أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الأشعة في الفراغ

الجزء الثاني – الوحدة الأولى

إشراف:
المهندس: عبد الحميد السيد

كتابة:
م.مهند حريقة **م.أمين الحايك** **م.نادر أبوراس**

تنسيق وإخراج :
المدرس نادر ابوراس

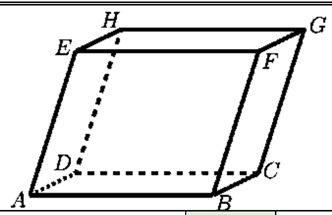
التدقيق العلمي واللغوي

محي الدين إسماعيل	مروان بركه	عبد الحميد السيد	خالد الحداد
محمد السيد علي	حسام قاسم	يوسف منصور	زينب يوسف
نادر أبو راس	فادي المحمد	هيثم ديوب	زكي طحاوي
محمد زين جعرور	صفوح الأفندي	أمين الحايك	مصطفى الرزوق
مهند حريقة	علي جمول	محمد العيسى	بشار كنعان
فادي طنوس	صلاح سالم	آلداركلابدون	

1

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه

المجموع $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}$ يمثل الشعاع :



A		B		C		D	
A	$\overrightarrow{AG}$	B	$\overrightarrow{FD}$	C	$\overrightarrow{BH}$	D	$\vec{0}$

نحو الحل

$$\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{FD}$$

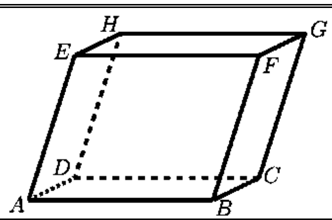
إعداد: م باسل سطمة	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

2

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه

المجموع $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BF}$

مرتبط خطياً مع الشعاع :



A		B		C		D	
A	$\overrightarrow{HA}$	B	$\overrightarrow{DG}$	C	$\overrightarrow{AC}$	D	$\overrightarrow{HF}$

نحو الحل

$$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BF}$$
$$=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BG}=-\overrightarrow{HA}$$

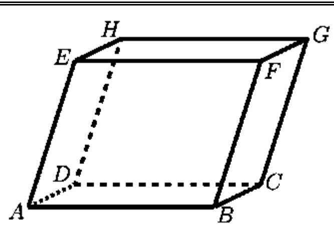
إعداد: م مازن الزعبي	الجواب: A	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

3

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه النقطة P المعرفة بالعلاقة

$$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$$

تنطبق على النقطة O مركز الوجه :

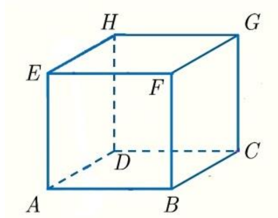


A		B		C		D	
A	$ABCD$	B	$EFGH$	C	$ADHE$	D	$BCGF$

نحو الحل

$$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}\right)$$
$$=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$$
$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AO}$$

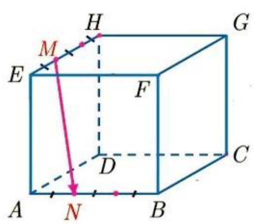
إعداد: م علاء الدين الرشيد	الجواب: D	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

4	$ABCDEFGH$ مكعب فيه النقطة M المعرفة بالعلاقة: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB}\right)$ تنطبق على:						
A	H	B	G	C	B	D	A

نحو الحل

$$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{GB}\right)$$
$$\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HG}\right)=\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{AB}\right)=\overrightarrow{AB}$$

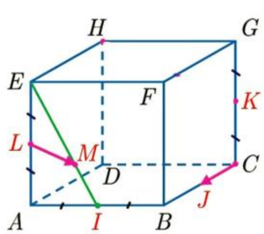
إعداد: م طالب اسعد	الجواب: C	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

5	$ABCDEFGH$ مكعب فيه M تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ و N تحقق $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ فإن الثنائية (α,β) التي تحقق $\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{EA}+\beta\overrightarrow{DB}$ هي:						
A	$\left(\frac{1}{3},1\right)$	B	$\left(\frac{2}{3},1\right)$	C	$\left(1,\frac{1}{3}\right)$	D	$\left(1,\frac{2}{3}\right)$

نحو الحل

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$
$$=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{AB}\right)=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right)$$
$$=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$$

إعداد: م حسين رشيد	الجواب: C	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

6	$ABCDEFGH$ مكعب، L و K و J هي بالترتيب منتصفات $[AE]$ و $[GC]$ و $[CB]$ ، ولتكن M مركز ثقل المثلث AEB فإذا كانت الأشعة الثلاثة $\overrightarrow{LM}$ و $\overrightarrow{CJ}$ و $\vec{u}$ مرتبطة خطياً ، فإن الشعاع $\vec{u}$ يمكن أن يكون :						
A	$\overrightarrow{HG}$	B	$\overrightarrow{HK}$	C	$\overrightarrow{AC}$	D	$\overrightarrow{GK}$

نحو الحل

$$\overrightarrow{LM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{LB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{HG}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{HK}$$
$$\overrightarrow{LM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HK}+0\,\overrightarrow{CJ}\Rightarrow\vec{u}=\overrightarrow{HK}$$

إعداد: م خالد الحمد	الجواب: B	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

7 نتأمل النقاط $A(3,5,2)$, $B(2,-1,3)$, $C(0,-2,2)$ في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
إن احداثيات النقطة K التي تجعل الرباعي $ABCK$ متوازي أضلاع هي :

