اختبارات رياضيات مؤتمتة للبكالوريا السورية

الجزء الأول : الوحدة السادسة

اختبار وحدة التابع الأسي

إشراف الأستاذ : عبد الحميد السيد

كتابة الأساتذة:

حسام قاسم – مهند حريقة – صلاح أحمد سالم

تنسيق و إخراج : المهندس حسام خضر قاسم

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

محي الدين إسماعيل	مروان بركة	فيصل خالد	محمد السيد علي
هيثم ديوب	صفوح الأفندي	بشار كنعان	زينب يوسف
حسام قاسم	خالد الحداد	فادي المحمد	يوسف منصور
نادر أبو راس	محمد زين جعرور	فادي طنوس	زكي طحاوي
أمين الحايك	علي جمول	مهند حريقة	محمد العيسى
مصطفى الرزوق	صلاح سالم	عبد السلام حسن	

1	عند حساب نهاية التابع $f(x) = x - 1 + e^{1-x}$ عند $-\infty$ كانت :						
A	$-\infty$	**B**	**0**	**C**	**1**	**D**	$+\infty$
نحو الحل	$f(x) = e^{-x}(xe^x - e^x + e)$ بما أن $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$						
إعداد : أ . محسن القصير			الجواب : D		كتابة وتنسيق م. : م . صلاح سالم		

2	إن العدد $L = \dfrac{3^{ln5}}{5^{ln3}}$ يساوي :						
A	1	**B**	$ln\dfrac{5}{3}$	**C**	$\dfrac{ln5}{ln3}$	**D**	$ln5.ln3$
نحو الحل	$L = \dfrac{e^{ln5.ln3}}{e^{ln3.ln5}} = 1$						
إعداد : أ . زكريا الزعبي			الجواب : A		كتابة وتنسيق : م مهند حريقة		

3	ليكن التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = e^x - lnx - x$ فإنَ نهاية f عند $+\infty$ هي :						
A	$-\infty$	**B**	-1	**C**	0	**D**	$+\infty$
نحو الحل	$f(x) = x\left(\dfrac{e^x}{x} - \dfrac{lnx}{x} - 1\right)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$						
إعداد : أ . مرعي المصلح			الجواب : D		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم		

4	لتكن (E) المعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^x$ إن قيمة العدد الحقيقي a التي من أجلها يكون التابع $f(x) = ae^x$ حلاً للمعادلة (E) هي :						
A	-2	**B**	-1	**C**	1	**D**	2
نحو الحل	$y = ae^x$ ومنه $y' = ae^x$ $ae^x + ae^x = 2e^x$ إذن : $\boxed{a = 1}$						
إعداد : أ . مازن الزعبي			الجواب : C		كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم		

5 العبارة $F = 7^{-\frac{2}{\ln 7}}$ يمكن تبسيطها لتكتب وفق الصيغة:

A	B	C	D
$\frac{1}{e^7}$	$\frac{1}{e^2}$	e^2	e^7

نحو الحل:

$$F = e^{\ln 7 .\left(-\frac{2}{\ln 7}\right)} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

إعداد : أ . أنطوان جلوف	الجواب : B	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

6 مجموعة تعريف التابع f المعطى وفق : $f(x) = \sqrt{\ln(e^x - 1)}$ هي :

A	B	C	D
$[0, +\infty[$	$]\ln 2, +\infty[$	$]0, +\infty[$	$[\ln 2, +\infty[$

نحو الحل:

$$\ln(e^x - 1) \geq 0$$
$$e^x - 1 \geq 1$$
$$e^x \geq 2$$
$$x \geq \ln 2$$

إعداد : أ . أحمد البنية	الجواب : D	كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

7 $\lim_{x \to -\infty} (1 + e^x)^{e^{-x}}$ تساوي :

A	B	C	D
$\frac{1}{e}$	1	e	$+\infty$

نحو الحل:

$$\lim_{x \to -\infty} (1 + e^x)^{e^{-x}} = \lim_{t \to 0} (1 + t)^{\frac{1}{t}} = e$$

