

# الرياضيات

## لطلاب الثالث الثانوي العلمي

نوطة شرح الاشعة في الفراغ

تتضمن النوطة

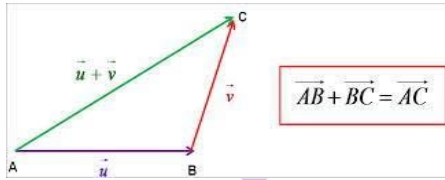
- شرح جميع افكار بحث الاشعة في الفراغ بطريقة سهلة
- تبسيط وتوضيح طرق الحل واطافة امثلة لكل فقرة
- التنويه على اهم النكشات الامتحانية

2023  
2024



(5) علاقة شال: نستخدم علاقة شال لجمع شعاعين متعاقيين

حيث نصل بداية الأول بنهاية الشعاع الثاني.



(6) الشعاعان المتعاكسان: هما شعاعان لهما نفس الطول

والمنحى ولكن مختلفان بالجهة.



$\vec{u}$  و  $\vec{v}$  لهما اتجاهان متعاكسان

#### الارتباط الخطي:

يتحقق الارتباط الخطي لشعاعين اذا وفقط اذا نتج أحدهما عن

الأخر بضربه بعدد حقيقي أي تحقق مايلي:  $\vec{v} = k\vec{u}$

يتحقق الارتباط الخطي بين شعاعين اذا كانت المركبات متناسبة

أي:

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

مثال:  $\vec{u} = (2.4.6)$ ,  $\vec{v} = (-1.-2.-3)$  هل الشعاعان

مرتبطان خطياً؟

نطبق القانون:  $\frac{2}{-1} = \frac{4}{-2} = \frac{6}{-3} = \frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$

$$-2 = -2 = -2$$

المركبات متناسبة فالشعاعان  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مرتبطان خطياً.

#### الأشعة في الفراغ

##### تعريف الشعاع:

هو مستقيم موجه له بداية وله نهاية نرسم له  $\overrightarrow{AB}$  ويسمى "متجه".

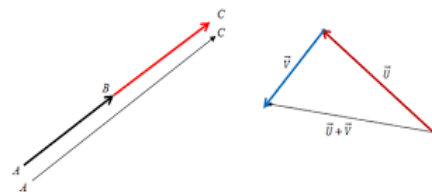
##### عناصر الشعاع:

(1) المنحى: هو عدة مستقيمات في الفراغ توازي الشعاع  $\overrightarrow{AB}$

(2) الجهة: من البداية الى النهاية "من A إلى B"

(3) الطول (النظيم): هو المسافة بين A و B ونرمز له بالرمز

$$|AB| = AB$$



##### أنواع الأشعة:

(1) الشعاع الصفري: هو شعاع له نفس البداية والنهاية

(2) الشعاعان المتساويان: هما شعاعان لهما المنحى ذاته

والجهة ذاتها والطول ذاته.

(3) الشعاعان المتوازيان: هما شعاعان لهما المنحى نفسه.

(L)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(D)

(4) الشعاعان المنطبقان: هما شعاعان لهما نفس البداية

ونفس النهاية.

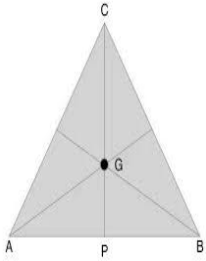
## مركز ثقل المثلث:

أيًا كانت النقطة  $M$  في الفراغ فإن:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

حيث  $G$  نقطة تلاقي المتوسطات.

## خواص مركز ثقل المثلث:



$$\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BI} \quad (1)$$

$$\vec{GI} = \frac{1}{3}\vec{BI} \quad (2)$$

$$\vec{BG} = 2\vec{GI} \quad (3)$$

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \quad (4)$$

في المثلث يوجد خطوط تمر من المركز ونقطة تلاقي هالخطوط اسمها (مركز ثقل المثلث): مثلاً بالشكل التالي لدينا المستقيم النازل من النقطة  $C$  للنقطة  $p$  هنا يوجد لدينا هذا المستقيم مقسوم ل 3 قطع يتألف من النقطة  $C$  للنقطة  $G$  قطعتين ومن النقطة  $G$  للنقطة  $p$  قطعة اصبح لدينا  $\vec{CG} = \frac{2}{3}\vec{CP}$  مما يلي نرى ان  $\vec{CG}$  طولها 2 من اصل القطعة كاملة  $\vec{CP}$  والتي طولها 3