A		B		C		D	
A	$K(1,-4,1)$	B	$K(1,4,1)$	C	$K(-1,-8,3)$	D	$K(-1,-4,3)$

نحو الحل:

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{KC} \Rightarrow (-1,-6,1)=(-x,-2-y,2-z)$$

$$\begin{cases}-x=-1 & \Rightarrow x=1\\ -2-y=-6 & \Rightarrow y=4\\ 2-z=1 & \Rightarrow z=1\end{cases}$$

إعداد: م احمد ذياب الرفاعي	الجواب: B	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

8 إن قيمة كل من a و b لتقع النقاط $A(2,3,0),B(3,2,1),M(a,b,2)$ على استقامة واحدة هي:

A	$a=1,b=4$	B	$a=-4,b=1$	C	$a=4,b=1$	D	$a=4,b=-1$

نحو الحل:

$$\overrightarrow{AB}(1,-1,1),\overrightarrow{AM}(a-2,b-3,2)$$

$$\frac{a-2}{1}=\frac{b-3}{-1}=\frac{2}{1}$$

ومنه نجد $a=4$ و $b=1$

إعداد: م رشا سقور	الجواب: C	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

9 في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $C(1,2,-2)$, $B(-2,3,2)$, $A(3,0,-1)$ و I منتصف $[AB]$
عندئذٍ إحداثيات D نظيرة I بالنسبة لـ C هي:

A	$\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{9}{2}\right)$	B	$\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-\frac{9}{2}\right)$	C	$\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2},\frac{9}{2}\right)$	D	$\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2},-\frac{9}{2}\right)$

نحو الحل:

إحداثيات I منتصف $[AB]$ هي $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ وبفرض $D(x,y,z)$ عندها يكون

$$\left.\begin{aligned} x&=2x_C-x_I=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\\ y&=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\\ z&=-4-\frac{1}{2}=-\frac{9}{2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow D\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-\frac{9}{2}\right)$$

إعداد: م ناجح داؤد	الجواب: B	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

10 لتكن لدينا النقطتان $A(2,3,-2)$, $B(5,-1,0)$ ، عندها تكون احداثيات النقطة M
التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{AB}$ هي

A	$(4,11,6)$	B	$(4,-11,-6)$	C	$(-4,5,2)$	D	$(-4,11,-6)$

نحو الحل:

نضع $M(x,y,z)$ فيكون حسب العلاقة

$$(2-x,3-y,-2-z)=2(3,-4,2)$$

$$(2-x,3-y,-2-z)=(6,-8,4)$$

$$x=-4\,,\ \ y=11\,,\ \ z=-6$$

إعداد: م رزان البديوي	الجواب: D	كتابة و تنسيق: م مهند حريقة

11 في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(3,5,2)$, $B(2,-1,3)$, $C(0,-2,2)$, $D(-2,5,1)$
عندئذ مركبات الشعاع $\vec{u}$ الذي يحقق: $\vec{u}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CD}$ هي:

A	B	C	D
$\vec{u}(-7,-4,1)$	$\vec{u}(-7,-12,1)$	$\vec{u}(-7,0,2)$	$\vec{u}(-1,30,-5)$

نحو الحل

$$\overrightarrow{AB}(-1,-6,1)\ ,\ \overrightarrow{CD}(-2,7,-1)$$
$$\vec{u}=3\begin{pmatrix}-1\\-6\\1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-2\\7\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-18\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\14\\-2\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \vec{u}(-7,-4,1)$$

إعداد: م وائل أبو الخير	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

12 في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(3,0,-1)$, $B(-2,3,2)$, $C(1,2,-2)$
عندئذ إحداثيات النقطة $M(x,y,z)$ التي تحقق: $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ هي:

A	B	C	D
$M(-13,12,2)$	$M(-13,11,3)$	$M(-13,10,4)$	$M(-13,12,5)$

نحو الحل

$$\begin{pmatrix}x+2\\y-3\\z-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\3\\3\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}-2\\2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\3\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6\\6\\-3\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x+2=-11 & \Rightarrow x=-13\\ y-3=9 & \Rightarrow y=12\\ z-2=0 & \Rightarrow z=2\end{cases}$$
$$\Rightarrow M(-13,12,2)$$

إعداد: م زكي طحاوي	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

13 في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:
$A(3,5,2)$, $B(2,-1,3)$, $C(0,-2,2)$, $D(-2,5,1)$, $E(3,9,2)$, $F(8,13,3)$
عندئذ مركبات الشعاع $\vec{v}$ الذي يحقق: $\vec{v}=2\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+3\overrightarrow{EF}$ هي:

A	B	C	D
$\vec{v}\left(14,\frac{-7}{2},\frac{11}{2}\right)$	$\vec{v}\left(16,\frac{-7}{4},11\right)$	$\vec{v}\left(12,-11,\frac{7}{2}\right)$	$\vec{v}\left(14,\frac{7}{2},11\right)$

نحو الحل

$$\vec{v}=2\begin{pmatrix}-1\\-6\\1\end{pmatrix}-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-2\\7\\-1\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}5\\4\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-12\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\\frac{-7}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}15\\12\\3\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \vec{v}\left(14,\frac{-7}{2},\frac{11}{2}\right)$$

إعداد: م محمد داوّد	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

14 **عند البحث عن العدد الحقيقي $\boldsymbol{\alpha}$ ليكون الشعاعان $\vec{u}(2,\alpha,5)$ و $\vec{v}(1,-2,\alpha)$ مرتبطين خطياً وجدنا أنه:**

