحةِ الكفّ فيشيرُ الإبهامُ إلى جهةِ القوَّة المغناطيسيّة.
4) الشدّة: $F = qvB\sin\theta$

دراسةُ حركةِ جُسَيمٍ مشحونٍ (إلكترون) في حقلٍ مغناطيسيّ مُنتظَم (تجربة ملفَّي هلمهولتز):



- يتولّد حقلٌ مغناطيسيّ مُنتظَم بين ملفَّين دائريَّين متوازيَين يمرُّ فيهما التيّارُ ذاته.
- تتحرك الحزمة الالكترونية ضمن الحقل المغناطيسي المنتظم وبحيث $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$.
- يؤثِّرُ الحقلُ المغناطيسيّ المُنتظَم في الحزمة الإلكترونيّة بقوة مغناطيسيّة تكونُ دائماً عموديّة على شُعاعِ سرعتِها وتكتسبُ الحزمة الإلكترونيّة تسارُعاً ثابتاً يُعامِدُ شُعاعَ السّرعة فيكونُ التسارُع جاذب مركزيّ وحركتُها دائريّةً مُنتظَمة بالتالي يحدثُ تغيُّرٌ في حاملِ وجهةِ شُعاعِ السّرعة فقط لا في قيمتها.

استنتاجُ علاقةِ نصف قطرِ المَسار الدّائريّ لأحدِ الإلكتروناتِ المُتحرّكة ضمنَ المنطقةِ التي يسودُها الحقلُ المغناطيسيّ المُنتظَم حيثُ $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$:

يخضعُ الإلكترون لتأثيرِ القوّةِ المغناطيسيّة فقط بإهمال قوّة ثقله:

$$\sum \vec{F} = m_e \vec{a}$$
$$\vec{F} = m_e \vec{a}$$
$$e\vec{v}\Lambda\vec{B} = m_e \vec{a}$$
$$\vec{a} = \frac{e}{m_e}\vec{v}\Lambda\vec{B}$$

وبحسب خواصِ الجداءِ الشُّعاعيّ فإنّ: $\vec{a} \perp \vec{v}$

وبالتّالي الحركةُ دائريّةٌ مُنتظَمة:

$$F = F_C$$
$$evB = m_e a_c$$
$$evB = m_e \frac{v^2}{r}$$
$$r = \frac{m_e v}{eB}$$

حيثُ: m_e كتلةُ الإلكترون، و v سرعةُ الإلكترون، e القيمةُ المُطلَقةُ لشحنةِ الإلكترون، B شدّةُ شُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ.

ويكونُ دورُ حركةِ الإلكترون:

$$v = \omega . r \Rightarrow v = \frac{2\pi}{T} r \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

نعوض قيمة r فنجد أنّ: $T = \frac{2\pi m_e}{eB}$

القوّةُ الكهرطيسيّة (قوة لابلاس الكهرطيسية):

- يؤثّرُ الحقلُ المغناطيسيّ في السّلكِ النّاقلِ الذي يجتازه تيارٌ كهربائيٌ بقوّةٍ ثابتةٍ تُسمّى القوّةَ الكهرطيسيّة.
- تتغيرُ جهةُ القوّةِ الكهرطيسيّةِ بتغيرِ جهةِ التّيار، أو بتغيرِ جهةِ شُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ المُؤثّر.
- تزدادُ شدّةُ القوّةِ الكهرطيسيّة بزيادةِ كلٍ من:

1) شدّةِ التّيار المارِ بالسّلك.
2) شدّةِ الحقلِ المغناطيسيّ المُؤثّر.
3) طولِ الجزءِ من النّاقلِ المُستقيمِ الخاضعِ للحقلِ المغناطيسيّ.
4) وتتعلّق بـ $\sin\theta$ حيثُ θ الزاويةُ المحصورةُ بين النّاقلِ المُستقيم، وشُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ المُؤثّر.

استنتاجُ عبارةِ القوّةِ الكهرطيسيّة:

بفرضِ لدينا سلكٍ طوله L، ومساحةُ مقطعِه S، والكثافةُ الحجميّة للإلكتروناتِ الحرّةِ فيه n فيكونُ عددُ الإلكتروناتِ الحرّةِ الكلي $N = nsL$ وعندَ تطبيقِ فرقِ كمونٍ بينَ طرفَي السّلكِ فإنّ الإلكتروناتِ الحرّةَ تتحرّكُ بسرعةٍ ثابتةٍ $\vec{v}$ (فينشأ تيار) ونؤثر على السلكِ بحقلٍ مغناطيسيّ فتخضعُ هذه الإلكتروناتُ إلى تأثيرِ القوةِ المغناطيسيةِ بينما يخضعُ السّلكُ لتأثيرِ قوّةٍ كهرطيسية تُساوي مُحصّلةَ القوى المغناطيسيّةِ المُؤثّرةِ في الشّحناتِ المُتحرّكة (الإلكترونات) داخلَ السّلكِ أي تساوي جداءَ عددِ الإلكتروناتِ في القوّةِ المغناطيسية أي:

$$F = nsLevB\sin\theta = NevB\sin\theta$$

لكن: $q = Ne$ و $v = \frac{L}{\Delta t}$

$$F = \frac{Ne}{\Delta t}(LB\sin\theta)$$

ولكن: $I = \frac{q}{\Delta t}$ ومنه:

$$F = ILB\sin\theta$$

وهي العلاقةُ المُعبّرةُ عن شدّةِ القوّةِ الكهرطيسيّة.

0947205146
0988440574

حيثُ θ الزاويةالمحصورة بين $\vec{B}$ و $I\vec{L}$ ويسمى الشعاع $I\vec{L}$ بشُعاع التيّار الذي حامله السِّلك وجهته بجهة التيّار.

وتُكتَب العبارةُ الشُّعاعيّة للقوّة الكهرطيسيّة بالشّكل:

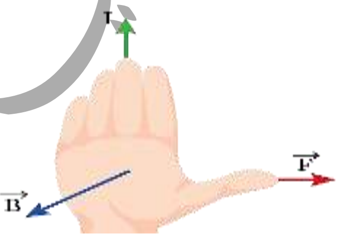
$$\vec{F} = I\vec{L}\wedge\vec{B}$$

عناصرُ شُعاعِ القوَّة الكهرطيسيّة:

1) نقطةُ التّأثير: مُنتصفُ الجزءِ من النّاقل المُستقيم الخاضعِ للحقلِ المغناطيسي المُنتظَم.

2) الحامِلُ: عمودي على المستوي المُحدَّد بالنّاقل المُستقيم وشُعاعُ الحقل المغناطيسي.

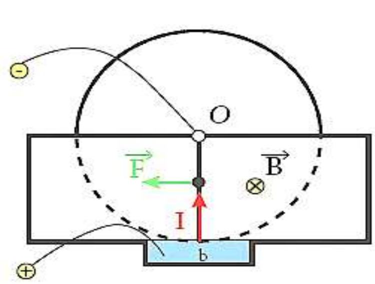
3) الجهة: تحقّقُ الأشعّة $(I\vec{L}, \vec{B}, \vec{F})$ ثلاثيّةً مُباشرةً وفقَ قاعدةِ اليدِ اليُمنى.



نجعلُ اليدَ مُنبسِطةً على النّاقل بحيثُ يدخلُ التيّارُ من السّاعد ويخرجُ من رؤوس الأصابع ويخرجُ شُعاعُ الحقل المغناطيسي من راحةِ الكفِّ فيشيرُ الإبهامُ إلى جهةِ القوّةِ الكهرطيسيّة.

4) الشدّة: تعطى بالعلاقة: $F = ILB\sin\theta$

تجربةُ دولابِ بارلو:



• عندَ إغلاقِ دارةِ الدّولابِ فإنّه يدورُ بتأثيرِ عزمِ القوّةِ الكهرطيسيّة.

• تنعكسُ جهةُ دَورانِ الدولاب عندمَا تنعكسُ جهةُ التيّار أو جهةُ شعاعِ الحقلِ المغناطيسي.

عناصرُ القوّة الكهرطيسيّة التي يخضعُ لها الدّولاب:

1) نقطةُ التّأثير: مُنتصفُ نصفِ القطرِ الشّاقولي السّفلي الخاضعِ للحقلِ المغناطيسي المُنتظَم.

2) الحامِلُ: عمودي على المُستوي المُحدَّد بنصفِ القطرِ الشّاقولي السّفلي وشُعاعِ الحقل المغناطيسي المُنتظَم.

3) الجهة: تحقّقُ الأشعّة $(I\vec{r}, \vec{B}, \vec{F})$ ثلاثيّةً مُباشرةً وفقَ قاعدةِ اليدِ اليُمنى.

نجعلُ اليدَ اليُمنى مُنبسطةً على نصفِ القطرِ الشّاقولي السّفلي الخاضعِ للحقلِ المغناطيسي المُنتظَمِ ويدخلُ التيّارُ من السّاعدِ ويخرجُ من رؤوسِ الأصابعِ ويخرجُ شُعاعُ الحقلِ المغناطيسي من راحةِ الكفِ فيشيرُ الإبهامُ إلى جهةِ القوّةِ الكهرطيسيّة.

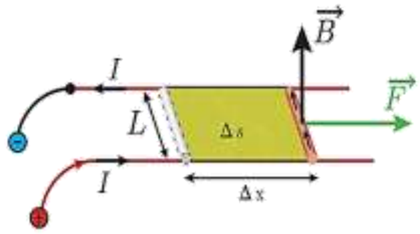
4) الشدّة: تعطى بالعلاقة: $F = IrB\sin\theta$

حيثُ: $\theta = (I\vec{r}\wedge\vec{B}) = \frac{\pi}{2}\,rad \Rightarrow \sin\theta = 1$

عملُ القوّة الكهرطيسيّة (نظريّة مكسويل):

تجربة السِّكّتينِ الكهرطيسيّة:

تنتقل الساق الأفقية موازية لنفسها مسافة Δx، فتمسح سطحاً $\Delta S = L\Delta x$، حيثُ تنتقل نقطة تأثير القوّة الكهرطيسيّة على حاملِها وبجهتها مسافة Δx.



$$W = F\Delta x$$
$$W = ILB\Delta x$$
$$W = IB\Delta S$$

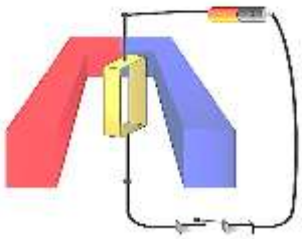
لكن: $\Delta\Phi = B\Delta S > 0$ يمثّل تزايدُ التّدفقِ المغناطيسي

نعوّض فنجدُ: $W = I\Delta\Phi > 0$ والعمل موجب محرك .

نصُّ نظريّة مكسويل:

عندمَا تنتقلُ دارةٌ كهربائيّةٌ أو جزءٌ من دارةٍ كهربائيّةٍ في منطقةٍ يسودُها حقلٌ مغناطيسيٌّ فإنَّ عملَ القوّة الكهرطيسيّة المُسبّبة لذلكَ الانتقالِ يساوي جداءَ شدّةِ التّيار المارِّ في الدّارة في تزايُد التّدفُّقِ المغناطيسيّ الذي يجتازُها .

تأثيرُ الحقلِ المغناطيسيّ على إطارٍ مُستطيلٍ يمرُّ فيه تيّارٌ كهربائيّ:



عند إمرارِ التّيارِ الكهربائيّ في الإطارِ المُعلّقِ بسلكٍ عديمِ الفتل والذي خطوط الحقل المغناطيسي موازية لسطحه يدورُ ويستقرُّ عندمَا تصبحُ خطوطُ الحقلِ المغناطيسي عموديّةً على مُستوي الإطار (تدفّق أعظمي) .

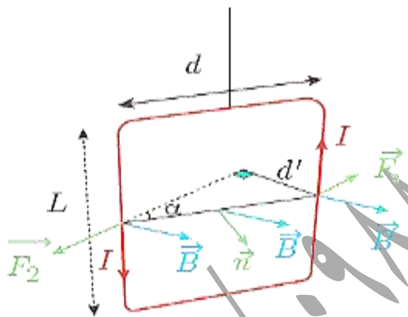
أفسِّرُ سببَ دورانِ الإطار:

يؤثِّرُ الحقلُ المغناطيسيّ المُنتظَم في الإطار بمُزدوجَة كهرطيسيّة تنشأُ عن القوّتين الكهرطيسيّتين المُؤثرتين في الضّلعَين الشاقوليين، وتعملُ على تدويرِ الإطارِ حول محورِ دورانه من وضعه الأصلي حيثُ التّدفّقُ المغناطيسي معدومٌ إلى وضع توازنه المُستقرّ حيثُ يكونُ التّدفقُ المغناطيسي الذي يجتازُه أعظميًا .

قاعدةُ التّدفُّقِ الأعظميّ:

إذا أثّر حقلٌ مغناطيسيّ في دارةٍ كهربائيّةٍ مُغلَقةٍ حرّةَ الحركة تحرّكت بحيثُ يزدادُ التّدفّقُ المغناطيسيّ الذي يجتازُها من وجهِها الجنوبيّ وتستقرُّ في وضعٍ يكونُ التّدفقُ المغناطيسي أعظميًا .

استنتاجُ عزمِ المُزدوجَة الكهرطيسيّة المُؤثّرة في إطارٍ طولِ ضلعِه الأفقيّ d والشاقولي L:



$$\Gamma_\Delta = d'F$$

d': طول ذراعِ المُزدوجَة الكهرطيسيّة.

$\alpha = (\overrightarrow{B}, \vec{n})$ حيث $d' = d \sin\alpha$

إنَّ شدّةُ القوّة الكهرطيسيّة من أجل N لفة معزولة ومُتماثلة:

$$F = NILB \sin\frac{\pi}{2}$$

نعوض فنجد:

$$\Gamma_\Delta = NILBd \sin\alpha$$

لكن: $S = Ld$ مساحة سطح الإطار.

$$\Gamma_\Delta = NISB \sin\alpha$$

وهي عبارةُ عزمِ المزدوجة الكهرطيسيّة.

0947205146
0988440574

ملاحظة: يُسمّى الجداء NIS بالعزم المغناطيسي M .

$$\vec{M} = NI\vec{S}$$

وبالتالي علاقة عزم المزدوجة الكهرطيسيّة شُعاعيا بالشّكل:

$$\vec{\Gamma}_{\Delta} = \vec{M}\Lambda\vec{B}$$

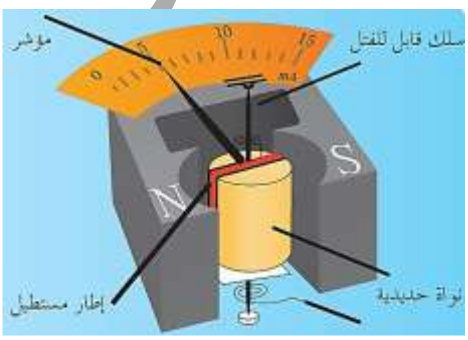
$\vec{M}$ شُعاعُ العزمِ المغناطيسي ناظمي على مُستوي الإطار، وجهته بجهةِ إبهامِ يدٍ يُمنى تلفُّ أصابعُها بجهةِ التّيار .

(أي شعاع العزمِ المغناطيسي يتجه من الوجه الجنوبي نحو الوجهِ الشّمالي للدّارة) .

المقياسُ الغلفانيّ ذو الإطارِ المُتحرّك:

هو جهازٌ يُستخدَمُ لقياس التّياراتِ الكهربائيّة صغيرةِ الشّدّة وقياسها .

ممَّ يتكوَّنُ المقياسُ الغلفانيّ؟



يتألّفُ من مَلفٍ على شكلِ إطارٍ مُستطيلٍ يحتوي N لفة معزولة متماثلة يتّصلُ أحدُ طرفيه بسلكٍ قابلٍ للفتلِ أمّا الطّرفُ الآخرُ من الملَفّ فيتّصلُ بسلكٍ آخرَ شاقوليٍّ ليّنٍ عديمِ الفتل

ويمكنُ للإطار أن يدورَ حولَ محوره الشّاقولي المارّ بمركزه بين قطبَي مغناطيس نضوي محيطاً بنواةٍ أسطوانيّةٍ من الحديدِ الليّن ، بحيثُ يكونُ مُستوي الإطار يوازي الخطوطَ الأفقيّة للحقلِ المغناطيسي للمغناطيس قبل إمرارِ التّيار .

مبدأ عمله: عندما يمرُّ تيّارٌ كهربائيّ في الإطار فإنّه يدورُ بزاويةٍ صغيرةٍ θ' فيشيرُ مؤشّرُ المقياس إلى قراءةٍ مُعيّنة عندما يتوازنُ الإطارُ دالاً على قيمةِ شدّةِ التّيار المارّ .

استنتاجُ العلاقةِ بينَ زاويةِ دورانِ الإطارِ θ' والتيّارِ المارّ فيه I:

عند إمرارِ التّيار الكهربائي المُرادِ قياسُ شدّته I في إطارِ المقياس فإنّ الحقلَ المغناطيسي المُنتظَم يؤثّرُ في الإطار بمُزدوجةٍ كهرطيسيّة تسبّبُ دورانَ الإطار حول محورِ دورانه فينشأُ في سلك الفتل مُزدوجةُ فتلٍ تمانِعُ استمرارَ الدّوران

ويتوازنُ الإطارُ بعدَ أن يدورَ بزاويةٍ صغيرةٍ θ' وعندَها يتحقّقُ شرطُ التّوازنِ الدّوراني :

$$\sum \bar{\Gamma}_{\Delta} = 0$$

$$\sum \bar{\Gamma}_{\text{كهرطيسية}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\text{فتل}/\Delta} = 0$$

$$NISB\sin\alpha - k\theta' = 0$$

$$\alpha + \theta' = \frac{\pi}{2}\ rad$$ الزاويتان متتامتان

$$\sin\alpha = \cos\theta'$$

$$NISB\cos\theta' - k\theta' = 0$$

لكن θ' زاوية صغيرة بالتالي: $\cos\theta' \approx 1$

$$\theta' = \frac{NsB}{k} I$$

$$\theta' = GI$$

حيثُ $G = \frac{NSB}{k}$ ثابت المقياس الغلفاني : يعبّرُ عن حساسيةِ المقياسِ الغلفاني ويقاس بـ $rad.A^{-1}$ وتزدادُ حساسيّةُ المقياس الغلفاني كلّما زادَت قيمة G ويتمّ ذلك عمليّا باستبدال سلكِ الفتل بسلكٍ أرفعَ منه من المادّة نفسها (لتصغير ثابتِ الفتلِ k) .

جهازُ المقياسِ مُتعدِّد الأغراض (آفومتر):

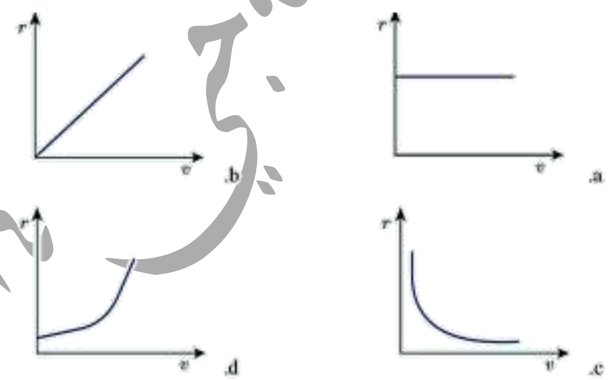
يُستخدَمُ هذا الجهازُ لاستخداماتٍ عدّة مثل قياس:

التّوترُ المستمرّ DC _ التّوتر المُتناوب AC _ شدّة التّيار المُستمرّ والمُتناوب _ المُقاوَمات .

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصَّحيحة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) جُسَيمات مشحونةٌ لها الكتلةُ نفسُها والشُّحنة نفسُها أُدخلت في منطقة يسودها حقل مغناطيسي مُنتظَم بسرعة تعامد خطوط الحقل فإنَّ الشّكل الذي يمثّل العلاقة بين نصف قطر المسار الدائري r وسرعة الجُسَيمات المشحونة الجُسَيمات المشحونة v:



الإجابة الصحيحة: (b

توضيح اختيار الإجابة: $r = \frac{m}{qB} v \Rightarrow r = const.\, v$

وبالتالي الخط البياني الممثل لنصف القطر بدلالة سرعة الجسيمات هو: خط مستقيم يمر بالمبدأ ميله $\frac{m}{qB}$

2) إنَّ واحدة قياس النّسبة $\frac{E}{B}$ هي:

a) $m.s^{-1}$ b) $m.s^{-2}$ c) m d) S

الإجابة الصحيحة: (a

$$\frac{E}{B} = \frac{\frac{F}{q}}{\frac{F}{qv}} = \frac{\frac{N}{C}}{\frac{N}{C.m.s^{-1}}} = m.s^{-1}$$

3) عندما يدخل الإلكترون في منطقةٍ يسودُها حقلٌ مغناطيسي مُنتظَمٌ بسرعةٍ $\vec{v}$ تعامِدُ خطوطَ الحقلِ المغناطيسي (بإهمال ثقل الإلكترون) فإنَّ حركةَ الإلكترون داخل الحقل هي:

a) دائريّة مُتغيّرة بانتظام.   b) دائرية منتظمة.

c) مستقيمة منتظمة.   d) تبقى شدته ثابتة.

الإجابة الصحيحة: (b

توضيح اختيار الإجابة:

$$\vec{a} = \frac{e}{m_e}\vec{v}\Lambda\vec{B} \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{v} \Rightarrow a_c = a$$

4) عندما يدخل جسمٌ مشحونٌ في منطقةٍ يسودُها حقلٌ مغناطيسي مُنتظَمٌ، فإنَّ شُعاعاً سرعتُه $\vec{v}$:

a) يتغير حامله وشدّته.   b) يتغيّرُ حامله فقط.

C) تتغيَّرُ شدّته فقط.   d) تبقى شدّته ثابتةً.

الإجابة الصحيحة: (d

توضيح اختيار الإجابة: لأن الحركة دائرية منتظمة.

5) عندما تدحرجُ السَّاق في تجربةِ السّكّتين الكهرطيسيّة تحت تأثيرِ القوّة الكهرطيسيّة، فإنَّ التّدفّق المغناطيسي:

a) يبقى ثابتاً.   b) يزداد.   C) يتناقص.   d) ينعدم.

الإجابة الصحيحة: (b

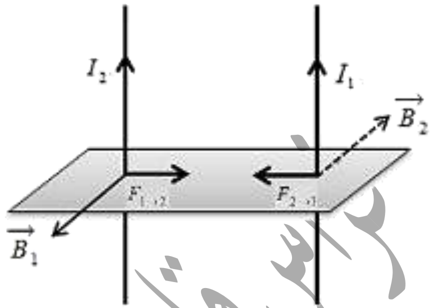
توضيح اختيار الإجابة:

$$w = I\Delta\Phi \quad , \quad w > 0 \Rightarrow \Delta\Phi > 0$$

ثانياً: أجبْ عن الأسئلةِ الآتية:

1) ادرس التّأثير المتبادَل بين سلكين نحاسيين شاقوليين طويلين يمرُّ بهما تياران متواصلان لهما الجهة نفسُها واستنتجْ عبارةَ القوّة الكهرطيسيّة المؤثّرة في أحد السّلكين نتيجة وجودِ السّلكِ الآخرِ.

الحل: التأثير المتبادل بين سلكين نحاسيين شاقوليين طويلين يمر بهما تياران متواصلان لهما الجهة نفسها:



يولد التيار المستقيم I_1 في كل نقطة من الجزء L_1 من السلك المستقيم الثاني حقلاً مغناطيسياً شدته:

$$B_1 = 2\times 10^{-7}\frac{I_1}{d}$$

يؤثر هذا الحقل في الجزء L_2 بقوة كهرطيسية شدتها:

$$F_{1\to2} = I_2L_2B_1\,\sin\frac{\pi}{2}.$$

$$F_{1\to2} = I_2L_2\left(2\times 10^{-7}\frac{I_1}{d}\right)\sin\frac{\pi}{2}$$

$$F_{1\to2} = 2\times 10^{-7}\frac{I_1I_2}{d}L_2$$

وبدراسة جملة مماثلة نجد:

$$F_{2\to1} = 2\times 10^{-7}\frac{I_1I_2}{d}L_1$$

2) استنتج عبارة شدّة الحقل المغناطيسي المؤثرة في شحنة كهربائية تتحرك في حقل مغناطيسي منتظم بسرعة تعامد شعاع الحقل المغناطيسي ثمّ عرّف التسلا T.

الحل: جملة المقارنة: خارجية _ الجملة المدروسة: الشحنة الكهربائية المتحركة.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{F}$ قوة لورنز (بإهمال ثقل الشحنة).

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$$

$$F = qvB\sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow B = \frac{F}{qv}$$

التسلا: شدة حقل مغناطيسي منتظم إذا تحركت ضمنه شحنة كهربائية مقداره كولوم واحد بسرعة $1m.s^{-1}$ تعامد خطوط الحقل تأثرت بقوة مغناطيسية تساوي نيوتن واحد.

3) بيّن كيف يتمّ قياس شدّة التيّار في المقياس الغلفاني ثمّ استنتج العلاقة بين شدّة التيّار I وزاوية دوران الإطار (θ') وكيف تتمّ زيادة حساسيّة المقياس الغلفاني عمليّاً من أجل التيّار نفسه.

الحل: عند إمرار التيار الكهربائي المراد قياس شدته في إطار المقياس فإن الحقل المغناطيسي المنتظم يؤثر فيه بمزدوجة كهرطيسية تنشأ عن القوتين الكهرطيسيتين المؤثرتين في الضلعين الشاقوليين تعمل هذه المزدوجة على تدوير الإطار حول محور الدوران فينشأ في سلك الفتل مزدوجة فتل تمانع استمرار الدوران ويستقر الإطار بعد أن يدور زاوية θ' تتناسب طرداً مع I شدة التيار الكهربائي.

$$\sum\bar{\Gamma}_{\Delta\,\text{كهرطيسية}} + \sum\bar{\Gamma}_{\Delta\,\text{فتل}} = 0$$

- عزم المزدوجة الكهرطيسية:

$$\Gamma = NISB\sin\alpha$$
$$\alpha+\theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \cos\theta'$$
$$\theta'\ \text{صغيرة} \Rightarrow \cos\theta' = 1$$
$$\Gamma = NISB$$

- عزم مزدوجة الفتل: $\Gamma = -k\theta'$

نعوض في شرط التوازن الدوراني:

$$NISB - k\theta' = 0$$

$$\theta' = \frac{NSB}{k} I = GI$$

$$\theta' = GI$$

$G = \frac{NSB}{k}$ ثابت المقياس الغلفاني لزيادة حساسية المقياس

عملياً نستخدم سلك تعليق رفيع جداً من الفضة.

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: في تجربة السّكتين الكهرطيسيّة، تستندُ ساقٌ نحاسيّة كتلتها 16 g، إلى سكّتين أفقيّتين حيثُ يؤثّرُ على 4 cm من الجزء المتوسّط منها حقلٌ مغناطيسيٌّ مُنتظمٌ شاقوليٌّ شدّته 0.1 T ويمرُّ بها تيّارٌ شدّته 40 A والمطلوب:

1) حدِّدْ بالكتابةِ والرّسمِ عناصرَ شُعاعِ القوّةِ الكهرطيسيّة، ثمّ احسبْ شدّتها.

2) احسبْ قيمةَ العملِ الذي تنجزهُ القوّةُ الكهرطيسيّةُ عندما تنتقلُ الساقُ مسافة $15cm$.

3) احسبْ قيمةَ الزّاويةِ التي يجبُ إمالةُ السّكّتين بها عن الأفقِ حتّى تتوازنُ السّاقُ والدّارةُ مُغلَقةٌ (بإهمال قوى الاحتكاك).

الحل: 1) عناصرُ القوّةِ الكهرطيسيّة:

نقطةُ التّأثير: مُنتصفُ الجزء من الناقل المستقيم ab الخاضع للحقل المغناطيسيّ المُنتظَم.

الحامل: عموديٌّ على المُستوي المُحدّد بالناقل المستقيم وشُعاعِ الحقلِ المغناطيسيّ.

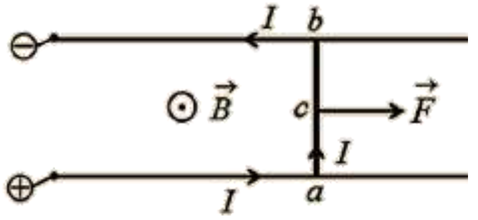
الجهة: تحدد وفقَ قاعدةِ اليدِ اليُمنى:

يدخلُ التيّارُ من السّاعدِ ويخرجُ من رؤوس الأصابع وشُعاعُ الحقلِ المغناطيسيّ يخرُجُ من راحةِ الكفّ فتشيرُ جهة الإبهامِ لجهة القوة الكهرطيسية.

الشدة: تعطى بالعلاقة: $F = ILB \sin\theta$

$$F = 40 \times 4 \times 10^{-2} \times 10^{-1} \times 1$$

$$F = 16 \times 10^{-2} N$$



2) $W = F\Delta x = 16 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-2}$

$$W = 24 \times 10^{-3}\ J$$

3) جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الساق المتوازنة

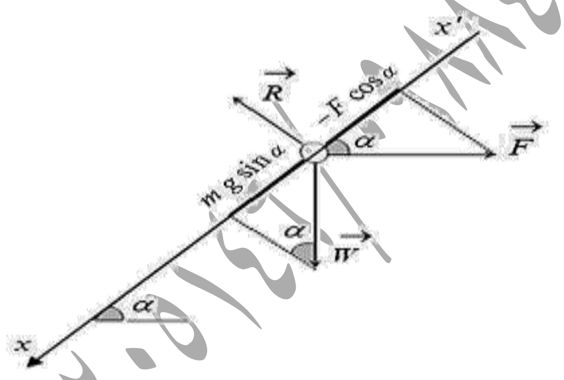
القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الساق.

$\vec{F}$ القوة الكهرطيسية.

$\vec{R}$ رد فعل السكتين.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{W} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$ بالإسقاط على المحور $\overrightarrow{x'x}$ الذي يوازي السكتين:



$$mg \sin\alpha - F\cos\alpha + 0 = 0$$

$$mg \sin\alpha = F \cos\alpha$$

$$mg \tan\alpha = ILB \sin\theta$$

$$\tan\alpha = \frac{ILB \sin\theta}{mg}$$

$$\tan\alpha = \frac{40 \times 4 \times 10^{-2} \times 10^{-1} \times 1}{16 \times 10^{-3} \times 10}$$

$$\tan\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} rad$$

المسألة الثانية: نعلّقُ سلكاً نحاسيّاً ثخيناً طوله $60\ cm$ وكتلته $50g$ من طرفه العلوي شاقوليّاً ونغمسُ طرفه السّفلي في حوض يحتوي الزّئبق ثم نمرّرُ تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّته $10\ A$ حيث يؤثّرُ حقلٌ مغناطيسي منتظمٌ أفقي شدّته $B = 3 \times 10^{-2} T$ على قطعة منه طولها $4cm$، يبعدُ منتصفها عن نقطة التّعليق $50\ cm$ استنتج العلاقة المحدّدة لزاوية انحراف السّلك عن الشّاقول بدلالة أحد نسبها المثلّثية ثمّ احسبها.

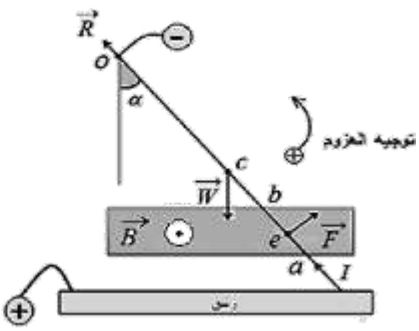
الحل: جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: الساق المتوازنة.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الساق.

$\vec{F}$ الكهرطيسية.

$\vec{R}$ رد فعل السكتين.



$\sum \bar{\Gamma}_{\Delta} = 0$ شرط التوازن الدوراني.

$$\sum \bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{F}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0$$

$\bar{\Gamma}_{\vec{R}\to\Delta} = 0$ لأنّ $\vec{R}$ حامل يلاقي Δ.

$$-(0c \sin\alpha)mg + (0e)F + 0 = 0$$

$$(0c \sin\alpha)mg = (0e)ILB \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\sin\alpha = \frac{(oe)ILB}{(oc)mg}$$

$$\sin\alpha = \frac{50 \times 10^{-2} \times 10 \times 4 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}}{30 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-3} \times 10}$$

$$\sin\alpha = 4 \times 10^{-2} < o.24$$

$$\sin\alpha \approx \alpha = 4 \times 10^{-2}\ rad$$

المسألة الثالثة: إطارٌ مستطيل الشّكل يحتوي 100 لفة من سلكٍ نحاسي معزول مساحته $4\pi\ cm^2$.

a) نعلّقُ الإطار بسلكٍ عديم الفتل شاقولي، ونخضعه لحقلٍ مغناطيسي منتظمٍ أفقي شدّته $B = 4 \times 10^{-2} T$ خطوطه توازي مستوي الإطار الشّاقولي، نمرّرُ في الإطار تيّاراً شدّته $\frac{1}{10\pi} A$ والمطلوب:

1) عزم المزدوجة الكهرطيسيّة التي يخضعُ لها الإطارُ لحظة إمرار التّيار.

2) عمل المزدوجة الكهرطيسيّة عندما يدورُ الإطارُ من وضعه السّابق إلى وضع التّوازن المستقرّ.

b) نقطعُ التّيار ونستبدل سلكَ التّعليق بسلكِ فتلٍ شاقولي ثابتِ فتله K بحيث يكون مستوي الإطار يوازي خطوط الحقل المغناطيسي السّابق، ونمرّرُ تيّاراً شدّته $2mA$ فيدور الإطار بزاوية 30° ثم يتوازن والمطلوب:

1) احسب التّدفق المغناطيسي في الإطار عندما يتوازن.

2) استنتج العلاقة المحدّدة لثابت فتل سلك التّعليق انطلاقاً من شرط التّوازن الدّوراني، ثمّ احسب قيمته.

(يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي).

الحل: a) 1) $\bar{\Gamma}_{\Delta} = NISB \sin\alpha$

$$\bar{\Gamma}_{\Delta} = 100 \times \frac{1}{10\pi} \times 4\pi \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-2} \times 1$$

$$\bar{\Gamma}_{\Delta} = 16 \times 10^{-5}\ m.N$$

2) $W = I\Delta\Phi$

$$W = INSB\Delta\cos\alpha$$

$$W = INSB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

$$W = \frac{1}{10\pi}\times 100\times 4\pi\times 10^{-4}\times 4\times 10^{-2}\times(1-0)$$

$$W = 16\times 10^{-5}\,\mathrm{J}$$

B) 1) $\Phi = NSB\cos\alpha$ $(4\pi = 12.5)$

$$\alpha + \theta' = 90 \Rightarrow \alpha = 90 - \theta' = 90 - 30 = 60^\circ$$

$$\Phi = 100\times 4\pi\times 10^{-4}\times 4\times 10^{-2}\times\frac{1}{2}$$

$$\Phi = 25\times 10^{-4}\ weber$$

2) $$\sum\bar{\Gamma}_\Delta = 0$$

$$\sum\bar{\Gamma}_{\Delta\,\text{كهرطيسية}} + \sum\bar{\Gamma}_{\Delta\,\text{فتل}} = 0$$

$$NISB\sin\alpha - k\,\theta' = 0$$

$$\alpha + \theta' = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\alpha = \cos\theta'$$

$$NISB\cos\theta' - k\,\theta' = 0$$

$$NISB\cos\theta' = k\,\theta'$$

$$k = \frac{NISB\cos\theta'}{\theta'}$$

$$k = \frac{100\times 2\times 10^{-3}\times 4\pi\times 10^{-4}\times 4\times 10^{-2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{6}}$$

$$k = 96\sqrt{3}\times 10^{-7}\ m.N.rad^{-1}$$

المسألة الرّابعة: دولابُ بارلو قطرُه $20cm$، يمرّرُ فيه كهربائيّ مُتواصِل I، ويخضعُ نصفُ القرصِ السّفليّ لحقلٍ مغناطيسيّ أفقيّ مُنتظَم شدَّتُه $B = 10^{-2}T$، فيتأثّرُ الدُّولابُ بقوّةٍ كهرطيسيّةٍ شدَّتُها $F = 0.04N$ والمطلوب:

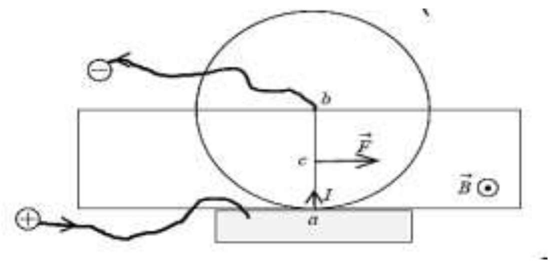
1) بيّنْ بالرّسمِ جهةَ كلٍّ من $(\vec{F},\vec{B},I\vec{L})$.

2) احسبْ شدّةَ التّيارِ المارّ في الدّولاب.

3) احسبْ عزمَ القوّةِ الكهرطيسيّةِ المُؤثرةِ في الدُّولاب.

4) احسبْ قيمةَ الكتلةِ الواجبِ تعليقُها على طرفِ نصفِ القطر الأفقيّ للدُّولابِ لمنعِه عنِ الدّوران.

الحل: 1)



2) $$F = IrB\sin\theta$$

$$0.04 = I\times 10\times 10^{-2}\times 10^{-2}\times 1$$

$$I = \frac{4\times 10^{-2}}{10\times 10^{-2}\times 10^{-2}} = 40\ A$$

3) $$\Gamma = \frac{r}{2}F = \frac{10}{2}\times 10^{-2}\times 0.04$$

$$\Gamma = 2\times 10^{-3}\ m.N$$

4) جملة المقارنة: خارجية.

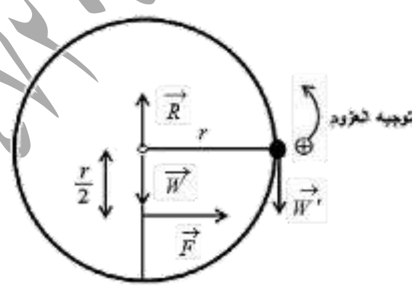
الجملة المدروسة: الدولاب المتوازن.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل القرص.

$\vec{F}$ الكهرطيسية.

$\vec{R}$ رد فعل محور الدوران.

$\vec{W}'$ ثقل الكتلة المضافة.



$\sum\bar{\Gamma}_\Delta = 0$ شرط التوازن الدوراني.

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}'/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{F}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} = 0$$

$\bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = \bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} = 0$ لأنّ حامل كل قوة يلاقي Δ.

$$-(r)m'\,g+\left(\frac{r}{2}\right)F+0=0$$

$$\left(\frac{r}{2}\right)F=(r)m'\,g$$

$$m'=\frac{F}{2g}=\frac{4\times10^{-2}}{2\times10}=2\times10^{-3}\,Kg$$

التفكير الناقد:

جسم مشحون يتحرك في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم يعامد حقلاً كهربائيّاً منتظماً بسرعة تعامد كل منهما، بين متى يصبح مساره مستقيماً، ومتى يكون دائرياً.

الجواب: بإهمال ثقل الجسيم المشحون و عند مرور الجسيم المشحون ضمن منطقة الحقل مغناطيسي المنتظم فإنه يتأثر بقوة مغناطيسية $\vec{F}=q\vec{v}\Lambda\vec{B}$ وعند مروره ضمن منطقة الحقل الكهربائي فإنه يتأثر بقوة كهربائية $\vec{F'}=q\vec{E}$ إن كلاً من $\vec{F'}$ و $\vec{F}$ على حامل واحد وهنا نميز حالتين:

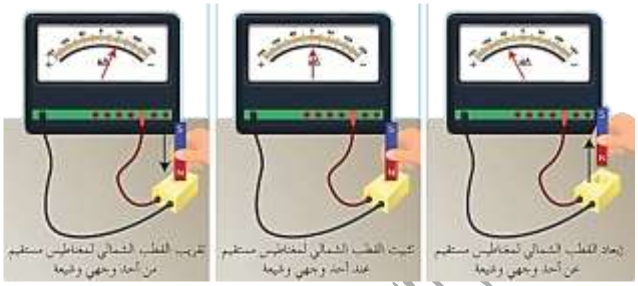
1- $\vec{F'}$ و $\vec{F}$ بجهة واحدة و محصلتهما قوة جاذبة مركزية فسوف يكون المسار دائري.

2- $\vec{F'}$ و $\vec{F}$ بجهتين متعاكستين ومتساويتان بالشدة سوف تنعدم محصلة القوى فيصبح المسار مستقيم.

ـــــ انتهى البحث ـــــ

التحريض الكهرطيسي

قانونُ فاراداي: تجربة (1):

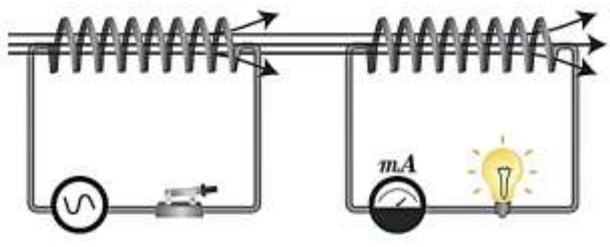


عند اقتراب أو ابتعاد القطب الشمالي لمغناطيس مستقيم من وجه الوشيعة يزداد (عند الاقتراب) أو يتناقص (عند الابتعاد) التدفق المغناطيسي في الوشيعة (دارة مغلقة) فتنشأ قوّةٌ مُحرِّكةٌ كهربائيّةٌ مُتحرِّضة تعمل على توليد تيار متحرض.

يسمى التيار المتولد عن تغير التدفق المغناطيسي عبر الدارة بالتيار المتحرض ويسمى المغناطيس المتحرك بالمحرض وتسمى حادثة توليد التيار المتحرض بواسطة المغناطيس المحرض بحادثة التحريض الكهرطيسي.

وعند توقف المغناطيس المحرض عن الحركة يصبح التدفق المغناطيسي عبر الدارة ثابتاً فينعدم التيار المتحرض.

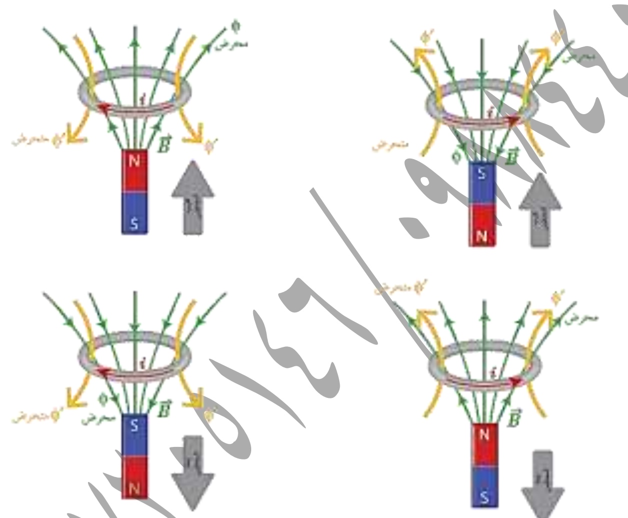
تجربة (2):



نصل طرفَي الوشيعةِ الأولى بمأخذِ لمولِّدِ تيّارٍ كهربائيٍّ مُتناوِبٍ جيبيٍّ ثم نضعُ الوشيعةَ الثّانيةَ ليكونَ محورُها مُنطبِقاً على محورِ الوشيعةِ الأولى وأصلُ طرفَيها بوساطةِ أسلاكِ التوصيلِ إلى المِصباحِ الكهربائيِّ ومقياسِ الميلي أميرِ نغلقُ دارةَ الوشيعةِ الأولى ونراقبُ المِصباحَ الكهربائيَّ ومقياسَ الميلي أميرِ في الدّارةِ الثّانيةِ فيتولّدُ تيّارٌ كهربائيٌّ في الدّارةِ الثّانيةِ على الرّغمِ من عدمِ وجودِ مُولّدٍ فيها، وهو ناتجٌ عن التّحريضِ الكهرطيسيِّ ويُدعى بالتّيّارِ الكهربائيِّ المُتحرِّض ويعلّلُ ذلكَ أنَّ الوشيعةَ الأولى تولّد حقلاً مغناطيسيّاً مُتناوِباً جيبيّاً فيتغيّرُ التّدفّقُ المغناطيسيُّ الذي يجتازُ الوشيعةَ الثّانيةَ، وتتولّدُ قوّةٌ محرّكةٌ كهربائيّةٌ مُتحرِّضةٌ تسبِّبُ مرورَ التّيّارِ الكهربائيِّ المُتحرِّض.

نص قانونُ فاراداي: يتولّدُ تيّارٌ كهربائيٌّ مُتحرّضٌ في دارةٍ مُغلَقةٍ إذا تغيّرَ التّدفُّقُ المغناطيسيُّ الذي يجتازُها ويدومُ هذا التّيّارُ بدوامِ تغيُّرِ التّدفّقِ لينعدمَ عند ثباتِ التدفقِ المغناطيسيِّ المحرِّض.

قانون لنز:



1) إنّ تقريبَ القطبِ الشّماليِّ من أحدِ وجهَي الوشيعةِ يولِّدُ فيها تيّاراً كهربائيّاً مُتحرّضاً فيولِّدُ بدورِه حقلاً مغناطيسيّاً مُتحرِّضاً، جهتُه بعكسِ جهةِ الحقلِ النّاجمِ عن المغناطيسِ المُحرِّضِ الذي قرّبناه من وجهِ الوشيعة، وكذلكَ الأمر بالنّسبةِ إلى تقريبِ القطبِ الجنوبيِّ.

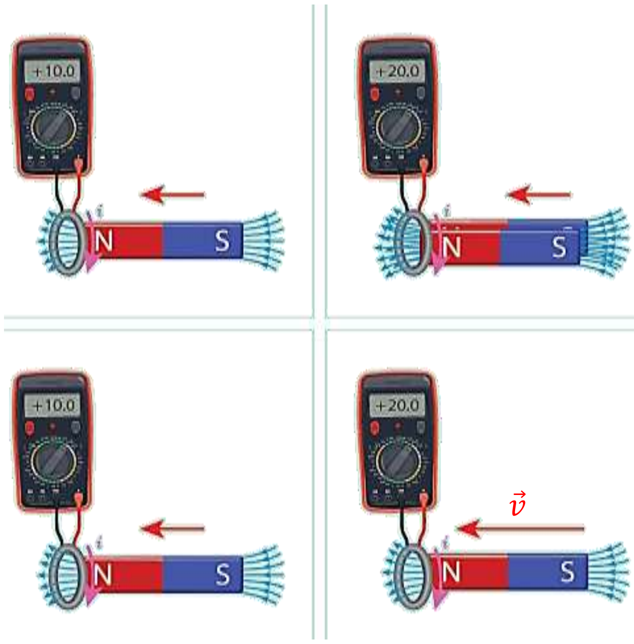
2) إنّ إبعادَ القطبِ الشّمالي للمغناطيس المُحرّض عن أحدِ وجهي الوشيعةِ يؤدّي إلى تولُّد تيّار مُتحرّض في الوشيعةِ يولّد بدوره حقلاً مغناطيسيّاً مُتحرّضاً تتفقُ جهتُه مع جهةِ الحقل الناجم عن المغناطيسِ المُحرّض، وكذلك الأمرُ بالنّسبة إلى إبعادِ القطبِ الجنوبي.

3) تسعى الوشيعةُ لإنقاصِ التّدفُّق المغناطيسي الّذي يجتازُها في حالِ تزايدِ التّدفُّق المغناطيسي المُحرض النّاجم عن تقريب المغناطيس.

4) تسعى الوشيعةُ لزيادةِ التّدفّق المغناطيسي الذي يجتازُها في حالةِ إنقاصِ التّدفُّق المغناطيسي المُحرّض النّاجم عن إبعادِ المغناطيس.

نص قانونُ لنز: إنّ جهةَ التيّار المُتحرّض في دارةٍ مُغلَقة تكونُ بحيث يُنتِجُ أفعالاً تعاكسُ السّببَ الذي أدّى إلى حدوثه.

القوّة المُحرِّكة الكهربائيّة المُتحرِّضة:



هي فرق الكمون بين طرفي الدارة والناتج عن تغير التدفق المغناطيسي خلال تغير الزمن.

تتناسبُ القوّةَ المُحرِّكة الكهربائيّة المُتحرّضة ε:

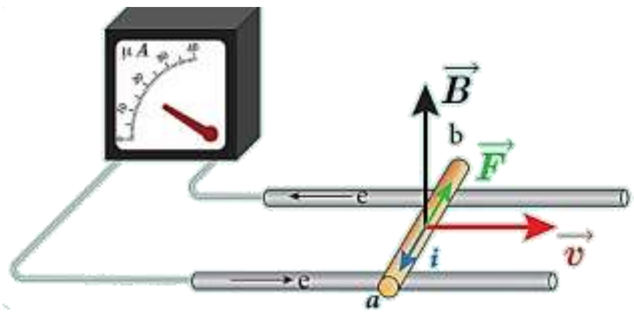
1) طرداً مع تغيّر التّدفق المغناطيسي المُحرّض $d\bar{\Phi}$.

2) عكساً مع زمن تغيُّر التّدفُّق المغناطيسي المُحرّض dt.

$$\varepsilon = -\frac{d\bar{\Phi}}{dt}$$

حيثُ تنسجمُ الإشارة السّالبة مع قانون لنز.

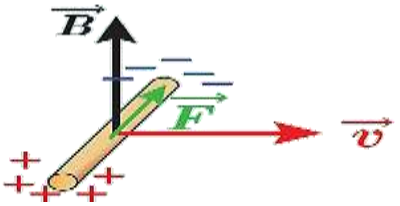
التعليل الإلكتروني لنشوء التيّار المُتحرِّض والقوّة المُحرِّكة الكهربائيّة المُتحرِّضة:



ندحرجُ السّاق النّاقلة على السكتين فينحرفُ مؤشّرُ مقياس الميكروأمبير دليل مرور تيّار كهربائي مُتحرِّض نعلل ذلك بأنه: عند تحريكِ السّاق بسرعةٍ ثابتةٍ عمودياً على خطوطِ الحقل المغناطيسي فإنّ الإلكترونات الحرّةَ في السّاق ستتحرّكُ بهذه السّرعة وسطيّاً ومع خضوعها لتأثير الحقل المغناطيسي المُنتظم فإنّها تخضعُ لتأثيرِ القوّة المغناطيسيّة $\vec{F} = e\vec{v}\Lambda\vec{B}$

وبتأثيرِ هذه القوّة تتحرّكُ الإلكترونات الحرّة في السّاق وتتولّدُ قوّةٌ مُحرّكةٌ كهربائيّةٌ تحريضيّةٌ تسبّبُ مرورَ تيّار كهربائي مُتحرّض عبرَ الدّارة المغلقة جهتُه الاصطلاحيّة بعكسِ جهة حركة الإلكترونات الحرّة أي بعكسِ جهةِ القوّة المغناطيسيّة.

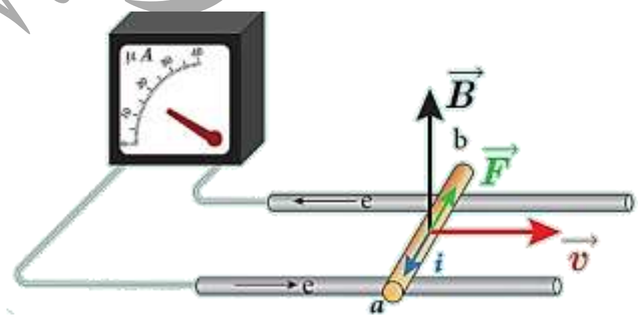
عند فتح الدّارة:



عندَ تحريكِ السّاق بسرعةٍ $\vec{v}$ على سكّتين معزولتين في منطقةٍ يسودُها حقلٌ مغناطيسيٌّ تنشأُ القوّةُ المغناطيسيّة وبتأثيرِ هذهِ القوّةِ تنتقلُ الإلكتروناتُ الحرّةُ من أحدِ طرفي السّاقِ الذي يكتسبُ شحنةً موجبةً، وتتراكمُ في الطّرفِ الآخرِ الذي يكتسبُ شحنةً سالبةً فينشأُ بين طرفي السّاق فرقاً في الكمون يمثّلُ القوّةَ المحرّكةَ الكهربائيّةَ المُتحرّضة.

تطبيقاتُ التّحريض الكهرطيسي:

1. مبدأُ المولّد:



لندرس نظرياً تحول الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائيّة:

عندَ تحريكِ السّاق بسرعةٍ ثابتةٍ $\vec{v}$ عموديّةٍ على شُعاعِ الحقلِ المغناطيسي المُنتظم $\vec{B}$ خلال فاصلٍ زمني Δt تنتقل الساق مسافة: $\Delta x = v\Delta t$ فيتغيّرُ السّطحُ بالمقدار:

$$\Delta S = L\Delta x = Lv\Delta t$$

فيتغيّرُ التّدفقُ المغناطيسي بالمقدار:

$$\Delta\Phi = B\Delta S = BLv\Delta t$$

فتتولّدُ قوّةٌ مُحركةٌ كهربائيّةٌ مُتحرّضة قيمتها المطلقة:

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{BLv\Delta t}{\Delta t} = BLv$$

وبما أنّ الدّارةَ مُغلقةٌ يمرُّ تيّارٌ كهربائيٌّ مُتحرّضٌ شدّته:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R}$$

فتكونُ الاستطاعةُ الكهربائيّةُ النّاتجة:

$$P = \varepsilon i$$

$$P = (BLv) \times (\frac{BLv}{R})$$

$$P = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

ولكن عندَ تحريكِ السّاق بسرعةٍ $\vec{v}$ تنشأُ قوّةٌ كهرطيسيّةٌ، جهتُها بعكسِ جهةِ حركةِ السّاقِ المُسبّبةِ لنشوءِ التّيّارِ المُتحرّض، ولاستمرارِ تولّدِ التّيّارِ يجبُ التّغلّبُ على هذهِ القوّةِ الكهرطيسيّةِ بصرفِ استطاعةٍ ميكانيكيّةٍ p'.

$$P' = Fv$$

لكن: $F = iLB\sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow F = iLB$

والتّيار المتحرض: $i = \frac{BLv}{R}$

نعوّض:

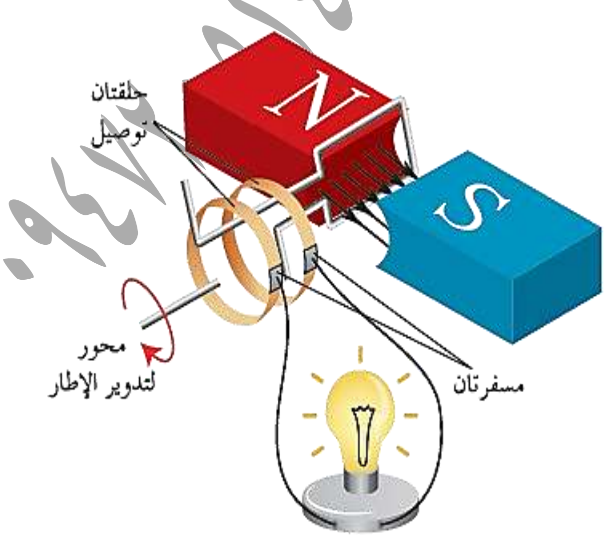
$$P' = Fv = iLBv = \frac{BLv}{R}LBv$$

$$P' = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

وبموازنةِ العلاقتين نجدُ أنّ: $P' = P$.

