اختبارات مؤتمتة لرياضيات البكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الأولى

اختبار الاشعة في الفراغ

إشراف المهندس: عبد الحميد السيد

كتابة:

م. أمين الحايك م. مهند حريقة د. مصطفى الرزوق

تنسيق واخراج: م مهند حريقة

التدقيق العلمي واللغوي

محي الدين إسماعيل	مروان بركة	عبد الحميد السيد	خالد الحداد
محمد السيد علي	حسام قاسم	يوسف منصور	زينب يوسف
نادر أبوراس	فادي المحمد	هيثم ديوب	زكي طحاوي
محمد زين جعرور	صفوح الأفندي	أمين حايك	مصطفى الرزوق
مهند حريقة	علي جمول	محمد العيسى	بشار كنعان
فادي طنوس	صلاح سالم	عبد السلام حسن	آلدار كلابدون

1 **قيمة a (غير المعدومة) التي تجعل الشعاعين: $\vec{u}(-1, a, -1)$ و $\vec{v}(4, -8, 2a)$ مرتبطان خطياً هي:**

A		B		C		D		E	
A	1	B	2	C	4	D	$-\frac{1}{4}$	E	$\frac{1}{2}$

نحو الحل

لكي يكون الشعاعان مرتبطان خطياً يجب أن يتحقق:

$$-\frac{1}{4} = \frac{a}{-8} = \frac{-1}{2a} \Longrightarrow a = 2$$

إعداد: م ريم فطامة | الجواب:B | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

2 **لدينا النقاط: $A(3, 5, 2)$ و $B(2, -1, 3)$ و $F(a, b, 4)$.**
إن قيمة a و b التي تجعل النقاط A و B و F على استقامة واحدة هي:

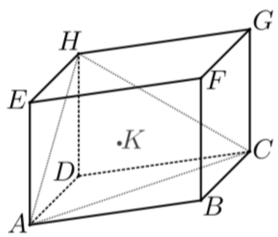
A	$a = 3$ $b = -5$	B	$a = 2$ $b = 1$	C	$a = 1$ $b = -7$	D	$a = 5$ $b = -1$	E	$a = 4$ $b = 6$

نحو الحل

$$\left.\begin{matrix} \overrightarrow{AF}(a-3, b-5, 2) \\ \overrightarrow{AB}(-1, -6, 1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a-3}{-1} = \frac{b-5}{-6} = \frac{2}{1} \Rightarrow a = 1\,, b = -7$$

إعداد: م محمد جمال الخطيب | الجواب: C | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

3 **$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه K مركز ثقل المثلث ACH**
إذا علمت ان النقاط F , K , D تقع على استقامة واحدة .
عندئذ يوجد عدد حقيقي α تتحقق من أجله العلاقة $\overrightarrow{KD} = \alpha\,\overrightarrow{DF}$ قيمته هي:



A	$-\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	C	-3	D	$-\frac{1}{3}$	E	$-\frac{3}{2}$

نحو الحل

بما أن K مركز ثقل المثلث AHC عندها أياً كانت D من الفراغ

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} = 3\,\overrightarrow{DK} \Rightarrow \overrightarrow{DF} = -3\,\overrightarrow{KD} \Rightarrow \overrightarrow{KD} = -\frac{1}{3}\,\overrightarrow{DF}$$

إعداد: م نادر أبوراس | الجواب:D | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

4 **احداثيات النقطة M التي تقع على محور الرواقم والمتساوية البعد عن النقطتين $A(1, 1, 2)$, $B(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\,, 0\,)$ هي:**

A	$M(0,0,1)$	B	$M(0,0,2)$	C	$M(0,0,-2)$	D	$M(0,-1,0)$	E	$M(0,0,-1)$

نحو الحل

لأنها على محور الرواقم تكون احداثياتها بالشكل $M(0,0,z)$

ولأنها متساوية البعد عن A و B يكون $MA^2 = MB^2$

$$1 + 1 + (z-2)^2 = 2 + 8 + z^2 \;\;\Rightarrow\;\; z = -1$$

إعداد: م رشا سقور | الجواب:E | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

5 $E - ABCD$ هرم رباعي رأسه E ، إذا علمت أن العدد الدال على حجم الهرم يساوي العدد الدال على مساحة قاعدته فإن ارتفاعه يساوي:

A	**1**	B	**2**	C	**3**	D	**4**	E	**5**

نحو الحل

$$v = s$$
$$\frac{1}{3}s \cdot h = s \Rightarrow$$
$$\frac{1}{3}h = 1 \quad \Rightarrow h = 3$$

إعداد: م صفوح الأفندي	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

6 إذا كانت النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط $(A, 1)$, $(B, -1)$, $(C, 2)$
فإن قيمة العدد الحقيقي k الذي يحقق العلاقة : $\overrightarrow{GC} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ هي:

A	$\frac{1}{2}$	B	$-\frac{1}{2}$	C	2	D	-2	E	1

نحو الحل

من الفرض نجد أن:
$$\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

إعداد: م شذى مقداد	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

7 إذا علمت أن النقطة $B(-1, 3, 3)$ تنتمي إلى الكرة التي مركزها $A(2, 3, \alpha)$ ونصف قطرها 3 عندئذ فإن:

A	$\alpha = -3$	B	$\alpha = 3 - 2\sqrt{2}$	C	$\alpha = 3$	D	$\alpha = 3 + \sqrt{2}$	E	$\alpha = -1$

نحو الحل

$$BA = R$$
$$\sqrt{9 + 0 + (\alpha - 3)^2} = 3 \Rightarrow 9 + (\alpha - 3)^2 = 9$$
$$(\alpha - 3)^2 = 0 \Rightarrow \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha = 3$$

إعداد: م مازن الزعبي	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

8	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتين $A(1,2,-1)$, $C(0,1,1)$ عندئذ تكون إحداثيات النقطة B نظيرة النقطة A بالنسبة إلى C هي:								
A	$(1,0,-3)$	B	$(1,0,3)$	C	$(-1,0,3)$	D	$(-1,1,3)$	E	$(-1,0,-3)$

نحو الحل

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 0 = \frac{1 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = -1$$
$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 0$$
$$z_C = \frac{z_A + z_B}{2} \Rightarrow 1 = \frac{-1 + z_B}{2} \Rightarrow z_B = 3$$

إعداد: م سلمى عبدو	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

9	إن مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة $y^2 + z^2 - \frac{2}{5}x^2 = 0$ و $0 \le x \le 5$ تمثل مخروطاً . نصف قطر قاعدته يساوي:								
A	2	B	5	C	$\sqrt{5}$	D	$\sqrt{2}$	E	$\sqrt{10}$

نحو الحل

المعادلة من الشكل: $y^2 + z^2 - \frac{r^2}{h^2}x^2 = 0$

نلاحظ أن $\frac{r^2}{h^2} = \frac{2}{5}$ ... ولأن الارتفاع هو $h = 5$ يكون

$\frac{r^2}{25} = \frac{2}{5}$ ومنه يكون $r^2 = 10$ ومنه $r = \sqrt{10}$

إعداد: م سومر سليمان	الجواب: E	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

10	في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. إن معادلة الأسطوانة التي مركزي قاعدتيها النقطتين $A(2,0,0)$ و $B(5,0,0)$ وتمر بالنقطة $C(3,4,3)$ هي:								
A	$x^2 + z^2 = 25$ $2 \le y \le 5$	B	$y^2 + z^2 = 25$ $2 \le x \le 5$	C	$y^2 + z^2 = 9$ $2 \le x \le 5$	D	$y^2 + z^2 = 25$ $0 \le x \le 5$	E	$x^2 + y^2 = 25$ $2 \le z \le 5$

نحو الحل

محورها AB على محور الفواصل، ولدينا $C'(3,0,0)$ هي مسقط C على الفواصل

ومنه يكون نصف قطرها هو $CC' = 5$ وبالتالي معادلتها هي: $y^2 + z^2 = 25$

والشرط $2 \le x \le 5$

إعداد: م حسان داوود	الجواب:B	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

11 في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمل النقاط $B(10,4,3)$, $C(4,3,5)$, $D(0,4,5)$. إن احداثيات النقطة $A(x,y,z)$ التي تجعل D مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,-2)$, $(B,1)$, $(C,-2)$ هي:

A		B		C		D		E	
A	$(-1,5,4)$	B	$(1,-7,4)$	C	$(1,5,4)$	D	$(1,5,-4)$	E	$(1,5,11)$

نحو الحل

$$\begin{cases} x_D = \dfrac{-2x_A + x_B - 2x_C}{-2+1-2} \Rightarrow \dfrac{-2x_A + 10 - 8}{-3} = 0 \Rightarrow x_A = 1 \\ y_D = \dfrac{-2y_A + y_B - 2y_C}{-2+1-2} \Rightarrow \dfrac{-2y_A + 4 - 6}{-3} = 4 \Rightarrow y_A = 5 \\ z_D = \dfrac{-2z_A + z_B - 2z_C}{-2+1-2} \Rightarrow \dfrac{-2z_A + 3 - 10}{-3} = 5 \Rightarrow z_A = 4 \end{cases}$$

إعداد: م إبراهيم الأحمد | الجواب:C | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

12 $ABCD$ رباعي وجوه. فيه النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABC . عندئذٍ مجموعة نقاط الفراغ M المحققة للعلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$$

هي كرة مركزها E ونصف قطرها هو:

A	ED	B	$\frac{1}{2}ED$	C	$\frac{1}{3}ED$	D	$\frac{1}{6}ED$	E	$\frac{1}{4}ED$

نحو الحل

$$\left\|2\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right)\right\| = \left\|3\overrightarrow{MD} - \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right)\right\|$$

$$2\left\|3\overrightarrow{ME}\right\| = \left\|3\left(\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME}\right)\right\|$$

$$6ME = 3ED \quad \Rightarrow \quad ME = \frac{1}{2}ED$$

إعداد: م حسن آصف سليمان | الجواب:B | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

13 في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، لتكن النقاط $A(1,0,2)$ و $B(-1,1,3)$ ولتكن M نقطة تقاطع المستوي المحوري لـ $[AB]$ مع محور التراتيب. عندئذٍ تكون احداثيات M هي:

A	$(0,-1,0)$	B	$(0,3,0)$	C	$(0,0,3)$	D	$(3,0,3)$	E	$(0,4,0)$

نحو الحل

احداثيات M هي بالشكل $M(0,y,0)$ ولأنها من المستوي المحوري لـ $[AB]$ يكون:

$$MA^2 = MB^2 \Rightarrow (1)^2 + y^2 + (2)^2 = (-1)^2 + (1-y)^2 + (3)^2$$

$$y^2 + 5 = 1 + y^2 - 2y + 1 + 9 \quad \Rightarrow \quad y = 3$$

إعداد: م مضر الأحمد | الجواب:B | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

14 في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعرف النقطة $A(5,2,1)$ ، ولتكن B مسقطِ A على المستوي xoy ، ولتكن C مسقط B على محور الفواصل. عندئذٍ يكون طول القطعة المستقيمة AC هو:

A	1	B	$\sqrt{2}$	C	$\sqrt{5}$	D	$\sqrt{3}$	E	$\sqrt{29}$

نحو الحل

مسقط A على المستوي xoy هي : $B(5,2,0)$ ومسقط B على الفواصل هي: $C(5,0,0)$

$$AC = \sqrt{0+4+1} = \sqrt{5}$$

إعداد: م نور الدين صندفي | الجواب: C | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

15

في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط: $A(5,0,0)$ و $B\left(1,2,2\sqrt{5}\right)$ و $C(x,y,z)$ تنتمي لدائرة كبرى من كرة S معادلتها: $S: x^2+y^2+z^2=25$ عندئذ إحداثيات C ليكون المثلث ABC قائم في A هي:

A		B		C		D		E	
A	$(-5,0,0)$	B	$(3,4,0)$	C	$(-4,-3,0)$	D	$(4,3,0)$	E	$\left(-1,-2,-2\sqrt{5}\right)$

نحو الحل

المثلث ABC قائم في A ورؤوسه تنتمي لدائرة كبرى من الكرة S إذاً $[BC]$ قطراً لها ،
أي C نظيرة B بالنسبة للمبدأ، وبالتالي $C\left(-1,-2,-2\sqrt{5}\right)$

إعداد: م ربيع الشيخ عبيد | الجواب: E | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