A	$\alpha=-10$	**B**	$\alpha=-4$	**C**	$\alpha=0$	**D**	لا يمكن تعيينه

نحو الحل

$$\vec{u}=k\cdot\vec{v}\Longrightarrow(2,\alpha,5)=(k,-2k,\alpha\cdot k)$$

$$\Longrightarrow\begin{cases}2=k & (1)\\ \alpha=-2k & (2)\\ 5=\alpha\cdot k & (3)\end{cases}$$

نعوض $\boldsymbol{k}=\mathbf{2}$ (1) في (2) نجد أن: $\boldsymbol{\alpha}=\mathbf{-4}$

وهذه النتائج لا تحقق (3) حيث $\mathbf{5}\neq\mathbf{-4}\times\mathbf{2}$

وبالتالي لا يمكن تعيين α

إعداد: م عبد الحميد السيد	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

15 **في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(1,3,-2)\,,B(2,-1,0),C(6,-3,-1)$ عندئذ فإن المثلث ABC**

A	متساوي الأضلاع	**B**	قائم ومتساوي الساقين
C	قائم ومختلف الأضلاع	**D**	متساوي الساقين فقط

نحو الحل

$$AB=\sqrt{(2-1)^2+(-1-3)^2+(0+2)^2}=\sqrt{21}$$

$$AC=\sqrt{(6-1)^2+(-3-3)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{62}$$

$$BC=\sqrt{(6-2)^2+(-3+1)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{21}$$

نلاحظ أن $AB=BC$ إذاً المثلث متساوي الساقين رأسه B

$AB^2+BC^2\neq AC^2$ بالتالي المثلث غير قائم

إعداد: م أمين الحايك	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

16 **في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين: $A(1,1,\sqrt{2})\,,B(\sqrt{2},-\sqrt{2},0)$ والنقطة C نظيرة النقطة A بالنسبة للمبدأ، عندئذ فإن المثلث ABC**

A	قائم وغير متساوي الساقين	**B**	قائم ومتساوي الساقين
C	متساوي الأضلاع	**D**	منفرج الزاوية

نحو الحل

C نظيرة النقطة A بالنسبة للمبدأ إذاً: $C(-1,-1,-\sqrt{2})$

$$(AB)^2=\left(\sqrt{2}-1\right)^2+\left(-\sqrt{2}-1\right)^2+\left(0-\sqrt{2}\right)^2=8$$

$$(AC)^2=(-1-1)^2+(-1-1)^2+\left(-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)^2=16$$

$$(BC)^2=\left(-1-\sqrt{2}\right)^2+\left(-1+\sqrt{2}\right)^2+\left(-\sqrt{2}-0\right)^2=8$$

نلاحظ أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في B

إعداد: م زينب يوسف	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

17 في معلم $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط: $A(-4,-1,2)\,,B(-2,1,0),C(6,3,-5)$
عندئذ إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي:

A		B		C		D	
A	$(0,1,-1)$	B	$(4,0,1)$	C	$(0,3,-3)$	D	$(0,1,-3)$

نحو الحل

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{-4-2+6}{3} = 0 \\ y_G = \dfrac{-1+1+3}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{2+0-5}{3} = -1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow G(0,1,-1)$$

إعداد: م سلمى عبدو | الجواب: A | كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

18 النقطة M تحقق: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ والنقطة $A \notin (BC)$
عندئذ متوازي الأضلاع هو :

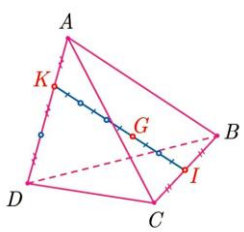
A		B		C		D	
A	$ABCM$	B	$ACBM$	C	$ACMB$	D	$ABMC$

نحو الحل

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$
حسب شال $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$
$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{CB}$$
إذاً $ACBM$ متوازي أضلاع

إعداد: م صالح العموش | الجواب: B | كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

19 في الشكل المرسوم لدينا
النقطة K مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(D,d),(A,a)$
والنقطة I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,c),(B,b)$
والنقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط
$(D,d),(C,c),(B,b),(A,a)$
عندئذ الرباعية (a,b,c,d) تساوي:



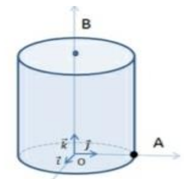
A		B		C		D	
A	$(4,3,3,2)$	B	$(4,9,9,2)$	C	$(8,9,9,4)$	D	$(8,3,3,4)$

نحو الحل

النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(K,2)\,,\,(I,3)$
وبالتالي تكون النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط
$$\left(A,\frac{4}{3}\right)\,,\quad \left(D,\frac{2}{3}\right),\left(B,\frac{3}{2}\right)\,,\quad \left(C,\frac{3}{2}\right)$$
(نضرب جميع الأثقال بـ6) لتصبح النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط
$$(A,8)\,,\quad (D,4),(B,9)\,,\quad (C,9)$$

إعداد: محمد السيد علي | الجواب: C | كتابة وتنسيق: م أمين الحايك

20	في معلم متجانس $(O\,; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل في الشكل المجاور أسطوانة مركزي قاعدتيها هما O و B فيها OB=4 و OA=2 عندئذ معادلة الأسطوانة هي :



A	B	C	D
$x^2+y^2=1$ $0 \le z \le 4$	$x^2+z^2=1$ $0 \le y \le 4$	$x^2+y^2=4$ $0 \le z \le 4$	$x^2+y^2=4$ $0 < z < 4$

نحو الحل:

نصف قطر الدائرة قاعدتها $(r = OA)$ $r = 2 \Leftarrow r^2 = 4$
OBمحور الأسطوانة ينطبق علىOZأي $0 \le z \le 4$
الإجابة الموافقة C

إعداد: م عبد الله حناوي	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

21	لدينا في معلم متجانس $(O\,; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ اسطوانة معادلتها : $x^2+y^2=9$ و $0 \le z \le 7$ إحدى هذه النقاط تقع على الأسطوانة

A	B	C	D
A(3,−1 ,1)	B(0,−3 ,10)	C(1, 2 , 1)	D(3, 0, 3)

نحو الحل:

$Z_B = 10$ لايحقق شرط متراجحة الأسطوانة
النقاط A و C بالتعويض في معادلة الأسطوانة نجد أنها لا تحقق المعادلة
توضيح((بتعويض النقطة D : $(3)^2+(0)^2=9$ نجدها تحقق معادلة الأسطوانة
و $Z_D = 3$ يحقق شرط متراجحة الأسطوانة))

إعداد: م مهران اسماعيل	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

22	لدينا في معلم متجانس $(O\,; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$مخروط معادلته : $x^2+y^2-\frac{4}{25}z^2=0$ و $0 \le z \le 5$ إحدى هذه النقاط تقع على المخروط :

A	B	C	D
$T(2,2\sqrt{3},10)$	S(1,1,3)	R(-2,1,5)	Q(2,0,5)

نحو الحل:

$Z_T = 10$ لايحقق شرط المخروط
النقاط S و R بالتعويض في معادلة المخروط نجد انها لا تحقق المعادلة
توضيح((بتعويض النقطة Q $[(2)^2+(0)^2-\frac{4}{25}(5)^2=0]$تحقق المعادلة و $Z_Q = 5$ يحقق شرط المخروط))

إعداد: م مريم زرزور	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

23	لدينا في معلم متجانس $(O; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$مخروط رأسه O محوره $\overrightarrow{Oi}$ وقاعدته الدائرة التي مركزها (4,0,0) ونصف قطرها 3 ومعادلته من الشكل : $y^2+z^2-k.x^2=0$ و $0 \le x \le 4$ حيث قيمة k تساوي :

A	B	C	D
$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{25}{4}$

نحو الحل:

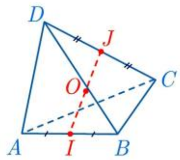
الشكل العام لمعادلة مخروط محوره OXهي : $y^2+z^2-\frac{r^2}{h^2}.x^2=0 \Rightarrow K=\frac{r^2}{h^2}$
لدينا r=3 و $h=4$ عندئذ: $k=\frac{9}{16}$

إعداد: م محمد الحموش	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

24

ABCD رباعي وجوه فيه النقاط :

I منتصف [AB] و J منتصف [CD] و O منتصف [IJ]



عندئذ المجموع $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ يساوي :

A		B		C		D	
A	$\overrightarrow{IJ}$	**B**	$\overrightarrow{JI}$	**C**	$2\overrightarrow{IJ}$	**D**	$\vec{0}$

نحو الحل

حسب علاقة المتوسط في المثلث AOB : $2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ و في المثلث COD : $2\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

نعوض في علاقة المجموع :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}) = 2(\vec{0}) = \vec{0}$$

إعداد: م محمد غوش	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

25

ABCD رباعي وجوه فيه I نقطة تحقق العلاقة $2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

عندئذ النقطة I تقع في منتصف القطعة المستقيمة:

A	[AB]	**B**	[DC]	**C**	[BD]	**D**	[DA]

نحو الحل

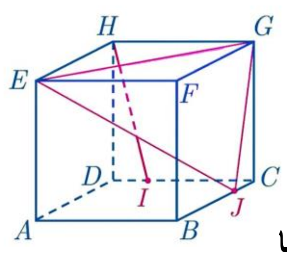
$$2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \rightarrow 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA} \rightarrow 2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$$

حسب علاقة المتوسط فان النقطة I تقع منتصف [BD]

إعداد: م ربيع الشيخ عبيد	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

26

$ABCDEFGH$ مكعب فيه :



النقطة I من الحرف [CD] تحقق المساواة $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة J من الحرف [BC] تحقق المساواة $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

إذا علمت ان المستقيم (HI) يوازي المستوي (EGJ) عندئذ

يوجد عددان حقيقيان (x, y) تتحقق من اجلهما العلاقة $\overrightarrow{HI} = x\overrightarrow{EG} + y\overrightarrow{EJ}$ هما

A	$\left(\frac{3}{4}, 1\right)$	**B**	$\left(-\frac{3}{4}, 1\right)$	**C**	$\left(1, -\frac{3}{4}\right)$	**D**	$\left(-1, -\frac{3}{4}\right)$

نحو الحل

لنأخذ المعلم $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$

عندئذ إحداثيات النقاط $I(1,4,0)$, $G(4,4,4)$ $J(4,3,0)$, , $H(0,4,4)$, $E(0,0,4)$

$$\overrightarrow{HI} = x\overrightarrow{EG} + y\overrightarrow{EJ} \Rightarrow (1,0,-4) = x(4,4,0) + y(4,3,-4)$$

$$\left\{\begin{matrix} 4x + 4y = 1 (1) \\ 4x + 3y = 0 \quad (2) \\ -4y = -4 (3) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(x = -\frac{3}{4}, \quad y = 1\right)$$

