تم التحميل بواسطة:

بوت المكتبة التعليمية الشاملة

https://t.me/NerdatBot

كل ما تحتاجه ستجده لدينا بإذن الله

انضم لقناتنا على التلجرام:

نيردات البكالوريا

https://t.me/Nerdatbac

2

الاستمرار

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

د.أحمد حمود

1 عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

1. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-2x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=-1$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

2. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-2x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $[2,3]$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

3. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-2x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

4. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-x^2+x-2$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

5. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-3x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=1$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

6. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^3-3x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)+1=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

7. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^2+1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=4$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

8. ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{1}{x-1}$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=\frac{3}{4}$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

9. ليكن لدينا التابع $f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

10. ليكن لدينا التابع $f(x)=1+3x-x^3$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

بوت المكتبة التعليمية الشاملة
Telegram @Ahmadhammoud

تطلب النسخة الأصلية من مكتبة الحكمة
قناة التليغرام
د.أحمد حمود
Telegram: @Ahmadhammoud

11. ليكن لدينا التابع $f(x)=x-\cos x$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

12. ليكن لدينا التابع $f(x)=2x^3-3x^2-1$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=-1$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

❑ ليكن لدينا $P(x)$ كثير حدود من الدرجة n يكتب بالشكل: $P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$. في كل من الحالات الآتية أجب عن الأسئلة الآتية **(ملاحظة: الدقة مطلوبة في هذه الأسئلة للتأكد من الفهم العميق للأفكار)**:

13. n عدد فردي, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	حل وحيد	B	حل على الأقل	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

14. n عدد زوجي, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

15. n عدد فردي و $P(x)$ مطرد تماماً على $\mathbb{R}$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

16. n عدد زوجي, $a_n>0$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

17. n عدد زوجي و $a_n>0$, $P(\alpha)=-1$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان على الأقل	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

18. n عدد فردي , $P(\alpha)=-1$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حللول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

19. n عدد فردي , $a_n>0$, $P(\alpha)=-1$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

تطلب النسخة الأصلية من مكتبة الحكمة
د.أحمد حمود Telegram : @Ahmadhammoud

20. n عدد فردي , $a_n>0$, $P(\alpha)=-1$, $P(\beta)=1$, عندها للمعادلة $P(x)=0$ بالضرورة:

A	حل وحيد	B	حل على الأقل	C	حلان على الأقل	D	ثلاث حلول على الأقل	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

21. ليكن لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^3}{x+1}$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $[-1,-\frac{3}{2}]$ هو:

A	لا يوجد أي حل	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

22. ليكن لدينا التابع $f(x)=x^2-2x-3$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $[0,3]$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

23. ليكن لدينا التابع $f(x)=\sin x-\frac{1}{2}x$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $[0,\pi]$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

24. ليكن لدينا التابع $f(x)=\sin x-\frac{1}{2}x$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $]0,\pi[$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

25. ليكن لدينا التابع $f(x)=\sin x-\frac{1}{2}x$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على $\mathbb{R}$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

26. ليكن لدينا التابع $f(x)=|x+1|+\frac{x}{x^2-1}$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

ملاحظة: يمكن أن يأتي أي سؤال من الأسئلة السابقة بصيغة مختلفة بدون تعريف تابع، مثال على السؤال 24 :

27. إن عدد حلول المعادلة $|x+1|+\frac{x}{x^2-1}=0$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3	E	4

هنا نقوم بتعريف تابع $f(x)=|x+1|+\frac{x}{x^2-1}$ ونقوم بإيجاد عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ كما جرت العادة.

مسائل مميزة لإيجاد عدد الحلول :

28. ليكن لدينا التابع f المستمر والمعرف على المجال $I=[0,1]$ ويحقق $f(x)\in I$, أياً يكن x من I .