16

ليكن α عدد حقيقي، ولنتأمل النقاط الثلاث $A(1,3,-1)$ و $B(2,5,2)$ و $C(3,4,\alpha)$.
إن قيمة العدد الحقيقي α التي تجعل المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A هي:

A		B		C		D		E	
A	-3	B	1	C	2	D	3	E	5

نحو الحل

لدينا $\overrightarrow{AC}(2,1,\alpha+1)$ و $\overrightarrow{AB}(1,2,3)$ ، وبما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A فإن:

$$AB^2=AC^2 \Rightarrow 1+4+9=4+1+(\alpha+1)^2$$

$$(\alpha+1)^2=9 \Rightarrow \begin{cases} \alpha+1=3 \quad \Longrightarrow \alpha=2 \ (\text{مقبول}) \\ \alpha+1=-3 \ \Longrightarrow \ \alpha=-4 \end{cases}$$

إعداد: م صلاح أحمد السالم | الجواب: C | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

17

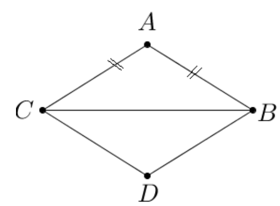
في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن النقاط $A(2,1,-1)$, $B(5,2,1)$, $C(0,0,2)$ والتي تشكل رؤوس مثلث متساوي الساقين رأسه A .
عندئذ فإن إحداثيات النقطة D التي تجعل $ABDC$ معيناً هي:

A		B		C		D		E	
A	$(-3,-1,4)$	B	$(3,1,4)$	C	$(3,1,0)$	D	$(-3,-1,0)$	E	$(-3,-1,-4)$

نحو الحل

بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A إذاً كي يكون الرباعي $ABDC$ معيناً يكفي أن يكون متوازي الأضلاع:
أي: $D(x,y,z)$ حيث $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$

$$(x\,,y\,,z-2)=(3\,,1\,,2) \quad \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z-2=2 \quad \Rightarrow z=4 \end{cases}$$



إعداد: م هيثم ديوب | الجواب: B | كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

18

$A-BCDE$ هرم، النقطة M تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$
عندئذ فإن النقطة M تنتمي إلى المستوي:

A		B		C		D		E	
A	(ABE)	B	(ABC)	C	(ACD)	D	(ADE)	E	$(BCDE)$

نحو الحل

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$
ومنه نجد أن الأشعة $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً .
وبالتالي النقطة M تنتمي إلى المستوي (ABC)

إعداد: م محمد السيد علي	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

19

$ABCDEFGH$ مكعب فيه K نقطة تحقق العلاقة:
$$2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}$$
إن قيم α و β و γ التي تجعل K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(B,\alpha),(C,\beta),(G,\gamma)$ هي:

A	$\alpha=-1$ $\beta=2$ $\gamma=3$	B	$\alpha=-1$ $\beta=-2$ $\gamma=-3$	C	$\alpha=-1$ $\beta=-2$ $\gamma=3$	D	$\alpha=1$ $\beta=-2$ $\gamma=3$	E	$\alpha=1$ $\beta=2$ $\gamma=-3$

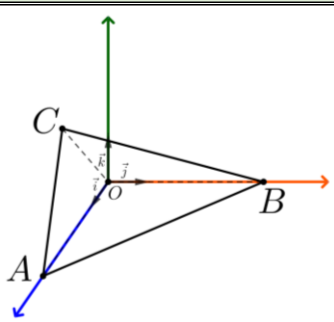
نحو الحل

$$2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}$$
$$2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{AK}+3\overrightarrow{KG}$$
$$\overrightarrow{KB}-2\overrightarrow{KC}+3\overrightarrow{KG}=\vec{0}$$

إعداد: م صفاء قزق	الجواب: D	كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

20

في معلم متجانس للفراغ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:
$A(4,0,0)$ و $B(0,y,0)$ و $C(2,0,z)$.
المثلث OAC متساوي الأضلاع وحجم الهرم $OACB$ يساوي $4\sqrt{3}$
عندئذ قيمة كل من y و z هي:



A	$y=3$ $z=\sqrt{3}$	B	$y=4$ $z=2\sqrt{3}$	C	$y=4$ $z=2$	D	$y=3$ $z=2\sqrt{3}$	E	$y=2$ $z=2\sqrt{3}$

نحو الحل

المثلث OAC متساوي الأضلاع ومنه:
$$z_c^{\ 2}=4^2-2^2=16-4=12\ \Rightarrow z_c=2\sqrt{3}$$
$$v=4\sqrt{3}=\frac{1}{3}\left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4}\right)y\Rightarrow 1=\frac{y}{3}\Rightarrow y=3$$

إعداد: م مهند حريقة	الجواب: D	كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

21 بفرض النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,2)$, $(C,3)$
فإن القيمة الممكنة للثلاثية (α,β,γ) التي تجعل النقطة B مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) , (C,β) , (G,γ) يمكن أن تكون:

A		B		C		D		E	
A	$(1,3,6)$	B	$(1,-3,6)$	C	$(1,3,-6)$	D	$(3,1,6)$	E	$(-3,-1,6)$

نحو الحل

$$\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$
$$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$$
$$6\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$$
$$\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}-6\overrightarrow{BG}=\vec{0}$$

إعداد: م عمر إبراهيم	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

22 في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,m,0)$, $B(7,0,9)$ والشعاعان: $\vec{u}(1,4,2)$ و $\vec{v}(4,-2,5)$
فإن قيمة m التي تجعل الأشعة $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ مرتبطة خطياً تساوي:

A	2	B	3	C	-2	D	1	E	-1

نحو الحل

تكون الأشعة $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ مرتبطة خطياً إذا وفقط إذا وجد عددان حقيقيان α و β يحققان:

$$\overrightarrow{AB}=\alpha\,\vec{u}+\beta\,\vec{v}\Rightarrow\begin{pmatrix}7\\-m\\9\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}1\\4\\2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}4\\-2\\5\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}7=\alpha+4\beta & (1)\\-m=4\alpha-2\beta & (2)\\9=2\alpha+5\beta & (3)\end{cases}$$

بالحل المشترك بين (1) و (3) نجد أن: $\alpha=\frac{1}{3}$ و $\beta=\frac{5}{3}$

نعوض في (2) نجد:

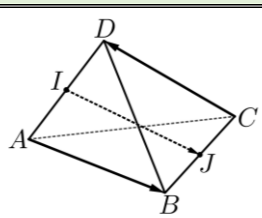
$$-m=4\left(\frac{1}{3}\right)-2\left(\frac{5}{3}\right)=-2\Longrightarrow \boldsymbol{m=2}$$

إعداد: م أمجد شاليش	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

23 $ABCD$ رباعي وجوه فيه I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$
ان قيمة $(\alpha\,,\beta)$ التي تحقق العلاقة

$$\overrightarrow{IJ}=\alpha\,\overrightarrow{AB}+\beta\,\overrightarrow{CD}$$

هي:



A	$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$	B	$\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$	C	$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$	D	$\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$	E	$\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{4}\right)$

نحو الحل

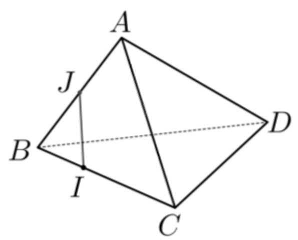
$$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}\ \ldots\ldots(1)$$
$$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CJ}\ \ldots\ldots(2)$$

بالجمع نجد: $2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$ ومنه $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

إعداد: م أحمد ذياب الرفاعي	الجواب:D	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

24

$ABCD$ رباعي وجوه. فيه النقطة J منتصف $[BA]$ والنقطة I تحقق العلاقة $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ولنتأمل في المعلم الكيفي $\left(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA}\right)$ النقطة $M(1,m,0)$ حيث m عدد حقيقي.
عندئذٍ تكون قيمة m التي تجعل المستقيم (IJ) يوازي المستوي (ADM) هي:



A		B		C		D		E	
	$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$		1		-1		-2

نحو الحل

$$A(0,0,1),D(0,1,0),M(1,m,0),I\left(\frac{1}{3},0,0\right),\boldsymbol{J}\left(0,0,\frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{IJ}}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\,\overrightarrow{AD}\ \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}\\0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}1\\m\\-1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\alpha=-\frac{1}{3}\\\alpha\,m+\beta=0\\-\alpha-\beta=\frac{1}{2}\end{cases}$$