إعداد: م علي جمول	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

27

في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,5,0)$ غير واقعة على استقامة واحدة. إذا علمت أن النقطة $D(-3,-5,6)$ الواقعة في المستوي (ABC) تحقق العلاقة $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ فإن الثنائية (α,β) تساوي:

A		B		C		D	
A	$(-10,5)$	B	$(-10,-5)$	C	$(5,10)$	D	$(5,-10)$

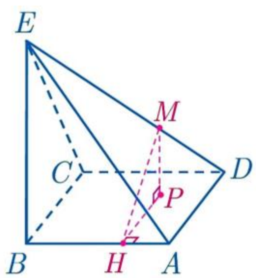
نحو الحل

$$\begin{bmatrix}-5\\-5\\5\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix}-1\\-2\\0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}3\\5\\-1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{matrix}-5=-\alpha+3\beta\\-5=-2\alpha+5\beta\\5=-\beta\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}\beta=-5\\\alpha=-10\end{cases}$$

إعداد: م أحمد الكلش	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

28

$ABCDE$ هرم رأسه E وقاعدته مربع،
المستقيم (BE) عمود على المستوي $(ABCD)$
وفيه $EB=4\sqrt{2}$ و $AB=4$ والنقطة M تحقق $3\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DE}$
، ولتكن P المسقط القائم لـ M على المستوي $(ABCD)$
وH المسقط القائم للنقطة P على (AB)
فإن طول القطعة المستقيمة $[MH]$ هو:



A		B		C		D	
A	$\frac{4\sqrt{5}}{3}$	B	$\frac{4\sqrt{6}}{3}$	C	$\frac{7\sqrt{2}}{3}$	D	$\frac{11}{3}$

نحو الحل

نختار المعلم المتجانس $\left(B;\frac{1}{4}\overrightarrow{BA},\frac{1}{4}\overrightarrow{BC},\frac{1}{4\sqrt{2}}\overrightarrow{BE}\right)$ ومنه يكون $E\left(0,0,4\sqrt{2}\right)$, $D(4,4,0)$

ولنضع $M(x,y,z)$

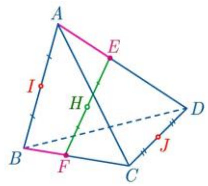
$$\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DE}\Rightarrow\begin{bmatrix}x-4\\y-4\\z-0\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-4\\-4\\4\sqrt{2}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{matrix}x=\frac{8}{3}\\y=\frac{8}{3}\\z=\frac{4\sqrt{2}}{3}\end{matrix}\Rightarrow M\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3},\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$$

ومنه تكون $P\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3},0\right)$ وتكون $H\left(\frac{8}{3},0,0\right)$

$$MH=\sqrt{\left(\frac{8}{3}-\frac{8}{3}\right)^2+\left(0-\frac{8}{3}\right)^2+\left(0-\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$$

إعداد: م أمجد شاليش	الجواب:B	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

29



A-BCD رباعي وجوه فيه I منتصف [AB] و J منتصف [CD]
والنقطتان E و F تحققان العلاقتين
$\overrightarrow{AE} = \alpha\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = \alpha\overrightarrow{BC}$ حيث α عدد حقيقي
ولتكن النقطة H منتصف [EF] تحقق العلاقة $\overrightarrow{IH} = k\,\overrightarrow{IJ}$ عندئذ فان k تساوي :

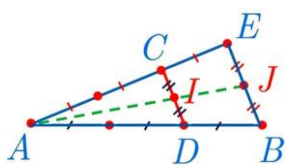
A		B		C		D	
A	α	B	$\frac{\alpha}{2}$	C	2α	D	$\frac{1}{\alpha}$

نحو الحل

من العلاقة: $\overrightarrow{AE} = \alpha\,\overrightarrow{AD}$ نجد E مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1-\alpha)$ (D, α)
من العلاقة: $\overrightarrow{BF} = \alpha\,\overrightarrow{BC}$ نجد F مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(B, 1-\alpha)$ (C, α)
H منتصف [EF] نجد H مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(E, 1)$ و $(F, 1)$
H مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1-\alpha)$ (D, α) و $(B, 1-\alpha)$ (C, α) $(*)$
بما أن I منتصف [AB] نجد I مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(B, 1-\alpha)$ و $(A, 1-\alpha)$
بما أن J منتصف [CD] نجد J مركز الأبعاد المتناسبة لـ (D, α) و (C, α)
ويض في $(*)$ حسب الخاصة التجميعية : H مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(I, 2-2\alpha)$ و $(J, 2\alpha)$
$\overrightarrow{IH} = \frac{2\alpha}{2\alpha+2-2\alpha}\overrightarrow{IJ} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \frac{2\alpha}{2}\overrightarrow{IJ} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \alpha\overrightarrow{IJ}$ الاجابة A

إعداد: م براءة السماعيل	الجواب: **A**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

30



A ,B , C نقاط ليست على استقامة واحدة
والنقطتان E و D تحققان العلاقتين: $3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{CE}$
و لتكن I منتصف [CD] و J منتصف [BE]
إذا علمت أن $\overrightarrow{AI} = k\,\overrightarrow{AJ}$ فان قيمة k تساوي:

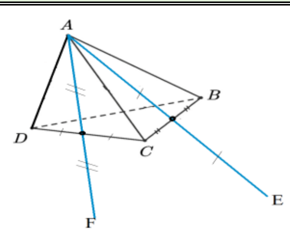
A		B		C		D	
A	$\frac{1}{4}$	B	1	C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{2}{3}$

نحو الحل

$\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ وحسب علاقة المتوسط: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$
$2\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}(2\,\overrightarrow{AJ}) = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AJ}$