وبهذا تكونُ قد تحوّلت الطّاقةُ الميكانيكيّةُ إلى طاقةٍ كهربائيّةٍ.

2. مولد التيار المتناوب الجيبي:



وصفه: يتكوّن من إطار مؤلف من N لفة متماثلة مساحة كلٍّ منها S أسلاكه ناقلة ومعزولة وملفوفة بالاتّجاه ذاته يدور حول محور في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ ويتّصل طرفا الملفّ بحلقتين R_1, R_2، بحيث يمرُّ محورُ الدّوران بمركز هاتين الحلقتين، وتدور الحلقتان بدوران الملفّ ويمس كلّ حلقةٍ مسفرةٌ معدنية (ناقلة) (k_1, k_2)، وتتصل هاتان المسفرتان الملفّ بالدّارة الخارجيّة كما في الشّكل السابق.

استنتاج العلاقة المحدّدة للقوّة المحرّكة الكهربائيّة المتحرّضة:

بفرض أنّه في لحظةٍ ما أثناء الدّوران كان النّاظم على مستوي الإطار يصنع مع شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ زاوية قدرها α، فيكون التّدفّق المغناطيسي Φ الذي يجتاز سطح الإطار: $\Phi = NBs\cos\alpha$

فإذا كانت السّرعة الزّاوية لدوران الإطار ω ثابتة، فإنّ الزّاوية α التي يدورها الملفّ في زمن قدره t:

$$\alpha = \theta' = \omega t$$

نعوّض فنجد: $\Phi = NBS\cos\omega t$

وتكون القوّة المحرّكة الكهربائيّة المتحرّضة ε:

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\bar{\varepsilon} = NSB\omega\sin\omega t$$

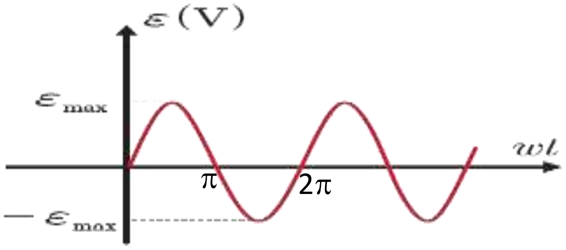
تكون ε عظمى عندما: $\sin\omega t = 1$

نعوض: $\varepsilon_{max} = NSB\omega$ فنجد أنّ:

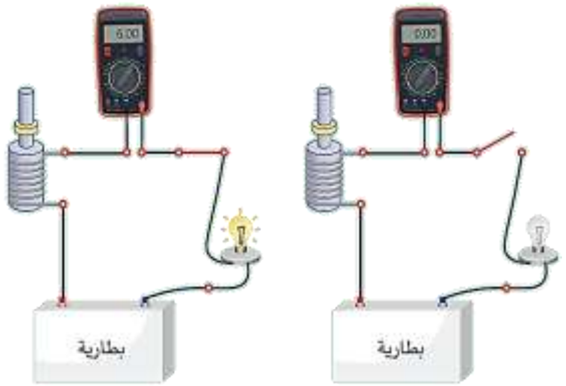
$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max}\sin\omega t$$

وبذلك نحصل على التّيار المتناوب الجيبي لأنّ: القوّة المحرّكة الكهربائيّة المتحرّضة ε متناوبة جيبيّة لحظية.

عند رسم تغيّرات ε بدلالة ωt نحصل على المنحني البياني الآتي:



3. مبدأ المُحرّك:



- عند إغلاق القاطعة ومنع المحرّك من الدّوران يتوهّج المصباح ويدلّ المقياس على مرور تيار كهربائي له شدّة معيّنة.
- عند السّماح للمحرّك بالدّوران تبدأ سرعته بالازدياد فيقلّ توهّج المصباح وتنقص دلالة المقياس ممّا يدلّ على مرور تيار كهربائي شدّته أصغر.
- تتولّد في المحرّك قوّة محرّكة كهربائيّة تحريضيّة عكسيّة مضادة للقوّة المحرّكة الكهربائيّة المطبقة بين قطبي المولّد، وتتزايد بازدياد سرعة دوران المحرّك.
- يوجد في المحرّك وشيعة، يمرّ فيها تيار كهربائي تدور بتأثير حقل مغناطيسي وبسبب هذا الدّوران يتغيّر التّدفّق المغناطيسي من خلال الوشيعة ممّا يسبّب تولّد قوّة محرّكة تحريضيّة عكسيّة تتوقّف على سرعة دوران المحرّك.

لندرسَ نظريّاً تحوُّلَ الطّاقةِ الكهربائيَّةِ إلى طاقةٍ ميكانيكيَّة في المُحرِّك:

عندَ مرورِ التّيارِ الكهربائي في السّاقِ الخاضعةِ لتأثيرِ الحقلِ المغناطيسيِّ المُنتظم $\vec{B}$، فإنّها تتأثّرُ بقوّةٍ كهرطيسيّةٍ شدتها:

$$F = ILB$$

تعملُ القوّةُ الكهرطيسيّةُ على تحريكِ السّاق بسرعةٍ ثابتةٍ $\vec{v}$، وتكونُ الاستطاعةُ الميكانيكيةُ الناتجة: $P' = Fv$

$$P' = ILBv$$

لكنْ عندَ انتقالِ السّاقِ مسافةً Δx، فإنَّ التّدفُّقَ المغناطيسيّ يتغيّرُ بالمقدار: $\Delta\Phi = BLv\Delta t$

فتتولّدُ في الساقِ قوّةٌ مُحرّكةٌ كهربائيّةٌ مُتحرِّضةٌ عكسيّةٌ تعاكسُ مرورَ تيّارِ المولّدِ فيها تُعطَى قيمتُها المُطلقةُ بالعلاقة:

$$\varepsilon' = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = BLv$$

ولاستمرارِ مرورِ تيّارِ المولّدِ يجبُ تقديمُ استطاعةٍ كهربائيّةٍ:

$$P = \varepsilon' I$$

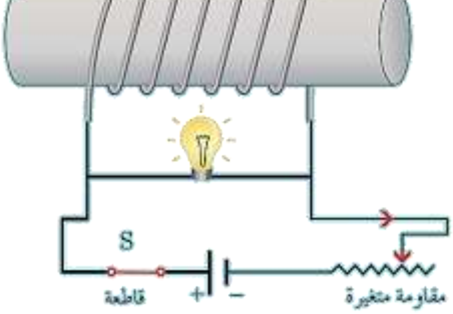
$$P = BLvI$$

بالموازنةِ نجدُ: $P' = P$

وبهذا الشّكلِ تتحوّلُ الطّاقةُ الكهربائيّةُ إلى طاقةٍ ميكانيكيّةٍ.

التّحريضُ الذّاتيّ:

لدينا دارةٌ موضحةٌ بالشكلِ تتألفُ من وشيعةٍ ومصباحٍ وأبيالٍ كهربائيّةٍ ومُقاومةٍ مُتغيّرةٍ مع زالقِهِ (مُعدّلة) وقاطعةٍ وأسلاكِ توصيلٍ نغلقُ القاطعة، ونحرّكُ الزّالقةَ حتّى تصبحَ إضاءةُ المصباحِ خافتةً.



- عندَ فتحِ القاطعةِ يتوهجُ المصباحُ بشدةٍ قبلَ أنْ ينطفئ، ممّا يدلُ على حصولِ المصباحِ على الطّاقةِ من مصدرٍ آخرَ غيرِ المولّدِ؛ لأنَّ دارتَه مفتوحةٌ ولا يوجدُ في الدّارةِ إلا الوشيعة، ويحدثُ هذا نتيجةَ التّحريضِ الذّاتي في الوشيعة، حيثُ أنَّ فتحَ القاطعةِ يؤدّي إلى تناقصِ شدّةِ التّيارِ المارّ في الوشيعة، فيتناقصُ تدفّقُ الحقلِ المغناطيسيّ المُتولّد في الوشيعةِ خلالَ الوشيعةِ ذاتِها، الأمرُ الذي يولّدُ قوّةً كهربائيّةً مُحرّكةً مُتحرِّضةً في الوشيعةِ أكبرَ من القوّةِ المُحرّكةِ الكهربائيّةِ للمولّد، لأنَّ زمنَ تناقصِ الشّدّةِ مُتناهي الصغرُ حيثُ تكونُ قيمةُ $\frac{di}{dt}$ أعلى ما يمكن لحظةَ فتحِ القاطعة.
- عندَ إغلاقِ القاطعةِ من جديدٍ يتوهجُ المصباحُ ثمّ يعودُ إلى ضوئه الخافت، حيثُ تتزايدُ شدّةُ التّيار وبالتّالي يتزايدُ تدفّقُ الحقلِ المغناطيسيّ المُتولّدِ عن الوشيعةِ عبرَ الوشيعةِ ذاتِها، فيتولّدُ فيها قوّةٌ مُحرّكةٌ كهربائيّةٌ مُتحرّضةٌ تمنعُ مرورَ التّيارِ المولد فيها، ويمرُّ تيّارُ المتحرض في المصباحِ فقط مُسبّباً توهّجه قبلَ أنْ تخبوَ إضاءتَه بسببِ تناقصِ قيمةِ $\frac{di}{dt}$ للتّيارِ المتحرّض وازديادِ مرورِ تيّارِ المولد تدريجيّاً في الوشيعةِ حتّى ثباتِ الشّدّةِ فتنعدمُ القوّةُ المُحرّكةُ الكهربائيّةُ المُتحرّضةُ في الوشيعة.

إنَّ الوشيعةَ قامَت بدورِ مُحرِّضٍ ومُتحرِّضٍ في آنٍ واحدٍ، لذلك ندعو الدّارةَ بالدّارةِ المُتحرِّضةِ الذّاتيّة وندعو الحادثةَ تحريضاً ذاتيّاً.

ذاتيَّةُ الوشيعة: تُعطَى شدّةُ الحقلِ المغناطيسيّ المتولِّدِ عن مرورِ تيّارٍ في الوشيعةِ بالعلاقة:

$$B = 4\pi \times 10^{-7}\frac{Ni}{\ell}$$

ويكونُ تدفُّقُ هذا الحقلِ من خلالِ الوشيعةِ ذاتِها:

$$\bar{\Phi} = NSB$$

$$\bar{\Phi} = NS(4\pi \times 10^{-7}\frac{Ni}{\ell})$$

$$\bar{\Phi} = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2S}{\ell}i$$

نلاحظُ أنّ أمثالَ شدّةِ التيّارِ مقدارٌ ثابتٌ يميّزُ الوشيعة، يدعى ذاتيّةَ الوشيعةِ L واحدةُ قياسِها في الجملةِ الدوليّةِ هي الهنري H وهو: ذاتيّةُ دارةٍ مُغلقةٍ يجتازُها تدفّقٌ مغناطيسيٌّ قدرُهُ ويبر واحد عندما يمرُّ فيها تيّارٌ، قدرُهُ أمبير واحد.

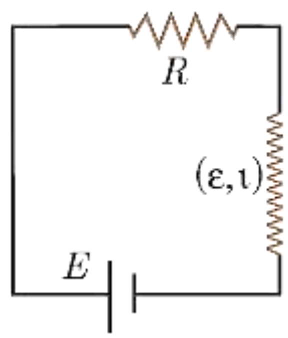
$$L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2S}{\ell}$$

نعوض فنجد: $\bar{\Phi} = Li$

فتصبحُ علاقةُ القوّةِ المحرّكةِ الكهربائيّةِ المتحرّضةِ الذاتيّةِ بدلالةِ شدّةِ التيّارِ المتغيّرِ الذي يجتازُها: $\bar{\varepsilon} = -\frac{d\bar{\Phi}}{dt}$

$$\bar{\varepsilon} = -L\frac{di}{dt}$$

الطّاقةُ الكهرطيسيّةُ المُختزَنة في وشيعة:



نربطُ وشيعةً ذاتيّتُها L، على التّسلسلِ مع مقاومةٍ أوميّةٍ R ومولّدٍ قوّتُه المحرّكةُ الكهربائيّةُ E، كما في الدّارةِ الموضحةِ بالشّكل:

بحسبِ قانونِ كيرشوف الثّاني:

$$\sum \bar{E} = Ri$$

$$\bar{E} + \bar{\varepsilon} = Ri$$

$$\bar{E} - L\frac{di}{dt} = Ri$$

$$\bar{E} = Ri + L\frac{di}{dt}$$

نضربُ طرفي العلاقةِ بـ idt فنجد:

$$Eidt = Ri^2dt + Lidi$$

يمثّلُ المقدار $Eidt$ الطّاقةَ التي يقدّمُها المولّد خلالَ الزّمن dt،

وهذه الطّاقةُ تنقسمُ إلى قسمَين:

القسمُ الأول: Ri^2dt يمثّلُ الطّاقةَ الضّائعةَ حراريّاً بفعلِ جول في المقاومةِ خلالَ الزّمن dt.

القسمُ الثّاني: $Lidi$ يمثّلُ الطّاقةَ الكهرطيسيّةَ المُختزنةَ في الوشيعةِ خلالَ الزّمن dt.

وتختزنُ الوشيعةُ طاقةً كهرطيسيّةً E_L في لحظةِ t عندما تزدادُ شدّةُ التيّارِ المارّةِ في الدّارةِ من الصّفرِ إلى قيمتِها النهائيةِ I.

$$E_L = \int_0^I Lidi$$

$$E_L = \frac{1}{2}LI^2$$

وهي العلاقةُ المحدّدةُ للطّاقةِ الكهرطيسيّةِ المُختزنةِ في الوشيعة

ويمكنُ أن تُكتبَ بالشّكل:

$$\Phi = LI \Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \Rightarrow$$

$$E_L = \frac{1}{2}\Phi I$$

تطبيق: وشيعةٌ طولُها $20\ cm$ وطولُ سلكِها $40\ m$ بطبقةٍ واحدةٍ مقاومتُها الأوميةُ مُهملةٌ والمطلوب:

1) احسبْ ذاتيةَ الوشيعة.

2) إذا كانَ نصفُ قطرِ اللفّةِ الواحدةِ $4\ cm$ فاحسبْ عددَ لفّاتِ الوشيعة.

3) نمرّرُ في الوشيعةِ تيّاراً كهربائيّاً تزدادُ شدّتُه بانتظامٍ من الصّفرِ إلى $10\ A$ خلال $0.5\ S$ احسب القوةَ المحرّكةَ الكهربائيّةَ المتولّدةَ داخلَ الوشيعةِ مُحدّداً جهةَ التيّارِ المتحرّض.

4) احسب الطّاقة الكهرطيسيّة المُختزَنة في الوشيعة.

الحل: 1) $L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2 S}{\ell}$

لكن عددُ اللّفات يُعطَى بالعلاقة: $N = \frac{\ell'}{2\pi r}$

وسطحُ الوشيعة يعطى بالعلاقة: $s = \pi r^2$

نعوض: $L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{(\frac{\ell'}{2\pi r})^2 \pi r^2}{\ell}$ فنجد بعد الاختصار:

$$L = 10^{-7} \frac{\ell'^2}{\ell} = 10^{-7} \times \frac{1600}{0.2}$$

$$L = 8 \times 10^{-4}\ H$$

2) لفة $N = \frac{\ell'}{2\pi r} = \frac{40}{2\pi \times 4 \times 10^{-2}} = \frac{4000}{25} = 160$

3) $\overline{\varepsilon} = -L\frac{di}{dt} = -8 \times 10^{-4} \frac{10}{0.5}$

$$\overline{\varepsilon} = -16 \times 10^{-3} V$$

بالتالي $\vec{B}$ مُحرِّض، $\vec{B'}$ مُتحرِّض على حاملٍ واحدٍ وبجهتين مُتعاكستين.

4) $E_L = \frac{1}{2} L I^2$

$$E_L = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-4} \times 100 = 4 \times 10^{-2}\ J$$

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابة الصَّحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

1) وشيعةٌ طولُها $\ell = 10\ cm$ وطول سلكِها $\ell' = 10\ m$ فقيمةُ ذاتيّتِها:

a) $10^{-4}H$ b) $10^{-6}H$

c) $10^{-8}H$ d) $10^{-7}H$

الإجابة الصحيحة: a) $L = 10^{-4}H$

توضيح اختيار الإجابة: $L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2}{\ell} s$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{(\frac{\ell'}{2\pi r})^2 \pi r^2}{\ell} = 10^{-7} \frac{(\ell)'^2}{\ell}$$

$$L = 10^{-7} \frac{(10^2)}{10 \times 10^{-2}} = 10^{-4} H$$

2) في تجربةِ السّكّتين التّحريضيّة حيثُ الدّارة مُغلَقة تكونُ القيمةُ المُطلَقة لشدّةِ التّيّار المُتحرّض:

a) BLv b) $\frac{BLv}{R}$

c) 0 d) $-\frac{BLv}{R}$

ثانياً: ماذا تتوقَّعُ أن يحدُثَ في كلٍّ من الحالاتِ الآتيةِ مُعلِّلاً إجابتِكَ:

1) في تجربةِ السّكّتين التّحريضيّة حيثُ الدّارةُ مُغلَقةٌ، نزيدُ سرعةَ تدحرُجِ السّاقِ على السّكّتين.

الحدث: تزداد شدة التّيار المتحرض.

التعليل: لأنّ شدة التّيار المتحرض تتناسب طرداً مع سرعة التدحرج v $i = \frac{BLv}{R} = const$

2) تقريبُ القطبِ الشّمالي لمغناطيس من أحدِ وجهَي وشيعةٍ يتّصلُ طرفاها ببعضِهما البعض.

الحدث: يتولد تيار متحرض في الوشيعة بحيث يصبح وجه الوشيعة المقابل للقطب الشمالي وجهاً شمالياً.

التعليل: تقريب القطب الشمالي للمغناطيس يسبب تزايد التدفق المغناطيسي المحرض الذي يجتاز حلقات الوشيعة فحسب قانون لنز تكون جهة التيار المتحرض بحيث تنتج أفعالا تعاكس السبب الذي أدى إلى حدوثه لهذا فالوجه الشمالي يتنافر مع القطب الشمالي ليمنع عملية التقريب.

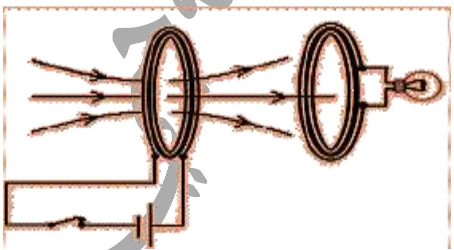
3) تقريبُ القطبِ الشّمالي لمغناطيس من أحدِ وجهَي حلقةٍ نحاسيّةٍ دارتُها مفتوحةٌ.

الحدث: يتولد قوة محركة كهربائية متحرضة مساوية لفرق الكمون بين طرفي الحلقة.

التعليل: تتأثر الإلكترونات الحرة بقوة لورنز المغناطيسية فتنتقل وتتراكم شحنات سالبة عند طرف الحلقة وشحنات موجبة عند الطرف الآخر للحلقة فينشأ فرق في الكمون بين طرفي الحلقة.

ثالثاً: أجبْ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

1) مَلَفّانِ مُتقابِلانِ الأوَّلُ موصولٌ إلى بيلٍ كهربائيٍّ والثاني إلى مصباحٍ هل يضيءُ المصباحُ إذا كانَ المَلَفّانِ ساكنَينِ؟ في حالِ النفي ماذا نفعلُ ليضيءَ المِصباحُ؟ ولماذا؟



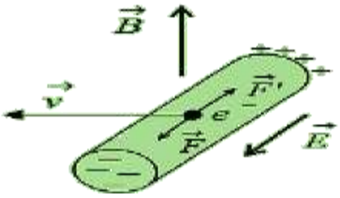
الحل: لا يضيء المصباح إذا كان الملفان ساكنين لأن التدفق المغناطيسي للحقل المغناطيسي الناجم عن الملف الأول لا يتغير من خلال الملف الثاني.

ليضيء المصباح يجب أن يتغير التدفق المغناطيسي للحقل المغناطيسي الناجم عن الملف الأول ويمكن تحقيق ذلك:

- بفتح وغلق القاطعة باستمرار في دارة الملف الأول فتتغير شدة الحقل المغناطيسي الناجم عن الملف الأول وبالتالي يتغير التدفق المغناطيسي لهذا الحقل من خلال الملف الثاني فيتولد تيار كهربائي متحرض يسبب إضاءة المصباح.
- تحريك أحد الملفين نحو الآخر.
- استبدال البيل الكهربائي بمنبع تيار كهربائي متناوب.

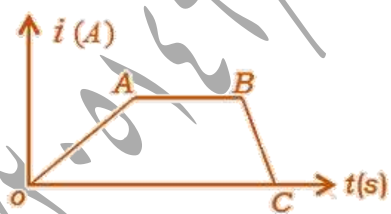
2) في تجربةِ السّاقِ المُتحرِّكةِ بوجودِ الحقلِ المغناطيسيِّ المُنتظَمِ في دارةٍ مفتوحةٍ، تتراكمُ الشّحناتُ المُوجبةُ في طرفٍ والشّحناتُ السّالبةُ في طرفٍ آخرَ، ويستمرُّ التّراكمُ إلى أنْ يصلَ إلى قيمةٍ حدّيّةٍ يتوقّفُ عندها. فسِّرْ ذلك.

الحل:



إن تراكم الشحنات الكهربائية على طرفي الساق يولّد حقلاً كهربائياً $\vec{E}$ يتجه من الطرف الذي يحمل شحنات كهربائية موجبة إلى الطرف الذي يحمل شحنات كهربائية سالبة يؤثر هذا الحقل الكهربائي في الإلكترون الحر بقوة كهربائية $\vec{F'}$ جهتها تعاكس جهة القوة المغناطيسية $\vec{F}$ (قوة لورنز) المؤثرة في هذا الإلكترون ثم تزداد شدة الحقل الكهربائي بازدياد تراكم الشحنات الكهربائية مما يزيد من شدة هذه القوة الكهربائية لتصبح مساوية لشدة القوة المغناطيسية (قوة لورنز) فتتوقف حركة الإلكترونات.

3) يبيّنُ الخطُّ البيانيُّ المرسومُ جانباً تغيُّراتِ تيّارِ المولِّدِ المارِّ في الوشيعةِ في حادثةِ التّحريضِ الذّاتيِّ.



a) ماذا تمثّلُ كلٌّ من المراحل: (OA, AB, BC).

b) أيُّهما أكبرُ القوّةُ المُحرِّكةُ الكهربائيّةُ المُتحرِّضةُ عند إغلاقِ أو فتحِ الدّارة

c) في أيِّ المراحلِ تزدادُ الطّاقةُ الكهرطيسيّةُ المُختزَنةُ في الوشيعةِ؟ وفي أيِّ المراحلِ تكونُ ثابتةً؟ وفي أيِّ المراحلِ تتناقصُ الطّاقةُ الكهرطيسيّةُ المُختزَنةُ في الوشيعة.

الحل: a) المرحلة OA تزايد شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعة فيتوهج المصباح نسبيا ثمّ يعود لإضاءته الخافتة.

المرحلة AB ثبات شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعة فتثبت شدة إضاءة المصباح.

المرحلة BC تناقص شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعة فيتوهج المصباح بشدة ثمّ ينطفئ.

b) عند فتح الدارة تكون القوة المحركة الكهربائية المتحرضة أكبر من القوة المحركة الكهربائية المتحرّضة عند غلق القاطعة لأنّ القيمة المطلقة للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة $\bar{\varepsilon} = -L\frac{\bar{di}}{dt}$ تتناسب عكساً مع dt وزمن تناقص شدة التيار في المرحلة BC أصغر من زمن تزايد التيار في المرحلة $0A$ لذا تكون القوة المحركة الكهربائية المتحرضة أكبر عند فتح الدارة.

c) تزداد الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة في المرحلة $0A$ وتكون الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة ثابتة في المرحلة AB وتتناقص الطاقة الكهرطيسية المختزنة في ذاتية الوشيعة في المرحلة وتتحول BC إلى طاقة كهربائية.

4) وشيعةٌ يمرُّ فيها تيّارٌ كهربائيٌّ مُتغيّرٌ شدته i:

a) اكتبْ عبارةَ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيِّ المُتولّد داخلَها نتيجةَ مرورِ التيّار.

b) اكتبْ عبارةَ التّدفّقِ المغناطيسيِّ للحقلِ المغناطيسيِّ.

c) استنتجْ العلاقةَ المُحدّدةَ للقيمةِ الجبريّةِ للقوّةِ المحرّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرّضةِ الآنيّةِ الذّاتيّةِ المُتحرّضةِ فيها موضحاً متى تنعدمُ قيمةُ هذه القوّة.

الحل: a) $B = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N}{\ell}I$

b) $\Phi = \mathrm{NBS}\cos\alpha$ لكن:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \Phi = NBS$$

C) $$\Phi = N\left(4\pi \times 10^{-7}\frac{N}{\ell}I\right)S$$

$$\Phi = N\left(4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2}{\ell}S\right)I$$

$$\Phi = LI$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

تنعدم قيمة هذه القوة المحركة الكهربائية المتحرضة الآنية الذاتية عند ثبات قيمة التيّار.

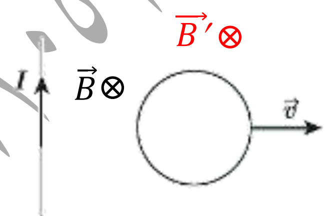
5) في الشّكلِ المُجاورِ مَلفٌّ دائريٌّ نُحرّكه بسرعةٍ ثابتةٍ عموديّة على السّلكِ المُستقيمِ المطلوب:

a) حدّدْ على الرّسمِ جهةَ الحقلِ المغناطيسيِّ المُتولّدِ عن مرورِ التيّارِ الكهربائيِّ في السّلكِ المُستقيمِ عند مركزِ المَلفّ الدائريّ.

b) حدّدْ على الرسمِ جهةَ الحقلِ المغناطيسيِّ المُتحرّضِ المُتولّدِ في المَلفّ، وجهةَ التيّارِ الكهربائيِّ المُتحرّض.

C) صِفْ ما يحدثُ إذا أوقفنا المَلفَّ عن الحركةِ، مُعلّلاً إجابتَك؟

الحل: a) + b) جهة التيار المتحرض بنفس جهة دوران عقارب الساعة



c) إذا أوقفنا الملف الدائري عن الحركة تثبت شدّة الحقل المغناطيسي المحرض وبالتالي يصبح تغير التدفق المغناطيسي المحرض معدوم فتنعدم القوة المحركة الكهربائية المتحرضة وتنعدم شدة التيار المتحرض.

رابعاً: حُلَّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: مَلفٌّ دائريٌّ، يتألَّفُ من 100 لفّةٍ مُتماثلة، نصفُ قطرِه الوسطي $4\ cm$، نصل طرفيه بمقياس أمبير موصولاً على التّسلسل معَ مقاومةٍ أومية قيمتها 20Ω، نقرِّبُ من أحدِ وجهَي الملَفّ القطبَ الشّمالي لمغناطيسٍ مُستقيمٍ وفق محوره، فتزدادُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسي الذي يخترقُ لفّاتِ الملَفّ الدّائري بانتظامٍ من الصّفرِ إلى $0.08T$ خلال $2S$ والمطلوب:

1) احسبْ قيمةَ القوّةِ المُحرّكة الكهربائيّة المُتحرِّضة المتولّدة في المَلفّ الدّائري مُحدِّداً جهةَ التّيار الكهربائي المُتحرِّض.

2) ما نوع الوجه المُقابل للقطب الشّمالي؟

3) احسبْ شدّةَ التّيار المارّةِ في الملَفّ.

4) احسبِ الاستطاعةِ الكهربائيّة المُتولّدة عن المَلفّ الدّائري ثمَّ الاستطاعة الحراريّة المصروفة في المُقاوَمةِ الأومية وماذا تستنتج.

الحل: 1)
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
$$\bar{\varepsilon} = -\frac{N(\Delta B)S\cos\alpha}{\Delta t}$$
$$\varepsilon = -\frac{100 \times (0.08 - 0) \times 16\pi \times 10^{-4} \times 1}{2}$$
$$\varepsilon = -2 \times 10^{-2} V$$

بما أن $\bar{\varepsilon}<0$ وحسب لنز $\vec{B}$ مُحرض، $\vec{B'}$ مُتحرض بجهتين متعاكستين أي Φ مُحرض يعاكس Φ' مُتحرض.

2) الوجه المقابل للقطب الشمالي وجه شمالي يدور فيه التيار المتحرض بعكس دوران عقارب الساعة.

3) $$i = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = -\frac{2\times10^{-2}}{20} = -10^{-3}A$$

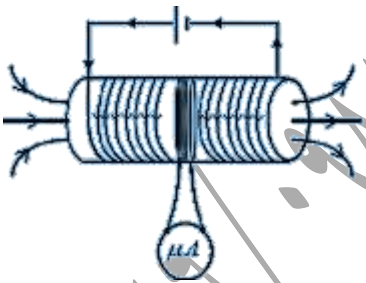
4) $$P = \varepsilon i = -2 \times 10^{-2} \times -10^{-3}$$
$$P = 2 \times 10^{-5}\ Watt$$
$$P' = Ri^2 = 20 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-5}\ Watt$$

أي أن الاستطاعة الكهربائية تحولت إلى استطاعة حرارية.

المسألة الثّانية: 1) لدينا وشيعةٌ طولها $30cm$، قطرُها $4\ cm$، تحوي 1200 لفة، نمرِّرُ فيها تيّاراً شدّته $4A$ احسب شدة الحقل المغناطيسي في مركزِ الوشيعة.

2) نلفُّ حولَ القسمِ المتوسطِ من الوشيعةِ ملَفّاً يحوي 100 لفةٍ معزولةٍ، ونصل طرفَيه بمقياسِ غلفاني، بحيث تكونُ المُقاومة الكلّية للدّارة الجديدة 16Ω علل نشوء التيار المتحرض في الملف الدائري وما دلالة المقياس عندَ قطعِ التيّار عن الوشيعةِ خلال $0.5\ S$ تكونُ المُقاوَمة الكلّية للدّارة الجديدة تتناقصُ فيها الشدّةُ بانتظام؟

الحل:



1) $$B = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N}{\ell}I$$
$$B = 12.5 \times 10^{-7}\frac{1200}{30 \times 10^{-2}} \times 4$$
$$B = 2 \times 10^{-2}\ T$$

2) تلعب الوشيعة دور جملة محرّضة والملف جملة متحرّضة وعند قطع التيار عن الوشيعة يتناقص التدفق المغناطيسي المحرّض الناتج عن الوشيعة الذي يجتاز الملف وهذا يؤدي حسب قانون فاراداي إلى نشوء تيار متحرّض في الملف.

$$i = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = -\frac{\Delta\Phi}{R\,\Delta t} = -\frac{N\,\Delta B\,S\cos\alpha}{R\,\Delta t}$$

$$i = -\frac{100\,(0-2\times10^{-2})\,\pi(2\times10^{-2})^2\times1}{16\times0.5}$$

$$i = \frac{8\pi\times10^{-4}}{8} = \pi\times10^{-4}\ A$$

المسألة الثالثة: في تجربة السكّتين الكهرطيسية يبلغ طول السّاق النّحاسيّة المُستندة عمودياً عليهما $30\ cm$ وكتلتها $60g$ والمطلوب:

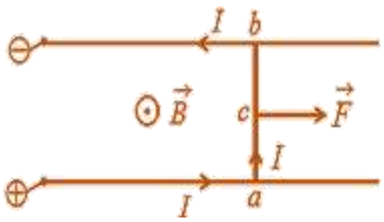
1) احسبْ شدة الحقل المغناطيسي المُنتظم المُؤثّرة عموديّاً في السّكّتين لتكون شدةُ القوّة الكهرطيسيّة مُساويةً مثلي ثقل السّاقِ وذلك عندَ إمرار تيارٍ كهربائي شدته $20A$.

2) احسبْ عملَ القوّة الكهرطيسيّة المؤثرة في السّاق إذا تدحرجَت بسرعةٍ ثابتةٍ قدرها $0.4\ m.s^{-1}$ لمدة ثانيتين .

3) نرفعُ المولّد من الدّارة السّابقة، ونستبدلُه بمقياس غلفاني وندحرجُ السّاقَ بسرعةٍ وسطيّةٍ ثابتةٍ $5m.s^{-1}$ ضمن الحقل السّابق استنتجْ عبارةَ القوّةِ المحرّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرِضة ثمّ احسبْ قيمتَها ثم احسبْ شدّةَ التّيار المُتحرّض بافتراض أنّ المُقاوَمةَ الكليّة للدّارة ثابتةٌ وتُساوي 5Ω ثم ارسم شكلاً توضيحياً يبين جهة كل من $(\vec{v},\vec{B})$ وجهةَ التيّار المُتحرّض.

4) احسبِ الاستطاعةَ الكهربائيّة النّاتجة، ثمّ احسب شدّةَ القوّة الكهرطيسيّة المُؤثّرة في السّاق في أثناءَ تدحرجها .

الحل: 1)



$$F = 2W = 2mg$$

$$F = 2\times60\times10^{-3}\times10$$

$$F = 1.2\ N$$

$$F = ILB\sin\theta$$

$$1.2 = 20\times30\times10^{-2}\times B\times1$$

$$B = \frac{1.2}{20\times30\times10^{-2}\times1} = 0.2T$$

2) طريقة (1):

$$W = F\Delta x = F\,v\,\Delta t$$

$$W = 1.2\times0.4\times2 = 0.96\ J$$

طريقة (2):

$$W = I\,\Delta\Phi$$

$$W = IB\Delta S = IBL\Delta x = IBLv\Delta t$$

$$W = 20\times0.2\times30\times10^{-2}\times0.4\times2$$

$$W = 0.96\ J$$

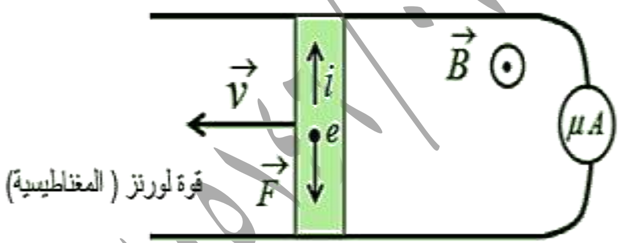
3)

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{B\,\Delta S}{\Delta t}\right| = \left|\frac{B\,L\,\Delta x}{\Delta t}\right| =$$

$$\varepsilon = \left|\frac{B\,L\,v\,\Delta t}{\Delta t}\right| = B\,L\,v =$$

$$\varepsilon = 0.2\times30\times10^{-2}\times5 = 0.3\ V$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.3}{5} = 0.06\ A$$



4)

$$P = \varepsilon i$$

$$P = 0.3\times6\times10^{-2} = 18\times10^{-3}\ Watt$$

$$F = i\,L\,B\,\sin\theta$$

$$F = 0.06\times30\times10^{-2}\times0.2\times1$$

$$F = 36\times10^{-4}\ N$$

المسألة الرابعة: سكّتان نحاسيّتان متوازيتان، تميل كلٌّ منهما على الأفق بزاوية 45^0، تستندُ إليهما ساقٌ نحاسيّة طولها $L = 40\ cm$، تخضعُ بكاملِها لتأثيرِ حقلٍ مغناطيسيٍّ منتظمٍ شاقوليٍّ شدّته $0.8\ T$ نغلقُ الدّارة، ثمَّ نتركُ لتنزلقَ دونَ احتكاكٍ بسرعةٍ ثابتةٍ، قيمتُها $2m.s^{-1}$ والمطلوب:

1) بيّن أنّه تنشأ قوّةٌ كهرطيسيّة تعيقُ حركةَ السّاق.

2) استنتج العلاقةَ المُحدّدةَ للمُقاوَمةِ الكليّةِ للدّارة ثمّ احسبْ قيمتَها إذا كانت شدّةُ التيّارِ المُتحرّضِ المُتولدِ فيها $\sqrt{2}A$.

3) استنتج العلاقةَ المُحدّدةَ لكتلةِ السّاقِ، ثمّ احسب قيمتَها.

الحل: 1) عند تحريك الساق بسرعة ثابتة، عمودي على خطوط الحقل المغناطيسي فإن كل إلكترون حرّ في الساق سيتحرك بهذه السرعة وسطياً، ومع خضوعه لتأثير الحقل المغناطيسي المنتظم فإنّه يخضع لتأثير القوة المغناطيسية $\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{B}$ وبتأثير هذه القوّة تتحرك الإلكترونات الحرّة عبر الدارة فيتولّد تيار كهربائي متحرّض ينتج أفعالاً تعاكس السبب الذي أدى إلى حدوثه فتنشأ قوة كهرطيسية معاكسة لجهة حركة الساق.

2) عند حركة الساق بسرعة ثابتة $\vec{v}$ خلال الفاصل الزمني Δt تنتقل مسافة $\Delta x = v\Delta t$ فتتغير مساحة السطح الذي تخترقه خطوط الحقل المغناطيسي بالمقدار:

$$\Delta S = L\Delta x = L\ v\Delta$$

فيتغيّر التدفّق المغناطيسي الذي يجتاز الدارة بمقدار:

$$\Delta\Phi = B\,\Delta S\ \cos\alpha = B\ L\ v\Delta t\cos\alpha$$

فتتولّد قوة محرّكة كهربائية متحرّضة قيمتها المطلقة:

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = BLv\cos\alpha$$

فيتولّد تيار كهربائي متحرّض:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = BLv\cos\alpha$$

$$\Rightarrow R = \frac{BLv\cos\alpha}{i}$$

$$R = \frac{0.8 \times 40 \times 10^{-2} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

$$R = 32 \times 10^{-2}\ \Omega$$

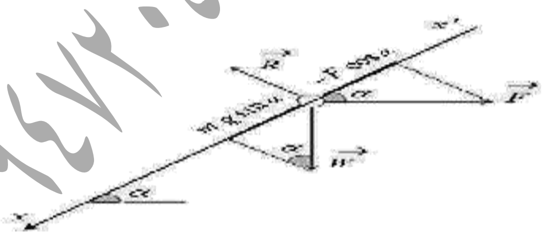
3) جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: الساق المتوازنة.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الساق _ $\vec{F}$ القوة الكهرطيسية _ $\vec{R}$ رد فعل السكتين.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$$

بالإسقاط على $\overrightarrow{xx'}$ يوازي السكتين:



$$mg\sin\alpha - F\cos\alpha + 0 = 0$$

$$mg\sin\alpha = F\cos\alpha$$

$$\Rightarrow m = \frac{F}{g\tan\alpha} = \frac{iLB\sin\frac{\pi}{2}}{g\tan\alpha}$$

$$m = \frac{\sqrt{2} \times 40 \times 10^{-2} \times 0.8 \times 1}{10 \times 1}$$

$$m = 32\sqrt{2} \times 10^{-3}\ Kg$$

المسألة الخامسة: إطارٌ مربعُ الشّكلِ طول ضلعِه $4cm$، مؤلّفٌ من 100 لفةٍ مُتماثلة من سلكٍ نحاسيّ معزول، نديرُ الإطار حول محوَرٍ شاقوليّ مارٍّ من مركزِه وبضلعَين أفقيّين مُتقابلين بحركة دائريّة مُنتظَمة تقابل $\frac{10}{\pi}\ Hz$ ضمن حقل مغناطيسيّ مُنتظَم أفقيّ شدّته $5 \times 10^{-2} T$ خطوطه ناظميّة على سطح الإطار قبل الدّوران حيثُ الدّارة مُغلَقة ومُقاومَتُها $R = 4\Omega$ والمطلوب:

1) اكتُب التّابعَ الزمنيّ للقوّةِ المحرّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرّضةِ الآنيّة النّاشئةِ في الإطار.

2) عيّنِ اللّحظتَين الأولى والثّانية التي تكونُ فيها قيمةُ القوّةِ المحرّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرّضةِ الآنيةِ النّاشئةِ معدومة.

3) اكتُب التّابعَ الزمنيّ للتّيار الكهربائيّ المُتحرّضِ اللّحظيّ المارِّ في الإطار. (نهمل تأثير الحقل المغناطيسيّ الأرضيّ)

الحل: 1) $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max} \sin \omega t$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{10}{\pi} = 20\ rad.s^{-1}$$

$$\varepsilon_{max} = N\ B\ S\ \omega$$

$$\varepsilon_{max} = 100 \times 5 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} \times 20$$

$$\varepsilon_{max} = 16 \times 10^{-2}\ V$$

$$\bar{\varepsilon} = 16 \times 10^{-2} \sin 20t$$

2) $\bar{\varepsilon} = 16 \times 10^{-2} \sin 20t = 0$

$$\sin 20t = 0 \Rightarrow 20t = \pi k \Rightarrow t = \frac{\pi k}{20}$$

لحظة الانعدام الأولى: $k = 0 \Rightarrow t = 0\,S$

لحظة الانعدام الثانية: $k = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{20}\ s$

3) $i = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{16 \times 10^{-2} \times \sin 20t}{4}$

$$i = 4 \times 10^{-2} \sin 20t\ \ A$$

التفكير الناقد: تعطى القوة المحرّكة الكهربائيّة المتحرّضة الذّاتية بالعلاقة $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$ ناقش العلاقة عندما:

1) عندما تزداد شدّة التّيار المحرّض المارّ في الوشيعة.

2) عندما تتناقص شدّة التّيار المحرّض المار في الوشيعة.

الجواب: 1) عندما تزداد شدة التّيار المحرض المار في الوشيعة تزداد الحقل المغناطيسي المحرض المولد من قبل الوشيعة ذاتها فيزداد التدفق المغناطيسي المحرّض وتصبح القوة المحركة الكهربائية المتحرضة أصغر من الصفر ويكون $\vec{B}$ محرض و $\vec{B}'$ متحرض على حامل واحد وبجهتين متعاكستين.

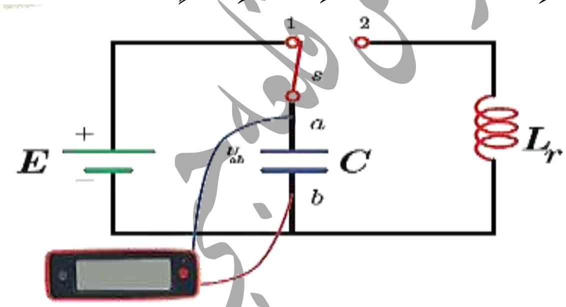
2) عندما تتناقص شدة التيار المحرض المار في الوشيعة تناقص الحقل المغناطيسي المحرض المولد من قبل الوشيعة ذاتها فيتناقص التدفق المغناطيسي المحرّض وتصبح القوة المحركة الكهربائية المتحرضة أكبر من الصفر ويكون $\vec{B}$ محرض و $\vec{B}'$ متحرض على حامل واحد وبجهة واحدة.

ـــــــ انتهى البحث ـــــــ

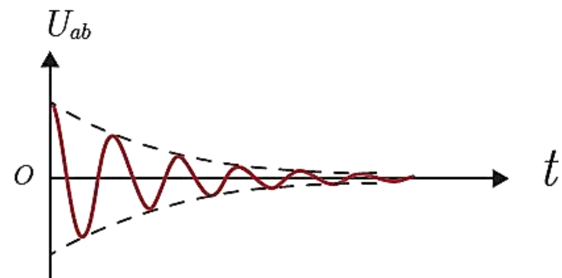
الدَّارات المُهتزَّة والتيّارات عاليةُ التَّواتر

دارةُ الاهتزازِ الكهربائيّ:

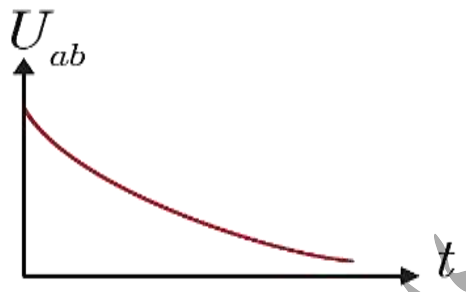
نشكّل دارةً من مولّدٍ قوته المحرّكة الكهربائيّة E، ومكثّفة سعتها C ووشيعة ذاتيتها L، مقاومتها r صغيرة، وقاطعة دوّارة S كما في الشّكل، ونصل لبوسَي المكثّفة براسمِ اهتزازٍ مهبطي.



- تشحن المكثّفة عندما تلامس القاطعة الدوّارة الوضع (1) فتختزن طاقة كهربائيّة.
- تتفرّغ شحنة المكثّفة عبر الوشيعة عندما تلامس القاطعة الوضع (2)
- يظهر على شاشةِ راسمِ الاهتزاز المنحني البياني للتوتّر بين طرفي المكثّفة بدلالة الزّمن في أثناء تفريغ شحنتها على شكل تفريغ دوري متناوب متخامد تتناقص فيه سعةُ الاهتزاز حتّى تبلغ الصّفر، لذا نقول إنّ الاهتزازات الحاصلة هي اهتزازاتٌ حرّةٌ متخامدة لأنّها لا تتلقى طاقة من المولّد.



- نسمّي الدّارة المؤلّفة من مكثّفة ووشيعة ذات المقاومة الصّغيرة بالدّارة المهتزّة الحرّة المتخامدة، ويكون زمن الاهتزاز T_0 ثابتاً، وبما أنّ سعة الاهتزاز متناقصة نسمّي هذا الزمن بشبه الدّور.
- عندما نصل مع الوشيعة في دارة الاهتزاز الكهربائي على التّسلسل مقاومة متغيّرة، نجد أنه كلّما زدْنا قيمة المقاومة أصبح تخامد الاهتزاز أشدّ، وإذا بلغت المقاومة قيمة كبيرةً يظهر على شاشة الرّاسم المنحني البياني الموضّح في الشّكل جانباً، حيث التّفريغ لا دوري باتّجاهٍ واحدٍ.



إذا في الدارة C,L,R:

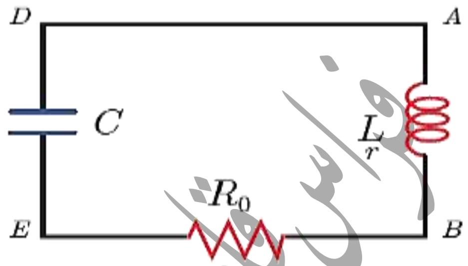
1) المقاومة كبيرة بشكل كافٍ يكون التّفريغ لا دوريّاً باتّجاهٍ واحدٍ.
2) المقاومة صغيرة يكون التّفريغ دوريّاً متخامداً باتّجاهين بشبه الدّور.
3) إذا أهملنا المقاومات أو عوّضنا عن الطّاقات الضّائعة يصبح التّفريغ جيبيّاً، سعة الاهتزاز فيه ثابتة، ودوره الخاصّ T_0، وهذه حالةٌ مثاليّة.

0988440574
0947205146

الدراسة التحليلية للدارة C,L,R:

المُعادَلة التَّفاضُليّة للدّارة:

نشكّلُ دارةً كهربائيّةً تحتوي على التّسلسل وشيعة $(L\,,\,r)$ ومُكثّفة مشحونة سعتُها C ومُقاومَة R_0، كما في الشكل:



اكتبْ عبارة التّوتّر بين طرفي كل جزء في الدّارة ثمّ استنتج المُعادَلة التي تصفُ اهتزازَ الشّحنة فيها؟

نختارُ اتّجاهاً مُوجباً للتّيار الكهربائي فيكون:

$$\bar{u}_{AB} + \bar{u}_{BE} + \bar{u}_{ED} + \bar{u}_{DA} = 0$$

ولكن: $\bar{u}_{DA} = 0$ لإهمال مقاومة سلك التوصيل.

التوتر بين طرفي المكثفة: $\bar{u}_{ED} = \frac{\bar{q}}{C}$

التوتر بين طرفي المقاومة: $\bar{u}_{BE} = R_0\, i$

التوتر بين طرفي الوشيعة: $\bar{u}_{AB} = L(i)'_t + ri$

نعوّضُ: $L(i)'_t + ri + R_0\, i + \frac{\bar{q}}{C} = 0$

لكن: $i = (\bar{q})'_t$

بالتّالي: $L(\bar{q})''_t + R(\bar{q})'_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$

وهي مُعادَلة تفاضُليّة من المرتبة الثّانية تصفُ اهتزازَ الشُّحنة الكهربائيّة في دارة كهربائيّة تحتوي على C,L,R.

الاهتزازاتُ الحرَّةُ في الدَّارةِ الكهربائيّة (L, C):

يمكنُ إيجادُ المُعادَلة التفاضليّة في دارةٍ مُهتزَّةٍ (L, C)

بتعويض $R = 0$ نجد:

$$L(\bar{q})''_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$$

$$(\bar{q})''_t = -\frac{1}{Lc}\bar{q} \quad \ldots.(1)$$

وهي مُعادَلة تفاضُليّة من المرتبة الثّانية بالنّسبة لـ q تقبلُ حلاً جيبيّاً من الشّكل:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

حيثُ: q_{max}: الشحنة العظمى للمكثّفة.

ω_0: النبض الخاص.

$\bar{\varphi}$: الطّورُ الابتدائيُّ في اللّحظة $t = 0$.

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t.

عبارةُ الدَّورِ الخاصّ للاهتزازاتِ الحرَّة غير المُتخامِدة:

نشتقُّ تابعَ الشُّحنةِ مرّتَين بالنسبة للزّمن نجدُ:

$$(\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2\, q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2\bar{q}$$

بالموازنة مع المعادلة (1):

$$(\bar{q})''_t = -\frac{1}{Lc}\bar{q}$$

نجد: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} > 0$

وذلك لأن: $L\,,C$ موجبان دوماً.

ولكن: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ نعوض فنجد: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

وهي عبارةُ الدّورِ الخاصّ للاهتزازاتِ الكهربائيّة الحرّة غيرِ المتخامِدة وتسمّى علاقة طومسون حيثُ:

T_0 دورُ الاهتزازاتِ الكهربائيّة ويقدّر بالثانية S.

L ذاتيّة الوشيعة وتقدَّرُ بوحدة الهنري H.

C سعةُ المُكثّفة وحدتُها في الجملة الدّوليّة الفاراد F.

عبارةُ شدَّةِ التيّار الكهربائيّ في الدَّارة المُهتزّة:

يعطى تابعُ الشُّحنة بالعلاقة:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

بما أنّ مبدأ الزّمن لحظة إغلاقِ الدّارة فإنّ: $\bar{\varphi} = 0$

وبالتالي: $\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$

وهو تابعُ الشّحنةِ بشكلِه المُختزَل.

إنّ تابعَ الشّدّة هو مُشتقّ تابع الشّحنة بالنّسبة للزّمن،

أي: $i = (\bar{q})'_t$

$$i = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

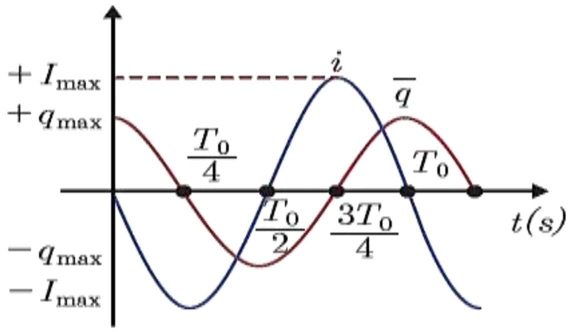
$$i = \omega_0\, q_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$i = I_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

حيث: $I_{max} = \omega_0\, q_{max}$

- بمُقارنَة تابع الشِدّة مع تابع الشُحنةِ نلاحظ أنّ الشدة على ترابُعٍ مُتقدّمٍ بالطّور على تابعِ الشّحنة.

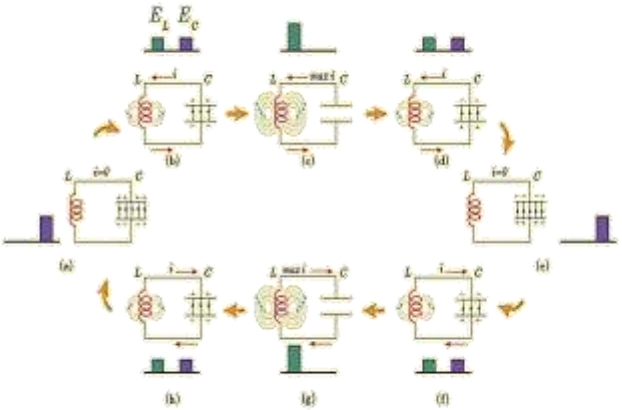
وبالنظرْ إلى الرّسم البياني للتّابعَين (الشُحنة والشدّة بدلالة الزّمن) نستنتج:



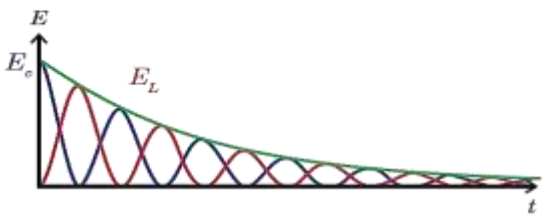
- عندمَا تكونُ شحنةُ المُكثّفةِ عُظمى تنعدمُ شدّةُ التيّار في الوشيعة.
- عندمَا تكونُ الشّدّةُ عُظمى في الوشيعة تنعدمُ شحنةُ المُكثّفة.
- تابعُ الشِدّةِ على ترابُعٍ متقدّم بالطّور مع تابعِ الشّحنة.