مما سبق نجد $\alpha\ =-\frac{1}{3}$ و $\beta=-\frac{1}{6}$ وبالتالي تكون $m=-\frac{1}{2}$

إعداد: م عبد الرحمن الحصني	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

25

في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن لدينا النقطتين: $A(1,0,2)$ و $B(-1,2,2)$ عندئذ:
معادلة الكرة التي مركزها M ونصف قطرها OA حيث M مركز الأبعاد المتناسبة لـ : $(B,1)$ و $(A,2)$ هي:

A	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z-2)^2=5$	B	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z-2)^2=\sqrt{5}$	C	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z-2)^2=25$
D	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z+2)^2=5$	E	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2+(z-2)^2=5$		

نحو الحل

$$M\left(\frac{-1+2}{3},\frac{2+0}{3},\frac{2+4}{3}\right)\Longrightarrow M\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},2\right)$$

$$R=OA=\sqrt{5}$$

وبالتالي معادلة الكرة: $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z-2)^2=5$

إعداد: م. رزان البديوي	الجواب: A	كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

26

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,-3,2)$, $B(2,-1,1)$, $C(-1,0,0)$, $D(5,-2,2)$
إذا علمت أن المستقيمين (DC) , (AB) متقاطعان، فإن القيم الممكنة للثلاثية (α,β,γ)
والتي تجعل النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة (A,α) , (B,β) , (C,γ) قد تكون:

A		B		C		D		E	
A	$(0,2,-1)$	B	$(0,-1,2)$	C	$(-1,2,0)$	D	$(2,0,-1)$	E	$(2,-1,0)$

نحو الحل

بما أن المستقيمين (DC) , (AB) متقاطعان فإن النقاط A و B و C و D تقع في مستو واحد
وبالتالي الأشعة $\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{DC}$ مرتبطة خطياً أي تحقق:

$$\overrightarrow{DC} = a\,\overrightarrow{DA} + b\,\overrightarrow{DB} \Rightarrow \begin{pmatrix}-6\\2\\-2\end{pmatrix} = a\begin{pmatrix}-4\\-1\\0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}-3\\1\\-1\end{pmatrix}$$

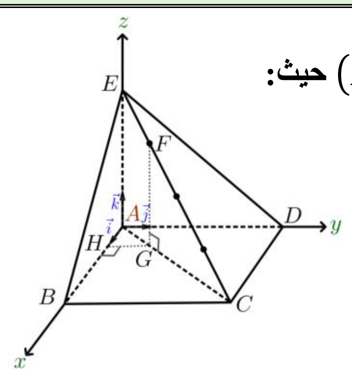
$$\Rightarrow \begin{cases}-6 = -4a - 3b & (1)\\ 2 = -a + b & (2)\\ -2 = -b & (3)\end{cases}$$

من (3) نجد أن $b = 2$ نعوض في (2) فنجد أن: $a = 0$ وهما تحققان المعادلة (1)
وبالتالي: $\overrightarrow{DC} = 0\cdot\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB}$ ومنه: $0\cdot\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$
وبالتالي النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(A,0)$, $(B,2)$, $(C,-1)$

إعداد: م زكي طحاوي	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

27

$EABCD$ هرم رأسه E وقاعدته مستطيل ومزوَّد بمعلم متجانس للفراغ $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث:
$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 5\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 4\vec{k}$ ، F نقطة من $[EC]$ تحقق:
$$4\overrightarrow{CF} = 3\overrightarrow{CE}$$
ولتكن G مسقط F على $ABCD$ و H مسقط G على $[AB]$.
فإن طول $[FH]$ هو:



A		B		C		D		E	
A	$\frac{5}{4}$	B	$\frac{19}{4}$	C	$\frac{13}{16}$	D	$\frac{13}{4}$	E	$\frac{19}{16}$