بفرض a عدد حقيقي من I . يمكن إثبات أن للمعادلة $f(a)=a$ بالضرورة:

تطلب النسخة الأصلية من مكتبة الحكمة
د.أحمد حمود Telegram : @Ahmadhammoud

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	حل وحيد	D	حلان بالضبط	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

صيغة مشابهة لطرح نفس السؤال: إن عدد حلول المعادلة $f(x)=x$ هو بالضرورة ..... .

في سؤال الكتاب قام بإعطاء تابع مساعد $k(x)=f(x)-x$ ولكن لم أقم بذكره في السؤال من أجل الملاحظة الآتية..

ملاحظة: يمكن دائماً عند طلب عدد حلول $f(x)=m$ أن نقوم بنقل m إلى الطرف الثاني ثم فرض تابع جديد $K(x)=f(x)-m$ وعندها تؤول المسألة إلى إيجاد عدد حلول المعادلة $K(x)=0$, وقد يكون هذا أسهل في بعض المسائل.

29. ليكن لدينا التابع f المعرف والاشتقاقي على المجال $I=[0,1]$ ويحقق:

- $f(x)\in I$ أياً يكن x من I .
- أياً كان x من $]0,1[$ كان $f'(x)<1$.

إن عدد حلول المعادلة $f(x)=x$ في I هو بالضرورة :

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	حل وحيد	D	حلان بالضبط	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

30. ليكن لدينا التابع $f(x)$ المعرف على $\mathbb{R}$. إذا علمت أن $f(0)=\pi$ وأن $f(1)=e$. عندها عدد حلول المعادلة $f(x)=3$ هو بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

31. ليكن لدينا التابع $f(x)$ المعرف والمستمر على $\mathbb{R}$. إذا علمت أن f مستمر وأن $f(0)=\pi$ وأن $f(1)=e$. عندها عدد حلول المعادلة $f(x)=3$ هو بالضرورة:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حل على الأقل	D	حلان	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

ملاحظة: لم يُسأل في الكتاب عن عدد الحلول في حالة وجود تابع الجزء الصحيح، فجميع الأسئلة القادمة إضافية.

32. ليكن لدينا $E(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$. إن عدد حلول المعادلة $E(x)=x$ على المجال $[0,2]$ هو:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

33. ليكن لدينا $E(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$. إن عدد حلول المعادلة $E(x)=x$ على $\mathbb{R}$ هو:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	عدد لا نهائي

34. ليكن لدينا $E(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$. إن عدد حلول المعادلة $E(x)=1.5$ على $\mathbb{R}$ هو:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	عدد لا نهائي

35. ليكن لدينا $E(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$. إن عدد حلول المعادلة $E(x)=\cos x$ على المجال $]0,\pi[$ هو: (صعب)

تطلب النسخة الأصلية من مكتبة الحكمة
د.أحمد حمود Telegram : @Ahmadhammoud

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

36. ليكن لدينا التابع $f(x)$ المعرف على المجال $[0,2]$ وفق $f(x)=E(x)+x$ عندها عدد حلول المعادلة $f(x)=1$ هو :

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

37. ليكن لدينا $E(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$. إن عدد حلول المعادلة $E(x)=x$ على المجال $[0,2]$ هو:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

38. ليكن لدينا $f(x)$ تابع الجزء الصحيح المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=E(x)+\big(x-E(x)\big)^2$. إن عدد حلول المعادلة $f(x)=2$ هو:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	4 حلول

ملاحظة: يفضل رسم التابع على المجال $[0,2]$ كي يصبح الحل أوضح.