الطّاقة في الدّارة الكهربائيّة المُهتزّة:

كيفَ يتمُّ تَبادُل الطّاقة بينَ المُكثّفة والوشيعة في الدّارة المُهتزّة؟



- تبدأُ المُكثّفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فيزدادُ تيّارُ الوشيعة ببطء حتّى يصل إلى قيمةٍ عُظمى نهاية ربع الدّور الأوّل من التّفريغ عندهَا تفقدُ المُكثّفة كامل شحنتِها فتختزنُ الوشيعةُ طاقةً كهرطيسيّةً عُظمى $E_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.
- ثمّ يقومُ تيّارُ الوشيعة بشحنِ المُكثّفة حتّى يصبحَ تيّارُها معدوماً، وتصبحَ شحنةُ المُكثّفة عُظمى، فتختزنُ المُكثّفةُ طاقةً كهربائيّةً عُظمى $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$، وهذا يتحقّقُ في نهايةِ نصفِ الدّورِ الأوّل.
- أمّا في نصفِ الدّور الثّاني تتكرّرُ عمليتا الشّحن والتّفريغ في الاتّجاه المُعاكِس نظراً لتغيُّر شحنة اللّبوسَين، وهكذا يتمّ تبادُل الطّاقةِ بينَ المُكثّفة والوشيعة.
- عندمَا تكونُ مُقاوَمةُ الوشيعة صغيرةً فإنّ الطّاقة تتبدّدُ تدريجيّاً على شكلِ طاقةٍ حراريّة بفعل جول ممّا يؤدّي إلى تخامُد الاهتزاز.



- عند وجودِ مُقاومةٍ كبيرةٍ في الدّارةِ فإنّ الطّاقةَ التي تُعطيها المُكثّفةُ إلى الوشيعةِ والمُقاوِمة تتحوّل إلى حرارةٍ بفعل جول في المُقاومَة، وتسمّى عندئذٍ التّفريغ لا دوريّاً حيثُ تتبدّدُ طاقة المُكثّفةِ بالكامل دفعةً واحدةً في أثناء تفريغ شحنتِها الأولى عبرَ الوشيعةِ ومُقاومة الدّارة.

الطّاقةُ الكلّيّة في الدّارةِ المُهتزة (L, C):

الطّاقةُ الكليّة في دارةٍ مُهتزّةٍ هي مجموعُ طاقةِ المُكثّفةِ وطاقةِ الوشيعة.

$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الطّاقةُ الكهربائيّة المُختزَنة في المُكثّفة.

$E_L = \frac{1}{2}Li^2$ الطّاقةُ الكهرطيسية المُختزَنة في الوشيعة.

الطّاقةُ الكليّة في الدّارة المُهتزّة:

$$E = E_C + E_L$$

نعوّضُ:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

ولكن:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

بالتالي:

$$i = (\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}L\omega_0^2 q_{max}^2\, sin^2(\omega_0 t)$$

ولكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ بالتالي:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2C}q_{max}^2\, sin^2(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}[cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)]$$

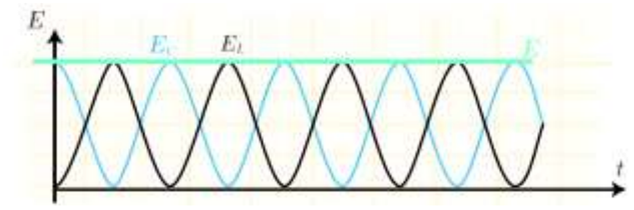
بالتالي:

$$\boxed{E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C} = \text{const}}$$

وبالطريقةِ نفسِها نصل إلى العلاقة: $\boxed{E = \frac{1}{2}LI_{max}^2}$.

الطّاقةُ الكلّيّة لدارةٍ تحتوي مُكثّفةً وذاتيّةً صرفة (ليس لها مُقاوَمة) ثابتةٌ وتساوي الطّاقةَ العظمى للمُكثّفةِ المشحونةِ أو تساوي الطاقة العُظمى للوشيعة أي أنّه في دارةٍ مُهتزّةٍ في أثناء التّفريغ تتحوّلُ الطّاقة بشكلٍ دوريّ من طاقةٍ كهربائيّةٍ في المُكثّفةِ إلى طاقةٍ كهرطيسيّةٍ في الوشيعةِ وبالعكس، ولكنّ المجموعَ يبقى ثابتاً.

نتيجة: الطّاقةُ الكلّيّة للدّارة المُهتزّة (L, C) مقدارٌ ثابتٌ في كلِّ لحظةٍ وتمثّل بخطٍّ مُستقيمٍ يُوازي محورَ الزّمن.



مسألةٌ محلولة: نشحنُ مُكثّفةً سعتُها $C = 1\ \mu F$، تحتَ توترٍ كهربائيّ $U_{ab} = 100\ V$، ثمّ نصلُها في اللّحظة $t = 0$، بينَ طرفي وشيعةٍ ذاتيتها $L = 10^{-3} H$ ومقاومتُها مُهملة والمطلوبُ حسابُ:

1) الشُّحنةِ الكهربائيّةِ للمُكثّفة والطّاقةِ الكهربائيّة المُختزَنة فيها عندَ اللّحظة $t = 0$.
2) تواترِ الاهتزازاتِ الكهربائيّة المارّةِ فيها
3) شدّةِ التّيّارِ الأعظمي I_{max} المارّ في الدّارة.

الحل: (1

$$\boxed{q_{max} = CU_{max}}$$

$$q_{max} = 1 \times 10^{-6} \times 100 = 1 \times 10^{-4} C$$

$$E = \frac{1}{2}CU_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (100)^2$$

$$E = 5 \times 10^{-3}\ J$$

2)
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}}$$
$$T_0 = 2 \times 10^{-4}\ S$$
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5000\ Hz$$

3)
$$I_{max} = \omega_0 q_{max}$$
$$I_{max} = 2\pi f_0 q_{max}$$
$$I_{max} = 2\pi \times 5000 \times 10^{-4} = \pi\ A$$

التيّاراتُ عاليةُ التَّواتُر:

تتألّفُ دارةُ اهتزازٍ كهربائيٍ عاليةِ التّواترِ من مُكثّفةٍ سعتُها صغيرةٌ من رتبةِ $10^{-8}\ F$ موصولةٍ مع وشيعةٍ مهملةِ المقاومَة ذاتيتُها صغيرةٌ من رتبةِ $10^{-4}\ H$ احسبْ دورَ التّفريغِ وتواترَه

ماذا نسمّي التّيارَ الموافقَ لهذا التّواتر؟

الحل:
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-8} \times 10^{-4}}$$
$$T_0 = 2\pi \times 10^{-6}\ S$$
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-6}} = \frac{1}{2\pi} \times 10^{6}\ Hz$$

نحصلُ على تيّارٍ عالي التّواتر.

خصائصُ التيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

1_تُبدي الوشيعةُ مُمانَعةً كبيرةً للتيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

عندَ تمريرِ تيّارٍ عالي التّواترِ في دارةٍ وشيعة، فإنّ الوشيعة تُبدي مُمانَعةً كبيرةً لهذا التيّار.

تُعطى العلاقةُ التي تمثّلُ مُمانعةَ الوشيعةِ بالشّكل:
$$Z_L = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$$

فإذا كانت المقاومةُ مُهمَلةً تؤولُ المُمانَعةُ إلى ردّيةِ الوشيعة:
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

إنّ المُمانَعةَ تتناسبُ طرداً معَ تواترِ التّيار وفي حالةِ التّياراتِ عاليةِ التّواترِ فإنّ مُمانَعةَ الوشيعةِ تكونُ كبيرةً جداً فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتهُ المُنتجةُ ضعيفةٌ جداً.

2_تُبدي المُكثِّفةُ مُمانعةً صغيرةً للتيّاراتِ عاليةِ التَّواتُر:

تُعطى العلاقةُ التي تمثّلُ مُمانَعةَ المكثّفةِ (الاتّساعيّة) بالشّكل:
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

إنّ المُمانعةَ تتناسبُ عكساً معَ تواترِ التّيارِ وفي التّياراتِ عاليةِ التّواترِ تبدي المُكثّفةُ مُمانعةً صغيرةً جداً للتّياراتِ عاليةِ التّواترِ فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتهُ المُنتجةُ كبيرةٌ.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصَّحيحة:

1) تتألّفُ دارةٌ مُهتزّةٌ من مُكثّفةٍ سعتُها C، ووشيعةٍ ذاتيتُها L دورُها الخاصّ T_0، استبدلنا المُكثّفة C بمُكثّفةٍ أخرى سعتها $C'=2C$ يصبحُ دورُها الخاصّ T_0' فتكونُ العلاقةُ بينَ الدّورَين:

a) $T_0' = \sqrt{2}\,T_0$		b) $T_0 = \sqrt{2}\,T_0'$

C) $T_0 = 2T_0'$		d) $T_0' = 2\,T_0$

الإجابة الصحيحة: a)
$$T_0' = 2\pi\sqrt{L2C} = \sqrt{2}\,2\pi\sqrt{LC} = \sqrt{2}T_0$$

2) تتألَّفُ دارةٌ مُهتَزَّةٌ من مُكثِّفةٍ سعتُها C، وذاتية L، وتواترها الخاص f_0، نستبدل الذاتية بذاتية أخرى حيثُ $L'=2L$ والمكثفة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{1}{2}C$ فيصبحُ تواترها الخاصّ:

a) $f_0' = f_0$ B) $f_0' = 2f_0$

C) $f_0' = \frac{1}{2}f_0$ D) $f_0' = \frac{1}{4}f_0$

الإجابة الصحيحة: a)

$$f_0' = \frac{1}{T_0'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L\frac{C}{2}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0$$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1) تتألَّفُ دارةٌ من مُقاوَمةٍ أومية ومُكثِّفةٍ فهل يمكن اعتبارُها دارةً مُهتزَّةً ؟ ولماذا ؟

الحل: لا يمكن اعتبارها دارة مهتزة لعدم وجود وشيعة تختزن الطاقة التي تعطيها المكثفة.

2) متى يكون تفريغ المُكثفة في وشيعةٍ لا دوريّاً ؟ ولماذا ؟

الحل: يكون التفريغ لا دوريا إذا بلغت المقاومة قيمة كبيرة نسبياً وذلك لأن الطاقة التي تعطيها المكثفة للوشيعة والمقاومة تتحوّل إلى حرارة بفعل جول في المقاومة و تتبدّد كامل طاقة المكثفة دفعة واحدة أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبر الوشيعة ومقاومة الدارة.

3) استنتج أنّ طاقة دارةٍ (L, C) مقدارٌ ثابتٌ في كلِ لحظة مع رسم الخطوط البيانيّة.

الحل: الطّاقة الكليّة في دارةٍ مُهتزّةٍ هي مجموعُ طاقةِ المُكثّفةِ وطاقة الوشيعة.

$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الطّاقة الكهربائيّة المُختزَنة في المُكثّفة.

$E_L = \frac{1}{2}Li^2$ الطّاقة الكهربائيّة المُختزَنة في الوشيعة.

الطّاقة الكلّيّة في الدّارة المُهتزّة:

$$E = E_C + E_L$$

نعوّض:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

ولكن: $\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$

بالتالي: $i = (\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}L\omega_0^2 q_{max}^2\, sin^2(\omega_0 t)$$

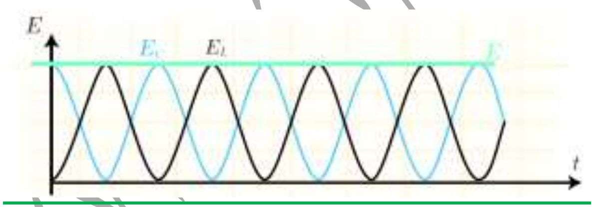
ولكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ بالتالي:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2C}q_{max}^2\, sin^2(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}[cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)]$$

بالتالي: $E = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C} = const$

وبالطريقة نفسها نصل إلى العلاقة: $E = \frac{1}{2}LI_{max}^2$.



4) كيف يتمّ تبادُل الطّاقة بين المُكثّفة والوشيعة في دارة مُهتزّة خلال دور واحد ؟

الحل:

- تبدأ المُكثّفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فيزداد تيّارُ الوشيعة ببطء حتّى يصل إلى قيمة عُظمى نهاية ربع الدّور الأوّل

من التّفريغ عندها تفقدُ المُكثّفة كامل شحنتها فتختزنُ الوشيعةُ طاقة كهرطيسيّة عُظمى $E_L = \frac{1}{2}LI^2_{max}$.

- ثمّ يقومُ تيّارُ الوشيعة بشحن المُكثّفة حتّى يصبح تيّارُها معدوماً، وتصبح شحنة المُكثّفة عُظمى، فتختزنُ المُكثّفة طاقة كهربائيّة عُظمى $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2_{max}}{C}$، وهذا يتحقّقُ في نهاية نصفِ الدّور الأوّل.
- أمّا في نصفِ الدّور الثّاني تتكرّر عمليّتا الشّحن والتّفريغ في الاتّجاه المُعاكِس نظراً لتغيُّر شحنة اللبوسَين، وهكذا يتمّ تبادُل الطّاقة بين المُكثّفة والوشيعة.

5) لماذا تنقصُ الطّاقةُ الكلّيّة في دارة مهتزّة تحوي (مُقاوَمة، ذاتيّة، مُكثّفة) في أثناء التّفريغ؟

الحل: تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة، ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ بسبب تبدّد الطاقة بفعل جول في المقاومة الأومية.

6) اكتب التّابعَ الزّمنيّ للشُّحنة اللّحظيّة مُعتبراً مبدأ الزّمن عندما تكونُ $\varphi = 0$، ثمّ استنتجْ عبارةَ الشّدّة اللّحظيّة ووازِن بينهما من حيثُ الطور.

الحل:

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

$$i = (\bar{q})'_t = -\omega_0\, q_{max}\sin(\omega_0 t)$$

$$i = I_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

تابع شدة التيار الكهربائي متقدّمٌ بالطور عن تابع شحنة المكثفة بالمقدار $\frac{\pi}{2}$.

ثالثاً: اعطِ تفسيراً علميّاً مع كتابةِ العلاقاتِ المُناسِبة عند اللّزوم:

1) تبدي المُكثّفة مُمانَعة كبيرة للتّيّارات مُنخفِضة التّواتر.

الحل: ممانعة المكثفة (اتساعية المكثفة) تعطى بالعلاقة:

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$$

نجد أن اتساعية المكثفة تتناسب عكساً مع تواتر التيار ففي حالة التيارات منخفضة التواتر تكون ممانعة المكثفة كبيرة.

2) تبدي الوشيعة مُمانَعة كبيرة للتّيّارات عالية التّواتر.

الحل: ممانعة الوشيعة مهملة المقاومة (ردّية الوشيعة) تعطى بالعلاقة:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

نجد أن ردّية الوشيعة تتناسب طرداً مع تواتر التيار ففي حالة التيارات عالية التواتر تكون ممانعة الوشيعة كبيرة.

رابعاً: حلّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: تتألّفُ دارةٌ مُهتزّةٌ من مُكثِّفة إذا طبق بين لبوسَيها فرق كمون $50\ V$، شحن كلٌّ من لبوسَيها $0.5\ \mu C$ ووشيعةٍ طولها $10\ cm$ وطول سلكها $16\ m$ بطبقة واحدةٍ مُقاوَمتُها مُهمَلة والمطلوب:

1) احسبْ تواترَ الاهتزازات الكهربائيّة المارّ فيها.

2) احسبْ شدّةَ التّيار الأعظميّ المارّ في الدّارة.

الحل: (1

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{q_{max}}{U_{max}} = \frac{0.5\times 10^{-6}}{50} = 10^{-8}\ F$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2}{\ell}S$$

$$N = \frac{\ell'}{2\pi r} \quad , S = \pi r^2$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{(\frac{\ell'}{2\pi r})^2}{\ell}\pi r^2$$

$$L = 10^{-7}\frac{(\ell')^2}{\ell}$$

$$L = 10^{-7}\frac{(16)^2}{10 \times 10^{-2}} = 256 \times 10^{-6}H$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{256\times10^{-6}\times10^{-8}}}$$

$$f_0 = 10^5\ HZ$$

2) $I_{max} = q_{max}\omega_0 = q_{max} \times 2\pi f_0$

$I_{max} = 0.5 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 10^5 = 0.1\pi\ A$

المسألة الثانية: نريدُ أن نحقّق دارةً مهتزّةً مفتوحة، طول موجة الاهتزاز الذي تشعُّه $200m$، فنؤلفُها من ذاتيّة قيمتها $0.1\ \mu H$ ومن مُكثّفةٍ مُتغيّرة السّعة والمطلوب احسب سعة المُكثّفة اللازمة لذلك علماً أنّ سرعة انتشار الاهتزاز $3 \times 10^8\ m.s^{-1}$

الحل: 1) $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ لكن:

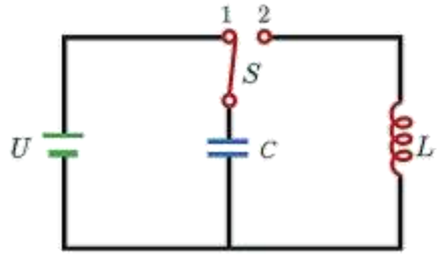
$C = \frac{\lambda}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{\lambda}{C} = \frac{200}{3\times10^8} = \frac{2}{3} \times 10^{-6}$ S

بالتعويض في علاقة الدور: $\frac{2}{3} \times 10^{-6} = 2\pi\sqrt{0.1 \times 10^{-6}C}$

بتربيع طرفي العلاقة: $\frac{4}{9} \times 10^{-12} = 40 \times 10^{-7}C$ ومنه:

$$C = \frac{\frac{4}{9} \times 10^{-12}}{40 \times 10^{-7}} = \frac{1}{9} \times 10^{-6}F$$

المسألة الثالثة: نكوّن دارةً كما في الشّكل المجاور:



مُكثّفة سعتها $C = 2 \times 10^{-5}F$ ووشيعة مُقاومتها r وذاتيتها L ومولد يُعطي توتراً ثابتاً قيمته $U_{max} = 6\ V$ وقاطعة.

1) نغلق القاطعة في الوضع (1) لنشحن المُكثّفة احسب الشّحنة المُختزنة في المُكثّفة عند نهاية الشّحن.

2) نغلق القاطعة في الوضع (2) فسّر ما يحدث في الدّارة.

الحل: 1) $q_{max} = CU_{max}$

$q_{max} = 2 \times 10^{-5} \times 6 = 12 \times 10^{-5}\ C$

2) عندما تلامس القاطعة الوضع (2) تتفرغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة على شكل تفريغ دوري متناوب متخامد تتناقص فيه سعة الاهتزاز حتى تنعدم (شبه دور) بسبب تبدد الطاقة تدريجياً على شكل طاقة حرارية بفعل جول مما يسبب تخامد الإهتزاز.

المسألة الرابعة: مُكثّفة سعتها $C = 10^{-12}F$ تُشحن بوساطة مُولّد تيّار مُتواصل فرق الكمون بين طرفيه $U_{max} = 10^{+3}V$ ومقاومته مُهملة والمطلوب:

1) احسبْ شحنة المُكثّفة والطّاقة المُختزنة فيها.

2) بعد شحن المُكثّفة توصل بوشيعة ذاتيتها $L = 16\ mH$ مُقاومتها الأومية مُهملة. المطلوب:

a) صِفْ ما يحدثُ.

b) احسبْ تواتر الاهتزازات الكهربائيّة.

c) اكتبِ التّابعَ الزّمني لكلٍّ من الشّحنةِ وشدّةِ التّيار بدءاً من الشّكل العام مُعتبِراً مبدأ الزّمن لحظةَ وصلِ المُكثّفة المشحونة بالوشيعة.

الحل: 1)

$$q_{max} = CU_{max} = 10^{-12} \times 10^{3}$$

$$q_{max} = 10^{-9} C$$

$$E = \frac{1}{2} q_{max} U_{max} = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \times 10^{3}$$

$$E = 5 \times 10^{-7}\ J$$

2) a) تتفرغ المكثفة عبر الوشيعة ويكون التفريغ دوري متناوب جيبي سعة الاهتزاز ثابتة لعدم وجود ضياع في الطاقة.

b)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{16 \times 10^{-3} \times 10^{-12}}}$$

$$f_0 = 125 \times 10^{4}\ Hz$$

C)

$$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 125 \times 10^{4}$$

$$\omega_0 = 25\pi \times 10^{5} rad.s^{-1}$$

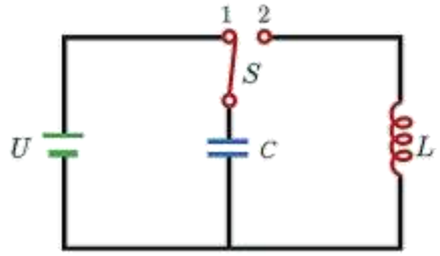
$$\bar{q} = 10^{-9}\cos(25\pi \times 10^{5} t)$$

$$I_{max} = q_{max}\omega_0 = 10^{-9} \times 25\pi \times 10^{5}$$

$$I_{max} = 25\pi \times 10^{-4} \text{A}$$

$$i = 25\pi \times 10^{-4}\cos(25\pi \times 10^{5} t + \frac{\pi}{2})\ A$$

المسألة الخامسة: نركّبُ الدّارة الموضّحة بالشّكل:



حيث: $C = 10^{-12} F\ ,\ L = 10^{-3}\ H$

نصل القاطعة إلى الوضع (1) و $U_{max} = 10^{+3} V$

1) احسب القيمة العُظمى لشحنة المُكثّفة.

2) نحوّلُ القاطعة إلى الوضع (2) احسبْ تواتر التّيار المُهتزّ المارّ من الوشيعة ونبضه واكتب التّابع الزّمني للشّدّة اللّحظيّة.

الحل: 1)

$$q_{max} = CU_{max} = 10^{-12} \times 10^{3}$$

$$q_{max} = 10^{-9} C$$

2)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-12}}} = 5 \times 10^{6} Hz$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 5 \times 10^{6}$$

$$\omega_0 = \pi \times 10^{7} rad.s^{-1}$$

$$I_{max} = q_{max}\omega_0 = 10^{-9} \times \pi \times 10^{7}$$

$$I_{max} = \pi \times 10^{-2}\ A$$

$$i = \pi \times 10^{-2}\cos(\pi \times 10^{7} t + \frac{\pi}{2})\ A$$

التفكير الناقد: كيف تفصل التّيارات عالية التّواتر عن التّيارات منخفضة التّواتر.

الجواب: نصل بين طرفي وشيعة مهملة المقاومة مكثفة (على التفرع) فلا يمر في فرعها إلا التيار عالي التواتر لأن ممانعة المكثفة صغيرة $X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$ بينما يمر في فرع الوشيعة المهملة المقاومة التيار منخفض التواتر لأن ممانعة الذاتية صغيرة $X_L = \omega L = 2\pi f$.

_ _ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _ _

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

التيّار المُتناوِب الجيبي

- التيّارُ المُستمِرُّ تيّارٌ ثابتُ الشدّةِ والجهةِ مع الزّمن.
- التيّارُ المُتناوِبُ الجيبي تيّارٌ تتغيّرُ فيه الشدّةُ، والتّوتّر تغيراً جيبيّاً خلال تغير الزّمن.

تابع الشِّدَّة اللّحظيّة وتابع التّوتُّر اللّحظي:

- تابعُ الشدّةِ اللّحظيّة:

$$i = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_1)$$

تمثّل $\bar{\varphi}_1$ الطّور الابتدائي لشدّة التّيار.

- تابع التّوتّر اللّحظي:

$$u = U_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$$

تمثّل $\bar{\varphi}_2$ الطّور الابتدائي للتّوتر.

- $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1$ تمثّل فرقَ الطّور بين الشدّةِ والتّوتر ويتغيّر بتغيرِ مكوّناتِ الدّارة.

القيم المُنتجة (الفعّالة):

- الشدّةُ المُنتجةُ للتّيارِ المُتناوبِ الجيبي: هي شدّةُ تيّارٍ مُتواصِل يُعطي الطّاقةَ الحراريّةَ نفسَها التي يعطيها التّيارُ المُتناوبُ الجيبي عند مرورهما في النّاقل الأومي نفسه خلال الزّمن نفسه. $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$
- التّوتّرُ المُنتجُ للتّيارِ المُتناوبِ الجيبي: يكافىء التّوتر المستمِرّ الذي يقدم الطّاقة نفسها التي يقدمها التّوتّر المُتناوب الجيبي في النّاقل الأومي نفسه خلال الزّمن نفسه والتي تصرفُ بشكلٍ حراري. $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

التّفسيرُ الإلكترونيّ للتيّارِ الكهربائيّ:

- ينشأُ التّيارُ المُتواصِل من حركةِ الإلكترونات الحرّةِ بحيثُ تكونُ الحركةُ الإجمالية وفقَ اتّجاهٍ واحدٍ، من الكمونِ المُنخفِض إلى الكمونِ المرتفع بسببِ وجودِ حقلٍ كهربائيّ ناتجٍ عن التّوتر المطبق.
- ينشأُ التّيارُ المُتناوِبُ من الحركةِ الاهتزازيةِ للإلكتروناتِ الحرّة حولَ مواضعَ وسطيّةٍ بسعةٍ صغيرةٍ من مرتبةِ الميكرو متر، ويكونُ تواتُرُ هذه الحركة مساوٍ لتواتر التيّار، وتنتجُ الحركةُ الاهتزازيّةُ للإلكترونات عن الحقلِ الكهربائيّ المُتغيّر بالقيمةِ والاتّجاه والذي ينتشرُ بسرعةِ الضوء بجوارِ النّاقل، وينتجُ هذا التغيُّر في الحقلِ الكهربائيّ من تغيُّرِ قيمةٍ وإشارة التّوتر بين قطبَي المنبعِ الكهربائيّ.
- يُعطى طولُ موجةِ الاهتزاز λ للإلكتروناتِ في التّيارِ المُتناوبِ بالعلاقة: $\lambda = \frac{c}{f}$ حيث c سرعةُ انتشارِ الضوء في الخلاءِ و f تواترُ التّيار. ومن أجلِ تيّارِ المدينةِ الّذي تواترُه في مُعظَمِ دولِ العالمِ هو $f = 50\ Hz$، نجدُ أنّ:

$$\lambda = \frac{3\times10^{8}}{50} = 6\times10^{6}m$$

وهذا طولُ مَوجةٍ كبيرٍ مُقارنَةً معَ أبعادِ الدّاراتِ المُستخدَمةِ في الأجهزةِ الكهربائيّةِ والإلكترونيّة، فإذا أخذنا دارةً أبعادُها من رتبةِ عدّةِ أمتارٍ نجدُ أنَّ الإلكتروناتِ تتحرّكُ بالاتّجاه نفسِه في كاملِ الدّارة في لحظةٍ ما، ويجتازُ مقطعَ السّلكِ العددُ نفسُه من الإلكتروناتِ في كلِّ نقاطِ الدّارة.

وهذا ما يسمحُ بتطبيقِ قوانينِ أوم في التيّارِ المُتواصِل على دارةِ التيّارِ المُتناوبِ في كلِّ لحظةٍ عندمَا يتحقّقُ الشرطانِ الآتيانِ:

1) الدّارةُ قصيرةٌ بالنسبة لطول الموجة.

2) تواترُ التّيارِ المُتناوبِ الجيبي صغيرٌ.

تهتزُّ الإلكتروناتُ الحرّةُ في الدّارةِ بالنّبضِ الذي يفرضهُ المولّد والذي يختلفُ عن النّبضِ الخاصِ، لذلك فالاهتزازاتُ الكهربائيّة الحاصلة تسمى بالاهتزازات القسريّة، ويشكّلُ المولّدُ فيها جملةً مُحرّضةً وبقيةُ الدّارةِ جملةً مُجاوبة.

الاستطاعاتُ في التيّارِ المُتناوبِ الجيبي:

1) الاستطاعةُ اللّحظيّة:

تعرّفُ الاستطاعةُ اللّحظيّة P للتيّارِ المُتناوبِ الجيبي: بأنّها جداء التّوترِ اللّحظي u في الشدّةِ اللّحظيّةِ للتيّارِ i ويُعطى بالعلاقة: $P = u\,i$ وتتغيّرُ هذه الاستطاعةُ من لحظةٍ إلى أخرى تبعاً لتغيُّراتِ كلٍّ من i و u مع الزّمن.

2) الاستطاعةُ المُتوسّطةُ المُستهلَكة في دارة:

تعرّفُ الاستطاعةُ المُتوسّطة: بأنّها الاستطاعةُ الثابتةُ التي تقدّمُ في الزّمنِ t الطّاقةَ الكهربائيّةَ E نفسهَا التي يقدّمُها التيّارُ المُتناوبُ الجيبي للدّارة.

وهي مُعدّلُ الطّاقةِ الكهربائيّةِ المُقدّمة نتيجةَ مرورِ التيّارِ المُتناوب خلالَ الزّمنِ t، وتُعطى بالعلاقة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$$

φ: هو فرقُ الطّورِ بينَ الشدّةِ اللّحظيّةِ والتوترِ اللحظي للتيّار.

3) الاستطاعةُ الظّاهريّة:

وهي تمثّلُ أكبرَ قيمةٍ للاستطاعةِ المُتوسّطةِ عندمَا:

$$\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow P_A = I_{eff} U_{eff}$$

عاملُ الاستطاعة:

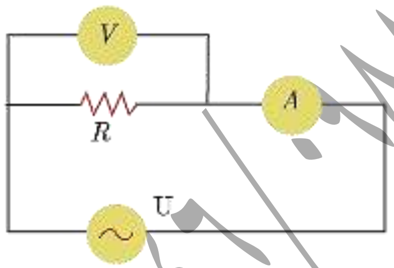
نسمّي $\cos\bar{\varphi}$ بعاملِ الاستطاعةِ: وهو النّسبةُ بين الاستطاعةِ المُتوسّطةِ P_{avg} والاستطاعةِ الظّاهريّة P_A.

$$\text{عامل الاستطاعة} = \cos\varphi = \frac{P_{avg}}{P_A}$$

تذكّرة: إنّ الاستطاعةَ المُتوسّطةَ المُستهلَكة في جملةِ ثنائيّي قطبٍ موصولَين على التّسلسُل أو على التّفرُّع تُساوي مجموعَ الاستطاعتَين المُستهلكتَين في ثنائيَي القطبِ؛ أي: $P_{avg} = P_{avg\,1} + P_{avg\,2}$

قانونُ أوم:

1) مُقاوَمة أومية في دارةِ تيّارٍ مُتناوبٍ جيبيّ:



نطبّقُ توتراً لحظيّاً u على مُقاومةٍ أوميةٍ صرفةٍ R في دارةِ تيّارٍ مُتناوبٍ جيبيٍ مُغلَقة، فيمرُّ تيّارٌ تابعُ شدّتهِ اللّحظيّة

$$i = I_{max} \cos\omega t$$

إنّ تابعَ التّوترِ اللّحظي بينَ طرفَي المُقاومة:

$$U = Ri$$

نعوّضُ فنجدُ: $u = RI_{max} \cos\omega t$

لكنّ: $X_R = R$ تدعى بممانعةِ المُقاوَمة

حيث: $U_{max} = RI_{max} \quad \ldots\ldots(1)$

إذاً يكونُ تابعُ التّوترِ بينَ طرفَي المُقاوَمةِ الصّرف:

$$\bar{u} = U_{max} \cos \omega t$$

بالمُقارَنة بين تابعَي الشّدّة والتوتر نجدُ أنّ: $\bar{\varphi} = 0$

أي أنّ المُقاومة تجعل التّوتّرَ المُطبّق بين طرفيها على توافقٍ بالطور مع الشّدّة.

للحصول على القيم المُنتجة نقسّم طرفي العلاقة (1) على $\sqrt{2}$:

$$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = X_R \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = RI_{eff}$$

ويمثل التوتر المنتج بين طرفي المقاومة بواسطة شعاع فرينل:

تعطى الاستطاعة المُتوسّطة المُستهلكة بالعلاقة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

لكن في حالة المُقاومة الصّرف:

$$\varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow$$
$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff}$$

لكن: $U_{eff} = R\, I_{eff}$ بالتالي:

$$P_{avg} = R\, I_{eff}^2$$

وهذا يدل على أنّ الطاقة تصرف في المقاومة حراريّاً بفعل جول.

ملاحظة: 1) نسبة التّوتّر المُطبّق بين طرفي ناقل أومي إلى شدّة التّيار المُتواصِل المارّ فيه تساوي مِقدار ثابت

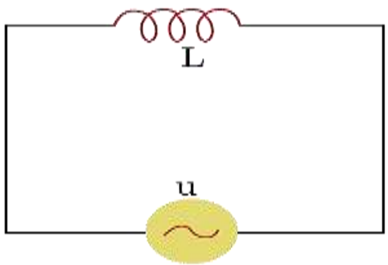
$$\frac{U}{I} = R$$

2) نسبة التّوتّر المنتج المُطبّق بين طرفي ناقلٍ أومي إلى الشدة المنتجة للتيار المتناوب المارّ فيه تُساوي مِقدار ثابت

$$\frac{U_{eff}}{I_{eff}} = R$$

نتيجة: يسلكُ النّاقلُ الأومي السلوكَ نفسه في التّيارَين المُتواصِل والمُتناوِب.

2) وشيعةٌ مُهمَلةُ المُقاوَمة (ذاتيّة صرفة) في دارةِ تيّارٍ مُتناوِبٍ جيبيّ:



نطبّقُ توتّراً لحظيّاً u على وشيعةٍ ذاتيتها L ومقاومتها الأوميّة مُهملة في دارة تيّار مُتناوب جيبي مُغلَقة، فيمرُّ تيّارٌ تابعُ شدّته اللحظيّة:

$$i = I_{max} \cos \omega t$$

تابعُ التّوتر اللّحظي بين طرفي الوشيعة:

$$u = L \frac{di}{dt} \ldots (1)$$

لكن: $\frac{di}{dt} = -\omega I_{max} \sin \omega t$

أي: $\frac{di}{dt} = \omega I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

نعوض بـ (1): $u = \omega L I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

نسمّي المقدار $X_L = \omega L$ بمُمانعة الوشيعة مُهملَة المُقاومة وتُسمّى رديّة الوشيعة.

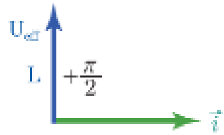
فتصبح العلاقة: $u = X_L I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

بالتالي: $U_{max_L} = X_L I_{max}$

يصبح تابعُ التّوتر بين طرفي الوشيعة:

$$\bar{u}_L = U_{max_L} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

بالمُقارَنة بين تابعَي الشّدّة والتّوتّر نجدُ أنّ الوشيعة مهملَة المُقاوَمة تجعل التّوتّرَ اللّحظي يتقدّمُ بالطور على الشّدّة اللّحظيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ترابع متقدم).



للحصولِ على القيمِ المُنتجةِ نقسّم طرفي العلاقة (2) على $\sqrt{2}$:

$$\frac{U_{max_L}}{\sqrt{2}} = X_L \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{eff_L} = X_L I_{eff_L}$$

تُعطى الاستطاعة المُتوسّطة المُستهلكة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$$

لكن في حالةِ الوشيعةِ مُهملةِ المُقاومة تكون:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\varphi_L = 0 \Rightarrow P_{avg_L} = 0$$

أي أنّ الاستطاعة المُتوسّطة في الوشيعةِ مُهملةِ المُقاومة معدومة، التعليل: فالوشيعة مُهملة المُقاومة تختزن طاقة كهرطيسيّة خلال ربع دور لتعيدها كهربائيّاً إلى الدّارة الخارجيّة خلال ربع الدّور الذي يليه، أي أنّ الوشيعة لا تستهلك طاقة.

ملاحظة: 1) إذا كانَ للوشيعة مُقاومةٌ أوميةٌ r، فإنّ ممانعتها تعطى بالعلاقة:

$$Z_L = \sqrt{r^2 + X_L^2}$$

ويكونُ عامل استطاعة الوشيعة في هذه الحالة:

$$\cos\bar{\varphi}_L = \frac{r}{Z_L}$$

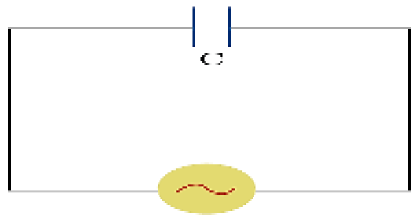
وتابعُ التّوتّر اللّحظي يصبحُ:

$$\bar{u}_L = U_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_L)$$

وبالتالي فإنّ الوشيعة التي مُقاومتها الأومية r تجعل التّوتّر يتقدّم بمقدار φ_L على الشّدّة.

2) تقومُ الوشيعةُ بدورِ مُقاومةٍ أوميةٍ في التّيار المُتواصِل وتقومُ بدور مُقاومة وذاتيّة في التّيارِ المُتناوب.

3) مكثّفةٌ في دارةِ تيّارٍ مُتناوبٍ جيبيّ:



نطبّقُ توتراً لحظيّاً $\bar{u}$ على مُكثّفةٍ غيرِ مشحونةٍ C فيمرُّ تيّارٌ تابعُ شدّته اللّحظيّة: $i = I_{max}\cos\omega t$

التّوتّرُ اللّحظي بين لبوسَي المُكثّفة يُعطى بالعلاقة:

$$\bar{u} = \frac{\bar{q}}{C}$$

باعتبار أنّ سعة المُكثّفة ثابتة C، $\bar{q}$ شحنتها المُتغيّرة مع الزّمن فإنّه خلال فاصل زمني dt تتغيّرُ شحنة المُكثّفة بمقدار dq

ولدينا: $d\bar{q} = i\,dt$

ولحساب شحنةِ المُكثّفة في اللّحظة t نكامل فنجدُ:

$$\bar{q} = \int i\,dt = \int I_{max}\cos(\omega t)\,dt$$

$$\bar{q} = \frac{1}{\omega} I_{max}\sin\omega t$$

نعوّضُ بـ $\bar{u}$ فنجدُ: $\bar{u} = \frac{1}{\omega c} I_{max}\sin\omega t$

$$\bar{u} = \frac{1}{\omega c} I_{max}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

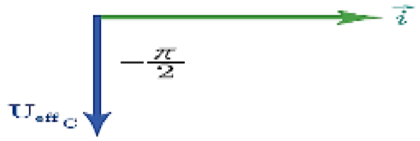
ندعو المقدار $X_C = \frac{1}{\omega C}$ بمُمانعة المُكثّفة وتسمّى اتّساعيّة المُكثّفة وتقدّرُ بوحدةِ الأوم في الجملة الدّوليّة.

$$\bar{u} = X_C I_{max}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$U_{max} = X_C I_{max}$$

إذاً: $\bar{u}_c = U_{max_c}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

بمُقارنة تابع التّوتّر مع تابع الشّدّة نجدُ أنّ التّوتّر يتأخّرُ عن التّيّار بمقدار $\frac{\pi}{2} rad$ (ترابع مُتأخّر).



للحصول على القيم المنتجة (الفعّالة) نقسّم طرفي علاقة التوتر الأعظمي على $\sqrt{2}$:

$$\frac{U_{max_C}}{\sqrt{2}} = X_C \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{eff_C} = X_C I_{eff_C}$$

وهذا هو قانون أوم في دارة المكثّفة.

تعطى الاستطاعة المصروفة بالعلاقة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\bar{\varphi}$$

ولكن من أجل المكثّفة:

$$\bar{\varphi}_C = -\frac{\pi}{2} rad \Rightarrow \cos\bar{\varphi}_C = 0$$

$$\Rightarrow P_{avg_C} = 0$$

الاستطاعة المتوسطة في المكثّفة معدومة، التعليل: فالمكثّفة لا تستهلك أيّة طاقة، لأنها تختزن الطاقة كهربائيّاً خلال ربع دور، وتعيدها كهربائيّاً في ربع الدور الذي يليه.

ملاحظة: 1) لا تسمح المكثّفة بمرور التيّار المتواصل بسبب وجود العازل بين لبوسيها.

2) تسمح المكثّفة بمرور التيّار المتناوب لأنّه:

عند وصل لبوسي مكثّفة بمأخذ تيّار متناوب، فإنّ مجموعة الالكترونات الحرّة التي يسبّب مأخذ التيّار المتناوب اهتزازها تشحن لبوسي المكثّفة خلال ربع دور بشحنتين متساويتين ومن نوعين مختلفين دون أن تخترق عازلها ثمّ تتفرغان في ربع الدور الثاني، وفي النوبة الثانية (الربعين الثالث والرابع) تتكرّر عمليتا الشحن والتفريغ مع تغيّر شحنة كلٍّ من اللبوسين.

3) تبدي المكثّفة ممانعة للتيّار المتناوب بسبب الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتها.

4) الحالة العامّة: دارة تيّارٍ متناوبٍ تحوي على التسلسل مقاومةً وذاتيةً صرفة ومكثّفةً :

تؤلف دارة تحوي على التسلسل الأجهزة الآتية: مقاومة أومية R، وشيعة ذاتيتها L مقاومتها الأومية مهملة، ومكثّفة سعتها C، ويمرّ في هذه الدارة تيّار متناوب جيبي تابع، شدّته اللحظية تعطى بالعلاقة: $i = I_{max}\cos\omega t$

عندما نطبّق بين طرفي الدارة توتراً متناوباً جيبياً، تابعه اللحظي: $\bar{u} = U_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$

إنّ توابع التوترات اللحظية الجزئية مختلفة في الطور، أي:

$$\bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_L + \bar{u}_C$$

بينما التوترات المنتجة تجمع هندسيّاً:

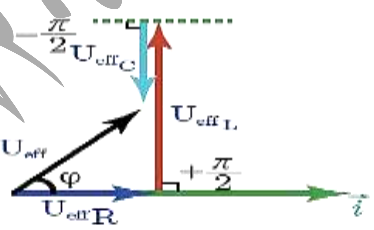
$$\overrightarrow{U_{eff}} = \overrightarrow{U_{eff_R}} + \overrightarrow{U_{eff_L}} + \overrightarrow{U_{eff_C}}$$

ونعلم أنّ:

$$\bar{\varphi}_C = -\frac{\pi}{2} rad, \bar{\varphi}_L = +\frac{\pi}{2} rad, \bar{\varphi}_R = 0 rad$$

باستخدام إنشاء فرينل يمكننا حساب $\bar{\varphi}$، U_{eff}:

من الرسم بحسب فيثاغورث:



بفرض $I_{eff_L} > I_{eff_C}$ نجد: $U_{eff_L} > U_{eff_C}$:

$$U_{eff}^2 = U_{eff_R}^2 + (U_{eff_L} - U_{eff_C})^2$$
$$U_{eff}^2 = R^2 I_{eff}^2 + (X_L - X_C)^2 I_{eff}^2$$
$$U_{eff} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\, I_{eff}$$
$$U_{eff} = Z I_{eff}$$

وهو قانون أوم في الحالةِ العامّة.

ومنه تكون مُمانَعةُ الدّارة: $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

ولحساب $\bar{\varphi}$ من الشكل نجد:

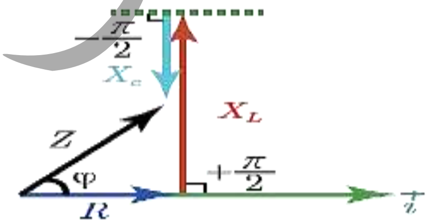
$$\cos\bar{\varphi} = \frac{U_{eff_R}}{U_{eff}} = \frac{RI_{eff}}{ZI_{eff}}$$

$$\cos\bar{\varphi} = \frac{R}{Z}$$

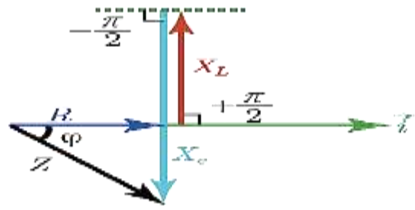
يمكننا أن نمثّل الممانعات بتمثيل كما في الشكل.

مناقشة:

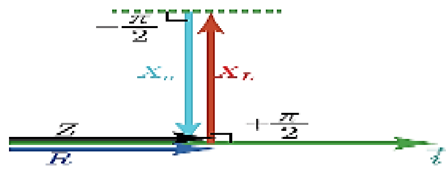
1) عندمَا تكون ردّيةُ الوشيعة X_L أكبرَ من اتّساعيّةِ المُكثّفة X_C يكون التّوتّرُ مُتقدّماً بالطّورِ على الشّدّة، وتكونُ الدّارةُ ذات مُمانعةٍ ذاتيّة.



2) عندمَا تكون ردّيةُ الوشيعة X_L أصغرَ من اتساعيّةِ المُكثّفةِ X_C يكون التّوتّرُ مُتأخراً بالطّورِ عن الشّدّة وتكونُ الدّارةُ ذات مُمانعةٍ سعويّة.



3) عندمَا تكون ردّيةُ الوشيعة X_L تُساوي اتّساعيّةَ المُكثّفة X_C يكونُ التّوتّرُ مُتّفقاً بالطّورِ معَ الشّدّة، وتُسمّى هذه الحالة الطّنين الكهربائيّ أو التّجاوُب الكهربائيّ.



ظاهرة الطنين:

تحدثُ حالةُ التّجاوبِ الكهربائيّ في دارةٍ تحوي على التّسلسُل مُقاومة R، ووشيعة ذاتيتها L، ومُكثّفة سعتُها C عندما يكون النّبضُ الخاصّ لاهتزازِ الإلكترونات الحرّة ω_0 يُساوي النّبضَ القسري ω_r الذي يفرضه المُولّد.

ويتحقّقُ في حالةِ الطّنين:

1) ردّيةُ الوشيعةِ تُساوي اتّساعيّةَ المُكثّفة $X_L = X_C$.

2) مُمانعةُ الدّارةِ أصغرُ ما يمكن $Z = R$.

3) شدّةُ التّيارِ المُنتجةِ أكبرُ ما يمكن $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$.

4) التّوتّرُ المُطبّق على توافقٍ بالطّور معَ الشّدّة $\varphi = 0\ rad$

5) عاملُ استطاعةِ الدّارةِ يساوي الواحد.

6) الاستطاعةُ المُتوسّطة المُستهلكة في الدّارة أكبرُ ما يمكن.

7) التّوتّرُ المُنتجُ بين طرفي المُقاومة يُساوي التّوتّرَ المُنتج بين طرفي المنبع $U_{eff_R} = U_{eff}$ وذلك:

لأنّ التّوتّرَ المُنتجَ بين طرفي الوشيعة يُساوي بالقيمة التّوتّرَ المُنتجَ بين طرفي المُكثّفة $U_{eff_L} = U_{eff_C}$ ويُعاكسُه بالجهة.

دورُ وتواترُ الرّنين: في حالةِ الطّنين الكهربائيّ:

$X_L = X_C$ بالتّالي:

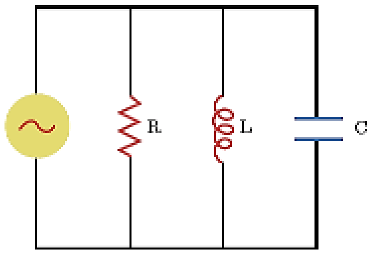
$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{2\pi}{T_r} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T_r = 2\pi\sqrt{LC}$$

وهي العلاقةُ المُحدّدةُ لدورِ التّيارِ في حالةِ الطّنين تُستخدمُ خاصيّةُ الطّنين في عمليةِ التّوليفِ في أجهزةِ الاستقبال.

التيّاراتُ الفرعيّة:



نطبّقُ توتّراً مُتناوباً جيبيّاً يُعطى بالتّابع:

$$\bar{u} = U_{max} \cos \omega t$$

بين طرفي دارة تحوي على التّفرّع مُقاومة R ووشيعة مُهملة المُقاومة ذاتيتها L، ومُكثّفة سعتها C فيمرُّ في الدّارة تيّارٌ مُتناوبٌ جيبيّ، المطلوبُ: أكتبُ تابعَ الشّدّة اللّحظيّة في الدّارة، وأستنتجُ العلاقاتِ اللازمة لحساب $I_{eff}, \bar{\varphi}$ باستخدام إنشاء فرينل.

إنّ تابعَ الشّدّة اللّحظيّة للتيّار في الدّارة الكليّة:

$$\bar{i} = I_{max} \cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

الشّدّاتُ اللّحظيّة تجمع جبريًا: $\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3$

في فرعِ المُقاومة، الشّدّة على توافقٍ بالطّور مع التّوتّر المُطبّق $\bar{\varphi}_R = 0\ rad$.

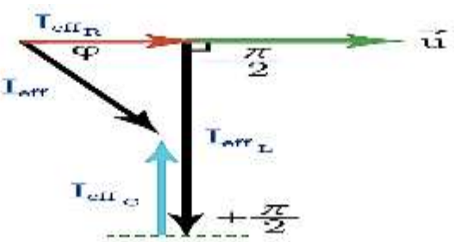
في فرعِ الوشيعة مُهملة المُقاومة، الشّدّة على تراجعٍ مُتأخّرٍ بالطّور عن التّوتّر المُطبّق $\bar{\varphi}_L = -\frac{\pi}{2}\ rad$.

في فرعِ المُكثّفة الشّدّة على تراجعٍ متقدّمٍ بالطّور على التّوتّر المُطبّق $\bar{\varphi}_L = \frac{\pi}{2}\ rad$.

الشّدّةُ المُنتجة تُجمعُ هندسيًا:

$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}} + \overrightarrow{I_{eff_C}}$$

بإنشاء تمثيل فرينل: $I_{eff_L} > I_{eff_C}$ نجد:



$$I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + (I_{eff_L} - I_{eff_C})^2$$

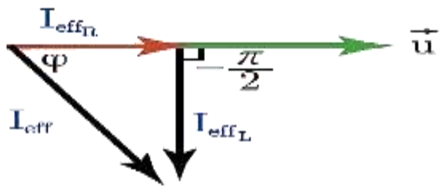
حساب $\bar{\varphi}$ من الشكل نجد:

$$\cos \bar{\varphi} = \frac{I_{eff_R}}{I_{eff}}$$

حالاتٌ خاصّة:

1) فرعانِ يحوي أحدُهما مُقاوَمةً، والآخرُ وشيعةً مُهملة المُقاوَمة:

$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}}$$



في فرعِ المُقاوَمة، الشّدّة على توافقٍ بالطّور مع التّوتّرِ المُطبّق:

$$\bar{\varphi}_R = 0\ rad$$

في فرع الذاتيّة، الشّدّة على تراجعٍ مُتأخّرٍ بالطّور عن التّوتّر المُطبّق: $\bar{\varphi}_L = -\frac{\pi}{2}\ rad$

بالتّربيع نجد: $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2$

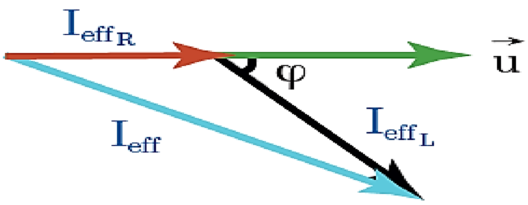
2) فرعانِ يحوي أحدُهما مُقاوَمةً، والآخرُ وشيعةً ذاتَ مُقاوَمة:

في فرعِ المُقاومة، الشّدّة على توافقٍ بالطور مع التّوتّر المُطبّق

$$\bar{\varphi}_R = 0\ rad$$

في فرعِ الوشيعة، الشّدّةُ مُتأخّرةٌ بالطّور عن التّوتّر المُطبّق بمقدار: $\bar{\varphi}_L$

$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_R}} + \overrightarrow{I_{eff_L}}$$



بالتّربيع نجد:

$$I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2 I_{eff_R} I_{eeff_L} \cos(\bar{\varphi}_L - \bar{\varphi}_R)$$

3) فرعانِ يحوي أحدُهما مُكثِّفةً، والآخرُ وشيعةً مُهمَلةَ المُقاوَمة:

في فرعِ المُكثِّفة، الشّدّةُ متقدمة بالطّورِ عن التّوترِ المُطبّق:

$$\bar{\varphi}_C = +\frac{\pi}{2}\ rad$$

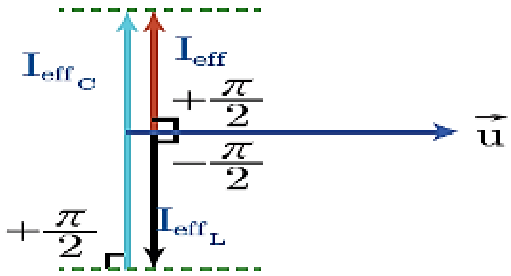
في فرعِ الوشيعة مُهمَلة المُقاوَمة الشّدّةُ على تراجعٍ مُتأخّرٍ بالطّورِ عن التّوترِ المُطبّق: $\bar{\varphi}_L = -\frac{\pi}{2}\ rad$

$$\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_C}} + \overrightarrow{I_{eff_L}}$$

نُميّزُ الحالاتِ الآتية:

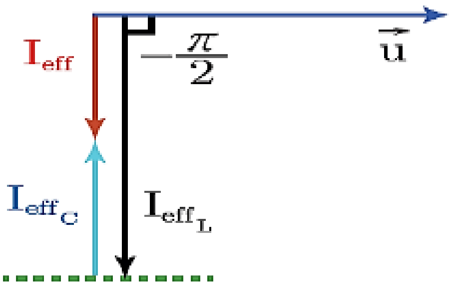
1) إذا كانَ $X_C < X_L$ فإنّ $I_{eff_C} > I_{eff_L}$

وبالتّالي: $I_{eff} = I_{eff_C} - I_{eff_L}$



2) إذا كانَ $X_L < X_C$ فإنّ $I_{eff_L} > I_{eff_C}$

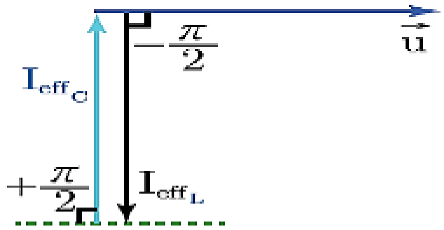
وبالتّالي: $I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C}$



3) إذا كانَ $X_L = X_C$ فإنّ $I_{eff_L} = I_{eff_C}$

وبالتّالي: $I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C}$

$$I_{eff} = 0$$



وتنعدمُ الشّدّةُ في الدّارةِ الخارجيّة، وتُسمّى الدّارةُ في هذه الحالة بالدّارة الخانقة للتّيار، ويكون عندها: $\omega_r = \omega$

$$X_L = X_C$$

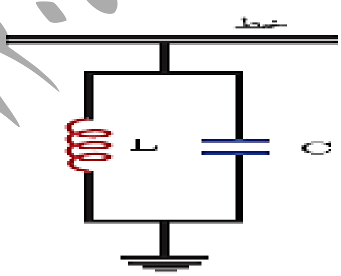
$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$$

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

حيثُ f_r هو تواتُرُ الدّارة والذي يكونُ التّيارُ المُحصّلُ عندهُ معدوماً، أي لا يمرُّ بالدّارة الأصليّة التّيار الذي دورهُ يحقق العلاقة: $T_r = 2\pi\sqrt{LC}$

ملاحظة: تستخدم الدّارةُ الخانقة في وصلِ خطوطِ نقلِ الطّاقة الكهربائيّة مع الأرض بهدف ترشيح التّواتُرات التي يلتقطُها الخطُّ من الجوّ وذلك بجعلِ تواترِ تجاوبِ الدّارة المُهتزّة مُساوياً تواتر تيّار خطّ النّقل، فتكونُ مُمانعتُها لا نهائيّة بالنّسبة لهذا التّواتر بينما تمرّ بقيّة التّواتراتِ المُلتقطة من الجوّ عبرَ الدّارة المُهتزّة إلى الأرض.