إعداد : أ . محمود الأحمد	الجواب : C	كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

8 نهاية التابع $f(x) = x\left(1 - e^{\frac{1}{x}}\right)$ المعرف على R^* عند $+\infty$ هي :

A	B	C	D
-1	0	1	e

نحو الحل:

لدينا حالة عدم تعيين من الشكل $(\mathbf{0})\ (+\infty)$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{t \to 0} \frac{1 - e^t}{t} = -1$$

إعداد : أ . رابعة سليمان	الجواب : A	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

9 لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n = \frac{1-n}{n\,.\,e^n}$ نهايتها تساوي :

A		B		C		D	
A	-1	B	0	C	1	D	$+\infty$

نحو الحل

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{1}{n} - 1}{e^n} = 0$$

إعداد : أ . عبد الحميد السيد	الجواب : B	كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

10 ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = e^x$

والتابع g المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $g(x) = lnx$ عندها $(fog)(x)$ تساوي :

A		B		C		D	
A	$-\frac{1}{x}$	B	$\frac{1}{x}$	C	$-x$	D	x

نحو الحل

$$f\big(g(x)\big) = f(lnx) = e^{lnx} = x$$

إعداد : أ. حسام قاسم	الجواب : D	كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

11 إن $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}}$ تساوي :

A		B		C		D	
A	$\frac{1}{e}$	B	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	C	$\sqrt{e}$	D	e

نحو الحل

$$\frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$$

نضع $\frac{1}{x+1} = t$ فيكون $x = \frac{1}{t} - 1$

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{2t} - \frac{1}{2} \quad , x \to +\infty \;\Rightarrow\; t \to 0$$

$$L = \lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{2t}-\frac{1}{2}}$$

$$= \lim_{t\to 0}\left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^{\frac{1}{2}} . \lim_{t\to 0}(1+t)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

إعداد : أ . محمد مصطفى اختيار	الجواب : C	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

12 مجموعة حلول المتراجحة : $9^x - \frac{3^x}{27} \geq 0$ هي :

A		B		C		D	
A	$[-3,+\infty[$	B	$]-9,-3[$	C	$]-\infty,-9]$	D	خالية

نحو الحل

$$3^{2x} \geq 3^{-3} \times 3^x$$

$$2x \geq -3 + x$$

$$x \geq -3$$

إعداد : أ . هيثم ديوب — الجواب : A — كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

13 ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x\,e^x - e^x$ وليكن جدول اطراده :

x	$-\infty$		m		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	n	$\nearrow$	

عندئذٍ (m,n) تساوي :

A	$(0,e)$	B	$(1,-1)$	C	$(0,-1)$	D	$(1,0)$

نحو الحل

$$f'(x) = e^x + x\,e^x - e^x = x\,e^x$$

$$f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x\,e^x = 0 \;\Rightarrow\; x = 0$$

$$f(0) = -1$$

إعداد : أ . محمد السيد علي — الجواب : C — كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

14 لدينا في R^2 جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} x + y = 0 & \dots(1) \\ e^x + e^{-y} = 4 & \dots(2) \end{cases}$$

إنَ الحل الوحيد لجملة المعادلتين هو الثنائية (x,y) تساوي :

A	$(ln2,-ln2)$	B	$(-ln2,ln2)$	C	$(0,0)$	D	$(2,-2)$

نحو الحل

من (1) نجد $y = -x$

نعوض في (2) نجد $e^x + e^x = 4$

ومنه $e^x = 2$ بالتالي فإن $x = ln2$

إعداد : أ . نادر أبو راس — الجواب : A — كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم

15	إذا علمت أن التابع $f(x) = xe^x$ حلاً للمعادلة التفاضلية $y' + 2y = (ax+b)e^x$ فإن الثنائية (a,b) تساوي :

A	$(1,2)$	B	$(1,3)$	C	$(2,1)$	D	$(3,1)$

نحو الحل

$$f'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x$$

نعوض f و f' في المعادلة التفاضلية $(1+x)e^x + 2xe^x = (ax+b)e^x$

$$(3x+1)e^x = (ax+b)e^x$$

بالمطابقة نجد : $\boxed{a = 3 \ , b = 1}$

إعداد : أ . أحمد الكلش	الجواب : D	كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم

16	ليكن التابع $f(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{2x}$ معرف على $]0,+\infty[$ ، فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ تساوي :

A	$\frac{1}{e}$	B	e	C	e^2	D	e^3

نحو الحل

$$f(x) = \left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right]^2$$

نعلم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ **فإن** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = e^2$

إعداد : أ . عبدالله الكناوي	الجواب : C	كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم

17	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = (1-x)e^x$ وليكن المستقيم الذي معادلته $d: y = \frac{1}{e}x + a$ حيث $a \in R$ إن قيمة a التي من أجلها يكون d مماساً لـ C في نقطة منه فاصلتها تعدم $f''(x)$ هي:

A	$-\frac{3}{e}$	B	$-\frac{1}{e}$	C	$\frac{1}{e}$	D	$\frac{3}{e}$

نحو الحل

$$f'(x) = -e^x + e^x(1-x) = -xe^x$$

$$f''(x) = -e^x - xe^x = -(1+x)e^x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \ , f(-1) = \frac{2}{e}$$

نعوض في المماس d

$$\frac{2}{e} = -\frac{1}{e} + a \Rightarrow a = \frac{3}{e}$$

إعداد : أ . رزان البديوي	الجواب : D	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

18	ليكن التابع f المعرف على $\boldsymbol{R}$ وفق : $f(x) = (x-1)^3 e^x$ إن عدد القيم الحدية المحلية للتابع f يساوي :						
A	0	B	1	C	2	D	3
نحو الحل	$f'(x) = 3(x-1)^2\, e^x + e^x(x-1)^3 = (x-1)^2(x+2)e^x$ ولأن $(x-1)^2 e^x \geq 0$ فإن إشارة $f'(x)$ تماثل إشارة $x+2$ الذي ينعدم عند $x = -2$ والمشتق يغير اشارته عندها .. لذلك له قيمة حدية واحدة						
إعداد : أ . نور الدين صندفي			الجواب : B			كتابة وتنسيق : م مهند حريقة	

19	إنَ حلول المعادلة : $16^x - 6 \times 4^x + 8 = 0$ هي :						
A	$\left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$	B	$\left\{\frac{1}{2}, 4\right\}$	C	$\{\ln 2, 1\}$	D	$\{1, 8\}$
نحو الحل	$4^{2x} - 6 \times 4^x + 8 = 0 \Rightarrow (4^x - 4)(4^x - 2) = 0$ إما $4^x - 4 = 0 \Rightarrow 4^x = 4^1 \Rightarrow x = 1$ أو $4^x - 2 = 0 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$						
إعداد : أ . حسين رشيد			الجواب : A			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم	

20	g تابع معرف على $[1, +\infty[$ ويحقق : $x \leq g(x) \leq x^2$ و f تابع معرف على $[1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ عندئذٍ نهاية f عند $+\infty$ هي :						
A	0	B	1	C	2	D	$+\infty$
نحو الحل	$\frac{x}{e^x} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{e^x}$ $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ ومنه حسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$						
إعداد : أ . محي الدين إسماعيل			الجواب : A			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم	

21

ليكن التابعان f و g المعرفان على R وفق:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + a \quad و \quad g(x) = 2x - e^x$$

إذا علمت أنّ خطيهما البيانيين متماسان في نقطة منهما، فإن قيمة العدد الحقيقي a تساوي:

A		B		C		D	
A	$-\frac{3}{2}$	B	$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{3}{2}$

نحو الحل

$$f'(x) = g'(x) \Rightarrow \quad e^{2x} = 2 - e^x \Rightarrow e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

$$(e^x + 2)(e^x - 1) = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = g(0) \Rightarrow \frac{1}{2} + a = -1 \to a = -\frac{3}{2}$$

إعداد : أ . باسل سطمة | الجواب : A | كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