## احداثيات مركز ثقل المثلث:

نأخذ بالاول اكسات النقاط ونقسمهن ع 3 ثم نأخذ الويات ونقسمهن ع 3 ثم نأخذ الزدات ونقسمهن ع 3 هكذا اصبح عندنا احداثيات مركز ثقل المثلث:

$$X_G = \frac{X_A + X_B + X_C}{3}$$

$$Y_G = \frac{Y_A + Y_B + Y_C}{3}$$

$$Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$$

## المسافة بين نقطتين:

قانون ماتحت الجذراو المسافة ناخذ اكسات نقطة النهاية) نهاية الشعاع الثاني بقصد فيه) ناقص اكسات البداية (بداية الشعاع الأول) ونربعهن ثم الكلام نفسه ينطبق عالوايات كذلك الامرثم العزاد.

$$AB = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2 + (Z_b - Z_a)^2}$$

**مثال:** ليكن لدينا  $A(2.1. -3)$  ,  $B(3. -4.0)$  احسب  $AB$ :

$$AB = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-4 - 1)^2 + (0 + 3)^2} = \sqrt{35}$$

## ماهي فائدة الارتباط الخطي؟

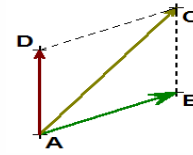
- اثبات توازي مستقيمين
- اثبات عدم توازي مستقيمين
- اثبات وقوع ثلاث نقاط على استقامة واحدة أو "العكس".

## العمليات على الأشعة:

## (1) جمع الأشعة:

أ- طريقة متوازي الاضلاع: تستخدم اذا كان للشعاعين البداية

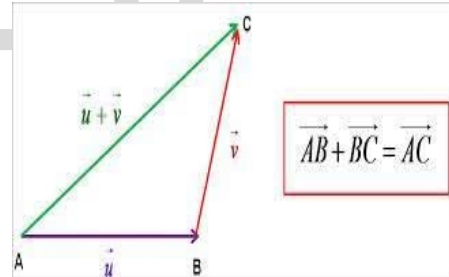
$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \quad \text{نفسها أي:}$$



ب- طريقة شال: تستخدم اذا كان بداية الشعاع الثاني هي

نهاية الشعاع الأول أي: تستخدم اذا كانت بداية الشعاع الثاني هي نهاية الشعاع الأول أي:

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



## (2) طرح الأشعة:

نضيف للشعاع الأول معكوس الشعاع الثاني:

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{CA}$$

$$\vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}$$

## منتصف قطعة مستقيمة:

بفرض  $M$  نقطة لنثبت أنها منتصف  $AB$  | يجب أن يتحقق شرطين:

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} \quad (1) \quad (\text{الشعاع } \vec{AM} = \text{نص الشعاع } \vec{AB})$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \quad (2)$$



$M$  تسمى إلى  $AB$  و  $MA=MB$  ←  $M$  منتصف القطعة  $AB$

## 3) مركز الأبعاد المتناسبة لأربع نقاط:

$$(A, \alpha), (B, \beta), (C, \Omega), (D, \gamma)$$

• نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين:

$$(H, \alpha + \beta) \text{ ولتكن } (A, \alpha), (B, \beta)$$

• نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين:

$$(M, \Omega + \gamma) \text{ ولتكن } (C, \Omega), (D, \gamma)$$

• نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين:

$$(G, \alpha + \beta + \Omega + \gamma) \text{ ولتكن } (H, \alpha + \beta), (M, \Omega + \gamma)$$

لنطلع مركز الأبعاد ل 4 نقاط  $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \Omega), (D, \gamma)$

1. نجمع كل نقطتين مع بعض:

$$(H, \alpha + \beta) \text{ ولتكن } (A, \alpha), (B, \beta)$$

$$(M, \Omega + \gamma) \text{ ولتكن } (C, \Omega), (D, \gamma)$$

2. ونوجد مركز ابعاد:  $(M, \Omega + \gamma)$  و  $(H, \alpha + \beta)$

3. ينتج لدينا نقطتين فقط  $(H, M)$  وانا باخد هالنقطتين

الي نتجو ونكتب مركز ابعاد لهم :

$$(H, \alpha + \beta), (M, \Omega + \gamma)$$

ولتكن:  $(G, \alpha + \beta + \Omega + \gamma)$  وهالنقطة هي  $G$  (مركز الأبعاد)