نحو الحل

نجد بسهولة أن: $E(0,0,4)$ و $C(3,5,0)$ ومن الفرض لدينا: $4\overrightarrow{CF} = 3\overrightarrow{CE}$، بفرض $F(x,y,z)$ فإن:

$$4(x-3,y-5,z) = 3(-3,-5,4)$$

ومنه:

$$\left.\begin{array}{l}4x - 12 = -9 \Rightarrow x = \frac{3}{4}\\ 4y - 20 = -15 \Rightarrow y = \frac{5}{4}\\ 4z = 12 \quad\Rightarrow z = 3\end{array}\right\} \Rightarrow F\left(\frac{3}{4},\frac{5}{4},3\right)$$

G مسقط F على ABCD $\Leftarrow G\left(\frac{3}{4},\frac{5}{4},0\right)$. H مسقط G على $[AB]$ $\Leftarrow H\left(\frac{3}{4},0,0\right)$

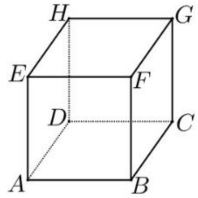
$$FH = \sqrt{\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(0-\frac{5}{4}\right)^2 + (0-3)^2} = \frac{13}{4}$$

إعداد: م نور خزام	الجواب: D	كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

28

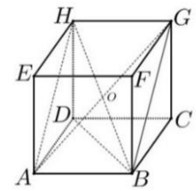
$ABCDEFGH$ مكعب. فيه O نقطة تقاطع قطريه $[AG]$ و $[BH]$.

عندئذ المستوي (HOA) يقطع المستوي (BGD) بالمستقيم:



A		B		C		D		E	
A	(BD)	B	(AG)	C	(BH)	D	(GD)	E	(BG)

نحو الحل

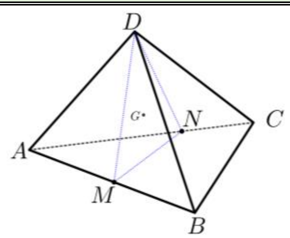


$$(HOA) \subset (HGBA)$$
$$(HGBA) \cap (BGD) = (BG)$$

إعداد: م يوسف منصور | الجواب: E | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

29

$ABCD$ رباعي وجوه . M تنتمي الى الحرف $[AB]$ و N تنتمي الى الحرف $[AC]$ ، G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة:
$(C,2)$ و $(B,1)$ و (A,a) و $(D,3)$ وهي أيضاً مركز ثقل المثلث DMN.
عندئذ a يساوي:



A	1	B	$\frac{3}{2}$	C	2	D	$\frac{5}{2}$	E	3

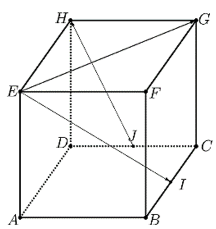
نحو الحل

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(C,2)$ و $(B,1)$ و (A,a) و $(D,3)$ إذن: $(G, 6+a)$
G مركز ثقل المثلث DMN إذن: $(N,3)$ و $(M,3)$ و $(D,3)$
وبالتالي: $6+a=9$ ومنه : $a=3$

إعداد: م عبد الحميد السيد | الجواب: E | كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق

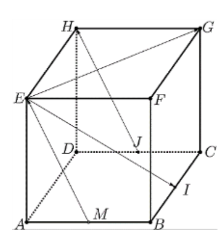
30

$ABCDEFGH$ مكعب فيه النقطة I منتصف $[BC]$
والنقطة J منتصف $[DC]$
عندئذ قيمة α , β المحققة للعلاقة: $\overrightarrow{JH} = \alpha\overrightarrow{EI} + \beta\overrightarrow{EG}$ هي:



A	$\alpha=-1$, $\beta=\frac{1}{2}$	B	$\alpha=-1$, $\beta=\frac{-1}{2}$	C	$\alpha=1$, $\beta=\frac{1}{2}$	D	$\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=1$	E	$\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=-1$

نحو الحل



$\overrightarrow{JH} = \overrightarrow{ME}$ حيث M منتصف $[AB]$

$$\overrightarrow{JH} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{IE}$$

$$\overrightarrow{JH} = -\overrightarrow{EI} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{EG} \Rightarrow \beta = \tfrac{1}{2} \text{ و } \alpha = -1$$

ملاحظة: يمكن الحل باستخدام معلم متجانس

إعداد: م رياض الحسين | الجواب: A | كتابة وتنسيق: م أمين الحايك