اختبر نفسي:

أولاً: أعطِ تفسيراً علميّاً موضِّحاً بالعلاقاتِ المُناسبة:

1) لا تستهلكُ الوشيعةُ مُهملَةُ المُقاوَمةِ طاقةً كهربائيّة.

الجواب: لأنها تختزن طاقة كهرطيسية خلال ربع الدور الأول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

$$\varphi_L = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض: $P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi = 0$

2) لا تستهلكُ المُكثِّفةُ طاقةً كهربائيّة.

الجواب: لأنها تختزن طاقة كهربائية خلال ربع الدور الأول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه.

$$\varphi_c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\varphi = 0$$

نعوض: $P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi = 0$

3) لا تمرِّرُ المُكثّفةُ تيّاراً مُتواصِلاً عندَ وصلِ لبوسَيها بمأخذِ تيّارٍ مُتواصِل.

الجواب: بسبب وجود العازل بين لبوسيها الذي يسبب انقطاع في الدارة. $X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$

التيار متواصل تواتره معدوم. $f = 0 \Rightarrow X_c = \infty$

4) تسمحُ المُكثّفةُ بمرورِ تيّارٍ مُتناوبٍ جيبيٍّ عندَ وصلِ لبوسَيها بمأخذِ هذا التيّارِ المُتناوِبِ ولكنّها تعرقِلُ هذا المرور.

الجواب: عند وصل لبوسي مكثفة بمأخذ تيار متناوب فإنّ مجموعة الالكترونات الحرّة التي يسبب مأخذ التيار المتناوب اهتزازها تشحن لبوسي المكثفة خلال ربع دور بشحنتين متساويتين ومن نوعين مختلفين دون أن تخترق عازلها، ثمّ تتفرغان في ربع الدور الثاني، وفي النوبة الثانية (الربعين الثالث والرابع) تتكرر عمليتا الشحن والتفريغ مع تغير شحنة كل من اللبوسين.

تبدي المكثفة ممانعة للتيار المتناوب بسبب الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتها.

5) تكونُ الشّدّةُ المُنتجةُ واحدةٌ في عدّةِ أجهزةٍ موصولةٍ على التّسلسُلِ مهما اختلفَت قيمُ مُمانَعتِها.

الجواب: لأنّ الإلكترونات الحرة في دارة قصيرة يجتازها تيار تواتره صغير تكاد تهتز بتوافق كامل فتبدو مقاطع الدارة في كل لحظة وكأنّ تياراً متواصلاً يجتازها شدته هي الشدة اللحظية للمتناوب وجهته هي جهة التيار المتناوب في هذه اللحظة.

6) تُستعمَلُ الوشيعةُ ذاتُ النّواةِ الحديديةِ كمُعدّلة في التّيّارِ المُتناوِب.

الجواب: لأنّ L ذاتية الدارة تتغير بتغير وضع النواة داخل الوشيعة وبالتالي $L' = \mu L$ تتغير ممانعتها $X'_L = \mu X_L$ فتتغير الشدة المنتجة

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{X'_L} = \frac{U_{eff}}{\mu \omega L}$$

7) توصف الاهتزازات الكهربائية في التيار المتناوب بالقسرية.

الجواب: تهتز الإلكترونات في الدارة بالنبض الذي يفرضه المولد لذلك تسمى الاهتزازات الكهربائية الحاصلة بالاهتزازات القسرية ويشكل المولد فيها جملة محرضة وبقية الدارة جملة مجاوبة.

ثانياً: أهمّيّةُ عاملِ الاستطاعة في نقلِ الطّاقةِ الكهربائيّة من مُولِّدِ التيّار إلى الجهازِ الكهربائيّ:

يُطلَبُ من أصحابِ التّجهيزاتِ الكهربائيّة الصّناعيّة ألّا ينقصَ عامل الاستطاعة في تجهيزاتِهم عن 0.86، كي لا تخسرَ مؤسَّسةُ الكهرباءِ طاقةً إضافيةً كبيرةً نسبياً بفعلِ جول في خطوطِ نقلِها، وهي طاقةٌ لا يسجّلُها العدّادُ ولا يدفعُ المُستهلكُ ثمَنها.

المطلوب: استنتج العلاقة التي تربط الاستطاعة الضائعة في خطوط النقل، والتي مقاومتها R بدلالة عامل الاستطاعة بفرض ثبات التوتر المنتج والاستطاعة المتوسطة للدارة.

الجواب: $P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$

$$I_{eff} = \frac{P_{avg}}{U_{eff}\cos\varphi}$$

تصرف الاستطاعة في المقاومة حرارياً بفعل الجول:

$$P' = R I_{eff}^2$$

$$P' = R\left(\frac{P_{avg}}{U_{eff}\cos\varphi}\right)^2$$

$$P' = R\left(\frac{P_{avg}^2}{U_{eff}^2\cos^2\varphi}\right)$$

الاستطاعة الحرارية الضائعة تتناسب عكساً مع مربع عامل الاستطاعة

فعندما تصبح قيمة عامل الاستطاعة كبيرة تنقص الاستطاعة الضائعة.

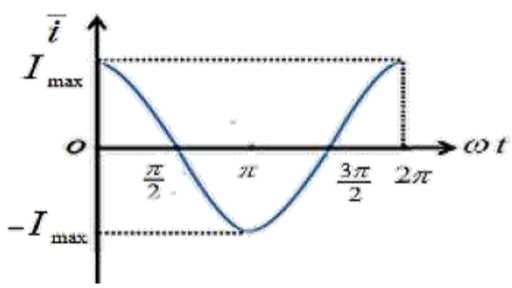
ثالثاً: دارة تيار متناوب جيبي تابع، شدته:

$$\bar{i} = I_{max}\cos\omega t$$

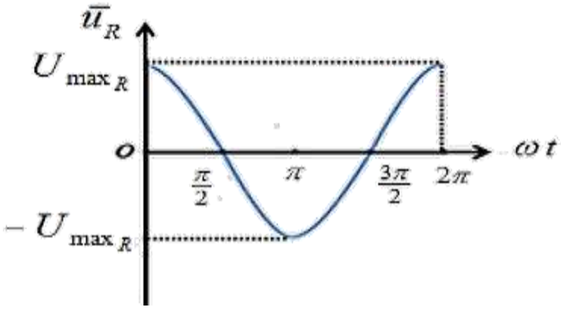
ارسم المنحني البياني الممثل لكل من الشدة اللحظية والتوتر اللحظي بدلالة ωt (مخطط ضابط الطور) في كل من الحالات الآتية:

مقاومة أومية فقط _ وشيعة مهملة المقاومة فقط _ مكثفة فقط.

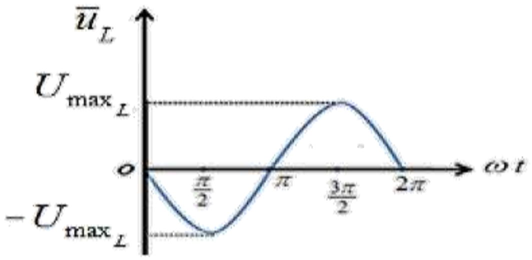
الجواب:



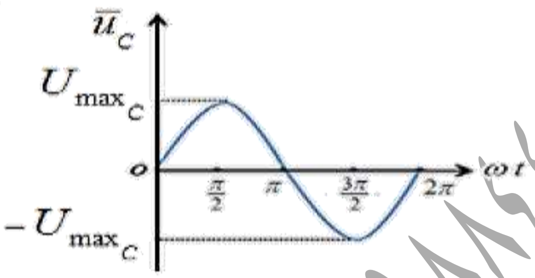
$$\bar{i} = I_{max_R}\cos(\omega t)$$



$$\bar{u}_R = U_{max_R}\cos(\omega t)$$



$$\bar{u}_L = U_{max_L}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



$$\bar{u}_C = U_{max_C}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

خامساً: حُلَّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: يُعطى تابعُ التوترِ اللحظي بين نقطتين a و b بالعلاقة:

$$\bar{u} = 130\sqrt{2}\cos 100\pi t \ (Volt)$$

المطلوب: 1) احسب التوترَ المُنتِجَ للتيار وتواتره.

2) نصل بين النقطتين a و b وشيعةً، مُقاومتها $r = 25\Omega$، وذاتيتها $L = \frac{3}{5\pi}H$ احسب الشدّةَ المُنتجةَ وعامل استطاعةِ الدارة، والاستطاعة المتوسطة المستهلكة فيها.

3) نرفعُ الوشيعة ثمّ نصل النقطتين a و b بمقاومة $R = 30\ \Omega$ موصولةٍ على التسلسلِ مع مكثّفةٍ سعتُها $C = \frac{1}{4000\pi}F$ ووشيعةٍ ذاتيتها L مقاومتها مهملة، فتصبحُ الشدّةُ المُنتجةُ للتيار بأكبرِ قيمةٍ ممكنةٍ لها احسبْ قيمةَ ذاتية الوشيعةِ، والشدّةَ المُنتجةَ للتيار في هذه الحالة.

الحل: 1)
$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{130\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 130\ V$$

$$\omega = 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50Hz$$

2)
$$X_L = \omega L = 100\pi \times \frac{3}{5\pi} = 60\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = 65\ \Omega$$

$$U_{eff} = ZI_{eff} \Rightarrow 130 = 65 \times I_{eff}$$

$$I_{eff} = \frac{130}{65} = 2A$$

حساب عامل الاستطاعة:
$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{25}{65} = \frac{5}{13}$$

حساب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi = 130 \times 2 \times \frac{5}{13}$$

$$P_{avg} = 100\ w$$

2) حالة تجاوب كهربائي:

$$L\omega = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

$$L = \frac{1}{(100\pi)^2 \frac{1}{4000\pi}} = \frac{2}{5\pi}H$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z'} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{130}{30} = \frac{13}{3} = 4.\bar{3}\ A$$

المسألة الثانية: نطبّقُ توتراً متواصلاً $6\ V$ على طرفي وشيعةٍ، فيمرُّ فيها تيارٌ شدّته $0.5\ A$، وعندما نطبّقُ توتراً متناوباً جيبيّاً بين طرفي الوشيعة نفسها قيمته المُنتجة $130V$، تواترُه $50\ Hz$ يمرُّ فيها تيارٌ شدّته المُنتجة $10A$ المطلوب:

1) احسب مُقاومةَ الوشيعة وذاتيتها.

2) احسب عددَ لفّات الوشيعة إذا علمتَ أنَّ مساحة مقطعِها $\frac{1}{80}m^2$، وطولها $1m$.

3) احسب سعةَ المكثّفة التي يجبُ ضمُّها على التسلسل مع الوشيعة السابقة حتى يصبح عامل استطاعة الدارة يُساوي الواحد ثمّ حساب الشدّة المُنتجة للتيار، والاستطاعة المتوسطة المُستهلكة في الدارة عندئذٍ.

الحل: 1) في حالة التيار المتواصل تعمل الوشيعة تعمل عمل مقاومة أومية فقط.
$U = rI \Rightarrow 6 = r \times 0.5 \Rightarrow r = \frac{6}{0.5} = 12\Omega$

في حالة تيار متناوب: تقوم الوشيعة بعمل مقاومة أومية وذاتية معاً

$$U_{eff} = ZI_{eff}$$

$$130 = Z \times 10$$

$$Z = 13\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L)^2} \Rightarrow Z^2 = r^2 + (X_L)^2$$

$$(13)^2 = (12)^2 + (X_L)^2$$

$$X_L = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = \sqrt{25} = 5\Omega$$

$$X_L = L\omega \Rightarrow 5 = L(100\pi) \Rightarrow L = \frac{1}{20\pi} H$$

2)
$$L = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2}{\ell}S$$

$$\frac{1}{20\pi} = 4\pi \times 10^{-7}\frac{N^2}{1}\frac{1}{80}$$

$$N = \sqrt{\frac{\frac{80}{20\pi}}{4\pi \times 10^{-7}}} = \sqrt{\frac{\frac{80}{20\pi}}{4\pi \times 10^{-7}}}$$

$$N = 1000 \text{ لفة}$$

3) حالة التجاوب الكهربائي: $X_C = X_L$

$$X_L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow 5 = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow C = \frac{1}{500\pi}F$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{r} = \frac{130}{12} = \frac{65}{6} \approx 10.83A$$

$$P_{avg} = U_{eff}I_{eff}\cos\varphi = 130 \times \frac{65}{6} \times 1$$

$$\approx 1408.33\ W$$

المسألة الثالثة: مأخذ لتيار متناوب جيبي بين طرفيه توتر لحظي يُعطى بالعلاقة:

$$\bar{u} = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (V)$$

نصلهما لدارة تحوي فرعين يحوي الأول مُقاومة صرفة يمرّ فيها تيار شدّته المُنتجة $4A$، ويحوي الفرعُ الثاني وشيعة يمرّ فيها تيار شدّته المُنتجة $5A$، فيمرّ في الدّارة الخارجيّة تيار شدّته المُنتجة $7A$ المطلوب:

1) احسب التّوتر المُنتج بين طرفي المأخذ، وتواتر التّيار.

2) احسب قيمة المُقاومة الصّرفة، ومُمانعة الوشيعة.

3) احسب عامل استطاعة الوشيعة ثم احسب مُقاومتها.

4) احسب الاستطاعة الكليّة المُستهلكة في الدّارة، وعامل استطاعة الدّارة.

الحل: 1)
$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200\ V$$

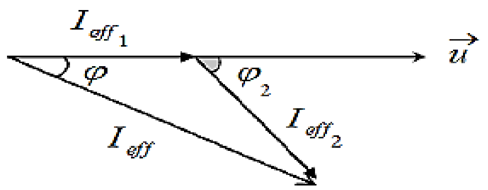
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50\ HZ$$

2)
$$U_{eff} = RI_{eff_1} \Rightarrow R = \frac{U_{eff}}{I_{eff_1}}$$

$$R = \frac{200}{4} = 50\ \Omega$$

$$U_{eff} = Z_2 I_{eff_2} \Rightarrow Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{200}{5} = 40\Omega$$

3)



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}I_{eff_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$49 = 16 + 25 + 2 \times 4 \times 5\cos(\varphi_2 - 0)$$

$$49 = 41 + 40\cos\varphi_2$$

$$8 = 40\cos\varphi_2 \Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{r}{Z_2} \Rightarrow 0.2 = \frac{r}{40} \Rightarrow r = 8\Omega$$

4)
$$P_{avg_1} = U_{eff}I_{eff_1}\cos\varphi_1$$

$$P_{avg_1} = 200 \times 4 \times 1 = 800\ W$$

$$P_{avg_2} = U_{eff}I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg_2} = 200 \times 5 \times 0.2 = 200\ W$$

$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2} = 800 + 200 = 1000W$$

$$P_{avg} = U_{eff}I_{eff}\cos\varphi$$

$$1000 = 200 \times 7\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{5}{7}$$

المسألة الرابعة: يُعطى تابعُ التوترِ اللحظي بين طرفي مأخذٍ بالعلاقة: $\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t\ (V)$

والمطلوب:

1) احسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار.

2) نضعُ بين طرفي المأخذ مصباحاً كهربائياً ذاتيته مهملة، فيمر فيها تيارٌ شدّته المنتجة $6A$ احسبْ قيمة المقاومة أومية للمصباح واكتبْ تابعَ الشدّة اللحظيّة المارّة فيها.

3) نصل بين طرفي المصباح في الدّارة السّابقة وشيعة عامل استطاعتها $\frac{1}{2}$، فيمرُّ في الوشيعة تيارٌ شدّته المنتجة $10\ A$ احسبْ ممانعة الوشيعة، والاستطاعة المستهلكة فيها، ثمّ اكتبْ تابع الشّدّة اللحظيّة المارّة فيها.

4) احسبْ قيمة الشدّة المنتجة في الدّارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل.

5) احسب الاستطاعة المتوسّطة المستهلكة في جملة الفرعين، وعامل استطاعة الدّارة.

6) احسب سعة المكثّفة الواجب ربطها على التفرّع بين طرفي المأخذ لتصبح شدّة التيّار الأصليّة الجديدة على وفاق بالطور مع التّوتر المطبّق عندما تعمل الفروع الثلاثة معاً.

الحل: 1)

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\ V$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 120\pi = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{120\pi}{2\pi} = 60Hz$$

2)

$$\mathrm{U_{eff}} = \mathrm{R.I_{eff_1}} \Rightarrow \mathrm{R} = \frac{\mathrm{U_{eff}}}{\mathrm{I_{eff_1}}} = \frac{120}{6} = 20\ \Omega$$

$$\bar{\imath} = \mathrm{I}_{max_1}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\imath} = 6\sqrt{2}\cos(120\pi t)\ \ \mathrm{A}$$

3)

$$\mathrm{U_{eff}} = Z_2.\mathrm{I_{eff_1}} \Rightarrow Z_2 = \frac{\mathrm{U_{eff}}}{\mathrm{I_{eff_2}}}$$

$$Z_2 = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$P_{avg_2} = U_{eff}I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg_2} = 120 \times 10 \times \frac{1}{2} = 600\ W$$

$$\bar{\imath} = I_{max_2}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$$

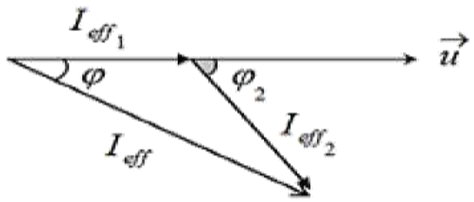
$$I_{max_2} = I_{eff_2}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}A$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}rad$$

لأن التيار متأخر بالطور عن التواتر

$$\bar{\imath} = 10\sqrt{2}\cos(120\pi t - \frac{\pi}{3})\ \ (A)$$

4)



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}I_{eff_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff}^2 = 36 + 100 + 2 \times 6 \times 10\cos(\frac{\pi}{3} - 0)$$

$$I_{eff}^2 = 196 \Rightarrow I_{eff} = 14\ A$$

5)

$$P_{avg_1} = U_{eff}I_{eff_1}\cos\varphi_1$$

$$P_{avg_1} = 120 \times 6 \times 1 = 720W$$

$$P_{avg_2} = 600W$$

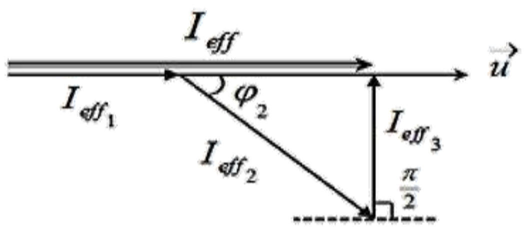
$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2}$$

$$P_{avg} = 720 + 600 = 1320W$$

$$P_{avg} = U_{eff}I_{eff}\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff}I_{eff}} = \frac{1320}{120 \times 14} = \frac{11}{14} \approx 0.78$$

6) من تمثيل فرينل:



$$I_{eff_3} = I_{eff_2}\sin\varphi_2 = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ A$$

$$\mathrm{U_{eff}} = X_C . I_{eff_3} \Rightarrow X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff_3}}$$

$$X_C = \frac{120}{5\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}\ \Omega \approx 13.85\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow 13.85 = \frac{1}{100\pi C}$$

$$C = \frac{1}{1385\pi} F$$

المسألة الخامسة: مأخذ تيار متناوب جيبي تواتره $50\ Hz$

نربط بين طرفيه الأجهزة الآتية على التسلسل: مقاومة أومية R وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها L مكثفة سعتها $C = \frac{1}{2000\pi} F$ فيكون التوتر المنتج بين طرفي كل من أجزاء الدارة هو على الترتيب:

$U_{eff_1} = 30\ V, U_{eff_2} = 80\ V, U_{eff_3} = 40\ V$

المطلوب:

1) استنتج قيمة التوتر المنتج الكلي بين طرفي المأخذ باستخدام إنشاء فرينل.

2) احسب قيمة الشدة المنتجة المارة في الدارة، ثم اكتب التابع الزمني لتلك الشدة.

3) احسب الممانعة الكلية للدارة.

4) احسب ذاتية الوشيعة، واكتب التابع الزمني للتوتر بين طرفيها

5) احسب عامل استطاعة الدارة.

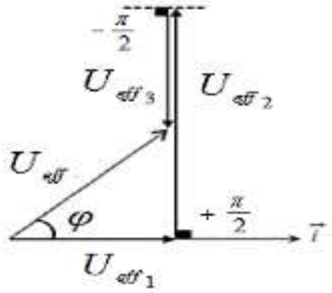
6) نضيف إلى المكثفة في الدارة السابقة مكثفة C' مناسبة، فتصبح الشدة المنتجة للتيار بأكبر قيمة لها، المطلوب:

a) حدد الطريقة التي يتم بها ضم المكثفتين.

b) احسب سعة المكثفة المضمومة C'.

c) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة في هذه الحالة

الحل:(1



$$U_{eff} = \sqrt{(U_{eff_1})^2 + (U_{eff_2} - U_{eff_3})^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{(30)^2 + (80-40)^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500}$$

$$U_{eff} = 50\ \mathrm{V}$$

2) نطبق قانون أوم على المكثفة لأننا نستطيع حساب ممانعتها (اتساعيتها):

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \times 50 = 100\pi\ rad.s^{-1}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{2000\pi}} = 20\pi$$

$$U_{eff_3} = X_C I_{eff} \Rightarrow 40 = 20 \times I_{eff}$$

$$I_{eff} = \frac{40}{20} = 2A$$

$$\bar{\imath} = I_{max}\cos(\omega t)$$

$$I_{max} = I_{eff}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}A$$

$$\bar{\imath} = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ A$$

3)

$$U_{eff} = \mathrm{Z}\, I_{eff} \Rightarrow 50 = \mathrm{Z} \times 2$$

$$\mathrm{Z} = \frac{50}{2} = 25\ \Omega$$

4)

$$U_{eff_2} = X_L I_{eff} = \omega L . I_{eff}$$

$$80 = 100\pi L \times 2$$

$$L = \frac{80}{200\pi} = \frac{2}{5\pi} H$$

$$U_{max} = U_{eff}\sqrt{2} = 80\sqrt{2}V$$

$$\bar{\varphi}_2 = +\frac{\pi}{2} rad$$

$$\bar{u}_2 = 80\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ V$$

5) $$\cos\varphi = \frac{U_{eff_1}}{U_{eff}} = \frac{30}{50} = 0.6$$

طريقة ثانية:

$$U_{eff_1} = RI_{eff} \Rightarrow 30 = R \times 2 \Rightarrow R = \frac{30}{15} = 15\Omega$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

6) a) $$X_L = X_{C_{eq}} \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C_{eq}}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{10000\pi^2 \frac{2}{5\pi}} = \frac{1}{4000\pi} F$$

$C_{eq} < C$ الضم على التسلسل

b) $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'}$$

$$4000\pi = 2000\pi + \frac{1}{C'} \Rightarrow$$

$$C' = \frac{1}{2000\pi} F$$

C) $$P_{avg} = U_{eff} I'_{eff} \cos\varphi'$$

حساب الشدة المنتجة للتيار في حالة التجاوب:

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} A$$

$$\varphi' = 0 rad$$

$$P_{avg} = 50 \times \frac{10}{3} \times 1 = \frac{500}{3} \approx 166.6\ w$$

المسألة السادسة: نصل طرفي مأخذ تيار متناوب جيبي توتره المنتج $U_{eff} = 100\ V$ وتواتره $50Hz$ إلى دارة تحوي على التسلسل مقاومة R ومكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\pi} F$ المطلوب:

1) احسب قيمة المقاومة إذا كان فرق الكمون المنتج بين طرفيها $60\ V$.

2) نضيف على التسلسل إلى الدارة السابقة وشيعة مناسبة مقاومتها مهملة بحيث تبقى الشدة المنتجة نفسها، احسب ذاتية هذه الوشيعة.

3) نغير تواتر التيار في الدارة الأخيرة بحيث يحصل توافق بالطور بين شدة التيار والتوتر المطبق، احسب قيمة التواتر الجديد.

4) تحذف المقاومة الصرف من الدارة ويعاد ربط المكثفة على التفرع مع الوشيعة بين طرفي مأخذ التيار احسب قيمة الشدة المنتجة الأصلية للدارة في هذه الحالة باستخدام إنشاء فرينل.

الحل: 1) اعتماداً على إنشاء فرينل فإن:

$$U_{eff_C} = \sqrt{U_{eff}^2 - U_{eff_R}^2}$$

$$U_{eff_C} = \sqrt{10000 - 3600}$$

$$U_{eff_C} = \sqrt{64000} = 80V$$

$$X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{4000\pi}} = 40\Omega$$

$$U_{eff_2} = X_C I_{eff} \Rightarrow 80 = 40 \times I_{eff}$$

$$\Rightarrow I_{eff} = \frac{80}{40} = 2A$$

$$U_{eff_1} = RI_{eff} \Rightarrow 60 = R \times 2$$

$$R = \frac{60}{2} = 30\Omega$$

2) عندما تبقى الشدة المنتجة نفسها

$$I'_{eff} = I_{eff} \Rightarrow \frac{U_{eff}}{Z'} = \frac{U_{eff}}{Z}$$

بعد الاضافة $Z' = Z$ قبل الاضافة

$$\sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(R)^2 + (X_C)^2}$$

$$(X_L - X_C)^2 = (X_C)^2$$

نجذر الطرفين فنجد: $X_L - X_C = \pm X_C$

إما: مرفوض $X_L - X_C = -X_C \Rightarrow X_L = 0 \Rightarrow L=0$

أو: $X_L - X_C = X_C \Rightarrow 2X_C = X_L = \omega L$

$$\Rightarrow L = \frac{2X_C}{\omega} = \frac{80}{100\pi} = \frac{4}{5\pi}H$$

3) حالة طنين (تجاوب كهربائي):

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega' L = \frac{1}{\omega' C}$$

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow 2\pi f' = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

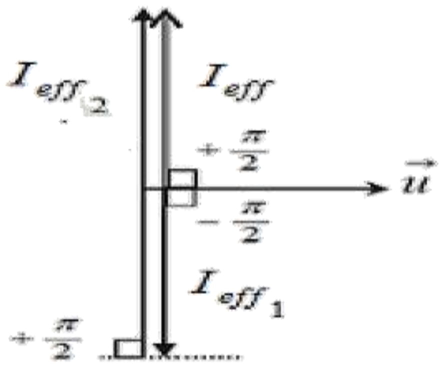
$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{4}{5\pi} \times \frac{1}{4000\pi}}}$$

$$f' = \frac{\sqrt{5000}}{2} = 35.35\ Hz$$

4) $I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{X_L} = \frac{100}{80} = 1.25\ A$

$$I_{eff_2} = \frac{U_{eff}}{X_C} = \frac{100}{40} = 2.5\ A$$



$$I_{eff} = I_{eff_2} - I_{eff_1}$$
$$I_{eff} = 2.5 - 1.25 = 1.25A$$

حل التفكير الناقد:

1- ماهي مخاطر التيّار الكهربائيّ المنزلي، وكيف نحمي أنفسنا والتجهيزات المنزليّة منه.

الجواب: قد يسبب حرائق في المنزل أو يسبب الموت أو يسبب عطل في الأجهزة الكهربائية حيث يتم حماية الإنسان منه باستخدام دارات كهربائية جيدة وقواطع تفاضلية جيدة النوع بالإضافة إلى منظم كهربائي يحافظ على قيمة ثابتة للتوتر.

2- تزود المآخذ الخاصّة بالبرّاد والغسّالة وبعض الأجهزة الأخرى بمأخذ ثالث.

الجواب: لكي يقوم بتفريغ التوتر عند يزداد إلى قيمة غير ملائمة لعمل الجهاز.

3- نشعر أحياناً بهزة خفيفة عند لمس هيكل بعض الأجهزة الكهربائيّة الموصولة بالتّيار.

الجواب: بسبب تراكم الشحنات الكهربائية.

4- يزود مأخذ التّيار في الحمام بغطاء بلاستيكيّ.

الجواب: لأن الغطاء البلاستيكي عازل للتّيار الكهربائي.

5- ينصح بعدم لمس الأجهزة الكهربائيّة بيد مبلّلة.

الجواب: لأن المياه تنقل التيار الكهربائي.

6- ما دور الفاصمة، ولماذا تركب مباشرة وراء العداد في بداية الشّبكة المنزلية؟

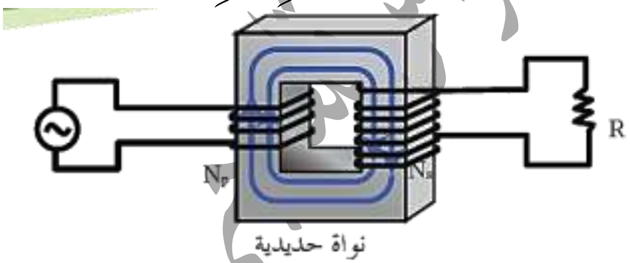
الجواب: لكي تقوم بقطع التيار الكهربائي عن المنزل عندما تزداد قيمة التوتر عن الحد الملائم لعمل الأجهزة الكهربائية في المنزل وذلك لضمان سلامة الأجهزة الكهربائية.

_ _ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _ _

المحولة الكهربائية

تعريف المحولة الكهربائية:

المُحوِّلة جهاز كهربائيٌّ يعتمدُ على حادثة التّحريض الكهرطيسيّ يعملُ على تغيير التّوتر المُنتج، والشّدّة المُنتجة للتّيار المُتناوب، دون أن يغيّر تقريباً من الاستطاعة المنقولة، أو من تواتر التّيار، أو شكل اهتزاز التّيار .

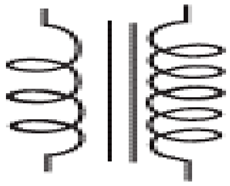


- نسمّي دارة الوشيعة التي تتلقّى التّيار المُتناوب بالوشيعة الأوليّة، ويُرمزُ لعدد لفّاتها N_P وللتّوتر المُنتج المُطبّق بين طرفيها U_{effP} وللشدّة المُنتجة المارّة فيها I_{effP} .
- نسمّي دارة الوشيعة التي تتلقّى منها التّيار المُتناوب (التّي تطبّق عليها الحمولة) بالثّانوية، ويرمزُ لعدد لفّاتها N_S وللتوتر المنتج بين طرفيها U_{effS} وللشدّة المُنتجة المارّة فيها I_{effS} .
- يختلفُ دائماً عدد اللفّات بين الوشيعتين الأوليّة والثانويّة للمحولة حيث تُصنعُ الوشيعة ذات عدد اللفّات الأقلّ من سلك ذي مقطع أكبر من مقطع سلك الوشيعة الأخرى .
- تسمى النسبة $\frac{N_S}{N_P}$ نسبة التّحويل ويرمز لها بالرّمز μ :

$$\mu = \frac{U_{effS}}{U_{effP}} = \frac{I_{effP}}{I_{effS}} = \frac{N_S}{N_P}$$

- تكون المُحوّلة رافعة للتّوتر خافضة للشدّة إذا كانت: $\mu > 1$
- تكون المُحوّلة خافضة للتّوتر رافعة للشدّة إذا كانت $\mu < 1$

- يُرمزُ للمُحوّلة في الدّارات الكهربائيّة بالرّمز:



- لا تعمل المُحوّلاتُ الكهربائيّة عند تطبيق توتر كهربائيٍّ مُتواصل بين طرفي دارتها الأوليّة .

عملُ المُحوِّلة: كيفَ تفسِّرُ عملَ المُحوِّلةِ عند تطبيق توتُّرٍ مُتناوبٍ جيبيّ؟

عند تطبيق توترٍ مُتناوبٍ جيبيٍّ بين طرفي الدّارة الأوليّة يمرّ فيها تيّارٌ مُتناوبٌ جيبيٌّ، فيتولّدُ داخل الوشيعة الأولية حقلٌ مغناطيسيٌّ مُتناوب، تعملُ النّواةُ الحديديّة على تمرير كامل تدفّقه إلى الدّارة الثّانويّة تقريباً، فتتولّد فيها قوّة مُحرِّكة كهربائيّة تساوي التّوتر المُتناوب الجيبيّ بين طرفيها بإهمال مُقاومة أسلاك الوشائع في المُحوّلة، فيمرُّ فيها تيّارٌ كهربائيٌّ مُتناوبٌ له تواترُ التّيار المارّ في الأوليّة .

الاستطاعات الضائعة في المُحوِّلة الكهربائيّة:

عند تمرير تيّار كهربائيٍّ في ناقلٍ أوميٍّ يضيعُ قسمٌ من الطّاقة الكهربائيّة حراريّاً بفعل جول .

تصنّف الاستطاعة الضّائعة في المُحوّلة الكهربائيّة إلى:

1) استطاعة ضائعة حراريّاً:

استطاعة ضائعة حراريّاً في الدّارة الأوليّة: $P'_P = R_P I^2_{effP}$.

استطاعة ضائعة حراريّاً في الدّارة الثانوية : $P'_S = R_S I^2_{effS}$.

استطاعة كليّة ضائعة حراريّاً : $P_E = P'_P + P'_S$

2) استطاعة كهربائيّة ضائعة مغناطيسيّاً: نتيجة هروب جزء من خطوط الحقل المغناطيسي خارج النّواة الحديديّة P_M .

ملاحظة: عند إهمال مقاومة أسلاك الوشيعة الأوليّة فإنّ التيّار يعاني فيها فقط من الممانعة التّحريضيّة، وبالمقابل يعاني التيّار المارّ في الوشيعة الثّانوية من المقاومة الكهربائيّة للحمولة و الممانعة التّحريضيّة للوشيعة ذاتها.

مردود نقل الطّاقة الكهربائيّة:

يُعطى مردود النقل بالعلاقة: $\eta = \frac{P-P'}{P}$

حيث P: الاستطاعة المتولدة من منبع التيّار المتناوب (المنوبة).

P': الاستطاعة الضّائعة حراريّاً في أسلاك النّقل بفعل جول.

$$\eta = 1 - \frac{P'}{P}$$

وباعتبار عامل الاستطاعة قريباً جداً من الواحد فإنّ:

$$P = U_{eff} I_{eff}$$

حيث U_{eff} التّوتر المنتج بين طرفي المنبع.

$$P' = R I_{eff}^2$$

حيث R مقاومة أسلاك الناقل.

نعوّض في علاقة المردود:

$$\eta = 1 - \frac{R I_{eff}^2}{U_{eff} I_{eff}}$$

$$\eta = 1 - R\frac{I_{eff}}{U_{eff}}$$

لكي يقترب المردود من الواحد ينبغي تصغير مقاومة أسلاك النّقل R أو تكبير U_{eff} يتمّ ذلك باستعمال محوّلات رافعة للتّوتر عند مركز توليد التّيار ثمّ خفضه على مراحل عند الاستخدام.

المحوّلات الخافضة للتوتّر: لها استخدامات عديدة نذكر منها:

1) شحن بعض الأجهزة الكهربائيّة.

2) ألعاب الأطفال، التي يخفّض فيها التّوتّر للأمان من $220V$ إلى $12V$ أو أقل.

3) عمليات اللّحام الكهربائي حيث نحتاج لتيّار شدّته من مرتبة مئات الأمبيرات.

4) أفران الصّهر.

اختبر نفسي

أولاً: اختر الإجابة الصّحيحة:

1) محوّلة كهربائيّة نسبة تحويلها $\mu = 3$، وقيمة الشّدّة المنتجة في ثانويتها $I_{eff_s} = 6A$ فإنّ الشّدّة المنتجة في أوّليّتها:

a) $I_{eff_p} = 18A$
b) $I_{eff_p} = 2A$
c) $I_{eff_p} = 9A$
d) $I_{eff_p} = 3A$

الإجابة الصحيحة: a)

$$\mu = \frac{I_{eff_P}}{I_{eff_S}} \Rightarrow I_{eff_P} = \mu . I_{eff_S} = 3\times 6 = 18A$$

2) محوّلة كهربائيّة قيمة التّوتّر المنتج بين طرفي أوليّتها $U_{eff_P} = 20\ V$ وقيمة التّوتّر المنتج بين طرفي ثانويّتها $U_{eff_s} = 40\ V$ فإنّ نسبة تحويلها μ تساوي:

a) 2
b) 0.5
c) 20
d) 60

الإجابة الصحيحة: a)

$$\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} = \frac{40}{20} = 2$$

ثانياً: أعطِ تفسيراً علميّاً لكلٍّ ممّا يأتي:

1) لا تنقل الطّاقة الكهربائيّة عبر المسافات البعيدة بوساطة تيّار متواصل؟

لأنّ التيّار المتواصل تيّار ثابت في الشدة وعندئذ لا يمكن تخفيض الطاقة الضائعة حراريا بفعل جول.

2) تُنقَلُ الطّاقةُ الكهربائيّة بتوتّرٍ عدة آلافٍ من الفولتات ثمّ تُخفّض إلى $220\ V$ عندَ الاستهلاك؟

للتقليل من الطاقة الضائعة بفعل جول ثمّ تخفّض إلى 220 عند الاستهلاك لتوافق عمل الأجهزة الكهربائية.

ثالثاً: حُلَّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: يبلغ عددُ لفّاتٍ أوليّة مُحوّلة كهربائيّة $N_P = 125$ لفة وعددُ لفّاتِ ثانويتها $N_S = 375$ لفة والتوتر اللحظي بين طرفي الثانويّة يُعطى بالمعادلة: $u_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (v)

1) احسبْ نسبةَ التحويل، ثمّ بيّن إنْ كانت المحوّلة رافعة للتوتر أم خافضة له.

2) احسبْ قيمةَ التوتّر المُنتج بين طرفي كل من الدّارة الثانويّة والأوليّة.

3) نصل طرفي الدّارة الثانويّة بمُقاومة صرفٍ $R = 30\Omega$، احسبْ قيمةَ الشدّة المُنتجة للتيّار المارّ في الدّارة الثانويّة.

4) نصل على التفرّع مع المقاومة السابقة وشيعة مُهملة المقاومة، فيمرّ في فرع الوشيعة تيّارٌ شدّته المُنتجة $I_{eff} = 3A$، احسبْ ردّية الوشيعة، ثمّ اكتب التابع الزّمني لشدّة التيّار المارّ في الوشيعة.

5) احسبْ قيمةَ الشدّة المُنتجة الكليّة في الدّارة الثانويّة باستخدام إنشاء فرينل.

6) احسبْ قيمةَ الاستطاعة المتوسّطة المُستهلكة في الدّارة، وعامل استطاعة الدّارة.

الحل: 1) $\mu > 1,\ \mu = \frac{N_S}{N_P} = \frac{375}{125} = 3$ المحولة رافعة للتوتر

2) $U_{eff_s} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\ V$

$$\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} \Rightarrow 3 = \frac{120}{U_{eff_p}} \Rightarrow U_{eff_p} = \frac{120}{3} = 40V$$

3) $$U_{eff_s} = RI_{eff_s}$$

$$120 = 30 \times I_{eff_s} \Rightarrow I_{eff_s} = \frac{120}{30} = 4A$$

4) $$U_{eff_s} = X_L I_{eff_{s_2}}$$

$$120 = X_L \times 3 \Rightarrow X_L = \frac{120}{3} = 40\Omega$$

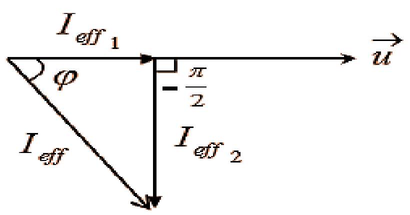
$$i_2 = I_{max_2}\cos(\omega t + \bar{\varphi}_2)$$

$$I_{max_2} = I_{eff_2}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}\ A$$

$$\bar{\varphi}_2 = -\frac{\pi}{2} rad$$

$$i_2 = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (A)$$

5)



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 = 16 + 9 = 25$$

$$I_{eff_s} = 5A$$

6) $P_{avg} = p_{avg1} + p_{avg2}$

$P_{avg} = U_{eff}.I_{eff1}.\cos\varphi_1 + U_{eff}.I_{eff2}.\cos\varphi_2$

$P_{avg} = 120\times4\times1 + 120\times3\times0 = 480W$

$P_{avg} = U_{eff}.I_{eff}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff}I_{eff}}$

$\cos\varphi = \frac{480}{120\times5} = 0.8$

المسألة الثانية: محولة كهربائية مثالية عدد لفاتها ثانويتها 480 لفة يطبق بين طرفي أوليتها توتراً منتجاً 240 V ويوصل بين طرفي ثانويتها مصباح كهربائي استطاعته 24W يعمل بتوتر منتج 2v والمطلوب:

1) احسب الشدة المنتجة في الدارة الثانوية.

2) احسب الشدة المنتجة في الدارة الأولية.

3) عدد لفات الأولية ونسبة التحويل.

4) المقاومة الأومية للمصباح الكهربائي.

الحل: 1)

$$P_{avg_S} = U_{eff_s} I_{eff_R} \cos\varphi$$

$$24 = 2 \times I_{eff_{sR}} \times 1 \Rightarrow I_{eff_{sR}} = \frac{24}{2} = 12\ A$$

2)

$$\frac{U_{eff_S}}{U_{eff_P}} = \frac{I_{eff_P}}{I_{eff_{S/R}}}$$

$$\frac{2}{240} = \frac{I_{eff_P}}{12} \Rightarrow I_{eff_P} = \frac{24}{240} = 0.1\ A$$

3)

$$\frac{N_S}{N_P} = \frac{U_{eff_S}}{U_{eff_P}} \Rightarrow \frac{480}{N_P} = \frac{2}{240}$$

$$N_P = \frac{480 \times 240}{2} = 57600 \text{ لفة}$$

$$\mu = \frac{N_S}{N_P} = \frac{480}{57600} \approx 0.008$$

4)

$$U_{eff_S} = R I_{eff_S}$$

$$2 = R \times 12 \Rightarrow R = \frac{1}{6} \approx 0.17\Omega$$

المسألة الثالثة: يبلغ عددُ لفّاتٍ أوّليّةٍ مُحوّلةٍ 3750 لفّة، وعددُ لفات ثانويّتها 125 لفّة، نطبّقُ بينَ طرفَي الأولية توتراً مُنتجاً $U_{eff_P} = 3000\ V$، ونربطُ بينَ طرفَي الثانويّة دارة تحوي على التفرُّع: مُقاومة صرف، الاستطاعة المُستهلكة فيها $P_{avg_1} = 1000\ W$ و وشيعة لها مُقاومة أومية، الاستطاعة المُستهلكة فيها $P_{avg_2} = 1000\ W$ يمرّ فيها تيّارٌ يتأخّرُ بالطور عن التوتّر المُطبّق بمقدار $\frac{\pi}{3} rad$ المطلوب حساب:

1) قيمة الشدّة المُنتجة للتيّار المارّ في المُقاومة.

2) قيمة الشدّة المُنتجة للتيّار المارّ في الوشيعة.

3) قيمة الشدّة المُنتجة للتيّار المارّ في ثانوية المُحوّلة.

4) الشدّة المُنتجة للتيّار المار في الدّارة الأولية للمُحوّلة.

الحل: 1)

$$\frac{U_{eff_S}}{U_{eff_P}} = \frac{N_S}{N_P}$$

$$U_{eff_S} = \frac{U_{eff_P} N_S}{N_P} = \frac{3000 \times 125}{3750} = 100\ V$$

$$P_{avg_1} = U_{eff_S} I_{eff_{S_1}}$$

$$1000 = 100 \times I_{eff_{S_1}} \Rightarrow I_{eff_{S_1}} = \frac{1000}{100}$$

$$I_{eff_{S_1}} = 10\ A$$

2)

$$P_{avg_2} = U_{eff_S} I_{eff_{S_2}} \cos\varphi_2$$

$$1000 = 100 \times I_{eff_{S_2}} \times \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$I_{eff_{S_2}} = \frac{2000}{100} = 20\ A$$

3)

$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2 I_{eff_1} I_{eff_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff}^2 = (10)^2 + (20)^2 + 2(10)(20)\cos(\frac{\pi}{3} - 0)$$

$$I_{eff_S} = 10\sqrt{7} A$$

4)

$$\frac{N_S}{N_P} = \frac{I_{eff_P}}{I_{eff_S}}$$

$$\frac{125}{3750} = \frac{I_{eff_P}}{10\sqrt{7}} \Rightarrow I_{eff_P} = \frac{125 \times 10\sqrt{7}}{3750}$$

$$I_{eff_P} = \frac{\sqrt{7}}{3} A$$

المسألة الرابعة: يبلغ عددُ لفّاتٍ وشيعة أوّليّة مُحوّلة 125 لفّة، وفي ثانويّتها 375 لفّة، نطبّقُ بين طرفَي الدارة الأولية فرق كمونٍ مُنتجاً 10 V، ونصلُ طرفَي الثّانوية بمُقاومة صرف R مغموسة في مسعر يحوي 600 g من الماء. مُعادله المائي مُهمَل، فترتفعُ حرارته 2.14 °C خلال دقيقة واحدة

والمطلوب:

1) احسب قيمة المُقاومة R.

2) احسب الشدّتين المُنتجتين في دارتي المحوّلة باعتبار مردودها يُساوي الواحد.

3) نصل على التفرّع بين طرفي المقاومة وشيعة مُهملة المقاومة فتصبح الشدّة المُنتجة الكلّية في الدّارة الثانويّة 5A.

المطلوب حساب:

a) الشدّة المُنتجة للتيار في فرع الوشيعة باستخدام إنشاء فرينل، ثم اكتبْ تابعَ الشدّة اللحظيّة.

b) ذاتيّة الوشيعة.

c) الاستطاعة المُتوسّطة في جملة الفرعين.

الحل: 1)

$$\frac{U_{eff_S}}{U_{eff_P}} = \frac{N_S}{N_P} \Rightarrow \frac{U_{eff_S}}{10} = \frac{375}{125}$$

$$U_{eff_S} = \frac{375\times10}{125} = 30\ V$$

حسب مبدأ مصونية الطاقة:

الطاقة الحرارية التي يمتصها ماء المسعر خلال الفاصل الزمني Δt تساوي الطاقة الحرارية المنتشرة بفعل جول في المقاومة خلال الفاصل الزمني Δt .

$$mc_0\Delta t = RI_{eff}^2 t$$

$$mc_0\Delta t = R\left(\frac{U_{eff_S}}{R}\right)^2 .t$$

$$mc_0\Delta t = \frac{U_{eff_S}^2}{R} .t$$

$$0.6\times4200\times2.14 = \frac{(30)^2}{R}\times60$$

$$R = \frac{(30)^2\times60}{0.6\times4200\times2.14} \approx 10\Omega$$

2)

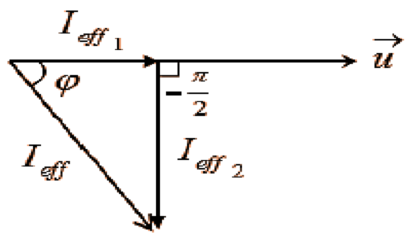
$$U_{eff_S} = RI_{eff_S} \Rightarrow 30 = 10\times I_{eff_S}$$

$$I_{eff_S} = \frac{30}{10} = 3A$$

$$\frac{N_S}{N_P} = \frac{I_{eff_P}}{I_{eff_S}} \Rightarrow \frac{375}{125} = \frac{I_{eff_P}}{3}$$

$$I_{eff_P} = \frac{375\times3}{125} = 9\ A$$

3) a)



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_1} + \vec{I}_{eff_2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 \Rightarrow 25 = 9 + I_{eff_2}^2$$

$$I_{eff_2}^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow$$

$$I_{eff_2} = 4\ A$$

$$i_2 = I_{max_2}\cos(\omega t) + \bar{\varphi}_2$$

$$I_{max_2} = I_{eff_2}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ A$$

$$\bar{\varphi}_2 = -\frac{\pi}{2} rad$$

$$i_2 = 4\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

b)

$$X_L = \frac{U_{eff_S}}{I_{eff_2}} = \frac{30}{4}\Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow \frac{30}{4} = 100\pi L \Rightarrow$$

$$L = \frac{3}{40\pi} H$$

c)

$$P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2}$$

$$P_{avg} = U_{eff_S}I_{eff_1}\cos\varphi_1 + U_{eff_S}I_{eff_2}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 30\times3\times1 + 30\times4\times0$$

$$P_{avg} = 90\ W$$

التفكير الناقد:

عمليّاً يوجد حدّ أعلى للتّوترات التي يمكن نقلها عبر خطوط التّوتر، فما العوامل التي تمنع من تجاوز هذا الحدّ في خطوط النقل البعيد للطّاقة الكهربائيّة؟

الجواب: لأن التوترات العالية جدا تؤدي الى تأين في جزيئات الهواء المحيط بخطوط النقل الى درجة يصبح

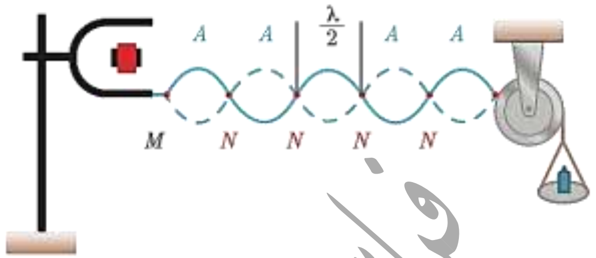
فيها الهواء ناقلاً للتيار الى الأرض أو المنشآت المجاورة

وسيؤدي ذلك الى أذية أي كائن حي .

_ _ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _ _

الأمواج المُستقِرَّة العرضيّة

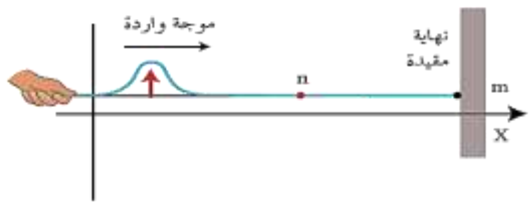
الدراسة التجريبية للأمواج المستقرة العرضية في وتر:



- عندما تعمل الهزّازة (الرّنانة) تتشكّل على طول الوتر أمواجٌ عرضيّة جيبيّة مُتقدّمة، وتكون مُعادَلة مطال موجةٍ واردةٍ مُتقدّمةٍ جيبيّةٍ بالاتّجاه المُوجب للمحور $\overrightarrow{x'x}$ عندما تصل إلى n من وسط الانتشار والتي فاصلتُها عن $\bar{x}$ النهاية المُقيّدة m في اللحظة t معطاً بالعلاقة:

$$\bar{y}_{1(t)} = Y_{max}\cos(\omega t - 2\pi\frac{\bar{x}}{\lambda}) \quad ...(1)$$

- عندما تصل الأمواج الجيبية إلى النهاية المقيدة m للوتر تنعكس

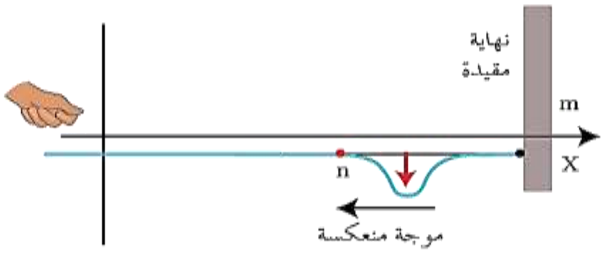


فتتولد الموجة المنعكسة المتقدمة الجيبية بالاتجاه السالب للمُحوَر $\overrightarrow{x'x}$ في النقط n في اللحظة t مطالاً يُعطى بالعلاقة:

$$\bar{y}_{2(t)} = Y_{max}\cos(\omega t + 2\pi\frac{\bar{x}}{\lambda} + \varphi') \; ...(2)$$

تتعرّضُ لفرقٍ في الطّور φ' بسبب الانعكاس، وهو مُتأخّرٌ في الطّور عن الموجةِ الواردة إلى n.

- تنعكسُ الإشارةَ عن النّهاية المُقيّدة أو عن النّهاية الطليقة بسرعةِ الانتشار نفسِها والتّواتُر نفسه وبالسّعة نفسها (عند إهمال الضّياع في الطّاقة) وينشأُ فرقٌ في الطّور $\bar{\varphi}'$ بين الموجة الواردة والموجة المُنعكِسة في الوسط (الوتر):



1) إذا كانت النّهاية مُقيّدة فإنّ جهة الإشارة المُنعكِسة تعاكسُ جهة الإشارة الواردة أي يتولّد بالانعكاس فرق طور $\bar{\varphi}' = \pi rad$ (تعاكس بالطّور).