## الارتباط الخطي لثلاث اشعة:

يتعين المستوي بنقطة وشعاعين غير مرتبطين خطياً

أيما كانت  $M$  من الفراغ فان:

$$\vec{AM} = X\vec{AB} + Y\vec{AC}$$

نقول عن الأشعة الثلاثة  $U, V, W$  أنها مرتبطة خطياً إذا وقعت

هذه الأشعة هي والنقطة  $O$  في مستو واحد

معي يكون 3 أشعة باخد أول واحد فين مثلاً  $\vec{AM}$  وبقلو بضرب

واحد من الأشعة الباقيين ب  $X$  وبصير  $X\vec{AB}$  وبضرب الشعاع

الثاني ب  $Y$  وبصير  $Y\vec{AC}$

يعني بصير معي  $\vec{AM} = X\vec{AB} + Y\vec{AC}$  وبقلمن.

## مركز الأبعاد المتناسبة:

## 1) مركز الأبعاد المتناسبة لنقطتين:

• لتكن  $A, B$  نقطتين متماثلتين  $(A, \alpha), (B, \beta)$

• عندها نقول أن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة لها.

• وهذه النقاط تحقق الشرط التالي:

$$\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = 0$$

$$\vec{AG} = \frac{\beta}{\beta + \alpha}\vec{AB}$$

الخطوات هون سهلة جداً مناخذ النقطتين الي معنا ياهن ومنرسم خط مستقيم عورقة مسودة ومنحط هالنقاط بطرف كل مستقيم بعدين منحط النقطة الي بدنا ياهها بين هالنقطتين ومنطبق هالقانون: مناخذ اول شي القطعة الصغيرة وهي هون

$$\vec{AG} = \frac{\text{تثقيلة الحرف } B}{\text{مجموع التثقيلتين}} \vec{AB} \text{ القطعة كاملة}$$

## 2) مركز الأبعاد المتناسبة لثلاث نقاط:

• لتكن  $A, B, C$  نقطتين متماثلتين  $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \Omega)$

• عندها نقول أن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة لها.

• وهذه النقاط تحقق الشرط التالي:

$$\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} + \Omega\vec{GC} = 0$$

## طريقة إيجاد مركز الأبعاد المتناسبة 3 نقاط :

نوجد مركز الأبعاد المتناسبة لنقطتين (منطلع مركز الأبعاد المتناسبة لنقطتين مثل فوق) بعدين النقطة الي حلت محل هالنقطتين (الي طلعتها مركز ابعاد) مناخدها مع النقطة الي ضلت .

$$(H, \alpha + \beta) \text{ و } (C, \Omega) \text{ ولتكن } (C, \alpha + \beta + \Omega)$$

## معادلات المخروط والاسطوانة:

المخروط:

لدينا ثلاث حالات:

(1) محوره  $o\vec{i}$  أو  $o\vec{x}$  وقاعدته دائرة مركزها  $(h, 0, 0)$  ونصف قطرها  $r$ 

$$y^2 + z^2 - \frac{r^2}{h^2}x^2 = 0 \quad ; 0 \leq x \leq h$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالأول يعني محور الاكسات .

(2) محوره  $o\vec{j}$  أو  $o\vec{y}$  وقاعدته دائرة مركزها  $(0, h, 0)$  ونصف قطرها  $r$ 

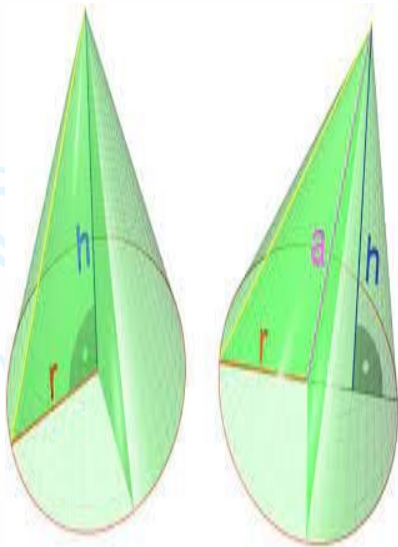
$$x^2 + z^2 - \frac{r^2}{h^2}y^2 = 0 \quad ; 0 \leq y \leq h$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالاول يعني محور الوايات .

(3) محوره  $o\vec{k}$  أو  $o\vec{z}$  وقاعدته دائرة مركزها  $(0, 0, h)$  ونصف قطرها  $r$ 

$$x^2 + y^2 - \frac{r^2}{h^2}z^2 = 0 \quad ; 0 \leq z \leq h$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالأول يعني محور الزداد.