22

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية $(ln3)y - y' = ln9$

إذا علمت أن الخط البياني للتابع f الذي يمثل حل المعادلة يمر بالنقطة $(0,3)$

عندئذٍ حل المعادلة التفاضلية هو:

A		B		C		D	
A	$y = 3^x - 2$	B	$y = 3^x + 2$	C	$y = 2\,(3^x) + 1$	D	$y = 4(3^x) - 1$

نحو الحل

$$y' = ln3\,.y - 2ln3$$

$$y = k\,e^{x.ln3} - \frac{-2ln3}{ln3} = k\,3^x + 2$$

إعداد : أ . عبد الرحمن الرفاعي | الجواب : B | كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

23

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق :

$f(x) = x - \ln(e^{3x} + 1)$ إن معادلة المقارب المائل للخط C بجوار $+\infty$ هي :

A		B		C		D	
A	$y = x$	B	$y = -x$	C	$y = -2x$	D	$y = 3x$

نحو الحل

$$f(x) = x - ln[e^{3x}(1 + e^{-3x})] = x - 3x - ln(1 + e^{-3x})$$

$$f(x) = -2x - ln(1 + e^{-3x})$$

بما أن $\lim_{x\to+\infty} ln(1 + e^{-3x}) = ln1 = 0$ فإن $\lim_{x\to+\infty} [f(x) + 2x] = 0$

إذن $y = -2x$ هي معادلة المقارب المائل

إعداد : أ . أحمد ذياب الرفاعي | الجواب : C | كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم

24

f تابع معرف على R وفق : $f(x) = (x^2+1)e^x$

وخطه البياني C يقبل مماساً افقياً T معادلته $y = \frac{2}{e}$

إن C يقع بكامله فوق T في المجال :

A		B		C		D	
A	$]-\infty,-1[$	B	$]-1,+\infty[$	C	$]-e,e[$	D	R

نحو الحل

$$f'(x) = 2xe^x + e^x(x^2+1) = (x+1)^2e^x \geq 0$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -1 \;, f(-1) = \frac{2}{e}$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{2}{e}$	$\nearrow$	
$f-y$		$-$	0	$+$	

من الجدول نلاحظ أن C فوق T على المجال $]-1,+\infty[$

إعداد : أ . غياث منصور	الجواب : B	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

25

ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{e^{-x}+2}{e^{-x}+1}$ ، نعلم أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ ،

عندها تكون أصغر قيمة للعدد A التي تحقق الشرط أياً كان $x > A$ فإن $f(x)\epsilon]1.9,2.1[$ هي :

A		B		C		D	
A	$ln3$	B	$3ln2$	C	$2ln3$	D	9

نحو الحل

$$|f(x) - 2| < 0.1$$

$$\left|\frac{e^{-x}+2}{e^{-x}+1} - 2\right| < \frac{1}{10}$$

$$\left|\frac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}\right| < \frac{1}{10}$$

$$\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{e^x+1} < \frac{1}{10}$$

$$e^x + 1 > 10$$

$$e^x > 9 \Rightarrow x > ln9 \Rightarrow x > 2ln3 \Rightarrow \boxed{A = 2ln3}$$

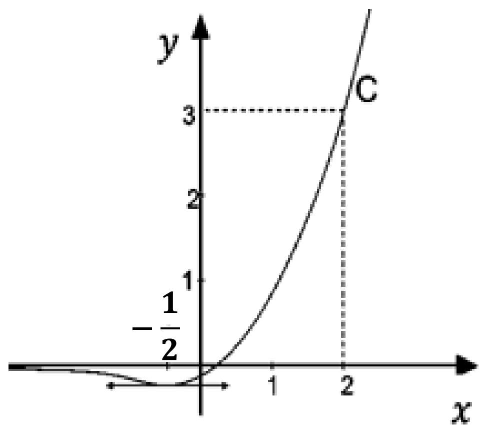
إعداد : أ . وائل عنيزان	الجواب : C	كتابة وتنسيق : م. صلاح سالم

26

يبين الشكل المجاور الخط C للتابع f المعرف على R وفق

$$f(x) = (ax - 1)e^{x-b}$$

حيث a, b عددان حقيقيان فإن قيمة (a, b) هي :



A	$(2,0)$	**B**	$(2,2)$	**C**	$(1, 2 - ln2)$	**D**	$\left(\frac{2}{3}, 2 - 2ln3\right)$

نحو الحل

$$f'(x) = ae^{x-b} + e^{x-b}(ax - 1)$$

$$f'(x) = e^{x-b}(a + ax - 1)$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow a + a\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$f(2) = 3 \Rightarrow (2a - 1)e^{2-b} = 3$$

$$3e^{2-b} = 3 \Rightarrow 2 - b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

إعداد : أ . وائل أبو الخير	الجواب : B	كتابة وتنسيق : م. صلاح سالم

27

لتكن المعادلة التفاضلية $E:\ 3y' - y = x^2 - 3x + 2$

نفترض أن f كثير حدود من الدرجة الثانية يحقق E . عندئذٍ $f(x)$ يكتب بالشكل:

A	$f(x) = x^2 + 9x + 25$	**B**	$f(x) = -x^2 - 3x - 11$
C	$f(x) = -x^2 - 3x - 7$	**D**	$f(x) = x^2 + 9x - 25$

نحو الحل

بفرض $f(x) = ax^2 + bx + c$ وبالتالي $f'(x) = 2ax + b$

نعوض في E لنجد : $3(2ax + b) - (ax^2 + bx + c) = x^2 - 3x + 2$

$$-ax^2 + (6a - b)x + 3b - c = x^2 - 3x + 2$$

$$\begin{cases} -a = 1 \\ 6a - b = -3 \\ 3b - c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = -1 \\ b = -3 \\ c = -11 \end{matrix}$$

$$f(x) = -x^2 - 3x - 11$$

إعداد : أ. ريم بوظان	الجواب : B	كتابة وتنسيق : م مهند حريقة

28	ليكن التابع f المعرف على R^* وفق : $f(x) = x\, e^{\frac{1}{x}}$ إن معادلة المقارب المائل لـ C بجوار $+\infty$ هي :						
A	$y = x - 1$	**B**	$y = -x + 1$	**C**	$y = x + 1$	**D**	$y = -x - 1$

نحو الحل

$$a = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$$

$$b = \lim_{x\to+\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x\to+\infty} \left(xe^{\frac{1}{x}} - x\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}\right) = \lim_{t\to0}\left(\frac{e^{t}-1}{t}\right) = 1$$

ومنه نجد $y = x + 1$ هي معادلة المقارب المائل

إعداد : أ . باسل سمير الحسين	الجواب : C	كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم

29	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = x - 3 - \frac{3}{e^x+1}$ إن معادلة المستقيم المقارب المائل للخط C في جوار $-\infty$ هي :						
A	$y = x$	**B**	$y = 6 - x$	**C**	$y = -x - 3$	**D**	$y = x - 6$

نحو الحل

بما أن : $\lim_{x\to-\infty} -\frac{3}{e^x+1} = -3$ فإن : $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (x-3)] = -3$

ومنه $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (x-6)] = 0$

إذن : $y = x - 6$ معادلة المقارب المائل

ملاحظة : يمكن الحل بالطريقة العامة بحساب a, b للمستقيم $y = ax + b$

إعداد : أ . ماهر المحمد	الجواب : D	كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم

30	ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = (x-2)e^x$ ، تابعه المشتق $f'(x) = (x-1)e^x$ عندئذٍ جميع قيم العدد الحقيقي m التي تجعل للمعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين تنتمي إلى المجال :						
A	$]-e, 0[$	**B**	$]e, +\infty[$	**C**	$]0, e[$	**D**	$]-\infty, -e[$

نحو الحل

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-e$	$\nearrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (xe^x - 2e^x) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$f'(x) = 0$ ومنه $x = 1$ وبالتالي $f(1) = -e$

حسب الجدول نجد للمعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين عندما $m \in]-e, 0[$

إعداد : أ . رياض الزامل	الجواب : A	كتابة وتنسيق : م . صلاح سالم