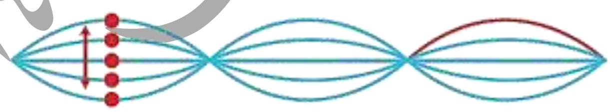
2) إذا كانت النّهاية طليقة، فإنّ جهةَ الإشارة المُنعكِسة نفسها للإشارة الواردة؛ أي فرق الطور $\bar{\varphi}' = 0 rad$ (توافُق بالطّور).

- تتشكّلُ الأمواجُ المُستقِرّة العرضيّة نتيجة التّداخُل بين موجةٍ جيبيّةٍ واردةٍ مع موجةٍ جيبيّةٍ مُنعكِسة على نهاية مُقيّدة تعاكسُها بجهةِ الانتشار ولها التّواتُر نفسه والسّعة نفسها، وينتجُ عن تداخُلهما:

ـ نقاطٌ تهتزُّ بسعةٍ عُظمَى تُسمَّى بطون الاهتزاز، يُرمَز لها بالرمز A حيث تلتقي فيها الأمواجُ الوارِدة والمُنعكِسة على توافقٍ دائم.

ـ نقاط تنعدمُ فيها سعةُ الاهتزاز تُسمَّى عقدُ الاهتزاز، يُرمَزُ لها ب N حيث تلتقي فيها الأمواجُ الوارِدة والمُنعكِسة على تعاكسٍ دائم.

- تكونُ المسافةُ الفاصلةُ بينَ كلِّ عقدتينِ مُتتاليتينِ $\frac{\lambda}{2}$، ويشكّلُ الاهتزازُ ما بينَ عقدتينِ مُتجاورتينِ ما يشبهُ المغزل، وتهتزُّ جميعُ نقاطِ المغزلِ الواحدِ على توافقٍ بالطّور فيما بينها، بينما تهتزُّ نقاطُ مغزلَينِ مُتجاورَينِ على تعاكسٍ بالطّور فيما بينها، وتبدو الموجة وكأنّها تهتزُّ مراوحةً في مكانها، فتأخذُ شكلاً ثابتاً، لذلك سُمّيت بالأمواجِ المُستقِرّة.
- الموجةُ المُستقِرّة: هي نمطُ اهتزازٍ مُستقرٍّ تحتوي على عُقدٍ بينها بطونٌ تنشأُ نتيجةَ التّداخلِ بينَ موجتينِ مُتساويتينِ في التّواترِ والسّعةِ وتنتشرانِ في اتّجاهينِ مُتعاكسينِ.



الدّراسةُ النّظريّةُ للأمواجِ المُستقِرّةِ العرضيّة:

يُمكِنُ استنتاجُ المطالِ المحصّلِ لاهتزازِ النّقطة n التي تخضعُ لتأثيرِ الموجتينِ الواردةِ والمُنعكسةِ معاً بجمعِ المعادلتينِ (1) مع (2) فيُصبِحُ مطالُها المُحصّل $\bar{y}_{n(t)}$:

$$\bar y_{n(t)} = \bar y_{1(t)} + \bar y_{2(t)}$$

$$\bar y_{n(t)} = Y_{max}\left[\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar x) + \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\bar x + \varphi')\right]$$

وبما أنّ: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

نجد وبعد تطبيق القانون السابق:

$$\bar y_{n(t)} = 2Y_{max}\left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\bar x + \frac{\varphi'}{2})\cos(\omega t + \frac{\varphi'}{2})\right]$$

الأمواجُ المُستقِرّةُ العرضيّةُ المُنعكِسة على نهايةٍ مُقيّدة:

في الانعكاسِ على نهايةٍ مُقيّدةٍ يكونُ فرقُ الطّور $\varphi' = \pi\ rad$ نعوّض:

$$\bar y_{n(t)} = 2Y_{max}\left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\bar x + \frac{\pi}{2})\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\right]$$

وبما أنّ: $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\theta$ تصبح العلاقة:

$$\bar y_{n(t)} = 2Y_{max}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar x\,.\sin\omega t$$

$$\bar y_{n(t)} = Y_{max/n}\sin\omega t$$

باعتبار $Y_{max/n}$ سعةُ الموجةِ المُستقِرّةِ في النّقطة n:

$$\boxed{Y_{max/n} = 2Y_{max}\left|\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\bar x)\right|}$$

عقد الاهتزاز N: نقاطُ سعةِ اهتزازها معدومةٌ دوماً، تحدّدُ أبعادها $\bar x$ عن النّهايةِ المُقيّدة بالعلاقة:

$$Y_{max/n} = 0 \Rightarrow \sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar x = 0$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\bar x = n\pi \Rightarrow$$

$$\boxed{x = n\frac{\lambda}{2}}$$

حيثُ: $n = 0,1,2,3 \ldots$

أي أنّ النّقاطَ التي تبعدُ عن النّهايةِ المُقيّدة (التي يحصلُ عندها انعكاسٌ وحيدٌ) أعدادٌ صحيحةٌ موجبةٌ من نصفِ طولِ الموجة، يصلها اهتزازٌ واردٌ واهتزازٌ مُنعكِسٌ على تعاكسٍ دائمٍ، فتكونُ ساكنةً دوماً، وتؤلّفُ عُقدَ اهتزازٍ N وتكونُ المسافةُ بينَ كلِّ عقدتينِ مُتتاليتينِ $\frac{\lambda}{2}$.

بطون الاهتزاز A: نقاطُ سعةِ اهتزازِها عُظمى دوماً، تحدّدُ أبعادُها $\bar x$ عن النّهايةِ المُقيّدة بالعلاقة:

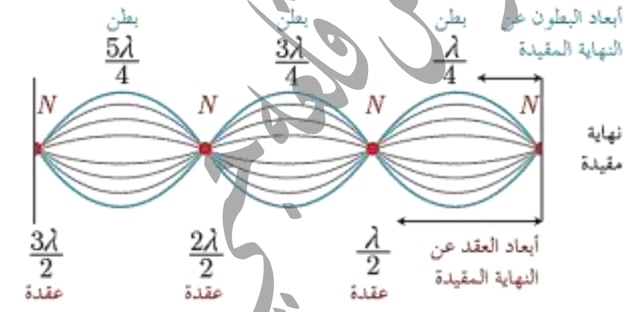
$$Y_{max/n} = 2Y_{max} \Rightarrow \left|\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\bar x)\right| = 1$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

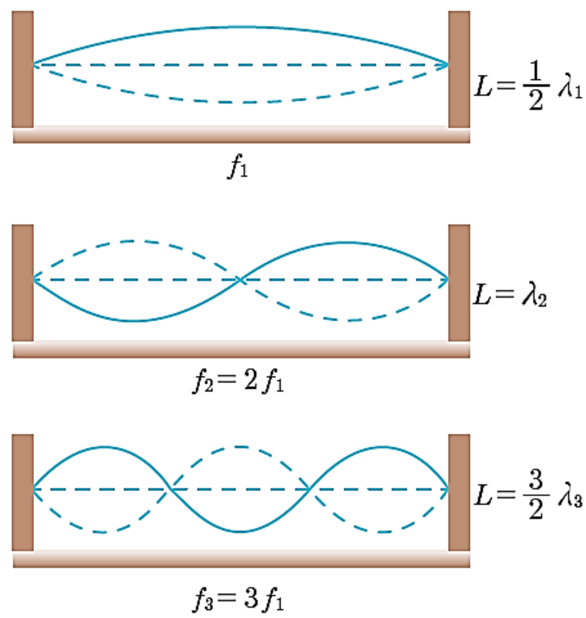
$$\boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$$

حيثُ: $n = 0,1,2,3 \ldots$

أي أنّ النقاطَ التي تبعدُ عن النّهاية المُقيّدة (التي يحصلُ عندها انعكاسٌ وحيدٌ) أعدادٌ فرديّةٌ من ربع طول الموجة، يصلُها اهتزازٌ واردٌ واهتزازٌ مُنعكسٌ على توافقٍ دائم، فتكونُ سعةُ الاهتزازِ فيها عُظمى دوما، وتؤلّفُ بطونَ اهتزاز A وتكونُ المسافةُ بين كلِّ بطنَين مُتتاليَين $\frac{\lambda}{2}$ والمسافة بين كلّ عقدةٍ وبطنٍ يليه $\frac{\lambda}{4}$.



الاهتزازاتُ الحرَّة في وترٍ مرِن:



- عندمَا نزيحُ الوترَ المرِنَ المشدود من مُنتصَفه ونتركه، فإنّه يهتزُّ اهتزازاتٍ حرّةً بتواتره الخاص f_1 مولدا موجةً مُستقِرّةً نتيجة انعكاسِها بالنّقطتَين الثّابتتَين ويتشكّلُ مِغزلاً واحداً، ونُسمّي الصّوتَ النّاتج بالصّوت الأساسيّ f_1.
- عندمَا ننقرُ الوترَ المرنَ المشدود من رُبعه وألمسُ منتصَفه برأسِ قلمٍ يهتزُّ الوترُ بمغزلين.
- عندمَا ننقرُ الوترَ المرنَ المشدود من سُدسه وألمسُه من ثُلثه برأسِ قلمٍ يهتزُّ الوترُ بثلاثةِ مغازل.
- يُمكِنُ أن يهتزَّ الوترُ المرنُ اهتزازاتٍ حرّةً بتواتراتٍ خاصّةٍ مُختلِفة عندمَا تتغيّرُ شروطُ التّجربة فيتشكّلُ فيه مغزلانِ أو أكثر، وتُسمّى الأصواتُ النّاتجة بالمدروجات.
- الوترُ المرنُ المُثبت من طرفيه يُمكِنُ أن يُؤلِّفَ هزّازةً ذاتَ تواتُراتٍ خاصّةٍ مُتعدّدة، تعطَى بالعلاقة: $f=nf_1$

حيثُ: $n=1,2,3,4\ \dots$

- نولّدُ الاهتزازَ العرضيّ بإزاحةِ الوترِ عن وضع توازنه.
- يُمكِنُ توليدُ الاهتزاز العرضيّ فيزيائيّاً باستخدام سلكٍ نحاسيّ مشدودٍ بقوّةِ شدٍّ مُناسِبة، بأن نمرّرَ فيه تيّاراً جيبيّاً مُتناوِباً مُناسِباً، ونُحيطُ الوترَ بمغناطيس نضوي خطوطُ حقلِه عموديّةٌ على السّلك وفي وضعٍ مُناسِبٍ (في المُنتصَف مثلاً) ليهتزَّ بالتّجاوُب مُكوّناً مِغزلاً واحداً، ويكونُ تواتُرُ الوتر النُّحاسيّ مُساوياً لتواتُرِ التّيّار المُتناوِب.

الاهتزازاتُ القسريّة في وترٍ مَرِن:

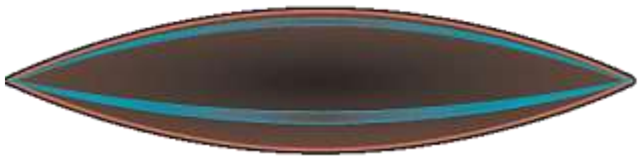
1) تجربةُ ملد على نهايةٍ مُقيّدة:

لدينا هزّازةٌ جيبيّةٌ مُغذّاة (رنّانة) سعتُها العظمى Y_{max} صغيرة، يُمكِنُ تغييرُ تواتُرها f تتصل بوترٍ مرنٍ طولُه L نمرّرُ الوترَ على محزِّ البكرة لتشكّلَ عقدةً ثابتةً، وأعلّقُ بطرفه المُتدلّي كفّةَ الأثقال ليشدَّ الوترَ بوضعٍ أفقيّ ويجعلُ تواتُرَ صوته الأساسيّ

ثابتاً $f_1 = 10\ Hz$ ثم نزيد تواتر الرنانة بالتدريج بدءاً من القيمة صفر فنلاحظ:

- تتولد أمواج في الوتر مهما كانت قيمة تواتر الهزازة f.
- إذا كان تواتر الهزازة لا يساوي مضاعفات صحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f \neq nf_1$ يحدث اهتزازات قسرية في الوتر بسعة اهتزاز صغيرة نسبياً من رتبة سعة اهتزاز الهزازة.

- إذا كان تواتر الهزازة يساوي إلى مضاعفات صحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f = nf_1$ فإن الوتر يكون بحالة تجاوب (طنين) وتكون سعة الاهتزاز عند البطون أكبر بكثير من السعة العظمى للهزازة وفي هذه الحالة تتكون الأمواج المستقرة.



- يؤلف الوتر (في التجربة السابقة) مجاوباً متعدد التواتر فيحدث التجاوب من أجل سلسلة محددة تماماً من تواترات الهزازة $f = 10,20,30,40 \dots HZ$، ويتكون عندها عدد من المغازل ... $n = 1,2,3,4$ على الترتيب.

نتيجة: يحدث التجاوب عندما يكون تواتر الهزازة مساوياً مضاعفات صحيحة لتواتر الصوت الأساسي للوتر $f = nf_1$.

الدراسة النظرية: يتلقى الوتر اهتزازات قسرية فرضت عليه من الهزازة، فتتكون على طوله أمواج مستقرة عرضية متجاوبة في مغزل، ويحدث التجاوب بين الهزازة كجملة محرضة، والوتر كجملة مجاوبة إذا تحقق الشرط: $f = nf_1$

وبدراسة مماثلة لدراسة الأمواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة نجد: $L = n\frac{\lambda}{2}$ لكن $\lambda = \frac{v}{f}$ بالتالي:

$$L = n\frac{v}{2f}$$

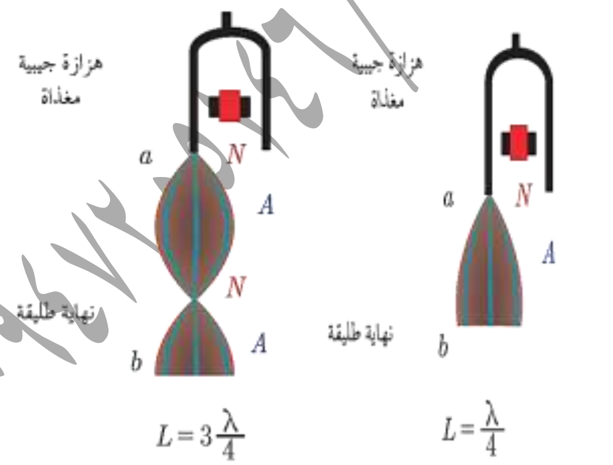
حيث: n عدد صحيح موجب $n = 1,2,3,4 \dots\dots$

يسمى أول تواتر يولد مغزلاً واحداً بالتواتر الأساسي

$n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$ المدروج الأول (الأساسي).

وتسمى بقية التواترات من أجل $n = 1,2,3,4 \dots\dots$ تواترات المدروجات $f = n\frac{v}{2L} = nf_1$.

تجربة ملد على نهاية طليقة:



- عندما تعمل الهزازة تتولد أمواج مستقرة في حالة التجاوب على طول الوتر.

- يتكوّن في النقطة a عقدة اهتزاز، وفي النقطة b بطن اهتزاز.
- عندمَا يكون طولُ الوترِ $L = \frac{\lambda}{4}$ فإنه يصدر صوتاً أساسيّاً تواتره: $f_1 = \frac{v}{4L}$.
- عندمَا يكون طولُ الوترِ $L = 3\frac{\lambda}{4}$ فإنه يصدر مدروجه الثالث تواتره: $f_1 = 3\frac{v}{4L}$.
- تُحدّدُ المدروجات انطلاقاً من العلاقةِ المحدّدَة لطول الوتر:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

$$L = (2n-1)\frac{v}{4f}$$

تُحدّدُ التّواتُرات الخاصّة من العلاقة: $f = (2n-1)\frac{v}{4L}$

حيث n عدد صحيح موجب ... $n = 1,2,3,4$ ... ويُمثّل $(2n-1)$ مدروج الصوت الصادر .

تطبيقاتُ الأمواجِ المُستقِرَّة:

قياسُ سرعةِ انتشارِ الاهتزازِ العرضيّ في وترٍ مَشدود:

الوترُ المشدود: هو جسمٌ صلبٌ مرنٌ أسطوانيّ، طولُه كبيرٌ بالنّسبة لنصف قطرِ مقطعِه، مشدودٌ بين نقطتَين ثابتتَين تُولّفان عقدتَي اهتزازٍ في جملةِ أمواجٍ مُستقِرّةٍ عرضيّة.

- يحدثُ التّجاوُب عندمَا يكونُ تواتُر الهزّازة المعلوم f مُساوياً التّواتُر الأساسيّ للوترِ المُهتزّ f_1 ويُسمّى الصّوت النّاتج بالصّوت الأساسيّ ويكونُ طولَ الوترِ المُهتزّ مُساوياً $L = \frac{\lambda}{2}$، وتُحسبُ سرعةُ الانتشارِ من العلاقة: $v = \lambda f$ أو مُساوياً مُضاعَفاتٍ صحيحةً منه $f = nf_1$ وتُسمّى الأصواتُ النّاتجة بالمدروجات.

- يزدادُ عددُ المَغازل عندمَا يزدادُ طولُ الوترِ أو تواتر الاهتزاز، وينقصُ بزيادةِ قوّةِ الشدّ .
- تدلُّ نتائجُ التّجاربِ المُختلِفة على أنّ سرعةَ انتشارِ الاهتزازِ العرضيّ في الوترِ المُهتزّ تتناسبُ:

1) طرداً مع الجذرِ التّربيعيّ لقوّةِ الشّدّ F_T .

2) عكساً مع الجذرِ التّربيعيّ لكتلة وحدةِ الطّول من الوترِ المُتجانِس، وتُسمّى الكتلة الخطيّة μ : $v = const\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

لكن $(const = 1)$ بالتالي:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

حيثُ إنّ الكتلة الخطيّة للوتر $\mu = \frac{m(Kg)}{L(m)}$ ، وواحدتها في الجملة الدولية: $Kg.m^{-1}$

- نعوّضُ عن سرعةِ انتشارِ الاهتزاز في الوتر، وعن الكتلة الخطيّة للوتر في علاقة تواترِ الوترِ المشدود فنجدُ:

$$f = n\frac{v}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

f: تواتُر الصّوت البسيط الصّادر عن الوتر، ويُقدّرُ بالهرتز HZ .

F_T : قوّةُ شدّ الوتر، وتُقدّرُ بالنّيوتن N .

L : طولُ الوتر، وتُقدّرُ بالمتر m .

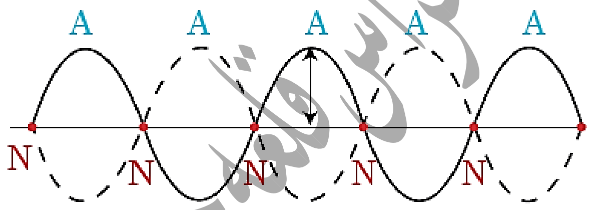
μ : الكتلةُ الخطيّة للوتر، وتُقدّرُ $Kg.m^{-1}$.

n: عددٌ صحيحٌ يُمثّل عددَ المغازل المُتكوّنة في الوتر أو رتبة الصّوت الصّادر عنه (المدروج) .

• إذا فرضنا أنّ وتراً طوله L، كتلته m، ومساحة مقطعه S وكتلته الحجمية ρ فتكون كتلته الخطية:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho.V}{L} = \frac{\rho.S.L}{L} \Rightarrow \mu = \rho\pi r^2$$

تطبيق: وترٌ مشدودٌ، طوله $1m$، كتلته $6g$، مشدود بقوة F_T يهتزّ بالتّجاوب مع رنّانة تواترها $f = 50HZ$ مُكوّناً خمسة مَغازل المطلوب:



1) الكتلة الخطيّة للوتر.
2) قوّة شدّ الوتر F_T المُطبّقة على الوتر.
3) سرعة انتشارِ الاهتزاز العرضي على طول الوتر.
4) عدد أطوال الموجة المُتكوّنة.

الحل: (1 $\mu = \frac{m}{L} = \frac{6\times10^{-3}}{1} = 6\times10^{-3}\ Kg.m^{-1}$

2) عندما يهتزّ الوتر بالتّجاوب يكون: تواتر التّيار يساوي تواتر السّلك $f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ بالتالي:

$$F_T = \frac{4L^2f^2\mu}{n^2} \Rightarrow$$

$$F_T = \frac{4\times(1)^2\times(50)^2\times6\times10^{-3}}{(5)^2} = 2.4\ N$$

(3 $$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{2.4}{6\times10^{-3}}} = 20m.s^{-1}$$

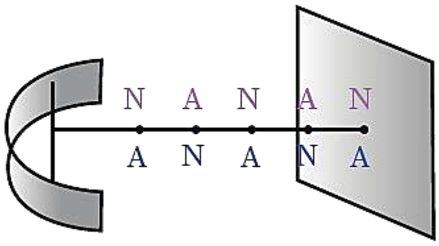
(4 $$\text{عدد أطوال الموجة} = \frac{L}{\lambda} = \frac{Lf}{v} = \frac{1\times50}{20} = 2.5$$

الأمواج الكهرطيسية المستقرة:

• تتولّدُ الأمواجُ الكهرطيسيّة المُستوية بواسطة هوائيّ مُرسل يُوضعُ في مِحرقٍ عاكسٍ بشكلِ قطعٍ مُكافئٍ دوراني.

• تتألّفُ الموجة الكهرطيسيّة المُستوية من حقلَين مُتعامِدَين: حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي $\vec{B}$.

• عندما تُلاقي الأمواج الكهرطيسيّة الواردة حاجزاً معدنيّاً ناقلاً مُستوياً عموديّاً على مَنحى الانتشار، ويبعدُ عن الهوائي المُرسِل بُعداً مُناسباً، تنعكسُ عنه وتتداخل الأمواجُ الكهرطيسيّة الواردة معَ الأمواج الكهرطيسيّة المُنعكِسة لتُؤلّفَ أمواجاً كهرطيسيّة مُستقِرّة.



تشكل الأمواج المستقرة الكهرطيسية

• نكشفُ عن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بوساطة هوائي مُستقبِل نضعُه موازياً للهوائي المُرسِل، يُمكِن تغيير طوله وعند وصلِ طرفي الهوائي المُستقبِل براسمِ اهتزازٍ مُهبطي، وتغيير طول الهوائي حتّى يرتسمُ على شاشةِ راسم الاهتزاز خطٌّ بيانيٌّ بسعةٍ عُظمى فيكون أصغرُ طول للهوائي المُستقبل مُساوياً $\frac{\lambda}{2}$.

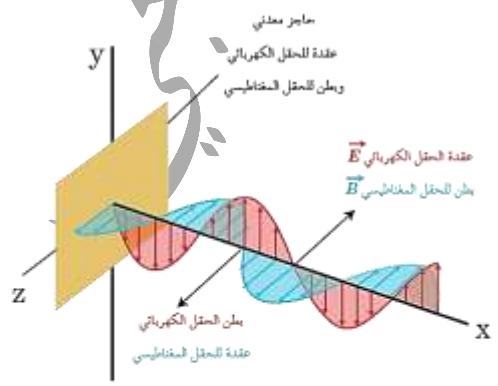
• نكشفُ عن الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ بوساطة حلقةٍ نحاسيّة عموديّةٍ على $\vec{B}$ فيولد فيها توتّراً نتيجة تغيُّر التّدفق المغناطيسي الذي يجتازها.

• عندما ننقل كُلٌّ من الكاشفَين بين الهوائي المرسِل والحاجزِ نجدُ الآتي:

1) تتالي مُستوياتِ العقد N يدلّ فيها الكاشف على دلالةٍ صغرى ومستوياتٍ للبطون A يدلّ فيها الكاشف على دلالةٍ عظمى مُتساوية الأبعادِ عن بعضِها، قيمتُها $\frac{\lambda}{2}$، بين كلّ مستويَين لهما الحالة الاهتزازيّة نفسها.

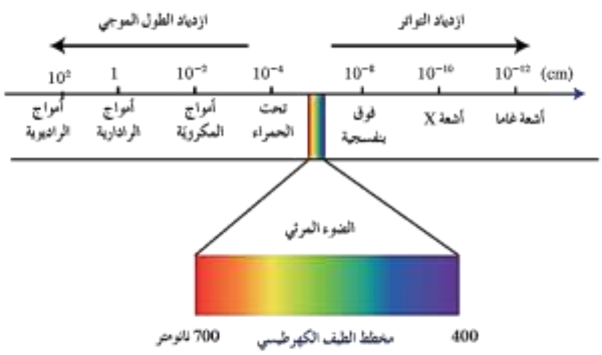
2) مستوياتُ عقدِ الحقل الكهربائيّ هي مستوياتُ بطون للحقل المغناطيسيّ وبالعكس.

3) الحاجزُ النّاقل المستوي عقدةٌ للحقل الكهربائيّ وبطنٌ للحقل المغناطيسيّ.



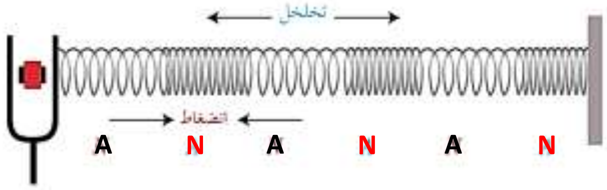
- تتمتّعُ هذه الأمواج بطيفٍ واسعٍ من التّواتراتِ يشمل الأمواجَ الطويلة مثل الأمواج الرّاديويّة والرّاداريّة والمكرويّة إلى الأمواج القصيرة مثل الضوء المرئيّ والأشعة السّينيّة وأشعة غاما والأشعة الكونيّة.

يُمثّلُ الشّكلُ الآتي مُخطّطاً يُعرف بالطّيفِ الكهرطيسيّ



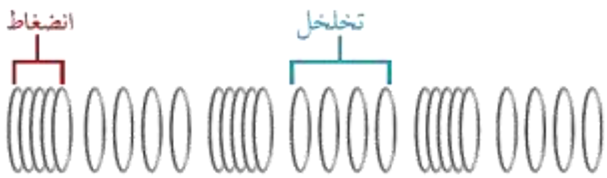
الأمواجُ المُستقرَّة الطوليّة

الأمواج المُستقِرَّة الطوليّة في نابض:



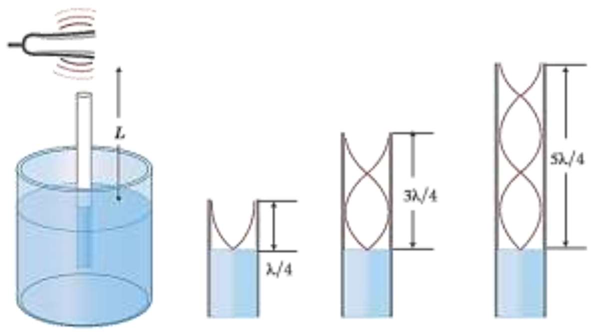
- عندما تعملُ الهزّازة تنتشرُ الأمواجُ الطّوليّة الواردة من المَنبع (الرّنّانة) وفقَ استقامة النّابض لتصلَ إلى النّهاية الثّابتة وتنعكسُ عنها، فتتداخلُ الأمواجُ الطوليّة المُنعكِسة معَ الأمواج الطّوليّة الواردة، ونشاهدُ على طول النّابض حلقاتٍ تبدو ساكنةً وحلقاتٍ أخرى تهتزُّ بسعاتٍ مُتفاوِتة فلا تتّضحُ معالمُها.
- نُسمّي الحلقاتِ الساكنةَ عقدَ اهتزاز حيثُ تكونُ سعة الاهتزاز معدومةً، وتصلُها الموجةُ الطّوليّة الواردة و الموجة الطّوليّة المُنعكِسة على تعاكُسٍ دائمٍ، بينمَا الحلقاتُ الأوسعُ اهتزازاً تُسمّى بطون الاهتزاز حيثُ تكونُ سعة الاهتزاز عُظمى، وتصلُها الموجةُ الطوليّة الواردة والموجة الطوليّة المُنعكِسة على توافُقٍ دائم.
- نسمّي الموجة النّاتِجة عن تداخُلِ الأمواج الطوليّة الواردة والأمواج الطوليّة المُنعكِسة: الأمواج المُستقِرّة الطوليّة.

الدّراسةُ النّظريّة:



- إنّ بطنَ الاهتزاز والحلقات المجاورة له تترافقُ دوماً في الاهتزاز إلى إحدى الجهتين وتكادُ تبدو المسافات بينها ثابتة فنلاحظ تضاغطاً بين حلقاتِ النابض أو تخلخلاً فيها أي يبقى الضّغط ثابتاً، أي أنّ بطونَ الاهتزاز هي عقدٌ للضغط.
- إنّ عقدَ الاهتزاز تبقى في مكانها وتتحرّكُ الحلقاتُ المُجاورة على الجانبين في جهتين مُتعاكستين دوماً فتتقاربُ خلال نصف دور ثمّ تتباعدُ خلال نصف الدّور الآخر، وبذلك نلاحظ تضاغطاً يليه تخلخل، أي أنّ عقدَ الاهتزاز التي عندها تغيّر في الضّغط هي بطونٌ للضغط.
- المسافةُ بين عقدتي اهتزاز مُتتاليتين أو بطني اهتزاز مُتتاليين يساوي نصف طول الموجة $\frac{\lambda}{2}$ والمسافة بين عقدة اهتزاز وبطن اهتزاز تالٍ يساوي ربع طول الموجة $\frac{\lambda}{4}$.

الأعمدة الهوائيّة المفتوحة والمُغلَقة:

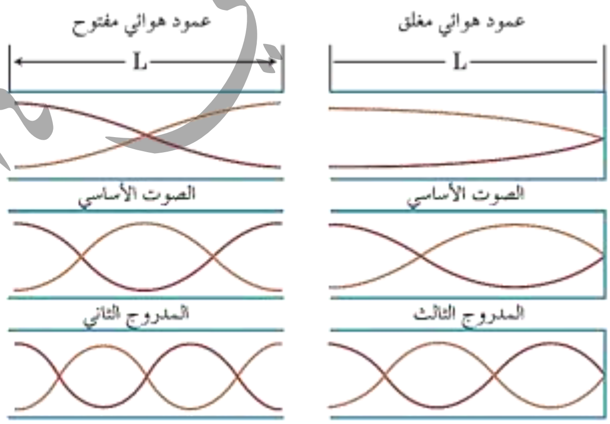


- يحدثُ تضخيمٌ وتقويةٌ للصّوت في أثناء انتقاله عبر الأنابيب نتيجة حدوث انعكاساتٍ مُتكرّرة داخله، فيتولّد عنها أمواجٌ مُستقرّةٌ ذات نغماتٍ صوتيّةٍ واضحة، وتزدادُ وضوحاً في الأنابيب الضيّقة.
- تتولّدُ أمواجٌ مُستقرّةٌ طوليّة في هواءِ الأنبوب ونسمعُ صوتاً شديداً عالياً عندما يكونُ تواترُ الرّنانة يساوي تواترَ الهواء في عمود الأنبوب.
- تتكوّنُ عقدةُ اهتزاز عندَ سطحِ الماء السّاكن لأنّه يمنعُ الحركة الطّوليّة للهواء (نهاية مُغلقة)، وبطن اهتزاز تقريباً عندَ فوّهة الأنبوب (نهاية مفتوحة).
- طولُ أقصرِ عمودٍ هوائيّ فوقَ سطحِ الماء يحدثُ عندَه التّجاوب (الرّنين الأوّل) يُساوي $L_1 = \frac{\lambda}{4}$.
- طولُ العمود الهوائيّ فوقَ سطحِ الماء الذي يحدثُ عندَه التّجاوب (الرّنين الثّاني) يساوي $L_2 = \frac{3\lambda}{4}$.

ملاحظة: يُمكن إجراء التّجربة باستخدام أنبوب أسطوانيّ زجاجيّ (أو بلاستيكيّ) مُغلَق من أحدِ طرفيه مع رنّانة مُهتزّة حيث يُمكن تغيير طوله بإضافة الماء إليه تدريجيّاً حتّى يصدرُ الصّوت الشّديد.

- المسافة بين مُستويي الماء الموافقين للصّوتين الشّديدين المُتتاليين: $\Delta L = \frac{\lambda}{2}$
- في العمودِ الهوائيّ مفتوحِ الطّرفين يتشكّل عند كلّ طرفٍ مفتوح بطن للاهتزاز وفي مُنتصفِ العمود عقدةٌ للاهتزاز فيكون طول العمودِ الهوائيّ في هذه الحالة $L = \frac{\lambda}{2}$.
- عندَ استخدام رنّانة تواترها كبيرٌ نحصل على عمودٍ هوائيّ طوله قصيرٌ.
- يتناسبُ تواترُ الرّنّانة المُستخدَم عكساً مع طول العمود الهوائيّ.
- تتشابه الأعمدة الهوائيّة المفتوحة بأنفاق عبور السيارات.

- تُعطى سرعةُ الصّوت في هواءِ الأنبوب بالعلاقة $v = \lambda f$.
- في العمودِ الهوائيِّ المُغلَق لا يُمكِنُ الحصول على المدروجات ذات العددِ الزوجيِّ .
- تعمل القناةُ السّمعيّة في أذنِ الإنسانِ التّي تنتهي بغشاءِ الطّبل كأنّها عمودٌ هوائيٌّ مُغلَقٌ في حالةِ رنين (تجاوب) يؤدّي إلى زيادة حساسيّة الأذن للتّواتُرات من $2000\ HZ$ إلى $5000\ HZ$ في حين يمتدُّ المدى الكامل لتواترات الصّوت التي تسمعُها الأذنُ البشريّة من $20\ HZ$ إلى $20000\ HZ$.

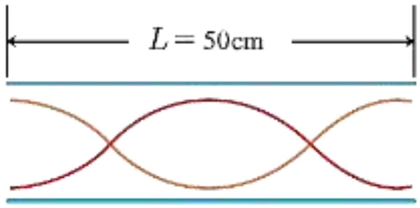


تطبيق: نستخدمُ رنّانة تواترُها $250\ HZ$ لقياس سرعةِ انتشار الصّوت في الهواء داخل أنبوبٍ هوائيٍّ مُغلَق، فسُمع أعلى صوتٍ عندما كان طول أقصر عمودٍ هوائيٍّ مساوٍ $35cm$، احسبْ سرعةَ انتشارِ الصّوت في هواء الأنبوب ضمن شروطِ التّجربة .

الحل: $L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L = 4 \times 0.35 = 1.4m$

$v = \lambda f = 1.4 \times 250 = 350 m.s^{-1}$

تطبيق: انبوبٌ هوائيٌّ مفتوحُ الطّرفَين، طولُه $50\ cm$ يُصدرُ الرّنين الثّاني باستخدام رنّانة تواترُها غير معلوم فإذا كانَت سرعةُ انتشارِ الصّوت في شروطِ التّجربة $340 m.s^{-1}$ احسبْ تواترَ الرّنّانة .



الحل: $L = n\frac{\lambda}{2} = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = L = 0.5\ m$

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.5} = 680\ HZ$$

تطبيق: 1) يبلغ طول القناةِ السّمعيّة في الأذن البشريّة $3cm$ والتي تؤدّي إلى غشاءِ الطّبل وهي عبارةٌ عن عمودٍ هوائيٍّ مُغلَق، فإذا عِلمتَ أنّ سرعةَ انتشارِ الصّوت في القناة $348 m.s^{-1}$ أوجدْ قيمةَ أصغرِ تواترٍ يحدثُ عنده التّجاوُب (الرّنين الأول) .

2) إذا علمْتَ أنّ الضّغطَ النّاتج عن مُحادثةٍ عاديّة $0.02Pa$ ومساحةَ غشاءِ الطّبل $0.5\ cm^2$ أوجد القوّة الضّاغطة المُؤثِّرة في غشاءِ الطّبل .

الحل:

1) $L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L = 4 \times 0.03 = 0.12m$

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{348}{0.12} = 2900Hz$$

وهذا أول تواتر لحدوث السّمع، ويُسمّى التّواتر الأساسيّ للقناة السّمعيّة.

2) $F = P.S = 0.02 \times 0.5 \times 10^{-4} = 10^{-6}N$

تعاريف: **العمودُ الهوائيُّ المفتوح:** هو أنبوبٌ أسطوانيُّ الشّكل، مفتوحُ الطّرفين والمَملوء بجُزيئات الهواء السّاكنة يُمكِنُ تغيير طوله بإضافةِ أنبوبٍ آخرَ قطرُه أقلُّ، وطولُ هذا الأنبوب عندَ التّجاوُب يساوي عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة .

$L = n\frac{\lambda}{2}$ حيث: $n = 1,2,3 \ldots \ldots$

وتواتر اهتزاز الهواء فيه: $f = n\frac{v}{2L}$

العمودُ الهوائيُّ المُغلَق: هو أنبوبٌ أسطوانيُّ الشّكل، مفتوحٌ من طرفٍ ومُغلَقٌ من الطّرفِ الآخرِ والمملوء بجُزيئات الهواء السّاكنة يُمكِنُ تغيير طوله بإضافةِ الماء، وطول هذا الأنبوب عندَ التّجاوب يساوي عدداً فرديّاً من ربعِ طول الموجة.

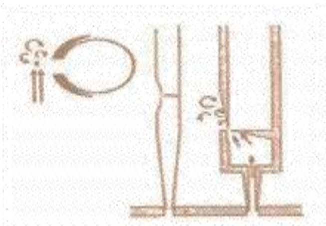
$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ حيث: $n = 1,2,3 \ldots\ldots$

وتواتر اهتزاز الهواء فيه: $f = (2n-1)\frac{v}{4L}$

المزمارُ: أنبوبٌ أسطوانيٌّ أو موشوريٌّ، مقطعُه ثابتٌ وصغيرٌ بالنّسبةِ إلى طولِه، جدرانه خشبيّةٌ أو معدنيّةٌ ثخينةٌ لكي لا تشارك في الاهتزاز، يحتوي غازاً (الهواء غالباً) يهتزُّ بالتّجاوبِ مع المنبع الصّوتي للمزمار.

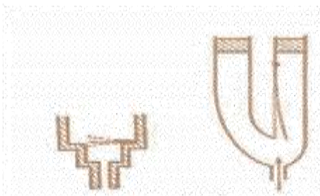
تُصنّفُ المنابعُ الصّوتيّةُ إلى نوعَين:

1) المنبعُ ذو الفم: وهو نهايةُ غرفةٍ صغيرةٍ مفتوحةٍ يُدفَعُ فيها الهواء وينساقُ ليخرجَ من شقٍّ ضيّقٍ، ويتشكّلُ عندَ الفم بطنُ اهتزازٍ (عقدة ضغط).



منبع ذو فم

2) المنبعُ ذو لِسان: يتألّفُ من صفيحةٍ مرنةٍ تدعَى اللّسان قابلةً للاهتزاز، مُثبّتةً من أحدِ طرفيها تقطعُ جريانَ الهواء، لها تواترُ المَنبع، ويتشكّلُ عندَ اللّسان عقدة اهتزازٍ (بطن ضغط).



منبع ذو لسان

تعليلُ الأمواجِ المُستقِرَّة الطوليّة في أنبوبِ هواءِ المِزمار:

عندما تهتزُّ طبقةُ الهواء المُجاورةُ للمنبع ينتشرُ هذا الاهتزاز طوليّاً في هواءِ المِزمار كلّه لينعكسَ على نهايةِ المزمار.

تداخلُ الأمواجُ الواردةُ مع الأمواجِ المُنعكِسة داخل الأنبوب لتؤلّفَ جملةَ أمواجٍ مُستقِرَّة طولية، ويتكوّنُ عندَ النّهاية المُغلَقة عقدةٌ للاهتزاز، أمّا عندَ النّهايةِ المفتوحة يتكوّنُ بطنٌ للاهتزاز. **ونعلّلُ ذلك:**

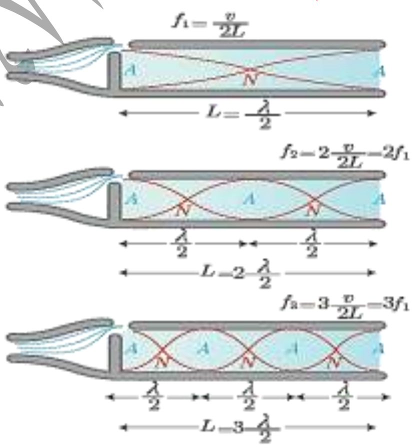
بأنّ الانضغاط الوارد إلى طبقةِ الهواء الأخيرة يزيحُها إلى الهواء الخارجيّ، فتُسبّبُ انضغاطاً فيه، وتخلخلاً وراءَها يستدعي تهافُتَ هواءِ المِزمار ليملأ الفراغ، وينتُجُ عن ذلك تخلخلٌ ينتشرُ من نهايةِ المزمار إلى بدايته، وهو مُنعكِسُ الانضغاط الوارد.

قوانينُ المِزمار: تُقسَمُ المزاميرُ من النّاحيةِ الاهتزازيّة إلى نوعَين:

1) **مُتشابِهةُ الطّرفَين:** منبعٌ ذو فمٍ يتشكّلُ عندَه بطنُ اهتزاز ونهايته مفتوحة يتشكّلُ عندَها بطنُ اهتزاز، أو منبع ذو لسانٍ تتشكّلُ عندَه عقدة اهتزاز ونهايته مغلقة يتشكّلُ عندَها عقدة اهتزاز.

2) **مُختلِفةُ الطّرفَين:** منبعٌ ذو فمٍ يتشكّلُ عندَهُ بطنُ اهتزازٍ ونهايته مُغلَقة تتشكّلُ عندَها عقدةُ اهتزاز، أو منبعٌ ذو لسانٍ تتشكّلُ عندَه عقدةُ اهتزاز ونهايتُه مفتوحة يتشكّلُ عندَها بطنُ اهتزاز.

أولاً: المِزمارُ مُتشابِهُ الطَّرفَين:



يُبيّن الشّكل عقدَ وبطونَ الاهتزاز في مزمار مُتشابهِ الطّرفين، وفيه يكون طول المزمار L يساوي عدداً صحيحاً من نصفِ طول الموجة.

نلاحظُ من الشكل أنّ طول المزمار L يساوي تقريباً:

$\frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, \dots \dots$ أي: $L = n\frac{\lambda}{2}$

حيث: $n = 1,2,3 \dots \dots \dots$ حيث n عددٌ صحيحٌ موجبٌ.

ولكن: $\lambda = \frac{v}{f}$ نعوض فنجد: $L = n\frac{v}{2f}$

$$f = n\frac{v}{2L}$$

f: تواتر الصَّوتِ البسيط الصّادر عن المِزمار (HZ).

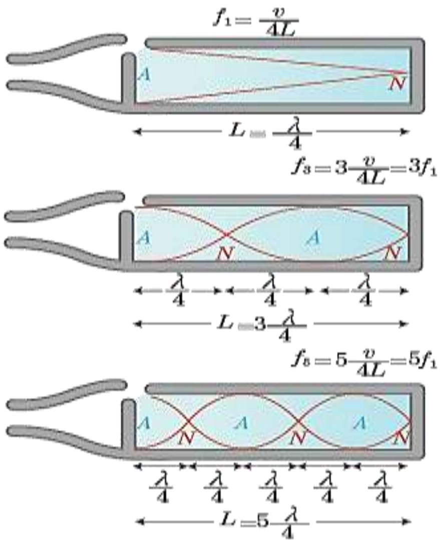
L: طول المِزمار (m).

v: سرعة انتشار الصَّوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$.

n: عددٌ صحيحٌ موجبٌ يمثّل رتبة صوتِ المزمار (مدروجات الصَّوت).

ولكي يُصدرَ المزمارُ مدروجاته المُختلفة نزيدُ سرعة نفخ الهواء فيه تدريجيّاً، كما يُمكن إصدار مدروجات المِزمار ذي اللّسان بتغيير طول اللّسان.

ثانياً: المزمار مختلف الطرفين:



يُبيّن الشكل عقداً وبطونَ الاهتزاز في مزمار مختلف الطرفين، وفيه يكون طول المزمار L يساوي عدداً فردياً من ربع طول الموجة.

نلاحظ من الشكل أنّ طول المزمار L يساوي تقريباً:

$\frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4}, \dots \dots$ أي: $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$

حيث: $n = 1,2,3 \dots \dots \dots$ عدد صحيح موجب.

ولكن: $\lambda = \frac{v}{f}$ نعوض فنجد: $L = (2n-1)\frac{v}{4f}$

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

f: تواتر الصَّوتِ البسيط الصّادر عن المِزمار (HZ).

L: طول المِزمار (m).

v: سرعة انتشار الصَّوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$.

$(2n-1)$ يمثّل رتبة صوتِ المزمار (مدروجات الصَّوت).

ملاحظات:

1) تواتر الصَّوت الأساسي الذي يُصدِره مِزمار يتناسب طرداً مع سرعةِ انتشار الصَّوت في غاز المِزمار.

ويُمكن تغيير هذه السّرعة بزيادةِ درجةِ حرارةِ الغاز أو تغيير طبيعته.

2) تدلّ التّجارب على أنّ سرعة انتشار صوت في الغازات:

a) تتناسب سرعة انتشار الصَّوت في غازٍ مُعيَّن طرداً مع الجذر التّربيعي لدرجة حرارته المطلقة T (كلفن).

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

حيث: $T(k) = t(°C) + 273$

b) تتناسب سرعتا انتشار الصَّوت في غازين مُختلفين عكساً مع الجذر التّربيعي لكثافتيهما D_1, D_2 بالنسبة للهواء، إذا كان الغازان في درجةِ حرارةٍ واحدة، ولهما رتبة ذريّة واحدة

(أي عددُ الذرّات التي تؤلّفُ جُزيئتَه هي نفسُها) أي:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$$

M الكتلة الموليّة للغاز (الكتلة الجزيئيّة الغراميّة).

تُعطى كثافةُ غازٍ بالنّسبةِ للهواء بالعلاقة: $D = \frac{M}{29}$

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصّحيحة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) في الأمواجِ المستقرّةِ العرضيّة المسافةُ بينَ عقدتَين مُتتاليتَين تساوي:

a) $\frac{\lambda}{4}$ b) $\frac{\lambda}{2}$ C) λ d) 2λ

الإجابة الصحيحة: b) $\frac{\lambda}{2}$

توضيح اختيار الإجابة: $x_1 = \frac{\lambda}{2}$ ، $x_2 = 2\frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow \Delta x = (x_2 - x_1) = \frac{\lambda}{2}$$

2) فرقُ الطور φ بينَ الموجةِ الواردةِ والموجةِ المُنعكسة على نهايةٍ مُقيّدةٍ تساوي بالرّاديان:

a) $\varphi = 0$ b) $\varphi = \frac{\pi}{3}$

C) $\varphi = \frac{\pi}{2}$ d) $\varphi = \pi$.

الإجابة الصحيحة: d) $\varphi = \pi$

توضيح اختيار الإجابة: جهة الإشارة المنعكسة تعاكس جهة الاشارة الواردة $\bar{y}_{2(t)} = -\bar{y}_{1(t)}$

الواردة $\bar{y}_{1(t)} = Y_{max}\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$

المنعكسة $\bar{y}_{2(t)} = Y_{max}\cos(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi')$

فرق الطور بينهما:

$$\left[\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi'\right) - \left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right] = \pi \Rightarrow \varphi' = \pi$$

3) في تجربة ملد مع نهاية طليقة يُصدر وتراً طوله L صوتاً أساسياً، طولُ موجته λ تساوي:

a) $4L$ b) $2L$ C) L d) $\frac{L}{2}$

الإجابة الصحيحة: a) $4L$ توضيح اختيار الإجابة:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} = (2\times 1 - 1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L$$

4) وترٌ مُهتزٌّ طولُه L، وسرعةُ انتشارِ الموجةِ العرضيّةِ على طولِه v، وقوّةُ شدّه F_T فإذا زدْنا قوّةَ شدّه أربعَ مرّاتٍ لتصبحَ سرعةُ انتشارِه v' تساوي:

a) $\frac{v}{4}$ b) $\frac{v}{2}$ C) $2v$ d) $4v$

الإجابة الصحيحة: c) $2v$ توضيح اختيار الإجابة:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \text{ ، } v' = \sqrt{\frac{4F_T}{\mu}} = 2\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = 2v$$

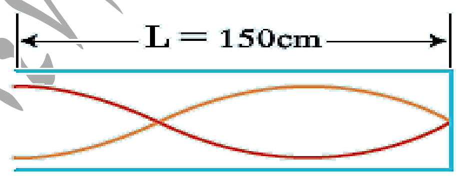
5) وترٌ مُهتزٌّ طولُه L، وكتلته m، وكتلته الخطية μ، نقسمُه إلى قسمَين متساويَين، فإنَّ الكتلةَ الخطيّةَ لكلِّ قسم تساوي:

a) 2μ b) μ C) $\frac{\mu}{2}$ d) 4μ

الإجابة الصحيحة: b) μ

توضيح اختيار الإجابة: $\mu = \frac{m}{L}$ ، $\mu' = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}} = \frac{m}{L} = \mu$

6) يُمثّلُ الشّكلُ أنبوباً هوائيّاً مُغلقاً طولُه $150\ cm$ فإنَّ طولَ الموجةِ الصوتيةِ λ تساوي:



a) $50cm$ b) $250cm$

C) $200cm$ d) $150cm$

الإجابة الصحيحة: C) $200\ cm$

$$L = 3\frac{\lambda}{4} = 150 \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{3} = \frac{600}{3} = 200cm$$

7) طولُ العمودِ الهوائيّ المفتوحِ الّذي يُصدِرُ نغمتَه الأساسيّة يُعطَى بالعلاقة:

a) $L = \frac{\lambda}{4}$ b) $L = \frac{\lambda}{2}$

C) $L = \lambda$ d) $L = 2\lambda$

الإجابة الصحيحة: b) $L = \frac{\lambda}{2}$

توضيح اختيار الإجابة: $L = n\frac{\lambda}{2} = 1 \times \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$

8) طولُ العمودِ الهوائيّ المُغلَق الذي يُصدرُ نغمتَه الأساسيّة يُعطَى بالعلاقة:

a) $L = \frac{\lambda}{4}$ b) $L = \frac{\lambda}{4}$

C $L = \lambda$ d) $L = 2\lambda$

الإجابة الصحيحة: a) $L = \frac{\lambda}{4}$ توضيح اختيار الإجابة:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} = (2 \times 1 - 1)\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}$$

9) وتران مُتجانسان من المعدن نفسِه مشدودان بقوّة الشّدّ نفسِها، قطرُ الوتر الأوّل $1mm$ وقطرُ الوتر الثّاني $2mm$، فإذا كانت سرعةُ انتشار اهتزازٍ عرضيّ في الوترَين v_1, v_2 على التّرتيب فإن:

a) $v_1 = v_2$ b) $v_1 = 2v_2$

C) $v_1 = 4v_2$ d) $2v_1 = v_2$

الإجابة الصحيحة: b) $v_1 = 2v_2$ توضيح اختيار الإجابة:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \sqrt{\frac{F_T L}{\rho V}} = \sqrt{\frac{F_T L}{\rho \pi r^2}}$$

بثبات قوة الشد $v = const\frac{1}{r}$

لكن قطر الثاني ضعفي قطر الأول بالتالي: $v_1 = 2v_2$

10) مزمارٌ مُتشابه الطّرَفين طولُه L وسرعةُ انتشارِ الصّوتِ في هوائه v فتواتُرُ صوتِه البسيط الأساسيّ الذي يصدره يعطى بالعلاقة:

a) $f = \frac{v}{2L}$ b) $f = \frac{v}{4L}$

C) $f = \frac{4v}{L}$ d) $f = \frac{2v}{L}$

الإجابة الصحيحة: a) $f = \frac{v}{2L}$ توضيح اختيار الإجابة:

$$L = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{v}{2f} \Rightarrow f = n\frac{v}{2L} ،\ n = 1$$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{2L}$$

11) مِزمارٌ ذو فمٍ، نهايتُه مفتوحةٌ، عندما يهتزُّ هواؤُه بالتّجاوب يتكوّنُ عندَ نهايتِه المفتوحة:

a) بطن ضغط. b) بطن اهتزاز.

C) عقدة اهتزاز. d) جميع ما سبق صحيح.

الإجابة الصحيحة: b) بطن اهتزاز.

12) مزمارٌ مُتشابهُ الطّرَفين طولُه L يصدرُ صوتاً أساسيّاً موافِقاً للصّوتِ الأساسيّ لِمزمارٍ آخرَ مُختلفِ الطّرَفين طولُه L' في الشّروطِ نفسِها. فإنّ:

a) $L = L'$ b) $L = 2L'$

C) $L = 3L'$ d) $L = 4L'$

الإجابة الصحيحة: b) $L = 2L'$ توضيح اختيار الإجابة:

$f_1 = \frac{v}{2L}$ متشابه الطرفين، $f_1' = \frac{v'}{4L'}$ مختلف الطرفين

$$f_1 = f_1' \Rightarrow \frac{v}{2L} = \frac{v'}{4L'}$$

بما أن الشروط نفسها أي: $v' = v$ ومنه:

$$2L = 4L \Rightarrow L = 2L'$$

13) يصدرُ أنبوبٌ صوتيٌّ مُختلِفُ الطَّرفَين صوتاً أساسيّاً تواتره $435\ Hz$، فإنَّ تواترَ الصَّوتِ التّالي الّذي يُمكِنُ أن يصدرَه يساوي:

a) $145\ Hz$ b) $217.5\ Hz$

C) $870\ Hz$ d) $1305\ Hz$

الإجابة الصحيحة: d) $1305\ Hz$

توضيح اختيار الإجابة:

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L} = (2n-1)f_1$$

$$f = (2\times 2 - 1)\times 435 = 1305Hz$$

14) في تجربةِ ملد مع نهايةٍ مُقيّدةٍ تتكوّنُ أربعةُ مغازل عندَ استخدامِ وترٍ طولُه $2m$، وهزازةٍ تواترُها $435\ Hz$ فتكونُ سرعةُ انتشارِ الاهتزازِ v مقدرةً بـ $m.s^{-1}$ تساوي:

a) 435 b) 290 C) 1742 d) 870

الإجابة الصحيحة: a) 435 توضيح اختيار الإجابة:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2 = 4\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1m$$

$$v = \lambda f = 1\times 435 = 435m.s^{-1}$$

15) إذا كانَت v_1 سرعةُ انتشارِ الصّوتِ في غازِ الهدروجين و v_2 سرعةُ انتشارِ الصّوتِ في غازِ الأكسجين فإنّ:

a) $v_1 = v_2$ b) $v_1 = 4v_2$

C) $v_1 = 8v_2$ d) $v_1 = 16v_2$

الإجابة الصحيحة: b) $v_1 = 4v_2$

توضيح اختيار الإجابة:

$$\frac{v_{H_2}}{v_{O_2}} = \frac{\sqrt{D_{O_2}}}{\sqrt{D_{H_2}}} = \frac{\sqrt{\frac{M_{O_2}}{29}}}{\sqrt{\frac{M_{H_2}}{29}}} = \frac{\sqrt{\frac{32}{29}}}{\sqrt{\frac{2}{29}}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \frac{4}{1}$$

$$v_{H_2} = 4v_{O_2}$$

16) طولُ الموجةِ المُستقرّةِ هو:

a) المسافةُ بينَ بطنَين مُتتاليَين أو عقدتَين مُتتاليتَين.

b) مِثلي المسافة بينَ بطنَين مُتتاليَين أو عقدتَين مُتتاليتَين.