انتهت أسئلة $E(x)$

39. ليكن لدينا التابع f المعرف على $[0,2]$. إن $f(1)=1\,,f(0)=-1$. عندئذٍ للمعادلة $f(x)=0$:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

40. ليكن لدينا $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ حيث كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن $P(1)=-0.5\,,P(2)=1.2\,,P(3)=0.7\,,P(4)=2$ المعرف عندئذٍ للمعادلة $P(x)=1$ على $\mathbb{R}$ هو: (متميز)

A	حل وحيد	B	حلان	C	ثلاث حلول	D	4 حلول	E	المسألة خاطئة

41. من السؤال السابق يمكن استنتاج أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

A	$+\infty$	B	$-\infty$	C	0	D	1	E	لا توجد نهاية

42. ليكن لدينا التابع f المعرف على $[0,2]$. إن $f(1)=1\,,f(0)=-1$. عندئذٍ للمعادلة $f(x)=0$:

A	لا يوجد حلول	B	حل وحيد	C	حلان	D	ثلاث حلول	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

43. ليكن لدينا $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن $P(1)=-0.5\,,P(2)=1.2\,,P(3)=0.7\,,P(4)=2$ المعرف عندئذٍ للمعادلة $P(x)=1$ على $\mathbb{R}$:

A	حل وحيد	B	حلان	C	ثلاث حلول	D	4 حلول	E	5 حلول

تطلب النسخة الأصلية من مكتبة الحكمة
قناة التلغرام
د.أحمد حمود
Telegram : @Ahmadhammoud

44. ليكن لدينا $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن $P(1)=-0.5$, $P(2)=1.2$, $P(3)=0.7$, $P(4)=2$ المعرف عندئذٍ للمعادلة $P(x)=1$ على $\mathbb{R}$:

A	حل وحيد	B	حلان	C	ثلاث حلول	D	4 حلول	E	5 حلول

45. ليكن لدينا $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ حيث $a_3>0$ كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن:
$P(m+2)=1+\pi$, $P(m)=1-\pi$ حيث m عدد حقيقي. عندئذٍ للمعادلة $P(x)=0$ على $\mathbb{R}$:

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	ثلاث حلول على الأقل	D	ثلاث حلول بالضبط	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

46. ليكن لدينا $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ حيث $a_3>0$ كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن:
$P(m+2)=1-\pi$, $P(m)=1+\pi$ حيث m عدد حقيقي. عندئذٍ للمعادلة $P(x)=0$ على $\mathbb{R}$:

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	ثلاث حلول على الأقل	D	ثلاث حلول بالضبط	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

47. ليكن لدينا $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ حيث $a_3>0$ كثير حدود من الدرجة الثالثة. إذا علمت أن:
$P(m+2)=1+\pi$, $P(m)=1-\pi$ حيث m عدد حقيقي. عندئذٍ للمعادلة $P(x)=0$ على $\mathbb{R}$:

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	ثلاث حلول على الأقل	D	ثلاث حلول بالضبط	E	لا يمكن إثبات وجود أي حل

مسألة فريدة من نوعها صفحة 74 في الكتاب :

48. ليكن لدينا التابع $f_m(x)=x^3+mx^2-8x-m$ المعرف على $\mathbb{R}$ حيث m عدد حقيقي. إن عدد حلول المعادلة $f_m(x)=0$ هو:

A	حل على الأقل	B	حلان على الأقل	C	ثلاث حلول على الأقل	D	ثلاث حلول بالضبط	E	لا يمكن معرفة ذلك

ملاحظة: يجب تعويض $x=a$ بحيث يكون $f_m(a)$ بعبارة منفصلة عن m من أجل استنتاج نقاط ثابتة يمر منها الخط البياني، وبعدها يمكن الاستفادة من النهايات لإنهاء المسألة (إذا فرشت خلي أستاذك يشرحلك قلبي).

د.أحمد حمود
Telegram@Ahmadhammoud

سلم تصحيح القسم الأول

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
D	C	C	D	E	B	E	A	B	D	D	B	D	E	D	C	B	B	B	C
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
C	E	B	D	A	A	A	E	D	C	E	C	A	B	B	D	B	C	B	B
												48	47	46	45	44	43	42	41
												D	A	D	A	C	C	E	B

انتهى سلم القسم الأول

تم التحميل بواسطة : بوت المكتبة التعليمية الشاملة

على التلجرام رابط البوت

https://t.me/NerdatBOT

د.أحمد حمود

Telegram.@Ahmadhammoud