إعداد: م بشار كنعان	الجواب: **D**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

31



ABCD رباعي وجوه و E و F هي نظائر A
بالنسبة إلى منتصفات $[BC]$ و $[DC]$ بالترتيب
عندئذ تكون القطعتان المستقيمتان المتناصفتان هما

A		B		C		D	
A	$[DF]$ و $[AC]$	B	$[BD]$ و $[AC]$	C	$[BE]$ و $[DF]$	D	$[DE]$ و $[FB]$

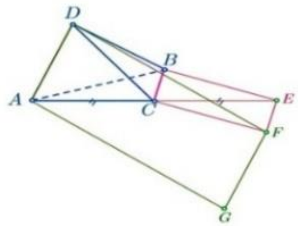
نحو الحل

ABEC متوازي أضلاع ومنه $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$
ACFD متوازي أضلاع ومنه $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DF}$
$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{BE}$
ومنه الرباعي DBEF متوازي أضلاع فان قطراه : $[DE]$ و $[FB]$ متناصفان و الإجابة D

إعداد: م فادي المحمد	الجواب: **D**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

32

ABCD رباعي وجوه و E هي نظيرة A بالنسبة إلى C
و النقطتان F , G اللتان تجعلان
EBCF و FDAG متوازيا أضلاع
عندئذ الشعاع $\overrightarrow{DG}$ يساوي



A	B	C	D
$\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{CB}$

نحو الحل

ADFG متوازي أضلاع حسب خاصة متوازي الأضلاع فان $\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DF}$

وحسب شال : $\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}$

وبما ان EBCF متوازي أضلاع فان: $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{BC}$ نعوض نجد الإجابة C

إعداد: م فاطمة شهابي	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

33

نتأمل في معلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(3,2,1), B(1,2,0), C(3,1,-2), M(m,1,3)$
إن قيمة m التي تجعل النقطة M تنتمي للمستوي (ABC) هي:

A	B	C	D
1	-13	13	-1

نحو الحل

$$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{pmatrix} m-3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} m-3&=-2\alpha \\ -\beta&=-1 \\ -\alpha-3\beta&=2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \beta&=1 \\ \alpha&=-5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m=13$$

إعداد: م جمال الخليل	الجواب: C	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

34

نتأمل في معلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط A(3 , 2, 1) و B(1,2,0) و C(3,1,-2)
عندئذ العلاقة بين x و y كي تقع النقطة D $(x, y, 3)$ في المستوي (ABC) هي :

A	B	C	D
$x+y=6$	$x+6y-19=0$	$x+6y=0$	$x+y=19$

نحو الحل

D تنتمي الى المستوي(ABC) عندئذ يوجد عددان حقيقيان α و β يحققان: $\overrightarrow{AD}=\alpha\,\overrightarrow{AB}+\beta\,\overrightarrow{AC}$

$(x-3, y\text{-}2{,}2)=\alpha(-2, 0, -1)+\beta(0, -1, -3)$

$$\begin{cases} -2\alpha=x-3 & (1) \longrightarrow \alpha=\frac{x-3}{-2} \\ -\beta=y-2 & (2) \longrightarrow \beta=2-y \\ -\alpha-3\beta=2 & (3) \end{cases}$$

نعوض في (3) نجد: $-\frac{x-3}{-2}-3(2-y)=2$

بالإصلاح نجد : $x+6y-19=0$

إعداد: م شذى مقداد	الجواب: B	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

35	لتكن ξ مجموعة النقاط $\mathbf{M}\ (x, y, z)$ التي تحقق إحداثياتها العلاقة: $x - 2y + 3Z - 5 = 0$ إذا كانت النقطة $\mathbf{B(5,0,0)}$ تنتمي للمجموعة ξ فإن مركبات الشعاع $\overrightarrow{\mathbf{BM}}$ هي :						
A	$(2y - 3z + 5, y, z)$	**B**	$(2y - 3z - 5, y, z)$	**C**	$(-2y + 3z, y, z)$	**D**	$(2y - 3z, y, z)$
نحو الحل	$\overrightarrow{\mathrm{BM}}(x-5\ , y\ , z)$ ولأن M من ξ فإن : $x - 5 = 2y - 3z$ إذا : $\overrightarrow{\mathrm{BM}}(2y - 3z\ , y\ , z)$						
	إعداد: م مهند المفعلاني		الجواب: **D**		كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس		

36	في معلم متجانس $(O\ ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطتان $A(2, -1, 3), B(0, 5, -1)$ إن احداثيات النقطة C الواقعة على محور الفواصل والمتساوية البعد عن A و B هي:						
A	$C(-3,0,0)$	**B**	$C(-4,0,0)$	**C**	$C(3,0,0)$	**D**	$C(4,0,0)$
نحو الحل	إحداثيات C هي بالشكل $C(x, 0,0)$ لأنها على محور الفواصل $AC^2 = BC^2 \Rightarrow (x-2)^2 + 1 + 9 = x^2 + 25 + 1$ بالإصلاح نجد $x = -3$						
	إعداد: م آلداركلابدون		الجواب: A		تنسيق وكتابة : م مهند حريقة		