## الكرة:

هي مجموعة نقاط الفراغ المتساوية البعد عن نقطة ثابتة في الفراغ تسمى مركز الكرة .

## الدائرة:

هي مجموعة نقاط المستوي المتساوية البعد عن نقطة ثابتة في المستوي تسمى مركز الدائرة .

مثال 1: اكتب معادلة كرة مركزها  $O$  ونصف قطرها 5:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

نعوض نصف القطر والمركز:

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = (5)^2$$

$$(x)^2 + (y)^2 + (z)^2 = 25$$

مثال 2: اكتب معادلة كرة مركزها  $A(2, -3, 5)$ 

$$R = \sqrt{3}$$

نكتب معادلة الكرة مثل مهية:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

بعدين نعوض نصف القطر والمركز:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 5)^2 = 3$$

مثال 3: أوجد معادلة كرة مركزها  $A(2, 1, 3)$  وتمر بالنقطة  $B(-1, 0, 5)$ :

نكتب معادلة الكرة مثل مهية:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

معنا المركز بس بدنا نصف القطر ونصف القطر هون منطلعو

بقانون المسافة بين النقطتين :

$$R = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}$$

نصف القطر بعد التعويض بيطلع معنا  $\sqrt{14}$ 

نعوض الاثنيين بمعادلة الكرة:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 14$$

## الأسطوانة:

(1) محوره  $\vec{OI}$  ونصف قطر القاعدتين  $r$  ومركز القاعدتين:

$$(a, 0, 0), (b, 0, 0)$$

$$y^2 + z^2 = r^2 \quad ; a \leq x \leq b$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالأول يعني محور الاكسات .

(2) محوره  $\vec{OJ}$  ونصف قطر القاعدتين  $r$  ومركز القاعدتين:

$$(0, a, 0), (0, b, 0)$$

$$x^2 + z^2 = r^2 \quad ; a \leq y \leq b$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالاول يعني محور الوايات .

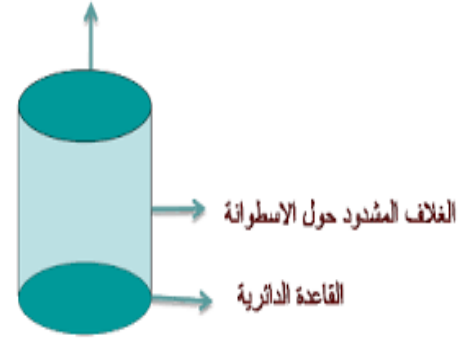
(3) محوره  $\vec{OK}$  ونصف قطر القاعدتين  $r$  ومركز القاعدتين:

$$(0, 0, a), (0, 0, b)$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad ; a \leq z \leq b$$

يعني وقت الي بيطلب واحد من المحاور بيختفي المحور المطلوب من المعادلة بالاول يعني محور الزداد.

القاعدة الدائرية



دون ملاحظاتك

إلى هنا نصل

لنهاية شرح بحث الأشعة في الفراغ  
شدهو الهمة لسا الطريق بأوله وعنا كثير  
شغل

# بكالوجيا

## أهلاً بكم أصدقاء فريق بكالوجيا

الخدمات التي يقدمها فريقنا لطلاب البكالوريا في سوريا من:

- 1- منصة تعلم عن بعد
- 2- فيديوهات لشرح المادة وحل التمارين.
- 3- نوط شاملة لمواد البكالوريا وبنوك أسئلة.

**تنويه هام:** يُمنع نسخ أو مسح أو استعمال أي جزء من هذا الكتاب بأي وسيلة تصويرية أو إلكترونية أو ميكانيكية، بما فيها النسخ الفوتوغرافي والتسجيل على أشرطة أو أقراص الكترونية، أو أي وسيلة أخرى أو حفظ المعلومات واسترجاعها دون الحصول على موافقة خطية من الناشر. كل من يساهم أو يشارك أو يباشر في عملية تصوير هذا الكتاب أو استنساخه بأي وسيلة كانت يعرض نفسه للمساءلة والملاحقة القانونية، وسيتوفر هذا العمل بشكل كامل على تطبيق بكالوجيا bacalogia بشكل الكتروني ملف (PDF)

تأكد من شراء النسخة الأصلية بطباعة ملونة ممتازة ذات جودة عالية ووضوح الكلمات الممتاز فيها



كل الملفات التي  
يحتاجها طالب البكالوريا  
أصبحت في مكان واحد

اضغط على شعارات وسائل التواصل...  
لنبدأ معاً