C) نصفُ المسافة بينَ بطنَين متتاليَين أو عقدتَين متتاليتَين

d) نصفُ المسافة بينَ بطنٍ وعقدةٍ تليه مُباشرة.

الإجابة الصحيحة: b)

ثانياً: أجبْ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

1) في تجربةِ أمواجٍ مُستقرّةٍ عرضيّة تعطى مُعادلةُ اهتزازِ نقطةٍ n من وترٍ مرنٍ تبعدُ $\bar{x}$ عن نهايتِه المقيّدة:

$$\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\sin(\omega t)$$

استنتجِ العلاقةَ المُحدِّدةَ لكلٍّ من مواضعِ بطونِ وعقدِ الاهتزاز، ما بُعدُ البطنِ الثّاني عن النهايةِ المُقيّدة؟

الحل: معادلة اهتزاز نقطة n من وتر مرن يبعد $\bar{x}$ عن نهايته المقيدة يعطى بالعلاقة:

$$\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\sin(\omega t)$$

سعة الاهتزاز: $Y_{max/n} = 2Y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$

بطون الاهتزاز: $Y_{max/n} = 2Y_{max}$

$$\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right| = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad , \quad (n = 0,1,2 \dots\dots)$$

عقد الاهتزاز: $Y_{max/n} = 0$

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi$$

$$x = n\frac{\lambda}{2} \quad , \quad (n = 0,1,2 \dots\dots)$$

بُعد البطن الثاني عن النهاية المقيدة:

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

$$n = 1 \Rightarrow x = 3\frac{\lambda}{4}$$

2) كيف نجعلُ مزماراً ذا لسانٍ مُختلفِ الطَّرفين من النّاحيةِ الاهتزازيّة؟ استنتج العلاقةَ المحدِّدةَ لتواتر الصَّوت البسيط الذّي يصدرُه هذا المزمار بدلالةِ طوله.

الحل: نجعل مزماراً ذا لسان مختلف الطرفين من الناحية الاهتزازية بجعل نهايته مفتوحة.

طول المزمار L يساوي عدداً فردياً من ربع طول الموجة.

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}\ ,\ (n = 1,2,3\ldots)$$

لكن: $\lambda = \frac{v}{f}$ بالتالي: $L = (2n-1)\frac{v}{4f}$

$$\Rightarrow f = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

3) نُثبّتُ بإحدى شعبتَي رنّانةٍ كهربائيّةٍ تواتُرها f طرفَ وترٍ له طولٌ مُناسِبٌ ومشدود بثقلٍ مُناسِبٍ كتلته m لتتكوّنَ أمواجٌ مُستقِرّةٌ عرضيّةٌ بثلاثةِ مغازل، ولكي نحصلَ على مِغزلين نُجري التّجربتَين الآتيتَين:

a) نستبدلُ الرّنّانةَ السّابقة برنّانةٍ أُخرى f' مع الكتلةِ السّابقةِ نفسِها m استنتج العلاقةَ بين التّواتُرَين f, f'.

لكن $f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ بما أن المقادير (F_T, L, μ) ثابتة

فعدد المغازل يتناسب طرداً مع تواتر الرنانة.

$$f = const\ n \qquad f' = \text{const}\ n'$$

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} = \frac{3}{2} \Rightarrow f' = \frac{2}{3}f$$

b) نستبدلُ الكتلةَ السّابقةَ m بكتلةٍ أُخرى m' مع الرّنّانةِ السّابقة نفسِها f استنتج العلاقةَ بين الكتلتين m, m'.

لكن $f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ بما أن المقادير (f, L, μ) ثابتة

فعدد المغازل يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لقوة شد الوتر.

$$n\sqrt{F_T} = const \qquad n'\sqrt{F'_T} = const$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{F'_T}}{\sqrt{F_T}} = \frac{\sqrt{m'g}}{\sqrt{mg}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{\sqrt{m'}}{\sqrt{m}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m'}{m} \Rightarrow m' = \frac{9}{4}m$$

4) كيف يَتمُّ عملياً الكشفُ عن الحقلِ الكهربائي $\vec{E}$ والحقل المغناطيسي $\vec{B}$ في الأمواج الكهرطيسيّة المُنتشِرة في الهواء؟

الحل: نكشف عن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بهوائي مستقبل نضعه موازياً للهوائي المُرسل ويتم ذلك بوصل طرفي الهوائي المستقبل براسم اهتزاز مهبطي وتغيير طول الهوائي حتى يرتسم على الشاشة خط بياني بسعة عظمى فيكون أصغر طول للهوائي المستقبل مساوياً $\frac{\lambda}{2}$.

نكشف عن الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ بحلقة نحاسية عمودية على $\vec{B}$ فيولّد فيها توتّراً نتيجة تغيّر التدفق المغناطيسي الذي يجتازها.

5) إذا تكوَّنت ثلاثةُ مغازل لأمواجٍ مُستقِرّة عرضيّة في وتر مشدود بقوّةٍ مُناسِبة، وأردْنا الحصولَ على خمسةِ مغازل بتغيير قوّةِ الشّدّ فقط، فهل نزيدُ تلك القوّةَ أم نُنقصُها؟ ولماذا؟

الحل: عدد المغازل يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لقوة شد الوتر

$$n\sqrt{F_T} = const\ ,\ \ n'\sqrt{F'_T} = const$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{F'_T}}{\sqrt{F_T}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{F'_T}}{\sqrt{F_T}}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{25} = \frac{F'_T}{F_T} \Rightarrow F'_T = \frac{9}{25}F_T$$

أي يجب ان ننقص قوة الشد.

0947205146

0988440574

ثالثاً: علِّل ما يأتي:

a) لا يحدثُ انتقالٌ للطّاقة في الأمواج المُستقِرّة كما في الأمواج المُنتشِرة.

الحل: لأن الأمواج الواردة والأمواج المنعكسة تنقل الطاقة في اتجاهين متعاكسين .

b) تُسمّى الأمواجُ المستقِرّة بهذا الاسم.

الحل: لأن نقاط الوسط تهتزّ مراوحة في مكانها فتأخذ شكلاً ثابتا وتظهر ساكنة.

c) في الأمواجِ المُستقِرّة العرضيّة، هل يهتزُّ البطنُ الأوّل والبطنُ الثّالث التّالي على توافُقٍ أم على تعاكُسٍ فيما بينهما ؟

يهتز البطن الأول والبطن الثالث التالي على توافق فيما بينهما لأن فرق المسير بينهما λ .

رابعاً: حل المسائل الآتية: $(g = 10 m.s^{-2})$:

المسألة الأولى: إذا كانت سرعةُ انتشار الصّوت في الهواء $331 m.s^{-1}$ في الدرجة $0°C$. احسب سرعة انتشار الصّوت في الدرجة $t = 27°C$.

الحل:
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow \frac{331}{v_2} = \frac{\sqrt{0+273}}{\sqrt{27+273}} = 0.953$$
$$\Rightarrow v_2 = \frac{331}{0.953} = 347.32\ m.s^{-1}$$

المسألة الثانية: يُصدِرُ أنبوبٌ صوتيّ مُختلِف الطّرفين صوتاً أساسيّاً تواتره $435Hz$ فما تواتراتُ الأصوات الثّلاثة التي تليه؟

الحل: $f = (2n-1)\frac{v}{4L}$ لكن من أجل الصوت الأساسي :
$$n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4L} = 435Hz$$

المدروج الثالث:
$$n = 2 \Rightarrow f_3 = 3f_1 = 3 \times 435 = 1305Hz$$

المدروج الخامس:
$$n = 3 \Rightarrow f_5 = 5f_1 = 5 \times 435 = 2175Hz$$

المدروج السابع:
$$n = 4 \Rightarrow f_7 = 7f_1 = 7 \times 435 = 3045Hz$$

المسألة الثالثة: يُصدِرُ وترٌ صوتاً أساسيّاً تواتره $250\ Hz$. كم يُصبحُ تواترُ صوته الأساسي إذا نقص طول الوتر حتّى النّصف $L' = \frac{L}{2}$ وازدادت قوّة الشّدّ حتّى مثلَيها $F_T' = 2F_T$

الحل:
$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

الصوت الأساسي: $n = 1$ بالتالي:
$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$f_1' = \frac{1}{2L'}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}} = \frac{1}{2\frac{L}{2}}\sqrt{\frac{2F_T}{\mu}} = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$f_1' = 2\sqrt{2}f_1 = 2\sqrt{2} \times 250 \approx 707Hz$$

المسألة الرابعة: تهتزُّ رنّانة تواترُها $f = 440\ Hz$ فوق عمودٍ هوائيّ مُغلَق، حدِّد البُعدَ الذي يحدثُ عندهُ الرّنين الأوّل عندما تكونُ درجةُ حرارةِ الهواء في العمود $20°C$، حيثُ سرعةُ انتشار الصّوت في هذه الحالة $340\ m.s^{-1}$.

الحل:
$$L_1 = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f}$$
$$L_1 = \frac{340}{4 \times 440} = 0.193m$$

المسألة الخامسة: استُعمِلت رنّانةٌ تواترُها $445Hz$ فوق عمودِ رنين مُغلَق لتحديدِ سرعةِ انتشار الصّوت في غاز الهيليوم. فإذا كان البُعدُ بين صوتَين شديدَين مُتتالِيَين $110\ cm$ احسُب سرعةَ انتشار الصّوت في غاز الهيليوم.

الحل:
$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} \Rightarrow v = 2Lf$$
$$v = 2 \times 1.1 \times 445 = 979 m.s^{-1}$$

المسألة السادسة: احسُب تواترَ الصَّوتِ الأساسيِّ لوترٍ مشدودٍ طولُه $0.7m$ وكتلته $7g$، شُدَّ بقوّةٍ قدرُها $49N$.

الحل: $f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

الصوت الأساسي: $n = 1$, $f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \frac{1}{2\times 0.7}\sqrt{\frac{49\times 0.7}{7\times 10^{-3}}}$$

$$f_1 = 50Hz$$

المسألة السابعة: تهتزُّ شعبتا رنّانةٍ كهربائيّةٍ بتواتر $30\ Hz$، نصلُ إحدى الشّعبتَين بخيطٍ مرنٍ طوله $2m$.

1) يُشَدُّ الخيط بقوّةٍ شدتُها $7.2N$ فيهتزُّ مكوّناً مغزلاً واحداً استنتجْ كتلةَ الخيطِ؟

2) احسب قوّتَي الشّدّ التي تجعلُ الخيطَ يهتزُّ بمغزلين ثمَّ بثلاثةِ مغازلَ مع الرّنّانة نفسها؟

الحل: 1) $f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}}$

$$m = \frac{n^2}{4L}\frac{F_T}{f^2} \Rightarrow m = \frac{1}{8}\times\frac{7.2}{900}$$

$$m = \frac{7.2}{7200} = 10^{-3}kg$$

2) يهتز بمغزلين: $n = 2$

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow 30 = \frac{2}{4}\sqrt{\frac{F_T\times 2}{10^{-3}}}$$

$$F_T = \frac{3600\times 10^{-3}}{2} = 1.8N$$

يهتز بثلاثة مغازل: $n = 3$

$$30 = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{F_T\times 2}{10^{-3}}} \Rightarrow F_T = \frac{1600\times 10^{-3}}{2} = 0.8N$$

المسألة الثامنة: احسب سرعةَ انتشارِ اهتزازٍ عرضيٍّ في وترٍ قطرُ مقطعِه $0.1mm$، وكثافةُ مادّته 0.8، مشدودٌ بقوّةٍ شدّتُها $100\pi\ N$.

الحل: $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \sqrt{\frac{F_T L}{\rho V}} = \sqrt{\frac{F_T L}{\rho L s}}$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\rho\pi r^2}} = \sqrt{\frac{100\pi}{800\pi(5\times 10^{-5})^2}}$$

$$v = 5\sqrt{2}\times 10^3\ m.s^{-1}$$

المسألة التاسعة: إذا كانت سرعةُ انتشارِ الصّوتِ في الهواء $330m.s^{-1}$ فاحسب:

1) احسب تواتر الصّوت الأساسيّ الذي يُصدِرُه عمودٌ هوائيٌّ طوله $2m$ إذا كانَ مُغلَقاً، ثمَّ إذا كانَ مفتوحاً .

2) احسب تواتر المدروج الثّالث في كلِّ حالةٍ.

الحل: 1) العمود الهواء مغلق: للصوت الأساسي $(2n-1)=1$

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} = 1\times\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L = 4\times 2 = 8m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{8} = 41.25\ Hz$$

العمود الهواء مفتوح: للصوت الأساسي $n=1$

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L = 2\times 2 = 4m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{4} = 82.5\ Hz$$

2) تواتر المدروج الثّالث: العمود الهواء مغلق:

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L} = 3\times\frac{330}{4\times 2} = 125.25\ Hz$$

تواتر المدروج الثالث: العمود الهواء مفتوح:

$$f = n\frac{v}{2L} = 3\times\frac{330}{2\times 2} = 247.5\ Hz$$

المسألة العاشرة: وترُ آلةٍ موسيقيّة، طوله $1m$، وكتلته $20g$، مُثبّت من طرفيه ومشدودٌ بقوّة $2N$ والمطلوب:

1) سرعة انتشار الاهتزاز على طول الوتر.
2) تواتر الصّوت الأساسيّ الذي يُمكن أن يصدر عنه.
3) التّواترات الخاصّة لمدروجاته الثّلاثة الأولى.

الحل: 1)

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{20 \times 10^{-3}}} = 10m.s^{-1}$$

2)

$$f_1 = n\frac{v}{2L} = 1 \times \frac{10}{2\times1} = 5Hz$$

3) المدروج الثاني $n = 2$

$$f_2 = 2\frac{v}{2L} = 2\frac{10}{2 \times 1} = 10Hz$$

المدروج الثالث $n = 3$

$$f_3 = 3\frac{v}{2L} = 3\frac{10}{2 \times 1} = 15Hz$$

المدروج الرابع $n = 4$

$$f_3 = 4\frac{v}{2L} = 4\frac{10}{2\times1} = 20Hz$$

المسألة الحادية عشرة: مزمارٌ مُتشابهُ الطّرفين طوله $1m$ يُصدِرُ صوتاً تواتره $170\ Hz$، يحوي هواءً في درجةِ حرارةٍ مُعيّنة حيثُ سرعة انتشار الصّوت $340m.s^{-1}$ والمطلوب:

1) احسب عدد أطوال الموجة التّي يحويها المزمار.
2) احسب طول مزمارٍ آخرَ مُختلف الطّرفين يحوي الهواء يُصدِرُ صوتاً أساسيّاً موافقاً للصّوت السّابق في درجة الحرارة نفسها.

الحل: 1)

$$\text{عدد أطوال الموجة} = \frac{L}{\lambda} = \frac{Lf}{v} = \frac{1 \times 170}{340} = 0.5$$

2)

$$L' = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

$$L' = (2n-1)\frac{v}{4f} = (2 \times 1 - 1)\frac{340}{4\times170} = 0.5\ m$$

التفكير الناقد:

استنتج قوّة الشّدّ F_T في وتر كمان كتلته m وطوله L عندما يهتز بالتّواتر الأساسيّ الذي يساوي التّواتر الأساسيّ لعمود هوائيّ مغلق طوله L وسرعة انتشار الصوت في الهواء v.

الحل:

$$f = f' \Rightarrow (2n-1)\frac{v}{4L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$\Rightarrow v = 2\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = \frac{1}{4}\mu v^2$$

_____انتهى البحث_____

الإلكترونيّاتُ والجسمُ الصّلبُ

النّماذجُ الذّرّيّةُ والطّيوفُ

لكلِّ عنصرٍ كيميائيٍّ طيفٌ كهرطيسيٌّ يُميّزه عن غيره (مجموعة خطوطٍ مُتسلسلة) ويسمّى هذا الطّيف "طيف انبعاث"

نموذج بور: استخدم بور تكميمَ الضّوء لشرحِ الطّيوف الذّرّيّة، ووضعَ المبادئِ الآتية:

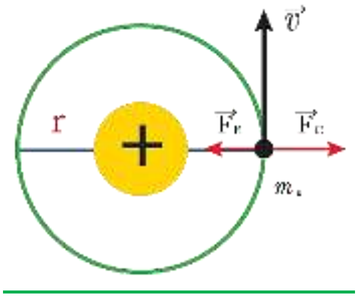
1) إنّ تغيُّرَ طاقةِ الذّرّةِ مكمّم.

2) لا يُمكنُ للذّرّةِ أنْ تتواجدَ إلّا في حالات طاقية مُحدَّدة، كلّ حالةٍ منها تتميّزُ بسويّة طاقية مُحدَّدة.

3) عندما ينتقلُ الإلكترونُ في ذرّةٍ مُثارةٍ من سويّة طاقية E_2 إلى سويّة طاقية E_1 فإنّ الذّرّةَ تُصدِرُ فوتوناً طاقتُه تساوي فرق الطّاقة بين السّويّتين، أي:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h.f$$

التّكميمُ في ذرّةِ الهدروجين:



في الشّكل تمثيلٌ لأبسطِ ذرّةٍ في الطّبيعة وهي ذرّةُ الهيدرجين، التي تتكوّنُ من إلكترونٍ واحدٍ يتحرّكُ في الحقل الكهربائيّ لبروتون واحد.

يخضعُ الإلكترون لتأثيرِ قوّتين بإهمالِ قوّة التجاذب الكتلي بين البروتون والإلكترون لصغرِها، هما:

1) القوّة الكهربائيّة الناجمة عن جذبِ النّواة (بروتون) له، تُعطى شدّتُها بالعلاقة:

$$F_E = k\frac{e^2}{r^2} \dots\dots (1)$$

حيث: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

ε_0 سماحية الخلاء الكهربائية و r نصف قطر المدار الذي يتحرّكُ عليه الإلكترون.

2) قوّة العطالة النابذة ناجمة عن الدّوران، تُعطى شدّتُها بالعلاقة:

$$F_C = m_e\frac{v^2}{r} \dots\dots (2)$$

- حركةُ إلكترون ذرّة الهدروجين حولَ النّواة هي حركة دائريّة مُنتظمة، لأنّ القوّة الكهربائيّة الناجمة عن جذبِ النّواة له مُساويةٌ لقوّة العطالة النّابذة.

فرضيات بور: الفرضية الأوّل:

حركةُ الإلكترون حولَ النّواة دائريّة مُنتظَمة، أي:

$$F_E = F_C$$

$$k\frac{e^2}{r^2} = m_e\frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = k\frac{e^2}{m_e r} \dots\dots (3)$$

الطّاقة الميكانيكيّة (الكلّيّة) للإلكترون:

$$E = E_K + E_P \dots\dots (4)$$

حيث: E_P الطّاقة الكامنة الكهربائية: $E_P = -k\frac{e^2}{r}$

E_K الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$

بالتّعويضِ والإصلاحِ نجدُ:

$$E = -\frac{1}{2}k\frac{e^2}{r} \dots\dots (5)$$

وهي علاقةُ الطّاقةِ الميكانيكيّة لإلكترون ذرّة الهدروجين في مداره.

الفرضيةُ الثّاني: اقترحَ بور أنَّ هناكَ مدارات مُحدَّدة ذات أنصافِ أقطارٍ مُختلفة يُمكنُ لإلكترونِ ذرّة الهدروجين أن يدورَ فيها حولَ النّواة، وفيها يكونُ عزمُ كميّة الحركة للإلكترونِ من المُضاعفات الصّحيحة ! $\frac{h}{2\pi}$ أي أنَّ العزمَ الحركيَّ للإلكترونِ يُعطَى بالعلاقة:

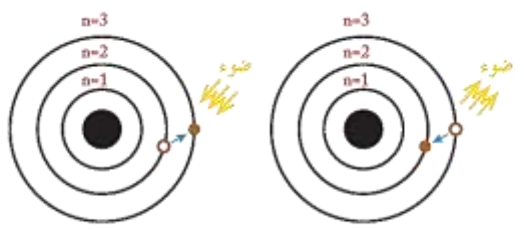
$$m_e v r = n\frac{h}{2\pi} \quad \dots\dots (6)$$

حيثُ $h = 6.6 \times 10^{-34}$ ثابت بلانك

$n = 1,2,3, \dots\dots$ رقم المدار.

الفرضية الثالث: لا يُصدِرُ الإلكترون طاقةً طالما بقيَ مُتحرّكاً في أحدِ مداراته حولَ النّواة، لكنّه يمتصُّ طاقةً بكميّاتٍ مُحدّدة عندما ينتقلُ من مداره إلى مدارٍ أبعد عن النّواة، ويُصدِرُ طاقةً بكميّاتٍ مُحدّدة عندما ينتقلُ من مداره إلى مدارٍ أقربَ إلى النّواة تُحسَب بالعلاقة: $\Delta E = h.f$

حيث: f تواترُ الإشعاع، h ثابت بلانك.



سويّات الطّاقة في ذرّة الهيدروجين:

من العلاقة (6) نجد:

$$v^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r^2} \quad \dots\dots (7)$$

بالتّعويض في علاقة الطاقة الحركية نجد:

$$\frac{1}{2}m_e\frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r^2} = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$$

نستنتج: $$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e k e^2}$$

أي: $r = n^2 r_0$ مع: $r_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2}$

وهو نصفُ قطر بور الذي نحصلُ عليه عندمَا $n = 1$.

بالتّعويض في علاقة الطاقة الكلية (5) نجدُ:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 e^4 k^2 m_e}{n^2 h^2}$$

وطاقةُ الحالةِ الأساسيّة للهيدروجين $(n = 1)$:

$$E_0 = -\frac{2\pi^2 e^4 k^2 m_e}{h^2} = -13.6\ eV$$

وبالتالي: $$E_n = \frac{E_0}{n^2} = \frac{-13.6}{n^2}$$

طّاقة تأين ذرّة الهيدروجين:

لكي تتأينَ ذرّة الهدروجين يجبُ إعطاؤُها طاقةً تكفي لنقلِ الإلكترون من السّويّة الأساسيّة إلى حالة عدم الارتباط أي إلى طاقةٍ معدومةٍ، أي يلزمُ إعطاء طاقةٍ أكبرُ أو تُساوي $-13.6\ eV$.

طاقة الإلكترون في مَداره:

إنَّ الطّاقةَ الكلّية للإلكترون في مداره في جملةِ (إلكترون _ نواة) تتألّفُ من قسمين:

1) قسم سالب هو الطّاقةُ الكامنة نتيجة تأثّره بالحقلِ الكهربائيِّ النّاتج عن النّواة.

2) قسم موجب هو الطّاقةُ الحركية النّاتجة عن دورانه حول النّواة

أي أنّ: $E_n = E_k + E_p = -\frac{13,6}{n^2}$

وهي طاقةٌ سالبةٌ لأنّها طاقةُ ارتباطٍ تُشكّلُ طاقةَ التّجاذُب الكهربائيّة الجزءَ الأكبرَ منها، والقيمةُ المُطلَقة لهذه الطّاقة تتناسبُ عكساً معَ مربع رتبةِ المدار n الذي يدورُ فيه الإلكترون، وتزدادُ طاقة الإلكترون بازديادِ رتبةِ المدار n أي مع ابتعاد الإلكترون عن النّواة.

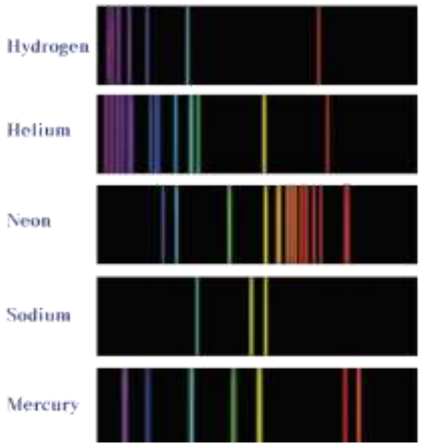
منشأ الطّيوف الذّريّة:

- توجدُ سويّاتُ طاقةٍ مُثارةٍ كثيرةٍ في ذرَّةِ الهدروجين يُمكِنُ للإلكترونِ أن يشغلَ أيّ سويّةٍ من هذه السّويّات .
- وإنّ انتقالَ الإلكترونِ من سويّةٍ طاقيةٍ إلى سويّةٍ طاقيةٍ أدنى يؤدّي إلى إصدارِ طاقةٍ (إشعاع) تُساوي فرقَ الطّاقةِ بينَ السّويّتين، عندَ حصولِ انتقالاتٍ مُختلفةٍ بينَ سويّاتِ الطّاقةِ سوفَ نحصلُ على إصداراتٍ بتواتراتٍ مُختلفةٍ تُعطَى بالعلاقة:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h.f$$

ويوضّحُ الشّكلُ التّالي بعضَ الخطوطِ الطّيفيّةِ لذرّةِ الهدروجين في المجالِ المرئيّ وكلٌّ من هذه الخطوطِ يُمثّلُ انتقالَ الإلكترونِ بينَ سويّتَينِ طاقيّتَينِ في ذرّةِ الهدروجين .

- يتكوّنُ طيفُ الهدروجين المُثار بالانفراغِ الكهربائيّ من عددٍ من الخطوطِ الطّيفيّةِ ويتغيّرُ الطّيفُ المُتشكّلُ بتغيّرِ نوعِ الغاز داخلَ المِصباح.
- عندَ تسخينِ قطعةِ الحديد يظهرُ أولاً اللّونُ الأحمر وكلّما زادَت درجةُ الحرارةِ ظهرَ اللّونُ البرتقالي فالأصفر وهكذا، حتّى يصلَ الجسمُ المُسخّنُ إلى درجةِ البياض فتظهرُ جميعُ ألوانِ الطّيف .
- تلوّنُ لهبُ الصّوديوم باللّونِ الأصفرِ الذّهبيّ، وعندَ فحصِه بالمِطيافِ أشاهدُ وجودَ خطّينِ أصفرَينِ مُتقاربَينِ جداً .



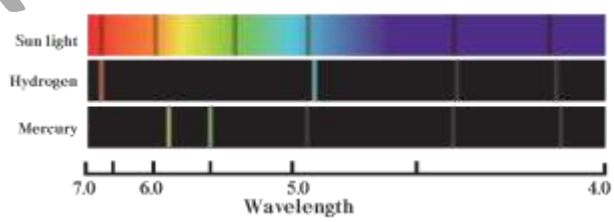
أنواعُ الطّيوف: الطّيوف نوعان:

a) **الطيوفُ المُستمِرّة:** هي الطّيوفُ التي تظهُر فيها جميعُ ألوانِ الطّيفِ على هيئةِ مناطقَ مُتجاورةٍ من دونِ وجودِ فواصلَ بينَها وهذا ما نلاحظُه عندَ تحلّلِ ضوءِ الشّمسِ بالهواءِ المُشبَعِ بالرّطوبةِ وتكوّنُ قوسِ قزح .

ومن الأمثلةِ على ذلكَ طيفُ مصباحِ الكهرباءِ ذو مقاومةِ التّنغستين وطيوفُ إصداراتِ الأجسامِ الصّلبةِ السّاخِنة .

b) **طيوفُ المُتقطّعة:** يتكوّنُ طيفُ الإصدارِ من خطوطٍ طيفيّةٍ أو عصاباتٍ طيفيّةٍ مُنفصِلةٍ كطيفِ مصباحِ بخارِ الزئبقِ وطيفِ إصدارِ ذرّاتِ الهدروجين . وبشكلٍ عام تكونُ طيوفُ المصابيحِ الغازيّةِ مُتقطِّعة .

في الشّكلِ الآتي لدينا ثلاثةُ طيوفٍ؛ الأوّلُ مُستمِرٌّ وهو طيفُ الإصدارِ الشّمسيّ، والآخرانِ مُتقطّعان .



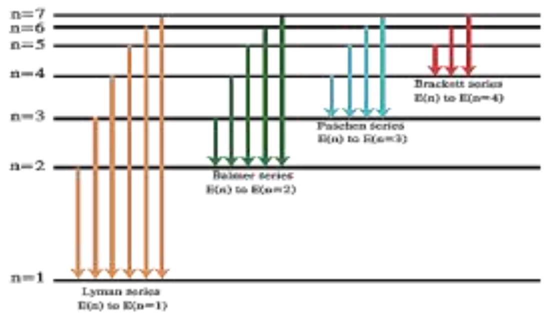
الطّيوفُ الذّريّة: الطّيفُ الذّرّيّ لعنصر هو سلسلةُ التّواترات الضّوئيّة الصّادرة عن ذرّات هذا العنصر، وأبسطُ أنواعِ الطّيوف الذّرّيّة هو طيفُ ذرّة الهدروجين.

يحتوي الطّيفُ الخطّي للهيدروجين على عدد من السّلاسل هي:

1) سلسلة ليمان (أكبر سلاسل الطّيف طاقةً): نحصلُ عليها عندَ عودة إلكترون ذرّة الهدروجين من السّويّات العليا أي $(n = 2,3,4,5,6 \ldots)$ إلى السّويّة الأولى.

2) سلسلة بالمر: نحصلُ عليها عندَ عودةِ إلكترون ذرّة الهدروجين من السّويّات العليا أي $(n = 2,3,4,5,6 \ldots)$ إلى السّويّة المثارة الثانية.

3) سلسلة باشن: نحصلُ عليها عندَ عودةِ إلكترون ذرّة الهدروجين من السّويّات العليا أي $(n = 4,5,6 \ldots)$ إلى السّويّة المُثارة الثّالثة.



التّحليل الطّيفيّ: يُعزى تشكّلُ طيف العنصر إلى حركة الإلكترونات الخارجيّة في الذرّات التي تمتصُّ طاقة تُثارُ بها فترتقي إلى سويّات طاقيّة أعلى من التي كانت تشغلها، إلا أنّها لا تلبثُ أن تعودَ إلى السّويّات الطّاقيّة الأساسيّة التي كانت تشغلها، مُصدرةً فائضَ طاقتِها على شكلِ إشعاعٍ وحيدٍ أو مجموعةٍ من الإشعاعاتِ المُتتالية، وتُعدُّ تواتُراتُ هذه الإشعاعات، أو أطوالُها المَوجيّة مُميّزة للعنصر المعنيّ ويُمكِنُ استخدامُها للتّعرُّف عليه.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصَّحيحة لكلٍّ ممَّا يأتي:

1) عندَما ينتقلُ الإلكترون من سويّة طاقيةٍ أقرب للنّواة إلى سويّة طاقيةٍ أبعد عن النّواة فإنّه:

a) يمتصُّ طاقة. b) يُصدِرُ طاقة.

C) يحافظ على طاقته. d) تنعدم طاقته.

الإجابة الصحيحة: a) يمتصُّ طاقة.

2) عندَما ينتقلُ الإلكترون من سويّة طاقيةٍ ما في الذّرّة إلى اللانهاية فإنّه:

a) يقترب من النّواة. b) يُصدِرُ طاقة.

c) يحافظ على طاقته. d) يصبح ذو طاقة معدومة.

الإجابة الصحيحة: d) يصبح ذو طاقة معدومة.

3) بابتعادِ الإلكترون عن النّواة فإنّ طاقتَه:

a) تنقص. b) تزداد.

c) لا تتغيّرُ. d) تنقصُ ثمّ تنعدمُ.

الإجابة الصحيحة: b) تزداد.

4) تنشأ الطّيوفُ الذّرّيّة نتيجة انتقال:

a) الإلكترون من سويّة طاقيةٍ إلى سويّة طاقيةٍ أخفض.

b) الإلكترون من سويّة طاقيةٍ إلى سويّة طاقيةٍ أعلى.

c) البروتون خارجَ الذّرّة.

d) الإلكترون إلى النّواة.

الإجابة الصحيحة: a) الإلكترون من سويّة طاقيةٍ إلى سويّة طاقيةٍ أخفض.

5) تقدّمُ طاقةً للذّرّة على شكلِ إشعاعٍ مُتواصلٍ فتُثارُ الذّرّة لأنّها:

a) تمتصّ كاملَ الطّاقة المُقدّمة.

b) لا تمتصُّ أيّة طاقة.

c) تمتصُّ جزءاً من طاقة الإشعاع مُطابقاً لفرقِ الطّاقة بين سويّتين مُختلفتين.

d) تمتصُّ جزءاً من طاقةِ الإشعاع.

الإجابة الصحيحة: c) تمتصُّ جزءاً من طاقة الإشعاع مُطابقاً لفرقِ الطّاقة بين سويّتين مُختلفتين.

ثانياً: حلّ المسائل الآتية:

المسألة الأولى: بفرض أنّ نصف قطرِ الإلكترون على مداره في ذرّة الهدروجين ($r = 0.53 \times 10^{-10} m$)، (وبإهمال قوى التّجاذب الكتلي بين البروتون و الإلكترون) المطلوب:

1) احسب قوّة التّجاذب الكهربائي بين البروتون والإلكترون.

2) احسب سرعة دوران الإلكترون الخطّية على مداره السّابق، هل يجب أن نأخذ في الاعتبار تغيّر كتلة الإلكترون وفق النّظريّة النّسبيّة؟

3) احسب تواتر دوران الإلكترون.

$e = -1.6 \times 10^{-19} C$ ، $m_e = 9.1 \times 10^{-31} Kg$

الحل: 1)

$$F_E = k\frac{e^2}{r^2}$$

$$F_E = 9 \times 10^9 \left(\frac{1.6 \times 10^{-19}}{0.53 \times 10^{-10}}\right)^2 = 81 \times 10^{-9} N$$

2)

$$F_E = F_C$$

$$F_E = m a_c = m\frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_E r}{m}} = \sqrt{\frac{81 \times 10^{-9} \times 0.53 \times 10^{-10}}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$v = \sqrt{4.72 \times 10^{12}} = 2.17 \times 10^6 m.s^{-1}$$

وهي سرعة قريبة من سرعة الضوء في الخلاء فيجب أن تؤخذ زيادة الكتلة للإلكترون بعين الاعتبار.

3)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{v}{2\pi r}$$

$$f = \frac{2.17 \times 10^6}{2\pi \times 0.53 \times 10^{-10}} = 65.5 \times 10^{-6}\ Hz$$

المسألة الثّانية: احسب الطّاقة المُتحرّرة وطول موجةِ الإشعاع الصّادر عندما يهبط إلكترون من السّويّة الثّالثة ذات الطّاقة $-1.51eV$ إلى السّويّة الثّانية ذات الطّاقة $-3.4eV$

ثابت بلانك $h = 6.63 \times 10^{-34} J.S$.

الحل:

$$\Delta E = E_3 - E_2$$

$$\Delta E = (-1.51) - (-3.4) = 1.89eV$$

$$\Delta E = 1.89 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3 \times 10^{-19}\ J$$

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} = 0.45 \times 10^{15} Hz$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{0.45\times10^{15}} = 6.6 \times 10^{-7} m$$

المسألة الثّالثة: تتألّفُ ذرّة الهدروجين من بروتون وإلكترون، تُعطى سويّات الطّاقة لذرّة الهدروجين بالعلاقة: $E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$ حيثُ n هو عددٌ صحيحٌ موجبٌ. في السّويّة ذاتِ الطّاقة الأخفض لدينا $n = 1$، وفي سويّة الطّاقة المُثارة الأولى لدينا $n = 2$ وعندما تسعى n إلى

اللانهاية نجدُ الحالةَ المتأيّنة أي التي تخسر فيها ذرّةُ الهدروجين إلكترونها والمطلوبُ:

1) احسبِ النّسبة بين قوّة الجذب الكتلي بين الالكترون والبروتون، وقوّة الجذب الكهربائي بين الالكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين علماً أنّ المسافة بين الإلكترون والبروتون هي: $a = 5.9 \times 10^{-11}m$، ماذا تستنتج؟ علماً أنّ:

$k = 9 \times 10^{-9} N.m^2.C^{-2}$، $e = 1.6 \times 10^{-19}C$

ثابت الجاذبيّة الكوني $G = 6.67 \times 10^{-11} N.m^2.Kg^{-2}$،

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}Kg$، $m_p = 1.67 \times 10^{-27}Kg$

سرعة انتشار الضوء في الخلاء $c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$.

2) ما قيمة الطاقة في السويّة الأساسيّة؟

3) ارسم مخططاً لطاقة السويّات الخمس الأولى.

4) تتواجد الذرّة في البداية في حالتها الأساسيّة، تمتصّ هذه الذرّة فوتون بتواتر $2.91 \times 10^{15}Hz$، احسب الرقم n للسويّة التي تتواجد فيها الذرّة بعد الامتصاص.

الحل: 1)

$$F_1 = G\frac{m_e m_p}{a^2}$$

$$F_2 = K\frac{e^2}{a^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G m_e m_p}{K e^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{6.67\times10^{-11}\times9.1\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}{9\times10^{9}\times(1.6\times10^{-19})^2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} \approx \frac{1}{10^{39}} \Rightarrow F_2 = 10^{39}F_1$$

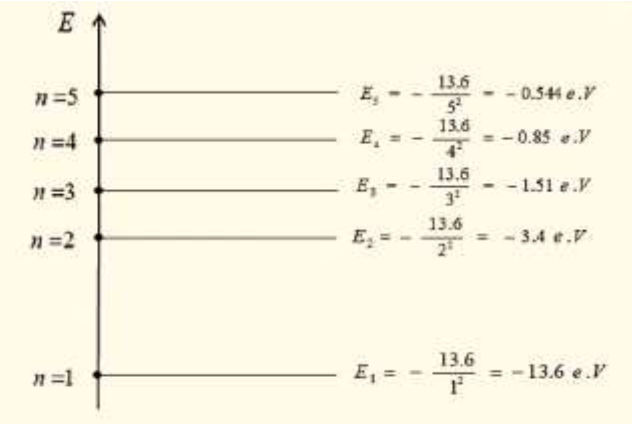
نستنتج أنّ: $F_2 \gg F_1$ لهذا نهمل قوة الجذب الكتلي أمام قوة الجذب الكهربائي.

2) $$E_n = -\frac{13.6}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{13.6}{1^2} = -13.6\, e.V$$

$$E_1 = -13.6 \times 1.6 \times 10^{-19} = -21.76 \times 10^{-19}J$$

3)



4) $$\Delta E = h.f = 6.6 \times 10^{-34} \times 2.91 \times 10^{15}$$

$$\Delta E = 19.2 \times 10^{-19}J$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 \Rightarrow E_2 = E_1 + \Delta E$$

$$E_2 = (-\frac{13.6}{1^2} \times 1.6 \times 10^{-19}) + 19.2 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow E_2 = -2.56 \times 10^{-19}J$$

$$E_2 = (\frac{-13.6}{n^2} \times 1.6 \times 10^{-19}) = -2.56 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n \approx 3$$

التفكير الناقد: إنّنا جميعاً نشاهد الألوان الجميلة في قوس قزح الذي يتكوّن من الألوان نفسها التي يحويها الطّيف المرئي للضّوء الأبيض، كيف تفسّر ذلك؟

الجواب: تعمل قطرات المطر عمل موشور فينكسر الضوء ويتحلل إلى ألوان الطيف المرئي ويتميّز كل لون بطول موجة معين.

انتزاعُ الإلكتروناتِ وتسريعها

تتواجدُ الإلكتروناتُ في الذَّرّةِ في حالةِ حركةٍ دائمةٍ حول نواتها، ولكن لا يُمكِنُ تحديدُ موضعٍ أو سرعةِ أيٍّ من هذه الإلكترونات في لحظةٍ ما وبدقّةٍ، وإنّما يُمكنُ تحديدُ احتمالِ وجودِ الإلكترونِ في لحظةٍ ما في موضعٍ مُعيّنٍ".

طاقةُ انتزاعِ إلكترونٍ من سطحِ معدنٍ:

- يتحرّكُ الإلكترونُ الحرُّ داخلَ المعدنِ بسرعةٍ وسطيّةٍ تتعلّقُ بدرجةِ حرارةِ المعدنِ، ويكونُ خاضعاً لقوى جذبٍ كهربائيٍّ، مُحصّلتها قريبةٌ من الصّفر لأنّها تنتجُ عن الأيوناتِ الموجبةِ المُبعثَرةِ حوله بعشوائيّةٍ.
- أما من أجلِ إلكترونٍ واقعٍ على سطحِ المعدنِ يصبحُ لهذه القوى الجاذبةِ مُحصِلةٌ لا تساوي الصّفر وجهتها دوما نحو داخلِ المعدنِ، لأنّ الأيوناتِ الموجبةِ بالنّسبة لهذه الإلكترونِ أصبحت في الجهةِ الدّاخليّةِ من المعدنِ.
- وعليه فإنّ انتزاعَ إلكترونٍ من سطحِ معدنٍ يحتاجُ إلى صرفِ طاقةٍ، تسمّى الطّاقة الدّنيا اللازمة لانتزاعِ إلكترونٍ من سطحِ معدنٍ بطاقةِ الانتزاعِ لهذا المعدنِ، يرمزُ لطاقة الانتزاعِ بالرّمز W_S، تتعلّقُ قيمةُ طاقة الانتزاعِ بالعدد الذّرّي Z للمعدنِ وكثافته وطبيعة الرّوابط.
- ونتيجة اختلاف هذه المُتحوّلات من معدنٍ لآخرَ، تختلفُ قيمةُ طاقةِ الانتزاعِ من معدنٍ لآخرَ بحيث يُمكِنُ اعتبارُ قيمته خاصيّةً مُميّزةً للمعدنِ.
- لانتزاعِ إلكترونٍ حرٍّ من سطحِ معدنٍ ونقله مسافةً صغيرةً dl خارجَ المعدنِ يجبُ تقديمُ طاقةٍ أكبرَ من عملِ القوّةِ الكهربائيّةِ التي تجذبُ الإلكترونَ نحوَ داخلِ المعدنِ.

وبالتالي: $W_S = F.dl$ لكن: $F = e.E$

نعوّضُ فنجد: $W_S = e.E.dl$ لكن: $E.dl = U_S$

وبالتالي يكون: $\boxed{E_S = W_S = eU_S}$

E_S: طاقة الانتزاع . W_S: عمل الانتزاع .

U_S: فرق كمون الانتزاع بين سطحِ المعدنِ والسّطحِ الخارجيّ

E: الحقل الكهربائيّ المُتولّد عن الأيوناتِ الموجبة عند سطحِ المعدنِ.

مُناقَشة: بفرض E الطّاقة التي يمتصُّها الإلكترون (الطّاقة المُقدّمة للإلكترون) عندئذ نُميّزُ الحالاتِ الآتية:

1) $E < E_S$ لا ينتزعُ الإلكترون ويبقى مُنجذباً نحوَ داخلِ الكتلة المعدنيّة.

2) $E = E_S$ يتحرّرُ الإلكترون من سطحِ المعدن بسرعةٍ ابتدائيّةٍ معدومةٍ.

3) $E > E_S$ يتحرّرُ الإلكترون من سطحِ المعدن ومعه سرعة ابتدائيّة تُحسَب من العلاقة:

$$E_K = E - E_S \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 = E - E_S$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2(E - E_S)}{m_e}}}$$

طرق انتزاع إلكترون من سطح معدنٍ:

1) الفعلُ الكهرضوئي: تُقدّمُ الطّاقةُ اللازمةُ لانتزاعِ الإلكترونِ من سطحِ المعدنِ على شكلِ طاقةٍ ضوئيّةٍ تواتُرها كافٍ

$$E = h.f$$

2) الفعلُ الكهرحراري: تُقدّمُ الطّاقةُ اللازمةُ لانتزاعِ الإلكترونِ على شكلِ طاقةٍ حراريّةٍ حيثُ يسخنُ المعدنُ فتكتسبُ بعضَ إلكتروناتِه السّطحيّةِ قدراً كافياً من الطّاقةِ تزيدُ من سرعتِها وحركتِها وتنبعثُ خارجَ المعدنِ.

3) مفعولُ الحتّ: يقذفُ سطحُ المعدنِ بحزمةٍ من الجُسيماتِ ذاتِ الطّاقةِ الكافيةِ فتصطدم بعضِ جُسيماتِ هذهِ الحزمةِ معَ الإلكتروناتِ الحرّةِ في السّطحِ المعدني فتنتقل جزء من طاقةِ الجُسيمِ الصّادمِ إلى الإلكترونِ، وعندما يكونُ هذا الجزءُ المُنتقلُ أكبرَ أو يساوي طاقةَ الانتزاعِ يُمكنُ للإلكترونِ الحرِّ الواقعِ عندَ سطحِ المعدنِ أن يقتلعَ من هذا المعدنِ.

تمرين: يُقذفُ سطحُ معدنٍ له طاقةُ انتزاعٍ $W_s = 2ev$ بحزمةٍ من الإلكتروناتِ فيؤدّي ذلكَ إلى إصدارِ إلكتروناتٍ من سطحِ المعدنِ بسرعةٍ ابتدائيّةٍ مقدارُها $5.9 \times 10^5 m.s^{-1}$ فبفرضِ أنّ الإلكترونَ السّطحي قد امتصّ كاملَ طاقةِ الإلكترونِ السّاقطِ. احسب طاقةَ كلٍّ من إلكترونِ الحزمةِ السّاقطةِ وسرعتَه علماً: $e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $m_e = 9 \times 10^{-31} Kg$.

الحل: يجبُ أن تكونَ طاقةُ كلٍّ من هذهِ الإلكتروناتِ السّاقطةِ مُساويةً للطّاقةِ الحركيّةِ الابتدائيّةِ للإلكترونِ المُقتلَعِ مُضافاً لها طاقةَ الانتزاعِ، أي: $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2 + W_s$

$$W_d = 2ev = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-19} J$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (5.9 \times 10^5)^2 + 3.2 \times 10^{-19}$$

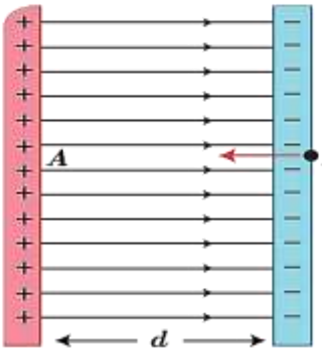
وهي طاقةُ الإلكترونِ السّاقط: $E_k = 4.8 \times 10^{-19} J$

حسابُ السُّرعة: $E_K = \frac{1}{2} m_e v^2$

$$v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.8 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 1.04 \times 10^6 m.s^{-1}$$

تسريعُ الإلكتروناتِ في منطقةٍ حقلٍ كهربائيّ مُنتظَم:



تسريع الإلكترون في حقل كهربائي منتظم

نفرضُ إلكتروناً، شحنتُه e وكتلتُه m_e، ساكناً في نقطةٍ من منطقةٍ يسودُها حقلٌ كهربائيٌّ مُنتظَم بينَ لبوسَي مُكثّفةٍ مستويةٍ مشحونةٍ، لبوساها شاقوليّان.

تخضعُ الشّحنةُ الكهربائيّةُ النّقطيّةُ e عندَ وضعِها في حقلٍ كهربائيٍّ ساكنٍ $\vec{E}$ لقوةٍ كهربائيّةٍ $\vec{F}$ تعطى بالعلاقة:

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$$

لنستنتجَ العلاقةَ المُحدّدةَ لسرعةِ خروجِ الإلكترونِ من نافذةٍ مُقابلةٍ في اللّبوسِ المُوجب؟

جملةُ المُقارنة: خارجيّة

الجملةُ المدروسة: الإلكترونُ داخلَ منطقةِ الحقلِ الكهربائي.

القوى الخارجيةُ المؤثرة: $\vec{F}$ القوّةُ الكهربائيّةُ حيثُ لها حاملُ $\vec{E}$ وتعاكسُه بالجهةِ وشدّتُها ثابتةٌ $F = eE$ (ثقل الالكترون مهمل)

لكن: $E = \frac{U}{d}$ نعوض: $F = e\frac{U}{d}$

بحسبِ قانونِ نيوتن الثّاني: $F = m_e a$

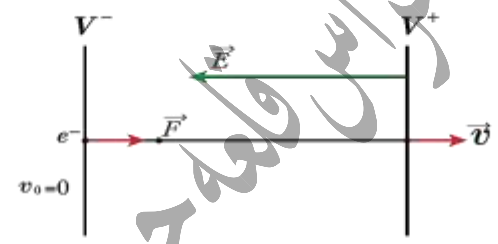
بمساواة العلاقتين السّابقتين:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{eU}{m_e d} = const$$

فالحركة مستقيمة مُتسارعة بانتظام نعوّض في القانون:

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

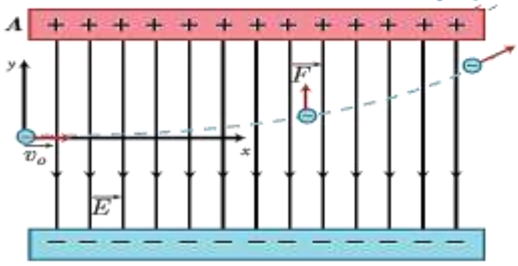
$$v^2 - 0 = 2\frac{eU}{m_e d}d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$



نتائج: 1) يُمكن زيادة سرعة خروج الإلكترون من نافذة اللّبوس الموجب بزيادة فرق الكمون بين اللّبوسين.

2) تصلح العلاقة السّابقة من أجل السّرعات الصّغيرة للإلكترون بالنّسبة لسرعة الضوء لأنّ الكتلة ثابتة ولا تصلح للسّرعات الكبيرة القريبة من سرعة الضّوء لأنّ كتلة الإلكترون تزداد كما مرّ معنا في درس النّسبيّة الخاصّة.

تأثيرُ حقلٍ كهربائيّ مُنتظَم على إلكترونٍ يدخلُ منطقة الحقلِ بسرعة $\vec{v} \perp \vec{E}$:



جملة المقارنة: خارجيّة.

الجملة المدروسة: الإلكترون داخل منطقة الحقل الكهربائي المُنتظَم بإهمال ثقله.

القوى الخارجيّة المؤثّرة: $\vec{F}$ القوّة الكهربائيّة حيث $\vec{F} = e\vec{E}$

$\vec{F}$ لها حامل $\vec{E}$ وتعاكسه بالجهة وشدّتها ثابتة.

$$\sum \vec{F} = m_e \vec{a}$$

نطبّق العلاقة الأساسيّة في التّحريك الانسحابي:

$$\vec{F} = e\vec{E} = m_e \vec{a}$$

باعتبار مبدأ الفواصل: نقطة دخول الإلكترون منطقة الحقل الكهربائي المُنتظَم.

مبدأ الزّمن: لحظة دخول الإلكترون منطقة الحقل الكهربائي المُنتظَم.

بالإسقاط على محورين مُتعامدين $\overrightarrow{x'x}$ أفقيًا و $\overrightarrow{y'y}$ شاقوليًا مُوجّهًا نحو الأعلى:

$$F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x = const$$

إنّ حركة المسقط على $\overrightarrow{x'x}$ هي:

حركة مُستقيمة مُنتظمة: $x = v_x t + x_0$

لكن: $x_0 = 0$

$$x = vt \ldots\ldots (1)$$

$$\overrightarrow{oy}\begin{cases} v_{o_y} = 0 \\ F_y = F \Rightarrow m_e a_y = e\dfrac{U}{d} \\ \Rightarrow a_y = \dfrac{eU}{m_e d} = const \end{cases}$$

حركة المسقط على $\overrightarrow{y'y}$ هي:

حركة مُستقيمة مُتسارعة بانتظام.

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{o_y} t + y_0$$

$$y_0 = 0 \Rightarrow y = \frac{eU}{2m_e d}t^2 \ldots\ldots (2)$$

استنتاج معادلة حامل المسار: من (1): $t = \frac{x}{v}$

نعوّض في (2): $y = \frac{eU}{2m_e d v^2}x^2$

المسار محمول على جزء من قطع مكافئ.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصّحيحة في كلّ ممّا يأتي:

1) يمتصُّ الإلكترونُ طاقةً عندمَا:

a) ينتقلُ من مدارٍ إلى آخرَ ضمنَ نفس السّويّة.

b) يهبطُ إلى سويّةٍ أقربَ إلى النّواة.

c) يقفزُ من سويّةٍ أدنى إلى سويّةٍ أعلى.

d) عندمَا يسقطُ على النّواة.

الإجابة الصحيحة: c) يقفزُ من سويّةٍ أدنى إلى سويّةٍ أعلى.

2) يتحرَّرُ الإلكترونُ من سطحِ معدنٍ بشكلٍ مؤكّد عندَ:

a) حصوله على طاقةٍ أكبرَ أو تُساوي طاقةَ الانتزاعِ لهذا المَعدن.

b) رفعِ درجةِ حرارةِ المعدنِ إلى درجةٍ أعلى أو تُساوي تلكَ المُكافئة لطاقةِ الانتزاعِ لهذا المَعدن.

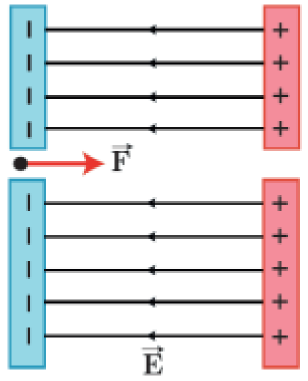
c) حصوله على طاقةٍ أكبرَ أو تُساوي طاقةَ الانتزاعِ بشكلٍ مُتزامِنٍ مع كونِ جهةِ حركتِه نحوَ الخارج.

d) تحقّق c بالإضافة لعدمِ اصطدامِه بأيّ جُسيمٍ أثناءَ خروجِه من السّطح.

الإجابة الصحيحة: d) تحقق c بالإضافة لعدمِ اصطدامِه بأيّ جُسيمٍ أثناءَ خروجِه من السّطح.

ثانياً: حُلَّ المَسألتيَن الآتيتيَن:

المسألةُ الأولى: ينطلقُ إلكترونٌ بسرعةٍ ابتدائيّةٍ معدومةٍ من فتحةٍ في اللّبوسِ السّالب لمُكثّفةٍ ليخرجَ من الفتحةِ المُقابلةِ في اللّبوسِ المُوجبِ كما في الشّكل فإذا عِلمْتَ أنّ فرقَ الكمونِ بينَ لبوسَي المُكثّفة هو $10^3 v$ والمسافة بينَهما $1cm$ والمطلوب: استنتج سرعةَ وتسارعَ هذا الإلكترون لحظةَ خروجِه من المُكثّفة.



$$e = 1.6 \times 10^{-19}C \quad , m_e = 9.1 \times 10^{-31}Kg$$

الحل: نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين: الأول: نافذة اللبوس السالب و الثاني: نافذة اللبوس الموجب.

$$\Delta E = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_2} = W_{\vec{F}}$$

$$\frac{1}{2}m_e v^2 - 0 = eU$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2 = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^3$$

$$v = \sqrt{0.35 \times 10^{15}} = \sqrt{3.5} \times 10^7 m.s^{-1}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ad$$

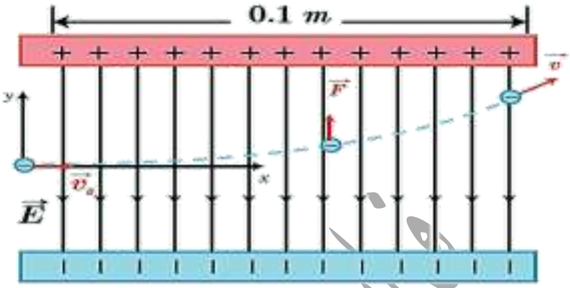
$$3.5 \times 10^{14} - 0 = 2a \times 10^{-2} \Rightarrow$$

$$a = 1.75 \times 10^{16} m.s^{-2}$$

المسألةُ الثانية: يدخل إلكترونٌ بسرعةٍ ابتدائيّة $3 \times 10^6 m.s^{-1}$ إلى منطقةٍ يسودُها حقلٌ كهربائيٌّ مُنتظَم بشكلٍ تتعامَدُ فيه سرعةُ هذا الإلكترون معَ خطوطِ الحقلِ فإذا علمتَ أنّ شدّةَ هذا الحقلِ هي $200V.m^{-1}$ وطول كلٍّ من لبوسَي المُكثّفةِ المُستويةِ المولّدة لهذا الحقل هو $0.1\ m$ والمطلوبُ:

1) احسب تسارعَ الإلكترونِ أثناءَ تواجُدِه ضمنَ المنطقةِ التي يسودُها الحقلُ الكهربائيّ.

2) احسب الزمن الذي يستغرقه الإلكترون للخروج من المنطقة التي يسودها الحقل الكهربائي.



الحل: 1) يخضع الإلكترون لتأثير قوة كهربائية $\vec{F}$ لها حامل $\vec{E}$ وتعاكسه بالجهة. $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

• الحركة على المحور $\overrightarrow{ox}$: $F_x = ma_x = 0$

$a_x = 0 \Rightarrow$ الحركة مستقيمة منتظمة

$$x = v_0 t$$

• الحركة على المحور $\overrightarrow{oy}$: $F = F_y = ma_y$

$$eE = m_e a_y$$

$a_y = \frac{eE}{m_e} = const \Rightarrow$ الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام

$$a = a_y = \frac{eE}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 200}{9 \times 10^{-31}}$$

$$a = 3.51 \times 10^{13} m.s^{-2}$$

2) من (1) نجد:

$$t = \frac{X}{v_0} = \frac{0.1}{3 \times 10^6} = 3.33 \times 10^{-8}\ S$$

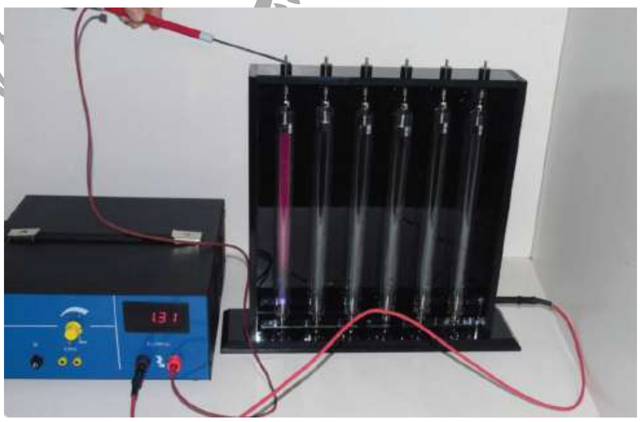
حل التفكير الناقد: أي شحنة تتحرك بسرعة غير ثابتة، من حيث القيمة أو الاتّجاه، تصدر طاقة كهرطيسية، فهل ينطبق ذلك على الإلكترونات في الذرّة؟

الجواب: لا ينطبق ذلك على الالكترون في الذرة، فوفق نموذج بور لا يصدر الالكترون طاقة طالما بقي متحركا في مداره.

الأشعة المهبطية

الانفراغُ الكهربائيّ: هو شرارةٌ كهربائيّةٌ تحدثُ عبرَ العازل (هواء، غازات) الفاصل بينَ جسمَينِ مشحونَينِ بفرقِ كمونٍ كافٍ.

لا تنقلُ الغازاتُ التيارَ الكهربائيّ ما لم يتمّ تأيينها، فعندَ تطبيق حقلٍ كهربائيٍّ خارجيٍّ على الغاز المُتأيّن تتحرّكُ الجُسيمات المشحونة باتّجاهَينِ مُتعاكِسَين، إذ تتحرّكُ الإلكترونات والأيونات السّالبة باتّجاهٍ مُعاكسٍ للحقلِ المُطبّق، وتتحرّكُ الأيوناتُ الموجبة باتّجاهِ الحقل فتحدثُ النّاقلية ضمنَ الغاز والتيّار المتولّد في الغازات يدعى تيار الانفراغ الكهربائي.



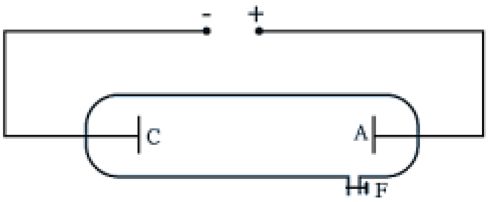
نتائج:

1) لا يظهرُ الضوءُ في أنابيبِ الانفراغ عندَ تطبيقِ توتّرٍ بقيمةٍ أقلّ من $500V$.

2) تظهرُ في أنابيبِ الانفراغ أضواءٌ بألوانٍ مُختلفة عندَ تطبيق توتّر $500V$ مع سماعِ صوتِ طقطقة، فإذا كانَ الغازُ هو النيون يكونُ اللونُ أحمرَ برتقالياً، وإذا كانَ الغازُ هوَ بخارُ الزّئبق يكونُ اللّونُ أزرقَ مُخضرّ.

3) تزدادُ شدّةُ الحزمة الضّوئيّة في الأنابيب، ولا يتغيّرُ لونها بزيادة التّوتّر عن القيمةِ $500V$.

انبوبُ التّفريغِ الكهربائيّ في الغازات:



هو عبارةٌ عن أنبوب زجاجيٍّ متينٍ ومُغلَق تماماً بطول $50cm$ وقطر $4\ cm$ مملوء بالغاز المطلوب دراسته.

يثبّتُ في الطرفَين قطبَين كهربائيّين أحدُهما المهبط والثاني المصعد وفي أحدِ الجانبَين توجدُ فتحةٌ توصل إلى مخلية ضغط يُمكن بوساطتها التّحكّم بضغطِ الغاز داخل الأنبوب. يتمُّ توصيل القطبَين إلى دارة تيّار AC عالي التّوتّر من رتبةِ $50Kv$.

من خلال التجربة وجد أن:

1) إنّ مظهرَ الانفراغ الكهربائي يتغيّرُ بتغيّر ضغطِ الغاز داخلَ الأنبوب.

2) من أجلِ الضّغطِ حوالي $110\ mm\ Hg$ لا نلاحظ انفراغاً في الأنبوب.

3) عندما يصبحُ الضّغطُ داخلَ الأنبوب حوالي $100\ mm\ Hg$ نسمعُ طقطقاتٍ تدل على حدوثِ تفريغٍ كهربائيٍّ في الأنبوب.

4) عندَ الضغط $10mmHg$ تختفي الطقطقات، ونلاحظ عموداً ضوئيّاً مُتجانساً يمتدُّ من المهبط إلى المصعد.

5) بمتابعةِ تخفيض الضّغط داخل الأنبوب إلى قيمةٍ قريبةٍ من $0.01\ mm\ Hg$ يختفي الضّوءُ كليّاً ويحل محلّه ظلامٌ حالكٌ داخلَ الأنبوب، عندَ هذه المرحلة تتألّقُ جدرانُ الأنبوب بلونٍ أخضرَ، وهذا ناتجٌ عن أشعةٍ غيرِ مرئيّةٍ صادرةٍ عن المهبط ولذلكَ سُمّيت بالأشعّة المهبطيّة.

شرطا توليد الأشعّة المهبطيّة:

1) فراغٌ كبيرٌ في الأنبوب يتراوحُ الضّغط فيه بين $(0.01 - 0.001\ mm\ Hg)$.

2) توترٌ كبيرٌ نسبيّاً بين قطبَي الأنبوب حيث يُولّدُ حقلاً كهربائيّاً شديداً بجوار المهبط.

آلية توليد الأشعّة وطبيعتها:

- يحتوي أنبوبُ الأشعّة المهبطيّة على كتلةٍ غازيّة تتكوّنُ من ذرّاتٍ غازيّةٍ وأيوناتٍ موجبة.
- وعندَ تطبيق توترٍ كهربائيٍّ كبيرٍ بين قطبَي الأنبوب تتّجهُ هذه الأيونات الموجبة نحوَ المهبط بسرعةٍ كبيرةٍ وتؤيّن ما تلاقيه في طريقها من ذرّاتٍ غازيّةٍ حتّى تصلَ إلى المهبط وتصدمُه.
- يساعدُ هذا الصّدمُ على انتزاعِ بعضٍ من الإلكترونات الحرّة من سطحِ معدنِ المهبطِ الذي يقومُ بدفعِها لتبتعدَ عنه نظراً لشحنتِها السّالبة ويسرّعُها الحقل الكهربائيّ لتصدمَ من جديدٍ، في أثناء توجّهِها نحوَ المصعد، ذرات غازيةٍ جديدةٍ وتُسبّبُ تأيّنها، وتتشكّل أيوناتٌ موجبةٌ جديدةٌ تتّجهُ نحوَ المهبطِ لتولّدَ إلكتروناتٍ جديدةً وهكذا.
- تتكوّنُ الأشعّةُ المهبطيّة من إلكتروناتٍ مُنتزَعة من مادّة المهبط ومن إلكتروناتِ تأيّن الذّرّات الغازيّة بجوار المهبط يسرّعُها الحقلُ الكهربائيّ الشّديدُ النّاتجُ عن التّوتر المُطبّق بين قطبَي الأنبوب.

خواصّ الأشعّة المهبطيّة:

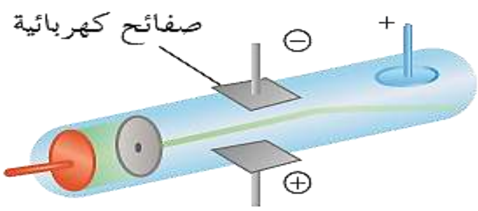
1) تنتشرُ وفقَ خطوطٍ مُستقيمة ناظميّة على سطحِ المهبط: لذا يختلفُ شكلُ حزمةِ الأشعّة بحسب شكلِ المهبط. فإذا كانَ المهبط مستوياً فالحزمة مُتوازية وإذا كانَ مُقعّراً فالحزمة مُتقاربة وإذا كانَ مُحدّباً فالحزمة مُتباعِدة.

2) تُسبّبُ تألّقَ بعض الاجسام: تهيّجُ الأشعّة المهبطيّة ذراتِ بعضِ الموادّ التي تسقطُ عليها فتتألّقُ بألوانٍ مُعيّنة. فالزّجاج العادي يتألّقُ بالأخضر، وكبريتات الكالسيوم بالأصفرِ البرتقالي ويُستفادُ من هذه الخاصّيّة في الكشفِ عن الأشعّة المهبطيّة.

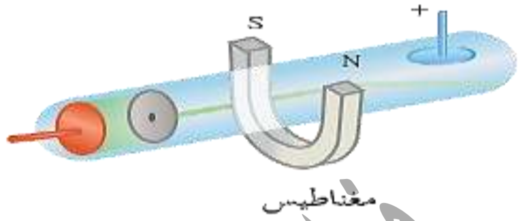
3) ضعيفةُ النّفوذ: لا تنفذُ من خلال صفيحةٍ من المعدنِ وتكوّنُ ظلّاً على الزّجاج المُتألّق خلفها.

4) تحملُ طاقةً حركيّة: سرعةُ الأشعّةِ المهبطيّة تقتربُ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء إذ تتراوحُ سرعتُها بين $(2 \mapsto 6) \times 10^{7}\ m.s^{-1}$ لذلك يُمكنُها أن تديرَ دولاباً خفيفاً، وهذه الطّاقة الحركيّة يُمكنُ أن تتحوّلَ إلى أشكالٍ أُخرى مثل طاقة كيميائيّة، حراريّة، إشعاعيّة.

5) تتأثّرُ بالحقل الكهربائيّ: تنحرفُ نحوَ اللّبوس الموجبِ لمُكثّفةٍ مشحونةٍ ممّا يدلّ على أنّها مشحونةٌ بشحنةٍ سالبة.



6) تتأثرُ بالحقل المغناطيسي: تنحرفُ بتأثيرِ قوّةِ لورنز المغناطيسيّة عموديّاً على خطوط الحقل المغناطيسي الّذي يؤثّرُ عليها .



7) تنتجُ أشعةً سينية: إذا صدمَت صفيحةً مصنوعةً من معدنٍ ثقيل .

8) تؤيّنُ الغازات: عندما تنتشرُ الأشعّةُ المهبطيّة في غازٍ ما فإنّها تقومُ بتأيينه؛ أي تنزعُ إلكتروناً من الذّرّة الغازية وتتحوّل إلى أيونٍ مما يؤدّي إلى توهّج الغاز .

9) تعملُ عملَ الأشعّة الضوئيّة في تأثيرها بألواحِ التّصوير الضّوئيّ الحسّاسة للضوء .

اختبر نفسي:

أولاً: علّل ما يأتي:

1) الأشعّةُ المهبطيّة تتأثّرُ بالحقلَين الكهربائي والمغناطيسي .

لأنها تمتلك شحنة كهربائية .

2) إذا سقطَت الأشعّةُ المهبطيّة على دولابٍ خفيفٍ تستطيعُ تدويره .

لأنها تمتلك طاقة حركية .

ثانياً: حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: احسب السُّرعة الّتي يغادرُ بها الإلكترونُ المهبط المعدنيّ إذا كانَت طاقتهُ الحركيّة تُساوي $18 \times 10^{-19} J$ لحظةَ خروجه من المهبط .

$e = 1.6 \times 10^{19}\ C\ , m_e = 9 \times 10^{-31}\ Kg$

الحل:

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 18 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 2 \times 10^6 m.s^{-1}$$

حل التفكير الناقد: ننصح جميعاً ألا نلمس جهاز التّلفاز من الخلف، ونحذر من رفع أية أداة ناقلة للتّيار باتّجاه الأعلى حيث تمر خطوط التوتر الكهربائي ، وعند تمديد خطوط التوتر العالي نلاحظ اتساع المسافات الفاصلة بينها علل ذلك.

الجواب: في انبوبة التفريغ في التلفاز يطبّق توتر عالي ، ويشكل خطر كبير على الإنسان كذلك الأمر بالنسبة لخطوط التوتر العالي.

_____انتهى البحث_____

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

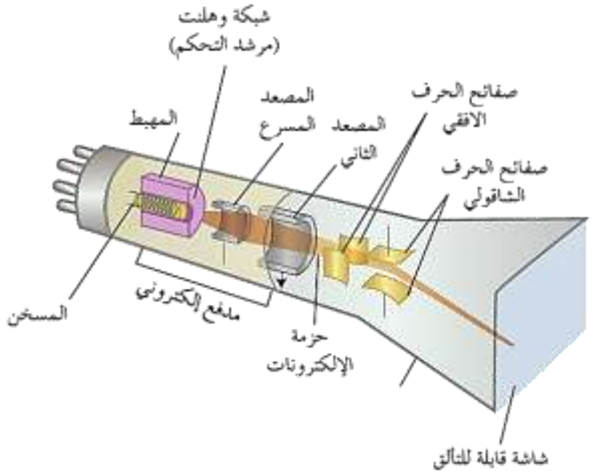
قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

الفعل الكهرحراريّ

- الفعل الكهرحراري: هو انتزاعُ إلكتروناتٍ حرّةٍ من سطحِ معدنٍ بتسخينه إلى درجةِ حرارةٍ مُناسبة.
- عند تسخين معدن إلى درجة حرارة معينة تكتسِبُ بعضُ الإلكتروناتِ الحرّة للسّطح المعدنيّ قدراً من الطّاقة تزيدُ من سرعتِها وحركتِها العشوائيّة.
- وباستمرارِ التسخين تكتسِبُ بعضُ الإلكتروناتِ الحرّة طاقةً كافيةً لتنطلقَ من ذرّاتِ السّطحِ المعدنيّ ويكتسِبُ سطحُ المعدنِ شحنةً موجبة.
- باستمرارِ التّسخين يزدادُ خروجُ الإلكتروناتِ من ذرّاتِ سطحِ المعدنِ (إلى حدّ مُعين) وتزدادُ شحنةُ المعدن ممّا يزيدُ من قوّة جذبِ المعدن للإلكترونات المُنطلقة وفي لحظةٍ ما يتساوى عددُ الإلكترونات المُنطلقة مع عددِ الإلكتروناتِ العائدةِ لسطحِ المعدن، فتتشكّلُ سحابةٌ إلكترونيّة، كثافتُها ثابتةٌ حولَ سطح المعدن.
- تسمّى هذه الظّاهرة الفعلَ الكهرحراريّ والتي اكتشفَها توماس أديسون خلال تجاربه حيثُ لاحظ تحوّلَ الهواءِ المُحيطِ بسلكِ المعدن المُتوهّج إلى وسطٍ ناقل.
- وعندَ تطبيقِ حقلٍ كهربائيّ، فإنّ الإلكترونات الخارجة من سطحِ المعدن تتحرّكُ في الحقل نحو المصعدِ ويساعدُ هذا على إصدار إلكتروناتٍ جديدةٍ وتسارُعُ الإلكترونات مُكوّنةً حزمةً إلكترونيّة.

- يزدادُ عددُ الإلكتروناتِ المُنتزعةِ في الثّانية الواحدة من سطحِ المعدن كلّما:
  1) قلَّ الضغطُ المُحيطُ بسطحِه.
  2) ارتفعت درجةُ حرارةِ المعدن.

راسم الاهتزازِ الإلكترونيّ:



أجزائه الرَّئيسيّة: المدفعُ الإلكترونيّ _ الجملة الحارِفة _ الشّاشة المُتألّقة.

يتألّفُ راسمُ الاهتزازِ الإلكترونيّ من أنبوبٍ زجاجيّ متينٍ يتحمّلُ الضّغط، أسطوانيٍّ ضيّقٍ في بدايته، ومخروطيٍّ مُتّسعٍ في نهايته ومُخلّى من الهواء. ويحتوي على الأقسام الثّلاثة الآتية:

1) المدفع الإلكتروني: يتألّفُ من الأجزاء الآتية:

a) المهبط: صفيحة معدنيّة يُطبّقُ عليها توترٌ سالب، يُصدِرُ إلكترونات بالفعل الكهرحراريّ عن طريقِ تسخينه تسخيناً غيرَ مُباشر بوساطة سلكِ تسخينٍ من التّنغستين حيثُ يُمرّرُ فيه تيارٌ مُتواصِل.

b) شبكة وهنلت: وهي أسطوانة تحيط بالمهبط في قاعدتها ثقب ضيّق، وتوصل بتوتر سالب قابل للتغيير، ولها دورٌ مُزدوجٌ لضبطِ الحزمة الإلكترونيّة:

ـ تجميع الإلكترونات الصّادرة عن المهبط في نقطةٍ تقعُ على محور الأنبوب .

ـ التّحكُّم بعددِ الإلكترونات النّافذة من ثقبها من خلال تغيير التّوتّر السّالب المُطبَّق على الشّبَكة مّما يغيّر من شدّةِ إضاءةِ الشّاشة .

c) مصعدان: لتسريعِ الحزمة الإلكترونيّة على مرحلتَين :

ـ بين الشّبَكة والمصعد الأوّل بتطبيق توتّرٍ عالٍ موجبٍ قابلٍ للتّغيير .

ـ بين المِصعدَين بتطبيق توتّرٍ عالٍ موجبٍ ثابت .

2) الجملة الحارفة: تتألّفُ من :

ـ مُكثّفة، لبوساها أفقيّان حقلُها الكهربائي شاقولي تحرّف الحزمة الإلكترونيّة شاقوليّاً .

ـ مُكثّفة لبوساها شاقوليّان حقلُها الكهربائي أفقي تحرّفُ الحزمة الإلكترونيّة أفقيّاً . (يمكن استخدام وشائع بدلاً من الصفائح)

3) الشّاشة المُتألِّقة: تتألّفُ من :

ـ طبقةٍ سميكةٍ من الزّجاج.

ـ طبقةٍ رقيقةٍ ناقِلةٍ من الغرافيت .

ـ طبقةٍ رقيقةٍ من مادّة مُتألّقة (كبريت الزّنك) .

- تغطى الشّاشة من الداخل بوريقة من الألمنيوم لا يتجاوز ثخنها بضعة ميكرونات وتسمحُ الوريقة للإلكترونات المُسرعة بالعبور فتصطدمُ بالمادة القابلة للتّألق وينعكسُ التّألق على وريقة الألمنيوم الذي تعكسه بدورها خارج الأنبوب .

- يُطلَى الأنبوبُ الزجاجي من الدّاخل بطبقةٍ من الغرافيت تعمل دورَ الواقي للحزمة الإلكترونيّة من الحقول الخارجيّة كما أنّها تعيدُ الإلكترونات التي سبّبَت التّألق إلى المِصعَد وتغلِق الدّارة .

استخدامات راسم الاهتزاز: يُمكِنُ للجهازِ قياسِ فرق الكمون المُستمِرّ أو المُتناوِب حيثُ يُظهر على الشاشة المُقسّمة إلى تدريجاتٍ مُناسِبة تغيرات التّوتّر بتغيّر الزّمن على شكلِ مُنحنٍ بياني له تواتر الحركةِ المدروسة نفسه ويُمكِن التّحكُّم بقيمةِ كلّ تدريجةٍ بوساطة مفتاحٍ خاصّ .

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصَّحيحة لكلٍّ ممَّا يأتي:

1) الفعلُ الكهرحراري هو انتزاعُ:

a) النّيوترونات من سطح المعدن بتسخينه .

b) الإلكترونات الحرّة من سطح المعدن بتسخينه لدرجةِ حرارةٍ مُناسِبة.

c) البروتونات من سطح المعدن بتسخينه .

d) الفوتونات عندَ اصطدامِ الإلكتروناتِ بسطح مادّةٍ مُفلورة .

الإجابة الصحيحة: b)

2) يتمُّ التّحكُّم بشدّةِ إضاءةِ شاشة راسم الاهتزاز بوساطة التّحكّم:

a) بتوتّر الجملة الحارفة .

b) بدرجة حرارة المهبط .

c) بالتّوتّر المطبق على المصعد .

d) بالتّوتّر السّالب المُطبّق على الشّبَكة .

الإجابة الصحيحة: d)

3) مهمَّة شبكة وهلنت هي:

a) ضبط الحزمة الإلكترونيّة.

b) تسخين السّلك (الفتيل).

c) اصدار الإلكترونات.

d) حرف الحزمة الإلكترونيّة.

الإجابة الصحيحة: (a

4) تُطلَى شاشة راسم الاهتزاز الإلكتروني بطبقةٍ من الغرافيت:

a) لحمايةِ الشّاشة من الحقول الخارجيّة.

b) لالتقاط الفوتونات.

c) لامتصاص النّترونات.

d) لإصدار البروتونات الزّائدة.

الإجابة الصحيحة: (a

ثانياً: اشرح الدّور المُزدوَج لشبكةِ وهلنت في جهاز راسم الاهتزاز الإلكتروني.

1) تجميع الإلكترونات الحرّة الصادرة عن المهبط في نقطة تقع على محور الأنبوب.

2) من خلال تغيير التوتر السالب المطبق على الشبكة يتغيّر عدد الإلكترونات النافذة من ثقب الشبكة مما يغيّر من شدة إضاءة الشاشة.

ثالثاً: حُلَّ المسألة الآتية:

تبلغ الطّاقة الحركيّة لحزمةٍ من الإلكترونات المُنتزِعة $9.6 \times 10^{-16}\ J$ وشدتها $10\mu A$ والمطلوبُ:

1) احسب سرعة الإلكترونات في هذه الحزمة.

2) احسب عدد الإلكتروناتِ التي تصِلُ الصّفَيحة المعدنيّة في الثّانية الواحِدة.

3) احسب كمّيّة الحرارة المُنتشِرة خلال $30s$ ثانيةً عندَ اصطدام هذهِ الحزمة بصفيحةٍ معدنيّةٍ وتحوُّل طاقتِها الحركيّة بالكامل إلى طاقةٍ حراريّة.

الحل: (1

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$9.6 \times 10^{-16} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} v^2$$

$$v = \sqrt{21.3 \times 10^{15}} = 14.6 \times 10^7 m.s^{-1}$$

(2

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t} \Rightarrow N = \frac{I.t}{e} = \frac{10\times10^{-6}\times1}{1.6\times10^{-19}}$$

$$N = 625 \times 10^{11}$$ إلكترون

3) الطاقة الحرارية = عدد الإلكترونات × الطاقة الحركية للإلكترون الواحد

$$Q = N.E_k$$

$$Q = 625 \times 10^{11} \times 30 \times 9.6 \times 10^{-16}$$

$$Q = 1.8\ J$$

حل التفكير الناقد: ينصح بعدم تقريب المغانط من شاشة التلفزيون أثناء تشغيلها.

الجواب: لأنّ الحزم الالكترونية الصادرة عن المدفع الالكتروني تتأثر بالحقل المغناطيسي فتنحرف عن مسارها فتتشوّه الصورة.

_____انتهى البحث_____

نظريّةُ الكمِّ والفعلُ الكهرضوئي

تقوم نظريّة الكمّ على الأسس الآتية:

1) **فرضيّة بلانك:** افترض بلانك أنّ الضوءَ والمادّةَ يُمكنُهما تبادُل الطّاقة من خلال كمّيات مُنفصِلة من الطّاقة تُعطَى طاقتُها بالعلاقة: $E = h.f = \frac{hc}{\lambda}$

2) **فرضيّة أينشتاين:** افترضَ اينشتاين أنّ الحزمةَ الضّوئيّة مُكوّنةٌ من فوتونات (كمّات الطّاقة) يحمل كلٌّ منها طاقة تساوي $E = h.f$ ويحصل تبادل للطّاقة مع المادّة من خلال امتصاص أو إصدار فوتونات.

ويتمتّعُ الفوتون بالخواص الآتية:

1) الفوتون هو جسيمٌ يواكبُه موجة كهرطيسيّة ذات التواتر f .

2) شحنتُه الكهربائيّة معدومةٌ .

3) يتحرّكُ بسرعةِ انتشار الضّوء .

4) طاقتُه تُساوي $E = h.f$ حيث:

$h = 6.6 \times 10^{-34} J.S$ ثابت بلانك .

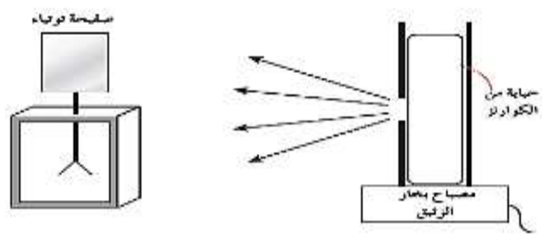
5) يمتلكُ كمّيةَ حركة $P = m.c$ لكن: $E = m.c^2$

ومنه: $m = \frac{E}{c^2}$ بالتالي:

$$P = \frac{E}{c^2}c = \frac{E}{C} = \frac{hf}{\lambda f} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

الفعلُ الكهرضوئيّ: هو انتزاع الإلكترونات الحرّة من المادّة عند تعرُّضها لإشعاعاتٍ كهرطيسيّة مُناسِبة.

تجربةُ هرتز: وصفُ التّجربة:



نثبّتُ صفيحةً من التّوتياء فوق كاشفٍ كهربائيّ ونعرّضُ الصفيحة للأشعة الصّادرة عن مصباح بخار الزّئبق .

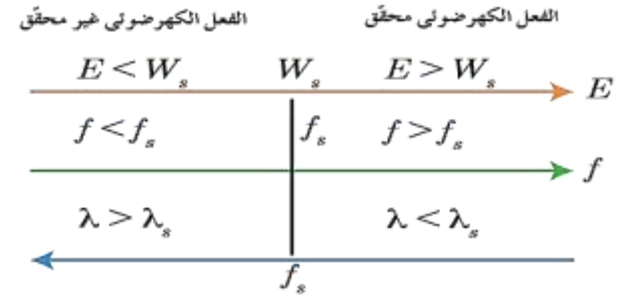
1) نقومُ بشحن الصّفيحة بشحنةٍ سالبةٍ: فتنفرجُ وريقتا الكاشف دالة على شحن الصّفيحة .

2) نسلّطُ ضوءَ المصباح على صفيحة التّوتياء: تُنزَعُ بعضُ الإلكترونات من صفيحةِ التّوتياء بالفعل الكهرضوئيّ، وتدفعُهم شحنةُ الصّفيحة السّالبة فتبتعدُ الإلكتروناتُ عن الصّفيحة ممّا يؤدّي إلى فقدانها تدريجيًا لشحنتِها السّالبة حتّى تتعادل، فتتقاربُ وريقتا الكاشف حتّى تنطبقا .

3) نعيدُ التّجربة السّابقة بعد أن نضعَ بين المصباح وصفيحة التّوتياء لوحاً زجاجيّاً: لا يتغير انفراج وريقتي الكاشف الكهربائي لأنّ اللّوحُ الزّجاجي يَمتص الأشعّة فوق البنفسجيّة المسؤولة عن انتزاع الإلكترونات، ويمنعُها من الوصول إلى الصّفيحة بينَما يسمحُ بمرور الأشعّة المرئيّة والأشعّة تحت الحمراء التي لا تمتلكُ الطّاقة الكافية لانتزاع الإلكترونات .

4) نشحنُ الصّفيحة بشحنةٍ موجبةٍ، ثمّ نعرّضُها لضوء مصباح الزّئبق: إنّ الإلكترونات التي يجري نزعها يُعاد جذبُها إلى الصّفيحة بسبب شحنتِها الموجبة، فنجدُ أنّ وريقتَي الكاشفِ لا يتغير انفراجها .

شرحُ الفعلِ الكهرضوئيّ بالاستنادِ إلى فرضيّة أينشتاين:



أطوال الموجات والتواترات وطاقات الانتزاع التي يتحقق عندها الفعل الكهرضوئي

عندما يسقط فوتون على معدن فإن الفوتون يُقدّمُ للإلكترون له كامل طاقته، والفوتون يكون بذلك قد جرى امتصاصه، وهنا لدينا ثلاث احتمالات:

1) إذا كانت طاقة الفوتون مُساويةً لعمل الانتزاع $E_S = h.f$ فإن ذلك يؤدي إلى انتزاع الإلكترون، وخروجه من المعدن، ولكن بطاقةٍ حركيةٍ معدومة، وتواتر الموجة عندئذٍ يمثّل تواتر العتبة اللازمة لانتزاع الإلكترون.

2) إذا كانت طاقة الفوتون أكبر من عمل الانتزاع، فإنّه يجري انتزاعُ الإلكترون من المعدن باستهلاك جزءٍ من طاقةِ الفوتون يُساوي E_S، والجزء الآخر يُبقى مع الإلكترون على شكل طاقةٍ حركيّة تساوي:

$$E_k = h.f - E_S$$

3) إذا كانت طاقة الفوتون أصغر من طاقةِ الانتزاع يكتسب الإلكترون طاقةً حركيّةً، ويبقى مُرتبطاً بالمعدن.

النّتيجةُ: يجري انتزاعُ الإلكترونات من المعدن إذا كان طول مَوجةِ الحزمة الضّوئيّة الواردة على المعدن أصغر أو مساوياً لطول مَوجة العتَبة اللازمة للانتزاع.

مُعادَلةُ أينشتاين في الفعلِ الكهرضوئيّ:

وجدنا أنّ الإلكترون يُنتزَعُ بطاقةٍ حركيّةٍ عُظمَى من أجلِ:

$$E_k = h.f - E_S = h.f - hf_s$$

$$E_k = hc.(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s})$$

فسّرَت مُعادَلةُ أينشتاين ما عجزَت النّظريّةُ المَوجيّةُ الكلاسيكيّة عن تفسيره وهي:

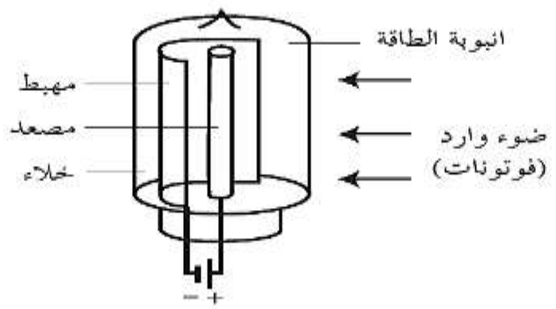
1) لا يحدثُ الفعلُ الكهرضوئيّ إذا كان تواترُ الضّوء الوارد أقلّ من تواتر العتبة f_S الذي تتعلّقُ قيمتُه بطبيعة المعدن، أمّا النّظريّة المَوجيّة فتعتبرُ أنّ الفعلَ الكهرضوئي يحدثُ عند جميع التّواتُراتِ بحسب شدّةِ الضّوء الوارد.

2) لا تزدادُ الطّاقةُ الحركيّة العُظمَى للإلكترون المُنتزَع E_K بزيادةِ شدّةِ الضّوء لأنّ الإلكترون لا يمتصُّ سوى فوتون واحدٍ من الفوتوناتِ الواردة، بينَما اعتبَرَت النّظريّة المَوجيّة أنّ الضّوء ذا الشّدّة العالية يحمل طاقةً أكبَر للمعدن وبالتّالي تزدادُ الطّاقةُ الحركيّة للإلكترون المُنتزَع بزيادة شدّة الضّوء الوارد.

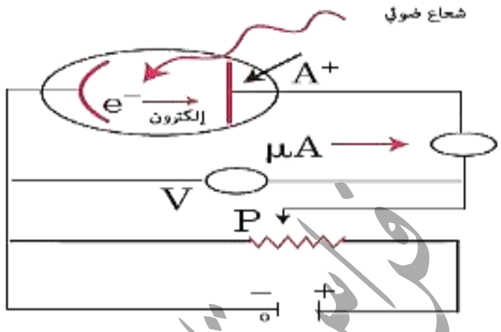
3) تزدادُ الطّاقةُ الحركيّة العُظمَى للإلكترون المُنتزَع بزيادة تواتر الضّوء الوارد، بينَما اعتبرَت النّظريّةُ المَوجيّة أنّه لا علاقةَ بين طاقةِ الإلكترون وتواتر الضّوء الوارد.

4) يحدثُ انتزاعٌ للإلكترونات من سطحِ المعدن آنيّاً مهما كانت قيمةُ شدّة الضّوء الوارد وبحسب النّظرية المَوجيّة يحتاجُ الإلكترون لزمنٍ لامتصاص الفوتون الوارد حتّى يُنتزَع.

الخليَّة الكهرضوئيّة: تتألّفُ الخليّة الكهرضوئيّة من حبابة زجاجيّة من الكوارتز مُخلاة من الهواء، تحتوي مَسرى معدنيّاً يُغطّي سطحَه طبقةٌ رقيقةٌ من معدن قلوي تتلقّى الضّوء، يُسمّى المهبط كما تحتوي على مسرى آخر يُسمّى المصعد.



في إحدى التّجارب أسقطنا على دارة خليّة كهرضوئيّة ضوءاً وحيدَ اللّون على مهبط الخليّة.



- عند تعرّض المهبط للحزمة الضّوئيّة تنتزَعُ بعض الإلكترونات من الصّفيحة، وتنطلقُ بسرعةٍ غيرِ معدومة.
- عندما يكون كمون المهبطُ أعلى من كمون المصعد، وتكون قيمةُ فرقِ الكمون $U_{AC} \leq -U_0$ تخضعُ الإلكترونات لقوّةٍ كهربائيّةٍ تعاكسُ جهة الحقل الكهربائي (الذي يتّجهُ من المهبط إلى المصعد)، وتعملُ هذه القوّة على إعادةِ الإلكترونات إلى المهبط، ولا يمرُّ تيارٌ كهربائي في الخليّة.
- بتخفيض التّوتر بالقيمة المُطلَقة والوصول إلى $U_{AC} = -U_0$ (حيثُ U_0 كمون الإيقاف)، تبدأ بعضُ الإلكترونات بالوصول إلى المصعد على الرّغم من إبطاء الحقل الكهربائي لحركتها باتّجاه المصعد، فيمرُّ تيّارٌ، وكلّما صغُرَ فرقُ الكمون بقيمتِه المُطلَقة ازدادَ عددُ الإلكترونات التي تصلُ إلى المصعد، فتزدادُ شدّةُ التّيار.
- عندما يصبحُ كمونُ المصعد أعلى من كمون المهبط تعملُ القوّة الكهربائيّة على تسريع الإلكترونات المُتّجهة إلى المصعد، وتزدادُ بذلك عددُ الإلكترونات الّتي تصلُ إليه وتزدادُ شدّةُ التّيار نتيجة لذلك حتّى تصل قيمتُها العُظمى I_S

وعند هذه القيمةِ تصل جميعُ الإلكترونات المُنتزَعة من المهبط إلى المصعد ونقول إنّ التّيارَ وصل إلى حالةِ الإشباع.

- توتّر الإيقاف: أقلّ توتّرٍ كهربائي عكسي يكفي لمنع وصول الإلكترونات الضّوئيّة من المهبط إلى المصعد أي لجعل التّيار الكهرضوئي معدوماً.
- تزدادُ شدّةُ تيّار الإشباع بزيادة الاستطاعة الضّوئيّة وتعطى استطاعةُ موجةٍ كهرطيسيّة تسقطُ على سطحٍ بالعلاقة $P = Nhf$ حيثُ N عددُ الفوتونات التي يتلقّاها السّطح في واحدةِ الزّمن.

تطبيق: تبلغ شدّة التّيار في خليّة كهرضوئيّة $16\ mA$ المطلوبُ:

1) عدد الإلكترونات الصّادرة عن المهبط كلّ ثانية.
2) الطّاقة الحركيّة لأحدِ الإلكترونات المُنتزَعة لحظة وصولِها المصعد باعتبار أنّه ترك المهبط دون سرعةٍ ابتدائيّة. وأنّ التّوتّر الكهربائي بين المصعد والمهبط $180V$.

الحل: 1) $n = \frac{q}{e} = \frac{It}{e} = \frac{16\times10^{-3}\times1}{1.6\times10^{-19}} = 1\times10^{17}$

2) $E_K = eU_{AC} = 1.6\times10^{-19}\times180$

$E_K = 288\times10^{-19} J$

اختبر نفسي

أولاً: اخترِ الإجابة الصّحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) الحزمة الضّوئيّة حزمةٌ من الجُسيمات غيرِ المرئيّة تسمّى:

a) نترونات.
b) فوتونات.
c) إلكترونات.
d) بروتونات.

الإجابة الصحيحة: b)

2) يزدادُ عددُ الإلكترونات المُقتَلَعة من مهبط الخُجيرة الكهرضوئيّة بازدياد:

a) تواتُر الضَّوء الوارد . b) شدّة الضَّوء الوارد .

c) كتلة صفيحة مهبط الخُجيرة . d) تواتُر العتبة .

الإجابة الصحيحة: b)

3) تزدادُ الطّاقةُ الحركيّةُ العُظمَى للإلكترون لحظة مُغادرته مهبط الخُجيرة الكهرضوئيّة بازدياد:

a) تواتُر الضَّوء الوارد . b) شدّة الضَّوء الوارد .

c) كتلة صفيحة مهبط الخُجيرة . d) تواتُر العتبة f_s .

الإجابة الصحيحة: a)

4) يحدثُ الفعل الكهرضوئي بإشعاعٍ ضوئيٍّ وحيدِ اللّون تواتره:

a) $f = 0$ b) $f < f_s$

c) $f = f_s$ d) $f > f_s$

الإجابة الصحيحة: d)

5) يجري انتزاع الإلكترون من سطح معدنٍ ما إذا كانَت طاقةُ الفوتون:

a) معدومة b) تساوي طاقةَ الانتزاع.

c) أكبر من طاقةِ الانتزاع. d) أصغر من طاقةِ الانتزاع.

الإجابة الصحيحة: c)

ثانياً: يسقطُ فوتونٌ طاقته E على معدنٍ ويصادفُ إلكتروناً طاقةُ انتزاعه E_S ويقدّم له كامل طاقته والمطلوب:

1) اشرح ما يحدثُ للإلكترون إذا كانَت:

a) طاقةُ الفوتون أقلّ من طاقة الانتزاع.

b) طاقةُ الفوتون أكبر من طاقة الانتزاع.

2) ما الشّرط الذي يجبُ أن يحقّقه طول موجة الضَّوء الوارد لتعملَ الخُجيرة الكهرضوئيَّة؟

الحل: 1) a) الطاقة الحركية للإلكترون تزداد ويبقى مرتبطا بالمعدن.

b) يجري انتزاع الإلكترون من المعدن باستهلاك جزء من طاقة الفوتون يساوي Es ويبقى الجزء الآخر مع الإلكترون على شكل طاقة حركية تساوي:

$$E_k = hf - E_s$$

2) طول موجة الضوء الوارد أصغر من طول موجة العتبة

$\lambda \leq \lambda_S$.

ثالثاً: حُلّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: يسقطُ ضوء بتواتُر $7.3 \times 10^{14} Hz$ على معدن، طاقة الانتزاع لديه $3.2 \times 10^{-19} J$

1) هل تنتزعُ الإلكترونات من سطح المعدن أم لا (بين بالحساب) ؟

2) احسبْ طاقتَها الحركيّة في حال انتزاعها .

الحل: 1) $E = h.f = 6.6 \times 10^{-34} \times 7.3 \times 10^{14}$

$$E = 4.818 \times 10^{-19} J$$

تُنتزع الإلكترونات من سطح المعدن لأن طاقة الفوتون الوارد أكبر من طاقة انتزاع الإلكترون

2) $$E_K = E - E_S$$

$$E_K = 4.818 \times 10^{-19} - 3.2 \times 10^{-19}$$

$$E_K = 1.618 \times 10^{-19} J$$

المسألة الثّانية: يُضيء منبعٌ ضوئيّ وحيدُ اللّون طول موجته $0.5\mu m$ حجيرة كهرضوئيّة، طاقةُ انتزاع الإلكترون فيها $E_S = 33\times10^{-20}J$ والمطلوب:

1) احسب تواتر العتبة.

2) احسب طول موجة عتبة الإصدار.

3) احسب الطّاقة الحركيّة العُظمَى للإلكترون لحظة خروجه من مَهبط الحجيرة وسرعته.

الحل: 1)
$$E_S = hf_s \Rightarrow f_s = \frac{E_S}{h} = \frac{33\times10^{-20}}{6.6\times10^{-34}}$$
$$f_s = 5\times10^{14}Hz$$

2)
$$E_S = hf_s = h\frac{C}{\lambda_S} \Rightarrow \lambda_S = \frac{h.C}{E_S}$$
$$\lambda_s = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{33\times10^{-20}} = 6\times10^{-7}m$$

3)
$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6.6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{0.5\times10^{-6}} = 39.6\times10^{-20}J$$
$$E_K = E - E_S = 39.6\times10^{-20} - 33\times10^{-20}$$
$$E_K = 6.6\times10^{-20}J$$
$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$
$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times6.6\times10^{-20}}{9\times10^{-31}}}$$
$$v = \sqrt{1.47\times10^{11}} = 1.21\times10^5 m.s^{-1}$$

المسألة الثّالثة: إذا كانَ أكبرُ طول موجةٍ يلزمُ لانتزاع الإلكترونِ من سطحِ مهبطِ حُجَيرة كهرضوئيّة يُساوي 66×10^{-8}m والمطلوب:

1) طاقة انتزاع الإلكترون من مادّة المهبط.

2) كميّة حركة الفوتون الوارد عندمَا يُضاء سطحُ صفيحة المهبط بضوءٍ وحيدِ اللّون، طول موجته 44×10^{-8}m

3) الطّاقة الحركيّة للإلكترون لحظة خروجه من مهبط الحجيرة الكهرضوئيّة.

4) قيمة كمونِ الإيقاف.

الحل: 1)
$$E_S = hf_s = h\frac{C}{\lambda_s}$$
$$E_S = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{66\times10^{-8}}$$
$$\Rightarrow E_S = 3\times10^{-19}J$$

2)
$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}}{44\times10^{-8}} =$$
$$P = 1.5\times10^{-27}Kg.m.s^{-1}$$

3)
$$E = h.f = h\frac{C}{\lambda} =$$
$$E = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^8}{44\times10^{-8}}$$
$$\Rightarrow E = 4.5\times10^{-19}J$$
$$E_K = E - E_S = 4.5\times10^{-19} - 3\times10^{-19}$$
$$E_K = 1.5\times10^{-19}J$$

4) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المهبط ـ الثاني: المصعد.
$$\Delta E_K = \sum \bar{w}_{\vec{F}}$$
$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{w}_{\vec{F}}$$

يحقق كمون الإيقاف وصول الإلكترون إلى المصعد بسرعة معدومة $E_{K_2} = 0$
$$0 - E_{K_1} = -eU_0$$
$$U_0 = \frac{E_{K_1}}{e} = \frac{1.5\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.94\ V$$

المسألة الرّابعة: احسبْ تواتر العتبة لخليّة كهرضوئيّة تحوي صفيحة من معدن السّيزيوم عندمَا يردُ عليها ضوء وحيدُ اللون، طول موجته $5\times10^{-7}m$، علماً أنّ طاقة الانتزاع لدى السّيزيوم تُساوي $3\times10^{-19}J$ ثمّ احسب الطّاقة الحركيّة للإلكترون المُنتزَع وسرعة الإلكترون.

الحل: 1)
$$E_S = hf_s \Rightarrow f_s = \frac{E_S}{h} = \frac{3\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}}$$
$$\approx 4.5\times10^{16}Hz$$

2)
$$E = hf = h\frac{C}{\lambda}$$

$$E = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{5 \times 10^{-7}}$$

$$E = 3.96 \times 10^{-19} J$$

$$E_K = E - E_S = 3.96 \times 10^{-19} - 3 \times 10^{-19}$$

$$E_K = 0.96 \times 10^{-19} J$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.96 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 0.45 \times 10^{6} m.s^{-1}$$

حل التفكير الناقد: ابحث عن ظاهرة الإصدار الكهرضوئي باستخدام نموذج بئر الكمون.

الجواب: نظرية التأثير الكهرضوئي تشرح الملاحظات التجريبية لانبعاث الإلكترونات من سطح معدن معرض لضوء مناسب حيث يوجد حد أدنى للتواتر لانبعاث الالكترونات وعند تعريض سطح المعدن لتواتر أقل منه فلا يوجد إلكترونات ضوئية منبعثة ويسمى هذا التواتر تواتر العتبة .

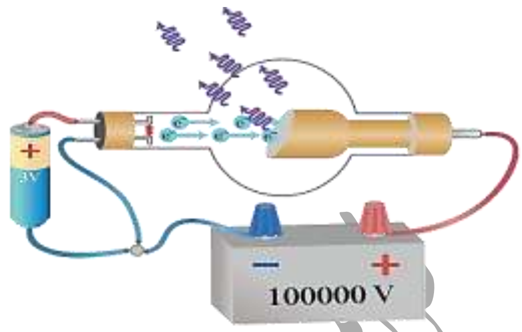
وعند زيادة تواتر الشعاع الساقط، وإبقاء عدد الفوتونات الساقطة ثابتاً، سيؤدي هذا إلى زيادة طاقة للإلكترونات الضوئية المنبعثة وبالتالي زيادة كمون الإيقاف كما يتسبب كل فوتون في انبعاث إلكترون مقترن بطاقة الفوتون وتعتمد الطاقة الحركية العظمى للإلكترون على تواتر الضوء الساقط، ولكنها لا تعتمد نهائيا على شدة الضوء الساقط ويتناسب عدد الإلكترونات المنبعثة تناسبًا طرديا مع شدة الضوء الساقط، على سطح معدن معين وبتواتر مناسب. تؤدي زيادة شدة الضوء (مع إبقاء التواتر ثابتا) إلى زيادة قيمة شدة التيار الكهروضوئي ويبقى توتر الإيقاف ثابتاً .

وتكون الفترة الزمنية الفاصلة بين سقوط الفوتون وانبعاث الإلكترون هي فترة زمنية قليلة جد ا جداً.

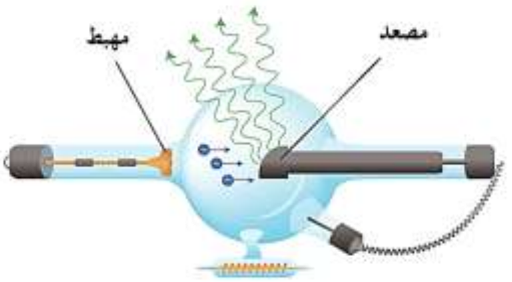
_____انتهى البحث_____

الأشعة السينية

آليةُ توليدِ الأشعّةِ السّينيّة:



- يستخدم لتوليدها انبوب كوليدج وهو أنبوب زجاجي مخلى من الهواء تخلية شديدة، حيث يصل الضغط داخله إلى 10^{-6} mm.Hg تقريباً .
- يحوي الأنبوب سلكاً مصنوعاً من التنغستين يسخن لدرجة التوهج بواسطة تيار كهربائي وذلك بوصله بمجموعة من المولدات .
- يحيط بالسلك مهبط معدني مقعر يعمل على تمكين حزمة الإلكترونات المنبعثة من السلك وتجميعها على الهدف الموصول بالمصعد (مقابل المهبط) .
- يصنع الهدف من معدن ثقيل درجة حرارة انصهاره مرتفعة جداً مثل الموليبدين يوضع بحيث يميل بزاوية 45^0 على محور الأنبوب، ويثبت على أسطوانة نحاسية أكبر حجما منه متصلة بمبرد .



- تُنتزَعُ إلكتروناتُ من سلكِ التّنغستين نتيجة تسخينه لدرجةٍ مُناسِبة.
- تُسرّعُ الإلكتروناتُ المُنتزَعة بالحقل الكهربائيّ الشديد المُطبّق بين المصعد والمهبط.
- تصطدمُ الإلكتروناتُ المُسرّعة بذرّاتِ الهدف، يؤدّي جزءٌ منها إلى انتزاعِ إلكترون من إلكترونات الطبقة الدّاخليّة في ذرّات الهدف، ويُخلّفُ وراءه ثقباً.
- ينتقلُ أحدُ إلكترونات من الطبقاتِ الأعلى لذرّاتِ مادّة الهدفِ بسرعةٍ ليحلّ في الثّقب، ويترافقُ ذلك بإصدار فوتوناتٍ ذاتِ طاقةٍ عاليةٍ جداً وهي أمواج كهرطيسيّة تمثّل الأشعّة السّينيّة.
- يؤدّي اصطدامُ الجزءِ الأكبرِ من الإلكتروناتِ المُسرّعة بذرّاتِ الهدفِ إلى تحوّلِ كاملِ طاقتِها الحركيّة إلى طاقة حراريّة في مادّة الهدفِ فترتفعُ حرارتُها، ممّا يستدعي تبريدُها .
- يمكن حساب أقصر طول موجة λ_{min} لفوتونات الأشعة السينية الصادرة اعتماداً على أن طاقة هذه الفوتونات تساوي بقيمها العظمى الطاقة الحركية للإلكترونات المسرعة، التي تسبب إصدارها أي :

$$E = E_k \Rightarrow hf_{max} = eU_{AC}$$

$$h\frac{c}{\lambda_{min}} = eU_{AC} \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda_{min} = \frac{hc}{eU_{AC}}}$$

وهي علاقة طولِ الموجة الأصغري للأشعة السّينيّة.

0988440574
0947205146

حيث U_{AC} فرق الكمون الكهربائي المُطبّق بين طرفَي الأنبوب، c سرعة انتشار الضوء في الخلاء .

- يتوقف أقصر طول موجة لفوتونات الأشعة السينية على التوتر المطبق بين المصعد والمهبط .
- يُمكِنُ بتغيير قيمة فرق الكمون الكهربائي بين المصعدِ والمهبط تغيير طاقةِ تسريع الإلكترونات، فتتغيّر الطّاقة الذّريّة التي يقتلع منها إلكترونات في ذرات صفيحة الهدف وتتغيّر بالتالي طاقة أشعة X الصّادرة.
- أمّا تغييرُ درجة حرارةِ سلكِ التّسخين يغيّر من عددِ الإلكترونات الّتي يصدرُها، فتتغيَّرُ شدَّةُ (كثافة) الأشعّة المهبطيّة وتتغيّرُ بالتّالي شِدّة أشعّة X .
- يُظهِرُ تحليلُ طيفِ أشعّة X الصّادرة عن أنبوب انفراغ أنّه عبارةٌ عن طيفَين أحدُهما مُستمِرٌّ تسمّى بأشعةِ الكبح الإلكتروني، وتنتجُ عن فقدانِ الإلكترونات المُسرّعة لطاقتِها عندما تكبحُ (تبطئُ) عند اصطدامِها بصفيحة الهدف والآخرُ متقطع وهو خطوطٌ ساطِعةٌ ومُنفصِلة عن بعضِها وتنتجُ عن الانتقالاتِ الإلكترونيّة لملءِ الثّقوب الدّاخلية في الذّرّات المُهيّجة في صفيحة الهدف.

خواصّ الأشعّة السّينيّة:

- ذاتُ طبيعةٍ مَوجيّة، فهي أمواجٌ كهرطيسيّة، أطوالُ موجاتِها قصيرةٌ جداً، تتراوح بين 0.001 nm و 13.6 nm لذلكَ تكونُ طاقتُها عاليةً جداً وهي أقصر بكثيرٍ من أطوال الأمواج الضوئية.
- ذاتُ قدرةٍ عاليةٍ على النّفاذ بسبب قصرِ طول موجَتها.
- لا يُمكِنُ أن تصدرَ أشعّة X إلّا من ذرّاتِ العناصر الثّقيلة نسبيّاً بعدَ تهييجها بطريقةٍ مُناسِبة، أو من الإلكتروناتِ المُسرّعة بعَد كبحِها ضمنَ وسطٍ ماديّ.
- تشبهُ الضَّوءَ المرئيّ من حيثُ الانتشار المُستقيم والانعكاس والتّداخُل والانعراج، وسرعة انتشارِها تساوي سرعة انتشار الضوء في الخَلاء.
- لا تملكُ شحنةً كهربائيّة، فلا تتأثّرُ بالحقلَين الكهربائيّ والمغناطيسيّ.
- تسبّبُ تألّق المواد التي تسقطُ عليها :بسببِ قدرتها على إثارة ذرّات هذه المواد، وتؤثّرُ في أفلام التّصوير.
- تؤثّر في الأنسجة الحيّة :تتخرّبُ الخلايا الحيّة إذا استمرّ تعرّضُها لهذه الأشعّة، لذا تُستعمَلُ الألبسة التي يدخلُ في تركيبها الرّصاصُ للوقاية من الحروقِ الّتي تسبّبُها هذه الأشعّة.
- تؤيّنُ الغازاتِ : فوتوناتُ الأشعّة السّينيّة ذاتُ طاقةٍ كبيرةٍ تكفي لتأيين الغازِ الذي تخترقُه.

قابليّةُ امتصاصِ ونفاذُ الأشعّةِ السّينيّة:

تتوقّفُ قابليّة امتصاصِها ونفاذِها على:

ثخن المادّة : تزدادُ نسبةُ الأشعّة المُمتصّة وتقلُّ نسبة النّافذة منها كلّما ازدادَ ثخنُ المادّة.

كثافة المادّة : تزدادُ نسبةُ الأشعّة المُمتصَّة بازديادِ كثافة المادّة، كالرّصاص والذّهب والعظام، وتزداد نسبة النافذة منها بنقصان كثافة المادّة، كالخشب والبلاستيك وجلد الإنسان

لذلك يستخدمُ نوعٌ منها في تشخيصِ الكسور .

طاقة الأشعّة :تتعلّقُ نفوذيّة أشعّة X بطاقتِها المرتبطة بقيمةِ فرقِ الكمونِ المُطبّق على أنبوب توليدِها.

نميز نوعين من الأشعة المستخدمة من حيث الطاقة:

الأشعة اللينة : أطوال موجاتها $1 \text{ nm} < \lambda < 13.6 \text{ nm}$

طاقتها منخفضة نسبياً وامتصاصها كبير ونفوذها قليل.

الأشعة القاسية : أطوال موجاتها $0.01 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1 \text{ nm}$

طاقتها عالية وامتصاصها قليل ونفوذها كبير.

اختبر نفسي

أولاً: اخترِ الإجابة الصّحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) في أنبوب الأشعّة السّينيّة يُمكِنُ تسريعُ الإلكترونات بينَ المهبط والمصعد:

a) بزيادةِ درجةِ حرارة سلكِ التّسخين.

b) بزيادةِ التّوتّرِ المُطبّق على دارة تسخين السلك.

c) بزيادةِ التّوتّرِ المُطبّق بينَ المصعد والمهبط.

d) بانقاصِ التّوترِ المُطبّق بينَ المصعد والمهبط.

الإجابة الصحيحة: c)

2) يزدادُ امتصاصُ المادّة للأشعّة السّينيّة:

a) بزيادةِ طاقةِ الأشعّة السّينيّة.

b) بزيادةِ كثافةِ المادّة.

c) بنقصانِ كثافة المادّة.

d) بنقصانِ ثخانة المادّة.

الإجابة الصحيحة: b)

3) الأشعّة السّينيّة أمواجٌ كهرطيسيّة:

a) أطوالُ موجاتِها قصيرةٌ وطاقتُها صغيرةٌ.

b) أطوالُ موجاتِها قصيرةٌ وطاقتُها كبيرةٌ.

c) أطوالُ موجاتِها كبيرةٌ وطاقتُها كبيرةٌ.

d) أطوالُ موجاتِها كبيرةٌ وطاقتُها صغيرةٌ.

الإجابة الصحيحة: b)

4) تصدرُ الأشعّة السّينيّة عن ذرّات:

a) الهيدروجين. b) الكربون.

c) الهليوم. d) العناصر الثّقيلة.

الإجابة الصحيحة: d)

ثانياً: فسر ما يلي: الأشعّة السّينيّة ذاتُ قدرةٍ عالية على النّفاذ؟

الجواب: بسبب قصر طول موجاتها .

ثالثاً : اكتب ثلاثاً من خواصّ الأشعّة السّينيّة.

1) ذات قدرة عالية على النفاذ.

2) تصدر عن ذرات العناصر الثقيلة.

3) تسبب التألق لبعض الأجسام التي تسقط عليها.

المسألة الأولى: يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بتوتر $8 \times 10^4 V$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً والمطلوب:

1) استنتج بالرموز الطاقة الحركية للإلكترون عند اصطدامه بمقابل المهبط (الهدف) ثم احسب قيمها .

2) احسب سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بالهدف.

3) احسب أقصر طول موجة للأشعة السينية الصادرة.

الحل: 1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

الأول: المهبط. والثاني: مقابل المهبط.

$$\overline{\Delta E_K} = \sum \overline{w}_F$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \overline{w}_F$$

$$E_{K_2} - 0 = eU$$

$$E_{K_2} = 1.6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^4$$

$$= 128 \times 10^{-16} J$$

2) $$E_K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 128 \times 10^{-16}}{9 \times 10^{-31}}} = \sqrt{28.44 \times 10^{15}}$$

$$= 16.86 \times 10^7 m.s^{-1}$$

3) $$E = E_K \Rightarrow h f_{max} = eU_{AC}$$

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = eU_{AC} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{h.c}{eU_{AC}}$$

$$\lambda_{min} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^4}$$

$$\lambda_{min} = 0.1547 \times 10^{-10} m$$

حل التفكير الناقد: للأشعة السينية طيفين خطي ومستمر كيف يتمّ توليد كلّ منهما؟

الجواب: ينشأ الطيف المستمر للأشعة السينية عن الكبح الالكتروني حيث تفقد الالكترونات المسرّعة طاقة نتيجة الكبح على شكل أشعة سينية، أمّا الطيف الخطي فينشأ عن الانتقالات الالكترونية لملء الثقوب الداخلية في الذرات المهيّجة في صفيحة الهدف.

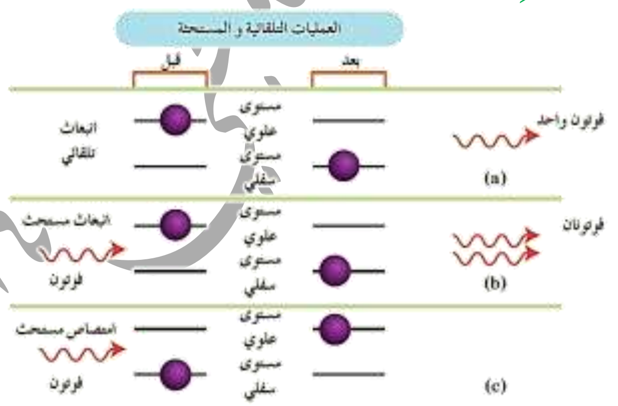
______انتهى البحث______

أشعةُ اللّيزر

اللّيزر: تضخيمُ الضَّوء بالإصدار المحثوث للأشعة .

وهو عبارةٌ عن موجات كهرطيسيّة تتكوَّنُ من فوتونات عاليةِ الطّاقة مُتساويةٍ في التّواترِ ومُتَّفِقةٍ في الطّور والاتّجاه يرسل كمّيّات مُتساويةٍ من الضَّوء من حيثُ التّواتر والطّور، تندمجُ مع بعضِها البعض لتُصبحَ على هيئةِ حزمةٍ ضوئيّةٍ تتّسمُ بالطّاقة العالية، وذات تماسُكٍ شديد .

آليةُ عملِ اللّيزر:



1) امتصاصُ الضَّوء: يحدثُ انتقالُ الذّرّة من مُستوى طاقةٍ أدنى E_1 إلى مُستوى طاقةٍ مُثار E_2 وذلك بامتصاص فوتون طاقتُه تُساوي فرقَ الطّاقةِ بين هَذين المُستويَين أي: $\Delta E = E_2 - E_1 = h.f$.

2) الإصدارُ التّلقائيّ: إذا كانَت الذّرّةُ مُثارةً فهي تَميلُ دائماً إلى حالةِ الاستقرار، فتعودُ تلقائيّاً بعدَ مُدّةٍ زمنيّةٍ قصيرةٍ إلى المُستوَى الأدنى، وهذا يصاحبُه إصدارُ فوتون طاقتُه تُساوي فرقَ الطّاقةِ بين المُستويَين:

$\Delta E = E_2 - E_1 = h.f$ يكونُ اتّجاهُ الإصدار التّلقائيّ عشوائيّاً، وتكونُ الفوتوناتُ الصّادرةُ غيرَ مُترابطة، أي فرق الطّور بين الأمواجِ الكهرطيسيّة النّاتجة غير ثابت .

3) الإصدارُ المحثوثُ: يحدثُ عندَ تعرُّض الذّرّة المُثارةَ لحزمةٍ ضوئيّة يحقّقُ تواترُها العلاقة $\Delta E = h.f$ فرق الطّاقة بين السّوية المُثارةَ والسّوية الأساسيّة، في هذه الحالة يؤدّي مرورُ فوتون بجوار الذّرّة المُثارة إلى تحفيزِ إلكترون الذّرّة المثار للعودة إلى السّوية الأساسيّة، فيصدرُ فوتونٌ آخرُ يتمتّعُ بالخواصّ الآتية:

a) طاقتُه تُساوي طاقةَ الفوتون الوارد أي لهما التّواتُر ذاتُه .

b) جهةُ حركتِه تنطبق على جهة حركة الفوتون الوارد .

c) طورُه يُطابِق طورَ الفوتون الوارد .

الفرقُ بين الإصدارِ المحثوثِ والإصدارِ التّلقائيّ:

الإصدارُ التّلقائيّ:

1) يحدثُ بوجودِ حزمةٍ ضوئيّةٍ واردةٍ أو بعدمِ وجودِها .

2) يحدثُ في جميعِ الاتّجاهات .

3) طورُ الفوتون الصّادر يُمكِنُ أن يأخذَ أيّ قيمة .

الإصدارُ المحثوث:

1) يحدثُ بوجودِ حزمةٍ ضوئيّةٍ يحقّقُ تواترُها العلاقة:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h.f$$

حيثُ (ΔE) هي فرقُ الطّاقةِ بين السّويّة المُثارة والأساسيّة .

2) جهةُ الفوتون الصّادر هي نفسُ جهة الفوتون الوارد .

3) طورُ الفوتون الصّادر يطابقُ طورَ الفوتون الوارد .

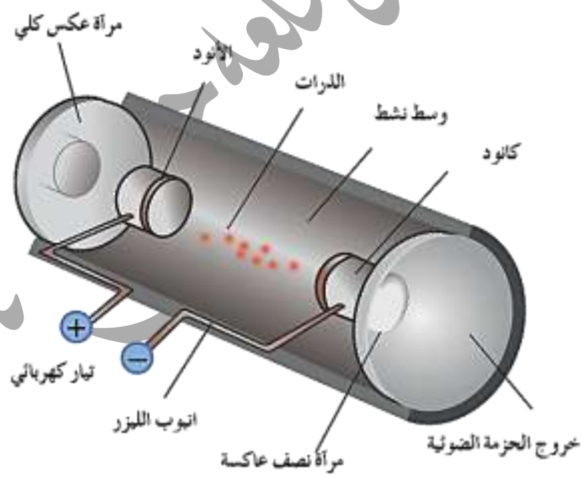
خواصّ حزمةِ اللّيزر:

1) وحيدةُ اللّون: أي لها ذاتُ التّواتر.

2) مُترابطةٌ بالطّور: فوتوناتُ الإصدار المحثوث لها طورُ الفوتون الّذي حثّها نفسه.

3) انفراجُ حزمةِ اللّيزر صغيرٌ: أي لا يتوسّعُ مقطعُ الحزمة كثيراً عندَ الابتعاد عن منبع اللّيزر.

مكونات جهاز اللّيزر:



1) الوسط الفعّال: يحوي عدداً كبيراً من الذّرات تكونُ بعضها في السّويّة الأساسيّة وعددها N ، وبعضها الآخرُ في السّويّة المُثارة وعددها N^* .

ـ إذا عبرَت حزمةٌ ضوئيّة تواتُرها f بحيثُ $\Delta E = hf$، فإنّ امتصاصَ الفوتونات يتناسبُ طرداً مع N وإنّ إصدارَ الفوتونات بالإصدار المحثوث يتناسبُ طرداً مع N^* .

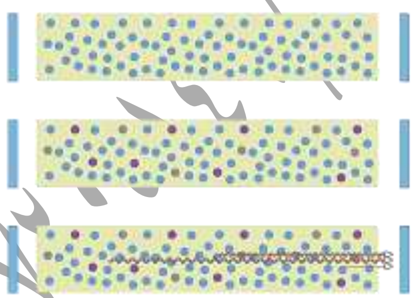
ـ إذا كان $N < N^*$ فإنّ عددَ الفوتونات النّاتجة عن طريقِ الإصدار المحثوثِ سيكونُ أكبرَ من عددِ الفوتونات الّتي تمَ امتصاصُها، وهذا يؤدّي إلى زيادةِ شدّةِ الحزمة الضّوئيّة بعدَ عبورِها الوسطَ، ونقولُ عن الوسطِ أنّه وسطٌ مُضخّمٌ يصلحُ لتوليد اللّيزر.

ـ إذا كان $N > N^*$ فإنّ عددَ الفوتونات النّاتجة عن طريقِ الإصدار المحثوث سيكونُ أصغرَ من عددِ الفوتونات التي جرى امتصاصُها، ومن ثمّ سوفَ تنقصُ شدّةُ الحزمة بعدَ عبورها الوسطَ، ولا يُمكِنُ للوَسط أن يولّد اللّيزر.

2) حجرةُ التّضخيم: تتكوّنُ من مِرآتين مستويتين توضَعُ المادّة الفعّالة (الوسط المُضخّم) بينَهما والتي تسمحُ كلٌّ منهما للحزمة الضّوئيّة بالانعكاس من جديد باتّجاه الوسط المضخّم.

نجعلُ عاكسيّة إحدى المِرآتين كاملةً بينَما تكونُ عاكسية الثّانية غيرَ كاملةٍ ممّا يسمحُ بخروجِ جزء من الحزمة الضّوئيّة إلى الوسط الخارجيّ الذي يُشكّلُ اللّيزرُ جزءاً منه.

توليدُ أشعّة اللّيزر يعتمدُ على إعادةِ تمرير الحزمة الضّوئيّة في الوسط المُضخّم مرّاتٍ عديدة ووفق المَنحى نفسه، وكلّما ازدادَ عددُ الحزم الضّوئيّة المارّة في الوسط ازدادَ عددُ الإصدارات المحثوثة التي تتّفقُ مع الحزمة بالاتّجاه ومعَ الفوتونات بالتّواتُر والطّور، ممّا يزيدُ من طاقةِ الحزمة أي يضخمها.



2) جملةُ الضّخّ: الإصدارُ المحثوث يعيدُ الذّرّات إلى السّويّة الأساسيّة، فلابدّ من مؤثّرٍ خارجيّ (مصدر ضوئيّ مُناسِب) على الوسط المُضخّم يقومُ بتقديم طاقةٍ للوسَط المُضخّم، الذي يعمل على إثارة الذّرّات للتّعويض عن انتقال الذّرّات إلى الحالة الأساسيّة نتيجة الإصدار المحثوث.

وهناك ثلاثة أنواعٍ من طرق الضخّ:

a) الضخّ الضوئيّ: تُستعمَلُ مصابيحُ (ومّاضة) للحصول على ليزراتٍ تعملُ ضمنَ الطّيفِ المرئيّ أو طيف تحت الحمراء القريب منه مثل اللّيزر الياقوتيّ.

b) الضخّ الكهربائيّ: عن طريق التّفريغ الكهربائيّ للغاز داخلَ الأنبوب، وتُستعمَلُ هذه الطّريقة في اللّيزرات الغازيّة واللّيزر شبه الناقل.

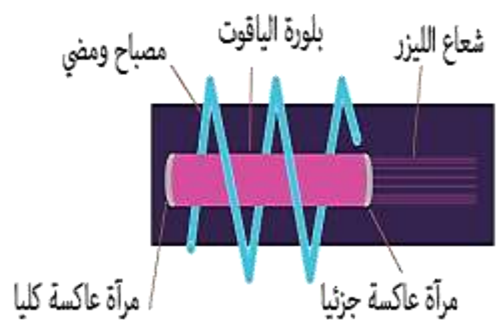
c) الضخّ الكيميائيّ: يكونُ التّفاعُل الكيميائيّ بين مُكوّنَاتِ الوسطِ الفعّالِ أساسَ توليدِ الطّاقة لتوليدِ اللّيزر ولا تحتاجُ لمصدر طاقةٍ خارجيّة.

بعضُ أنواعِ اللّيزر:

اللّيزرات الغازيّة: يكونُ الوسط المُضخَّم غازيّاً. مثل ليزر (هليوم_نيون) يُستخدَمُ في المَخابر يستخدمُ هذا اللّيزر الانفراغَ الكهربائيّ لإثارة الذرّات.

اللّيزرات الصّلبة: ليزر نصف النّاقل: وفيه يكونُ الوسطُ المُضخَّم من مادّة نصف ناقلة، يُستخدَمُ في الاتّصالات.

اللّيزر الياقوتيّ: هو ليزرٌ يكونُ فيه الوسطُ الفعّالُ مادّةَ الياقوت.



اللّيزراتُ السّائلة: يُستخدَمُ فيه كلوريدُ الألمنيوم المُذاب في الكحول الإتيليّ كوسطٍ فعّال.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابة الصَّحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) تتمتّعُ حزمةُ اللّيزر بإحدى الخواصّ الآتية:

a) مُترابطة في الطّور.

b) انفراج حزمة اللّيزر يضيقُ عندَ الابتعادِ عن منبعِ اللّيزر.

c) لها أطوارٌ مُختلفة.

d) طول موجتها أكبرُ من طول موجةِ الضوء الوارد.

الإجابة الصحيحة: a) مُترابطة في الطّور.

2) الإصدارُ التّلقائيّ:

a) لا يحدثُ إلا بوجودِ حزمةٍ ضوئيّة واردة.

b) يحدثُ بوجود حزمةٍ ضوئيّة واردة على الذّرّة المُثارة أم لم يكن هناك حزمة.

c) يحدثُ باتّجاهٍ مُحدّد.

d) فوتوناته تطابقُ فوتوناتِ الأشعّة الواردة على الذّرّة.

الإجابة الصحيحة: b)

3) إذا عبرَت حزمةٌ ضوئيّةٌ تتمتّعُ بتواترٍ مُناسِب الوسطَ المُضخَّمَ فإنّ امتصاصَ الفوتونات يتناسبُ طرداً معَ:

a) عدد الذّرّات في السّويّة غير المُثارة.

b) عدد الفوتونات.

c) درجة الحرارة.

d) عدد الذّرّات في السّويّة المُثارة.

الإجابة الصحيحة: a)

4) إذا عبرت حزمةٌ ضوئيّةٌ تتمتّعُ بتواترٍ مناسبِ الوسطَ المُضخَّمَ فإنَّ إصدارَ الفوتوناتِ بالإصدار المحثوث يتناسبُ طرداً مع:

a) عدد الذّرّات في السّويّة غير المُثارة.

b) عدد الفوتونات.

c) درجة الحرارة.

d) عدد الذّرّات في السّويّة المُثارة.

الإجابة الصحيحة: (d

ثانياً: فسِّر ما يأتي:

1) لا يُمكِنُ الحصول على وسطٍ مُضخَّم من دون استخدامِ مُؤثِّرٍ خارجيٍّ؟

لأن الاصدار المحثوث يعيد الذرات الى السوية الأساسية فتخسر طاقة، فلا بد من مؤثر خارجي يقدم الطاقة للوسط المضخم لإثارة الذرات من جديد ويعوض عن انتقال الذرات الى الحالة الطاقية الأساسية.

2) لا تتحلّلُ حزمةُ اللّيزرِ عندَ إمرارِها عبرَ موشورٍ زجاجيٍّ؟

لأن حزمة الليزر وحيدة اللون.

ثالثاً: اكتبْ خواصَّ حزمةِ اللّيزر.

1) وحيدة اللون، أي لها التواتر ذاته.

2) مترابطة بالطور.

3) انفراج حزمة الليزر صغير.

حل التفكير الناقد: تصمّم في الوقت الرّاهن أنواع عديدة من أجهزة اللّيزر، ويكتسب اللّيزر النّاتج اسمه من الموادّ المستخدمة عدد بعضاً منها.

الجواب: في الليزرات الغازية المادة المستخدمة يكون الوسط المضخّم غازاً.

في الليزر نصف الناقل: المادة المستخدمة مادة نصف ناقلة

في الليزر الياقوتي: المادة المستخدمة هي الياقوت

في الليزرات السائلة: المادة المستخدمة كلوريد الأمونيوم المذاب في الكحول الإتيلي.

_____انتهى البحث_____

الفيزياء الفلكية

- إشعاعُ الكواكب يبدو أكثر ثباتاً من إشعاعِ النُّجوم.
- مواقعُ الكواكب متغيّرة أمّا النُّجوم فتبقى في تشكيلات تبدو ثابتة.
- تتحرّكُ الكواكبُ في مجال معيّن بالنّسبة لمراقب على الأرض أمّا النُّجوم فهي تنتشرُ على امتدادِ القبةِ السّماويّة.
- باستخدامِ التّلسكوب تبدو الكواكبُ أكثر وضوحاً، أمّا النُّجوم فتبقى نقاطاً مضيئةً.

المجموعةُ الشّمسيّة: كواكبُ المجموعةِ الشّمسيّةِ ثمانيةٌ، أربعةٌ منها غازيّةٌ وهي الأبعد عن الشمس (المشتري _ زحل _ أورانوس _ نبتون) والباقي صخريّةٌ وهي الأقرب إلى الشمس (عطارد _ الزهرة _ الأرض _ المريخ).

والشّمس كما النّجوم الأخرى تحوي بشكل رئيسي الهدروجين والهليوم، ومع مرور الزّمن تزدادُ كمّيّة الهليوم وتقلُّ كمّيّة الهدروجين، وتقلّ كتلة الشّمس مع مرور الزّمن.

وفي النّجوم يندمجُ الهدروجين ليعطي الهليوم، ويتحوّل النّقصُ في الكتلةِ نتيجة ذلك إلى طاقة وفق علاقة آينشتاين في النّسبية الخاصة $\Delta E = \Delta m . c^2$.

تطبيق: يتلقّى كلّ $1m^2$ من سطح الأرض وسطيّاً $6.3 \times 10^4 J$ في كلّ ثانيةٍ عند التّعرّض لأشعّة الشّمس، باعتبار أنّ 47% من أشعّة الشّمس تصل إلى سطح الأرض والباقي يمتصّه الغافُ الجوي أو يرتدّ عنه إلى الفضاء

والمطلوب: احسب النّقص في كتلة الشّمس في كلّ ثانية، إذا علمت أنّ بعدها عن الأرض 150 مليون كيلومتر (يهمل بعد الغلاف الجوي عن سطح الأرض).

الحل:

الطّاقة المقدّمة لكل $1m^2$ من الأرض:

$$E_1 = 6.3 \times 10^4 \times \frac{100}{47} \Rightarrow$$

$$E_1 = 13.4 \times 10^4 J$$

فتكون الطّاقة الكلّيّة الصّادرة عن الشّمس خلال ثانية هي:

$$\Delta E = 4\pi r^2 . E_1$$

$$\Delta E = 4\pi(150 \times 10^6 \times 10^3)^2 . (13.4 \times 10^4)$$

$$\Delta E \approx 38 \times 10^{27} J$$

هذه الطّاقة ناتجة عن النّقص في كتلة الشّمس وفق علاقة آينشتاين $\Delta E = \Delta mc^2$.

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{38 \times 10^{27}}{(3 \times 10^8)^2} = 4.22 \times 10^{11} Kg$$

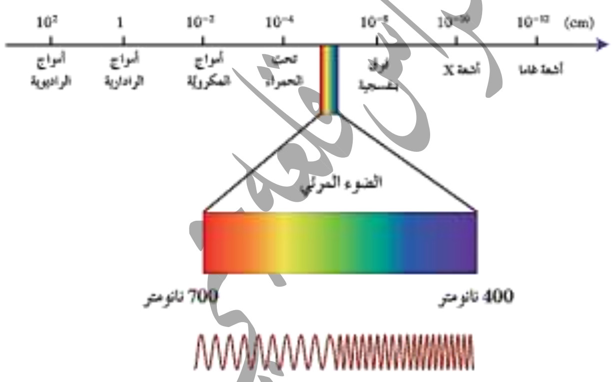
وهو مقدار النّقص في كتلة الشّمس في كلّ ثانيةٍ واحدة.

تحوُّل الهدروجين إلى هليوم في النُّجوم (الشّمس مثلاً):

يفسّر العلماء توليد النّجوم للطّاقة من فكرة نشأتها وفق نظريّة السّديم التي تنصّ: يبدأ التّفاعل النّووي داخل النّجم عندما تنهار سحابة مكوّنة من الغاز والجسيمات تحت تأثير الضّغط النّاتج عن جاذبيّتها فيولّد هذا الانهيار كرة كبيرة من الضوء ويبدأ الاندماج بين الذّرّات تحت تأثير الضّغط والحرارة المرتفعين، فيندمج الهدروجين الذي يشكّل النّسبة الأكبر من النّجم ليتحوّل إلى هيليوم، وتصدر الطّاقة نتيجة النّقص في الكتلة وفق علاقة آينشتاين.

الإشعاعُ النَّجميّ: يُمكِنُ تحديدُ كتلةِ النّجم، وعمره، وتركيبه الكيميائيّ، وعدّةِ خصائصَ أخرى بمُلاحَظةِ ودراسةِ طيفِه وشدّةِ إضاءَتِه وحركتِه.

الانزياحُ نحوَ الأحمرِ: لاحظَ العالِم هابل خلالَ رصدِه للمجرّاتِ البعيدةِ انزياحَ طيفِ المَجرّاتِ نحوَ الأحمرِ كلّما كانَت أبعد فما دلالة ذلك؟



الضّوءَ هو الطّيفُ المرئيُّ منَ الأمواجِ الكهرطيسيّة، تتدرّجُ ألوانه منَ البنفسجيّ إلى الأحمرِ وكلّما زادَ الطولُ الموجيّ اقتربَ اللّونُ منَ الأحمرِ.

تأثيرُ دوبلر: بما أنّ الصّوتَ موجةٌ، فماذا يحدثُ عندمَا يبتعدُ المنبعُ المولّدُ الموجةَ (منبع الاهتزاز) عنِ المُراقب؟

عندمَا يكونُ المنبعُ ساكِناً بالنّسبةِ للمُراقب تشغلُ الموجةُ مسافة λ.

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

عندمَا يتحرّكُ المنبعُ مُبتعِداً عنِ المُراقب بسرعةِ v' تشغلُ المَوجةُ مسافة λ':

$$\lambda' = \frac{v + v'}{f} = \frac{v + v'}{\frac{v}{\lambda}}$$

$$\lambda' = (1 + \frac{v'}{v})\lambda$$

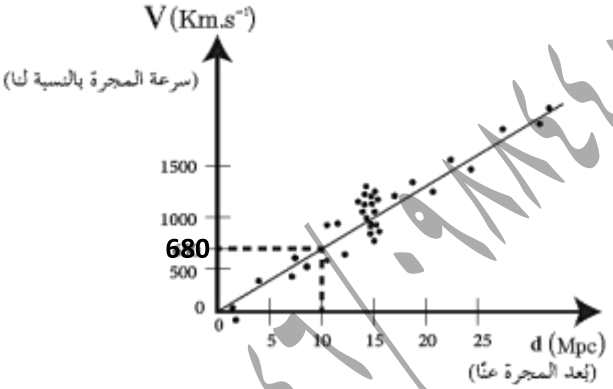
هذا يعني أنّ λ' أكبرُ من λ.

أستنتج: عندمَا يبتعدُ منبعٌ موجيٌّ عن مُراقبٍ فإنّ الطولَ الموجيّ يزدادُ، وبما أنّ الضّوءَ ذا الطّولِ الموجيّ الأكبرِ هو الأحمرُ، فعندمَا يبتعدُ المنبعُ الضّوئيُّ عنِ المُراقب ينزاحُ الطّيفُ نحوَ الأحمر.

ثابت هابل: لاحظَ هابل انزياحَ طيفِ المَجرّاتِ الأكثرِ بُعداً عنّا نحوَ الأحمرِ؛ أي ازدياد في الطّولِ الموجيّ، وهذا يعني وفقَ دوبلر زيادةً في سرعةِ الابتعادِ عنّا، وتوصّلَ هابل إلى أنّ المَجرّةَ كلّما كانَت أبعدَ كانَت سرعةُ ابتعادِها أكبرَ وفقَ العلاقة:

$v' = H_0 d$ حيث v' سرعةُ المَجرّةِ بالنّسبةِ لنا، H_0 ثابت هابل، d بعدَ المَجرّةِ عنّا.

تطبيق:



1) أحسبُ ثابتَ هابل بدلالةِ الواحداتِ المُستخدَمة في التّمثيل البيانيّ السّابق، ثمّ بدلالةِ الواحداتِ الدّوليّةِ علماً أنّ PC هو الفرسخُ الفلكيّ، ويُساوي 3.26 سنة ضوئيّة.

2) أحسبُ بُعدَ مجرّةٍ رُصِدَ خطّ طيفِ الهيدروجين فيها فكانَت نسبةُ انزياحِ طولِ المَوجةِ إلى الطّولِ الأصليّ $\frac{1}{30}$.

3) كم سنة يستغرقُ الضّوء للوصولِ إلينا من تلكَ المَجرّة؟

الحل:

1) نأخذُ البُعدَ بينَ الصّفرِ و $10Mpc$ لنجد أنّ السُّرعة المُقابلة هي بينَ الصِّفرِ و $680\ Km.s^{-1}$.

$$H_0 = \frac{v'}{d}$$

$$H_0 = \frac{680}{10} = 68Km.s^{-1}/Mpc$$

2) لنحسبَ السّنةَ الضّوئيّة وهي المسافةُ التي يقطعُها الضّوءُ في الخلاءِ خلالَ سنةٍ:

$$\text{Light yeaer} = 3\times10^{8}\times60\times60\times24\times365.25$$
$$= 9.46728\times10^{15}m$$
$$pc = 3.26\times9.4678\times10^{15}\approx 3\times10^{16}m$$
$$H_0 = \frac{68\times10^{3}m.s^{-1}}{10^{6}(3\times10^{16})m} = \frac{68}{3}\times10^{-19}s^{-1}$$

3)
$$\lambda' = (1+\frac{v'}{c})\lambda = \lambda + \frac{v'}{c}\lambda$$
$$\lambda' - \lambda = \frac{v'}{c}\lambda \Rightarrow$$
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v'}{c} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{v'}{3\times10^{8}} \Rightarrow v' = 10^{7}m.s^{-1}$$

ومن قانون هابل: $v' = H_0.d$

$$10^{7} = \frac{68}{3}\times10^{-19}d \Rightarrow d = \frac{3}{68}\times10^{26}m$$

لكن: $c = \frac{d}{t}$

$$3\times10^{8} = \frac{\frac{3}{68}\times10^{26}}{t} \Rightarrow t = \frac{1}{68}\times10^{18}S$$

فيكون هذا الزّمن مُقاساً بالسّنواتِ:

$$t = \frac{\frac{1}{68}\times10^{18}}{60\times60\times24\times365.25} = 0.466\times10^{9}years$$

وهذا يعني أنّ ما نراه في تلك المجرّةِ اليوم قد حدث منذ 0.466 مليار سنة.

أنواعُ النُّجوم: يحوي نظامُنا الشّمسيّ نجماً واحداً مُفرَداً هو الشّمسُ لكنّ التّلسكوباتِ أظهرت لنا أنّ الكثيرَ من النُّجومِ ثنائيّة تدور حول بعضِها البعض.

نظريةُ الانفجارِ الأعظم: تقولُ النظرية أنّ الكونَ نشأ قبلَ حوالي 13.8 مليار سنةٍ. حيث كانَ الكونُ عبارةً عن نقطةٍ مُنفردةٍ صغيرةٍ جداً، ذات كثافةٍ عاليةٍ جداً من المادّة والحرارة التي تفوق الخيالَ. ثمّ حدثَ الانفجارُ العظيمُ. وبدأتَ المادّةُ تأخذ أشكالَها، فتشكّلت في البدايةِ الجُسيماتُ الأوليّة، ثمّ الذّرّات والجُزيئاتُ والغبارُ الكونيّ، فالنّجومُ والمجرّات، واستمرّ توسّعُ الكونِ إلى يومنا هذا.

الأسسُ الفيزيائيّةُ لنظريّةِ الانفجارِ الأعظم:

- الانزياحُ نحوَ الأحمرِ لطيفِ المجرّات.
- وجودُ تشويش ضعيفٍ لموجاتٍ راديويّة قادمة بشكلٍ مُنتظمٍ تماماً من جميعِ اتّجاهاتِ الكون، وبالشدّةِ نفسِها المُتوقعة في وقتنا الحاضر لإشعاعِ الانفجارِ الأعظم.
- وجودُ كميّاتٍ هائلةٍ من الهيدروجين والهليوم في النّجوم، فكميّةُ الهليومِ التي تحويها شمسُنا أكبرُ بثلاثةِ أضعافٍ من الكميّةِ التي يُمكن أنْ تتولّدُ نتيجةَ اندماج الهيدروجين في قلبِ الشّمس، وهذا يستدعي وجودَ مصدرٍ هائلٍ آخر درجةُ حرارته أعلى بكثيرٍ من درجةِ حرارةِ الشّمس، إنّها الدّقائقُ الأولى من بدءِ الانفجارِ الأعظم.

تطبيقٌ: احسب عمرَ الكونِ التّقريبيّ اعتماداً على قانونِ هابل، باعتبارِ ثابتِ هابل تقريباً: $H_0 = \frac{68}{3} \times 10^{-19} s^{-1}$

الحل: d هي بُعدُ مجرّةٍ ما عنّا، وهي المسافةُ التي قطعتْها المَجرّةُ منذ حدوثِ الانفجارِ الأعظمِ و t الزّمنَ الذي مضى على حدوثِ الانفجارِ الأعظم.

عمر الكون $v' = \frac{d}{t}$ لكن: $v' = H_0 . d$

$$\frac{d}{t} = H_0 . d$$

$$t = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{\frac{68}{3} \times 10^{-19}} = \frac{3}{68} \times 10^{19}\ S$$

فيكونُ عمرُ الكونِ التّقريبيّ بالسّنوات:

$$t = \frac{\frac{1}{68} \times 10^{19}}{60 \times 60 \times 24 \times 365.25}$$
$$\approx 14 \times 10^{9} years$$

توزُّعُ المَجرّاتِ في الكونِ:

المجرة: هي نظامٌ كونيٌّ مُكوّنٌ مِن تجمّعٍ هائلٍ مِن النُّجومِ والغبارِ والغازاتِ التي ترتبطُ معاً بقوى تجاذبٍ مُتبادَلة، وتدورُ حولَ مركزٍ مُشتركٍ وتسمّى مجرّتنا دربَ التّبانة، ويوجدُ فيها أكثرُ من 2×10^{11} نجمٍ ويقدّرُ العلماءُ أنّ هناك حوالي 10^{10} إلى 10^{12} مجرّةً تقريباً في الكونِ المنظور.

السّرعةَ الكونيّةَ الأولى و الثّانية:

- قوّةُ التّجاذبِ الكُتليّ بينَ جسمينِ تتناسبُ طرداً مع كتلتَيهما، وعكساً مع مربّعِ البُعدِ بينهما، فتُصبحُ القوةُ لانهائيّةً عندمَا يتناهى البُعدُ بينَ الكتلتَينِ إلى الصّفر.

- إذا افترضنا أنّ مراقبٌ على سطحِ الأرض، وأراد إلقاءَ جسمٍ للأعلى حتّى يفلتَ مِن جذبِ الأرضِ وينطلقَ في الفضاء، فيجبُ إعطاؤه طاقةً حركيّةً أكبرَ من طاقةِ الجذبِ الكامنةِ له:

$$E_K = E_P$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = F_E r \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = G \frac{mM}{r^2} r$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$$

حيث: v سرعةُ الإفلاتِ من الأرضِ (السّرعة الكونيّة الثّانية).

G ثابتُ التّجاذبِ العالميّ.

M كتلةُ الأرض (الجسم الجاذِب).

r نصفُ قطرِ الأرض.

- السّرعةُ الكونيّةُ الأولى هي السّرعةُ المداريّةُ التي تجعلُ الجسمَ يدورُ ضمنَ مدارٍ حولَ الجسمِ الجاذبِ بحركةٍ دائريةٍ منتظمة.

تطبيقٌ: احسبِ السّرعةَ الكونيّةَ الثّانيةَ لأرض، علماً أنّ نصفَ قطرِ الأرضِ يُعتبرُ $6400 Km$ وتسارُعَ الجاذبيةِ الأرضيّةِ على سطحِ الأرض $g = 10 m.s^{-2}$.

الحل: بما أنّ ثقلَ الجسمِ هو قوّةَ جذبِ الأرضِ للجسمِ فإنّ:

$$F_E = W$$

$$G \frac{mM}{r^2} = m.g$$

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow r.g = G \frac{M}{r}$$

فتكونُ سرعةُ الإفلاتِ (السّرعة الكونيّة الثّانية):

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2gr}$$

$$v = \sqrt{2gr} = \sqrt{2 \times 10 \times 6400 \times 1000}$$
$$v = 8\sqrt{2} \times 10^{6} m.s^{-1}$$

- كلّما نقصَ نصفُ قطرِ الجسمِ الجاذبِ وزادَت كثافتُه سوف تزداد سرعةُ الإفلاتِ اللازمة للتّحرُّرِ من سطحِه.
- بما أنه لا يُمكِنُ لأيِّ جسمٍ أن تتجاوزَ سرعتُه سرعةَ الضوءِ في الخلاءِ، فيكفي أن يكونَ نصفُ قطرِ الجسمِ الجاذِبِ يُعطى بالعلاقة:

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2}$$

وهي علاقة نصف قطرِ شفارتزشيلد.

الثّقبُ الأسودُ: حيّزٌ كثافتُه هائلةٌ بحيثُ لا يُمكِنُ لشيءِ الإفلاتُ من جاذبيّتِه حتّى الضوء وله قوّةٌ جاذبيّةٌ جبّارةٌ يستحيل على أيِّ شيءٍ الإفلاتُ من جاذبيّته بما في ذلك أشعّة الضوء. لذا تبدو هذه المنطقة غيرَ مرئيّةٍ في الفضاء.

رصدُ الثّقوب السّوداءِ:

كيفَ يُمكِنُ رصدُ الثّقوبِ السّوداء على الرّغمِ من أنه لا يُمكِنُ رؤيتُها فهي تبتلعُ الضّوء؟

1) سلوكُ الأجسامِ المُجاورةِ للثّقوبِ السّوداء: إذا توقّعْتَ وجودَ شخصٍ في غرفةٍ مُظلمةٍ تماماً ولا تمتلكُ أيَّ أداةٍ للرُّؤيا اللّيليّة فكيفَ يُمكِنُ أنْ تتأكّدَ من وجودِه وتحدّدَ مكانَه؟ إنَّ سلوكَ الأشياءِ المُحيطةِ يُمكِنُ أنْ تدلّكَ كحركةِ البابِ وصوتِه أو أيِّ حركةٍ غيرِ اعتياديّةٍ في الغرفة.

هذا ما اعتمدَه العلماءُ في رصدِ الثّقوبِ السّوداءِ من خلالِ دراسةِ الحركاتِ غيرِ المُتوقّعةِ للنّجومِ أو الغبارِ أو الغازاتِ المُحيطةِ بالأماكنِ غيرِ المرئيّة.

2) الانبعاثُ الإشعاعيُّ: تدورُ النُّجومُ المُجاورةُ والأجسامُ الأخرى حولَ الثّقبِ الأسود، وترتفعُ درجةُ حرارةِ هذه الأجسامِ لملايينِ الدّرجاتِ المئويّة وتنبعثُ منها أشعّةٌ سينية. ويُمكِنُ رصد هذه الأشعّة بوساطةِ مراصد الأشعّة السّينيّة.

3) تأثيرُ عدسةِ الجاذبيّة: وفقَ النّظريّة النّسبيّة العامّة تحدثُ الجاذبيّةُ انحناءً في الفضاء، فضوء النّجومِ أو المجرّات الذي يمرُّ بجوارِ ثقبٍ أسودَ ينحني فتبدو تلكَ النّجومُ أو المجرّات في غيرِ أماكِنها بالنّسبة للتّلسكوبات الأرضيّة تعرفُ هذه الظّاهرة باسمِ عدسةِ الجاذبيّة.

اختبر نفسي:

أولاً: اخترِ الإجابةَ الصَّحيحة:

1) خلالَ فترةِ حياةِ نجمٍ تتغيَّر نسبةُ الهيدروجين فيه، فعندَ ولادتِه كانَت 70%، ثمَّ انتهَت حياتُه بحدثٍ فلكيٍّ يعرَفُ بالمُستعرِ الأعظمِ حيثُ كانَت نسبةُ الهيدروجين فيه:

a) 70%.
b) أكثر من 70%.
c) أقل من 70%
d) قد تكون أكثرَ أو أقل من 70%.

الإجابة الصحيحة: c)

2) نجحَت الجمعيَة الفلكيّة السّوريّة في إطلاقِ اسم تدمر على الكوكب الذي يدورُ حولَ نجم الرّاعي. إذا علِمتَ أنَّ كوكبَ تدمر يبتعدُ عن نجمِ الرّاعي مسافةً تُعادل تقريباً 2 وحدة فلكيّة أي ضعف المسافة بين الأرضِ والشّمسِ، وأنَّ السّرعةَ الخطّيّة المداريّة لكوكب تدمر ثلثا السُّرعة الخطّيّة المداريّة لأرض، فالسّنة على كوكب تدمرَ تُساوي:

a) 4 سنة أرضية.
b) 2 سنة أرضية.
c) 3 سنة أرضية.
d) سنة أرضية واحدة.

0988440574
0947205146

الإجابة الصحيحة: c)

$t=\frac{2\pi r}{v}$ زمن دورة كاملة للأرض = سنة أرضية.

$t'=\frac{2\pi r'}{v'}$ زمن دورة كاملة لكوكب تدمر حول نجم الراعي.

نسب العلاقتين: $\frac{t'}{t}=\frac{\frac{2\pi r'}{v'}}{\frac{2\pi r}{v}}$ بالتالي: $\frac{t'}{t}=\frac{v.r'}{v'.r}$

$\frac{t'}{t}=\frac{v.2r}{\frac{2}{3}v.r}$ بالتالي: $\frac{t'}{t}=3 \Leftarrow$

$t'=3t=3x1=3$ سنة أرضية

3) إذا علمت أنّ مجرّة المرأة المُتسلسلة الأقربُ إلى مجرّتنا درب التّبانة تقترب من مَجرّتنا مُخالِفةً بذلك أغلبَ المَجرّات الأخرى، فالطّيفُ الآتي من مجرّة المرأة المُتسلسِلة هو بالنّسبة لنا:

a) ينزاحُ نحوَ الأحمرِ.
b) ينزاحُ نحوَ الأزرق.
c) لا يتغيّرُ.
d) يزدادُ طول مَوجته.

الإجابة الصحيحة: b)

4) إنّ ثابت هابل هو:

a) مُعدّل تغيُّر سرعة تمدُّد الكون مع الزمن.
b) مُعدّل تغيُّر سرعة تمدُّد الكون مع المسافة.
c) مُعدّل تغيُّر المسافة بين المجرّات مع الزّمن.
d) مُعدّل تغيُّر تسارُع تمدُّد الكون مع المسافة.

الإجابة الصحيحة: b)

5) تبتعدُ مجرّةٌ a عنّا عشرةَ أمثال بُعد مجرّة b فنسبةُ سرعةِ المجرّة b إلى سرعةِ المجرّة a:

a) 10　b) 1　c) 0.1　d) 0.01

نسب العلاقتين: $v'_b=H_b.d_b$ و $v'_a=H_a.d_a$:

$\frac{v'_a}{v'_b}=\frac{d_b}{d_a}$ بالتالي: $\frac{v'_a}{v'_b}=\frac{d_b}{10d_b}$ بالتالي:

$\frac{v'_a}{v'_b}=\frac{1}{10}=0.1$

الإجابة الصحيحة: c)

6) الثّقوبُ السّوداء هي بالضّرورة:

a) ذات كتلة هائلة.
b) ذات كثافة هائلة.
c) ذات حجمٍ هائل.
d) ذات نصف قطرٍ هائل.

الإجابة الصحيحة: b)

ثانياً: أجب عن الأسئلة التالية:

1) يُمكن أن تُرسل رحلات علميّة غير مأهولة لتحطّ على سطح أحدِ أقمارِ المُشتري، لكن لا يُمكن لها أن تحطّ على المُشتري نفسه، لماذا برأيك؟

الحل: لأنه كوكب غازي أما أقماره فهي صخرية.

2) عندما يكون المنبعُ المَوجي ساكناً بالنّسبة للمُراقب فإنّ $\lambda=\frac{v}{f}$، وعندما يقتربُ المنبعُ المَوجي من المُراقب بسرعة v' تشغل الموجة المسافة λ'، أوجد العلاقة بين λ' و λ ولماذا تُسمّى هذه الظّاهرة في الطّيف المرئي: الانزياح نحو الأزرق؟.

الحل: $\lambda'=\frac{v-v'}{f}=(\frac{v-v'}{v})\lambda=(1-\frac{v'}{v})\lambda$

أي أنّ λ' أصغر من λ لذلك تسمّى هذه الظاهرة الانزياح نحو الأزرق.

3) اذا علمت أنّ السّرعة الكونيّة الأولى هي السّرعة المداريّة التي تجعل قوّة العطالة النّابذة للجسم تساوي قوّة جذب الأرض له، وأنّ السُّرعة الكونيّة الثانية هي السُّرعة التي تجعل الطّاقة الحركيّة للجسم المُبتعِد عن الأرض تساوي طاقة

الجذب الكامنة، فاستنتج العلاقة بين السُّرعة الكونيّة الثانية والسُّرعة الكونيّة الأولى .

الحل: استنتاج علاقة السرعة الكونية الأولى : وهي السرعة المدارية التي تجعل الجسم يدور ضمن مدار حول الجسم الجاذب بحركة دائرية منتظمة .

$$F_c = F_E$$
$$m a_c = G\frac{mM}{r^2}$$
$$m\frac{v_1^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}$$
$$v_1 = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

استنتاج علاقة السرعة الكونية الثانية:

$$E_k = E_p$$
$$\frac{1}{2}mv_2^2 = F_E r$$
$$\frac{1}{2}mv_2^2 = G\frac{mM}{r^2}r$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

العلاقة بين السرعتين الكونيتين الأولى والثانية:

$$v_2 = \sqrt{2}v_1$$

ثالثاً: حُلَّ المسائل التّالية:

المسألة الأولى: أفترضُ أنّ الأرضَ انكمشَت حتّى أصبحَت ثقباً أسودَ، كم يجبُ أن يكونَ نصفُ قطرها ؟ علماً أنّ نصفَ قطرِ الأرضِ الحالي يُساوي $6400\ Km$ هل ستبتلعُ الأرضُ عندئذٍ القمرَ اذا تجمّعَت كتلةُ الأرض حول مركزِها ؟ لماذا برأيك؟ .

الحل: نصف قطر شفارتزشيلد : $r = \frac{2GM}{C^2}$

لكن بما أن ثقل الجسم هو قوّة جذب الأرض للجسم فإن:

$$F_E = W$$
$$G\frac{mM}{R^2} = m.g$$
$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2$$

ومنه: $r = \frac{2gR^2}{c^2}$

$$r = \frac{2\times 10\times (6400\times 10^{+3})^2}{(3\times 10^8)^2}$$
$$r \approx 9\times 10^{-3}m$$

لن تبتلع الأرض القمر عندئذ لأنّ جاذبيتها للقمر لن تتغير فكتلة الأرض لم تتغير والبعد بينهما لم يتغير (لاعتبارهما نقطيتان قياسا بالبعد بينهما) .

المسألة الثّانية: احسبْ نسبةَ انزياح الطّول المَوجي إلى الطول الأصلي لمجرّة تبعدُ عنّا 932×10^6 سنةً ضوئيّة، إذا كان طول المَوجة الأصلي $500nm$، ثم احسب طول الموجة بعدَ الانزياح، علماً أنّ ثابت هابل $H_0 = \frac{68}{3}\times 10^{-19}s^{-1}$ والفرسخ الفلكي $pc = 3.26\ Light\ year$

الحل: $\acute{\lambda} = \left(1+\frac{\acute{v}}{v}\right)\lambda = \lambda + \frac{\acute{v}}{c}\lambda$

$$\acute{\lambda} - \lambda = \frac{\acute{v}}{c}\lambda$$

نسبة انزياح الطول الموجي إلى الطول الأصلي:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\acute{v}}{c} \dots (1)$$

حساب $\acute{v}$ من قانون هابل: $\acute{v} = H_0.d$

$$\textbf{Light yeaer} = 3\times 10^8\times 3600\times 24\times 365.25$$
$$\textbf{Light yeaer} = 9.46728\times 10^{15}m$$

سرعة ابتعاد المجرة عنا:

$$\acute{v} = \frac{68}{3}\times 10^{-19}\times 923\times 10^6(9.46728\times 10^{15})$$
$$\acute{v} = 2\times 10^7 m.s^{-1}$$

نسبة انزياح الطول الموجي إلى الطول الأصلي:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2\times10^{7}}{3\times10^{8}} = \frac{1}{15}$$

حساب طول موجة الطيف بعد الازاحة:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\acute{\lambda}-\lambda}{\lambda} = \frac{1}{15} = \frac{\acute{\lambda}-500\times10^{-9}}{500\times10^{-9}}$$

$$\acute{\lambda} = \left(\frac{500\times10^{-9}}{15}\right) + 500\times10^{-9}$$

$$\acute{\lambda} = 533\times10^{-9} m$$

المسألة الثالثة: يبعد المريخ عن الشمس وسطيًا 1.52AU وتصل سطحه تقريبا 100% من أشعة الشمس المتجهة إليه، فإذا علمت أنّ النقص في كتلة الشمس $4.22\times10^{11} Kg.s^{-1}$ فاحسب الطاقة التي يتلقاها $1(Km)^2$ من سطح المريخ خلال دقيقة واحدة.

(الوحدة الفلكية AU هي المسافة بين الأرض والشمس وسطيا وتعتبر 150 مليون كيلومتر).

الحل: الطاقة الصادرة عن الشمس خلال ثانية:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = 4.22\times10^{11}\times9\times10^{16}$$
$$\Delta E = 37.98\times10^{27} J$$

الطاقة الصادرة عن الشمس خلال دقيقة:

$$\Delta E = 60\times37.98\times10^{27} = 2278.8\times10^{27} J$$

لنحسب الطاقة المُقدمة لكل $1Km^2$:

$$R = 1.52AU = 1.52\times150\times10^{6}$$
$$R = 76\times10^{6} Km$$

خلال دقيقة هي:

$$E = \frac{\Delta E}{4\pi R^2} = \frac{2278.8\times10^{27}}{4\pi\times(76\times10^{6})^2} = \frac{2278.8\times10^{27}}{12.5\times(76\times10^{6})^2}$$
$$= \frac{2278.8\times10^{27}}{190\times10^{6}} \approx 12\times10^{21} J.Km^{-2}$$

وهي الطاقة التي يتلقاها $1Km^2$ من سطح المريخ خلال دقيقة.

التفكير الناقد: إذا راقبت القبّة السّماويّة في ليلة واحدة لعدّة ساعات أجد أنّ جميع الأجرام المنيرة قد غيرت مكانها وتحركت في مسار دائريّ، إلاّ نجم القطب يبدو ثابتاً، ما تفسير ذلك؟

الجواب: لأنّ محور دوران الأرض حول نفسها يمر من نجم القطب فتبدو جميع الأجرام السماوية تدور إلا نجم القطب.

_____انتهى البحث_____