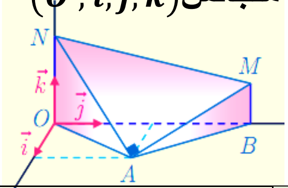
37	ليكن a عدداً حقيقياً . ولنتأمل النقاط $A(3, 1, -3)\ , B(-1, 5, -3)\ , C(-1, 1, a)$ إن قيم a التي يكون عندها المثلث ABC مثلثاً متساوي الاضلاع هي:						
A	$\{1,7\}$	B	$\{-1,-7\}$	C	$\{-1,7\}$	D	$\{1,-7\}$
نحو الحل	$AB = \sqrt{32}\ , Ac = \sqrt{16 + (a+3)^2}\ , BC = \sqrt{16 + (a+3)^2}$ $32 = 16 + (a+3)^2 \ \Rightarrow (a+3)^2 = 16$ $\left.\begin{matrix} a + 3 = 4 \\ a + 3 = -4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} a = 1 \\ a = -7 \end{matrix}\right.$						
	إعداد: م وسيم الرحيل		الجواب: D		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة		

38	في معلم $(O\ ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتين $A(2, 1, 0)$ و $B(-1, 4, 2)$ إن قيمة λ التي تجعل النقطة $C(1, 1, \lambda)$ متساوية البعد عن A و B هي:						
A	4	B	3	C	2	D	1
نحو الحل	$AC^2 = BC^2 \ \Rightarrow 1 + 0 + \lambda^2 = 4 + 9 + (\lambda - 2)^2$ $\lambda^2 + 1 = 13 + \lambda^2 - 4\lambda + 4 \Rightarrow \lambda = 4$						
	إعداد: م هاني الحسين		الجواب: A		تنسيق وكتابة : م مهند حريقة		

39	نتأمل النقطتان $A(2,1,0)$, $B(-1,4,2)$. اذا علمت أن $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ فإن إحداثياتها تحقق العلاقة :		
A	$x+5y+2z=8$	B	$x+5y+2z=15$
C	$3x-3y-2z+11=0$	D	$3x-3y-2z+8=0$
نحو الحل	$AM=BM$ $\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2+z^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2}$ بالتربيع والاختزال $3x-3y-2z+8=0$		
	إعداد: م محمود المحمود	الجواب: D	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

40	في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $A(2,3,0), B(2,3,6), M(4,-1,2)$ غير واقعة على استقامة واحدة. ولتكن النقطة $K(2,3,z)$ من المستقيم (AB). عندئذٍ بعد النقطة M عن المستقيم (AB) هو:						
A	$5\sqrt{2}$	B	$2\sqrt{5}$	C	20	D	10
نحو الحل	$MK^2=(4-2)^2+(4)^2+(z-2)^2=(z-2)^2+20$ يكون MK اصغر ما يمكن $d=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ عندما $z=2$						
	إعداد: م صفوح الأفندي			الجواب: B		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة	

41	n و m عددان حقيقيان موجبان يحققان $n>m>0$ نتأمل النقاط: $A(\sqrt{3}\,,3,\,0)$ و $B(0,6,0)$ و $M(0,6,m)$ و $N(0,0,n)$ في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ إذا علمت أن: المثلث MAN قائما في A وحجم المجسم A-OBMN يساوي $5\sqrt{3}$ فإن قيمة العددين $(n\,,m)$ هي						
A	$(6\;,\;1)$	B	$(3\sqrt{2}\,,\;\sqrt{2})$	C	$(3\,,\;2)$	D	$(2\sqrt{3}\,,\;\sqrt{3})$
نحو الحل	MANمثلث قائم في A عندئذ : $MN^2=AM^2+AN^2$ $0+36+(n-m)^2=3+9+m^2+3+9+n^2$ $(1)n.m=6$ حجم المجسم A-OBMNيساوي$5\sqrt{3}$ $V=\frac{1}{3}S_{OBMN}\,.h_A$ وبالتالي : $5\sqrt{3}=\frac{1}{3}(\frac{m+n}{2}\,.6)\,.\sqrt{3}$ $(2)\quad n+m=5$ من (1) و (2) نجد : $n=3\,,m=2$						
	إعداد: م رياض الحسين			الجواب: C		كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس	



42

رباعي وجوه $ABCD$ فيه النقطتان E و F تحققان : $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$
فإذا علمت أن النقطة G هي مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة:
$(A,1),(B,3),(C,1),(D,2)$ فإن العدد الحقيقي k الذي يحقق العلاقة $\overrightarrow{EG}=k.\overrightarrow{EF}$ هو:

A	B	C	D
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{3}$

نحو الحل

F هي مركز الابعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1),(D,2)$
E هي مركز الابعاد المتناسبة للنقطتين $(C,1),(B,3)$
وحسب الخاصة التجميعية
G مركز الابعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(E,4),(F,3)$
ويكون $\overrightarrow{EG}=\frac{3}{7}\overrightarrow{EF}$

إعداد: م نادر أبو راس | الجواب: C | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

43

لدينا رباعي وجوه $ABCD$ ولتكن النقطتان E و F المعرفتان وفق : $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
ولتكن G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط $(A,1),(B,3),(C,1)$, $(D,2)$
عندها تكون النقطة G واقعة على القطعة المستقيمة :

A	B	C	D
$[AF]$	$[BF]$	$[CF]$	$[EF]$

نحو الحل

E مركز أبعاد متناسبة لـ $(B,3),(C,1)$
F مركز أبعاد متناسبة لـ $(D,2),(A,1)$
فحسب الخاصة التجميعية G تكون واقعة على القطعة $[EF]$

إعداد: م احمد الشيخ عيسى | الجواب: D | كتابة تنسيق: م مهند حريقة

44

$ABCD$ رباعي وجوه . ولتكن النقطة G مركز ثقل المثلث BCD .
عندئذٍ مجموعة النقاط M المحققة للعلاقة:
$\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|$ تمثل:

A	المستوي المحوري لـ $[AG]$	B	كرة مركزها G
C	المستوي المحوري لـ $[DG]$	D	كرة مركزها A

نحو الحل

$$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=3\,\overrightarrow{MG}$$
$$3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}=3\overrightarrow{MA}-\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)$$
$$=3\overrightarrow{MA}-3\,\overrightarrow{MG}=3\overrightarrow{GA}$$
$\|\overrightarrow{GA}\|=\|\overrightarrow{MG}\|$ وهي كرة مركزها G

إعداد: م إبراهيم الأحمد | الجواب: B | كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

45 لدينا في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2\,,-1,2)$ و $B(-2,1,-2)$ ونقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار $f(M)=MA^2+MB^2$
ان مجموعة النقط M التي تحقق: $f(M)=18$ تمثل :

A		B		C		D	
A	كرة مركزها O	B	مجموعة خالية	C	كرة قطرها AB	D	نقطة وحيدة O

نحو الحل:

$f(M)=MA^2+MB^2=$
$=[(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2]+[(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2]$
$=2x^2+2y^2+2z^2+18$
$f(M)=18\to 2x^2+2y^2+2z^2+18=18\ \to x^2+y^2+z^2=0$

إعداد: م أحمد الصالح | الجواب: **D** | كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

46 لدينا في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2\,,-1,2)$ و $B(-2,1,-2)$ ونقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار $f(M)=MA^2+MB^2$
ان مجموعة النقط M التي تحقق: $f(M)=30$ هي كرة مركزها O ونصف قطرها يساوي :

A		B		C		D	
A	6	B	$\sqrt{6}$	C	$\sqrt{12}$	D	$\sqrt{15}$

نحو الحل:

$f(M)=MA^2+MB^2=[(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2]+[(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2]$
$=2x^2+2y^2+2z^2+18$
$f(M)=30\ \to 2x^2+2y^2+2z^2+18=30$
$x^2+y^2+z^2=6$ (كرة نصف قطرها $\sqrt{6}$)

إعداد: م رشا باره | الجواب: **B** | كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

47 لدينا في معلم متجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2\,,-1,2)$ و $B(-2,1,-2)$ ونقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار $f(M)=MA^2+MB^2$
إحدى قيم العدد الحقيقي k التي تحقق: $f(M)=k$ وتجعل مجموعة النقط M كرة مركزها O تساوي:

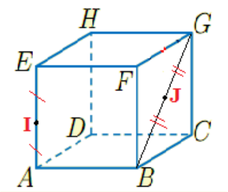
A		B		C		D	
A	9	B	18	C	20	D	0

نحو الحل:

$f(M)=MA^2+MB^2=[(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2]+[(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2]$
$=2x^2+2y^2+2z^2+18$
$f(M)=k\ \to 2x^2+2y^2+2z^2+18=k$
$x^2+y^2+z^2=\frac{k}{2}-9\to\frac{k}{2}-9>0\to\ k>18$

إعداد: م محمد أحمد النابلسي | الجواب: **C** | كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

48



ABCDEFGH مكعب فيه I منتصف [AE] و J منتصف [BG]
ولتكن M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1),(B, 1),(G, 1),(E, 1)$
وتحقق $\overrightarrow{IM} = k.\overrightarrow{IJ}$ فإن قيمة k تساوي :

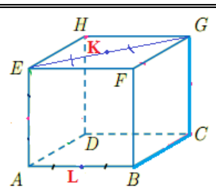
A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{4}$	C	2	D	4

نحو الحل

بما أنI منتصف [AE] نجد I مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1),(E, 1)$
بما أن J منتصف [BG] نجد J مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(B, 1)$ و$(G, 1)$
M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(I, 2),(J, 2)$ ⇐ $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$

إعداد: م أنس دعكور	الجواب: **A**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

49



ABCDEFGH مكعب فيه K منتصف [EG] و L منتصف [AB]

ولتكن M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1),(B, 1),(G, 1),(E, 1)$
عندئذ فان M تنتمي إلى المستقيم:

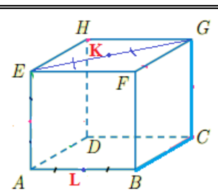
A	(KL)	B	(EC)	C	(KA)	D	(GL)

نحو الحل

بما أن K منتصف [EG] نجد K مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(G, 1)(E, 1)$
بما أن L منتصف [AB] نجد L مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(B, 1)$ و$(A, 1)$
M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(K, 2)(L, 2)$ ⇐ M تنتمي للمستقيم (KL)

إعداد: م.يازد صيوح	الجواب: **A**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس

50



ABCDEFGH مكعب فيه K منتصف [EG] و L منتصف [AB]

ولتكن M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(A, 1),(B, 1),(G, 1),(E, 1)$
عندئذ فان النقطة M تحقق العلاقة :

A	$\overrightarrow{MK} + 2\overrightarrow{ML} = \vec{0}$	B	$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{ML} = \vec{0}$	C	$2\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{ML} = \vec{0}$	D	$\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{ML} = \vec{0}$

نحو الحل

بما أن K منتصف [EG] نجد K مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(G, 1)(E, 1)$
بما أن L منتصف [AB] نجد L مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(B, 1)$ و$(A, 1)$
M مركز الأبعاد المتناسبة لـ $(K, 2)(L, 2)$ ⇐ Mمنتصف[KL]⇐ $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{ML} = \vec{0}$

إعداد: م سومر سليمان	الجواب: **B**	كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس