النسب المثلثية لزوايا حادة

قوانين هامة:

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$ (جيب الزاوية)

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$ (تجيب الزاوية)

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$ (ظل الزاوية)

ملاحظات:

1- النسب المثلثية ليس لها واحد قياس.

$$\sin = \frac{1}{2} \quad \boxed{\cancel{cm}\ \cancel{m}}$$

2- النسب المثلثية لزاوية حادة هي أعداد موجبة تماماً لكون كل منها نسبة طولين.

$$\cos A = -\frac{1}{2} \quad \times$$

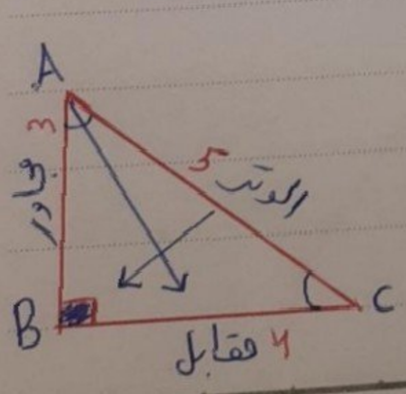
$$\cos A = +\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

3- $-1 < \sin\hat{A} > 1$

$-1 > \cos\hat{A} < 1$

مثال خارجي:

احسب $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$:



$$\sin \hat{A} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{Bc}{Ac} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{Ac} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \hat{c} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{Bc}{AB} = \frac{4}{5}$$

2] احسب $\sin \hat{c}$, $\cos \hat{c}$, $\tan \hat{c}$.

$$\sin \hat{c} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{Ac} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \hat{c} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{Bc}{Ac} = \frac{4}{5}$$

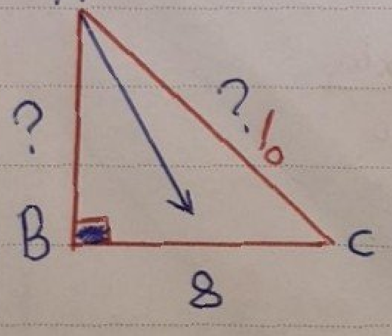
$$\tan \hat{c} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AB}{Bc} = \frac{3}{4}$$

مثال :

[ABc] مثلث قائم في B

$\sin B\hat{A}c = \frac{4}{5}$, $Bc = 8$

احسب طول الوتر.



الحل :

$$\sin \hat{A} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{Bc}{Ac} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{8}{Ac} = \frac{4}{5}$$

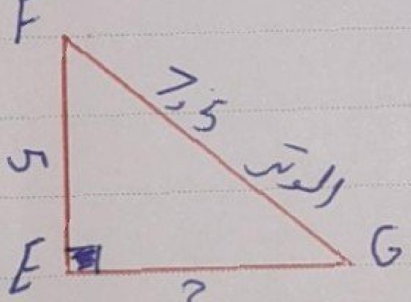
$$Ac = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot 5}{\cancel{4}_{1}}$$

$$Ac = 10$$

مثال (2):

EFG مثلث قائم في E

$FG = 7,5$ و $\cos E\hat{F}G = \frac{2}{3}$



$$\cos \hat{F} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{FE}{FG} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{FE}{7.5} = \frac{2}{3}$$

$$FE = \frac{2 \cdot 7.5 \times 10}{3 \times 10}$$

$$FE = \frac{2 \cdot 75}{30}$$

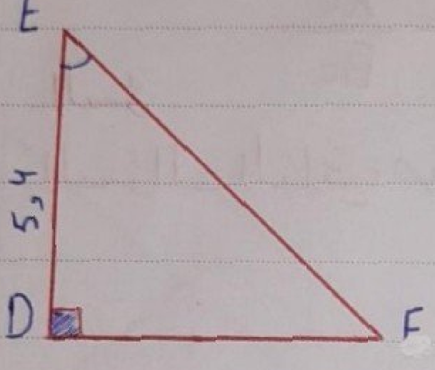
$$FE = \frac{75}{15} = \frac{15}{3} = 5$$

مثال خارجي :

EFD القائم في D

فيه $DF = 5,4$ و $\tan \hat{F} = \frac{1}{3}$

احسب طول ED .



الحل :

$$\tan \hat{F} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{1}{3}$$

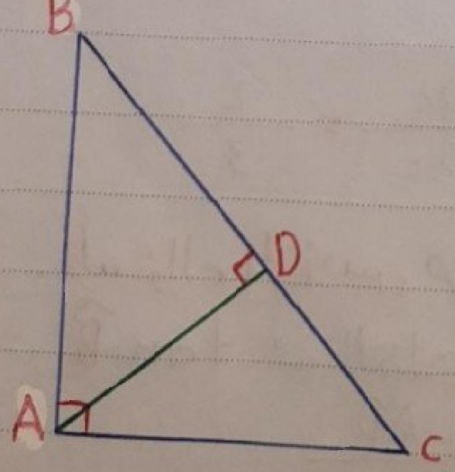
$$\frac{ED}{DF} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{ED}{5,4} = \frac{1}{3}$$

$$ED = \frac{1 \times 5,4}{3}$$

$$ED = \frac{54}{30} = \frac{9}{5}$$

تحقق من فهمك : ص17



في الشكل المرافق ABC مثلث قائم في A

فيه [AD] ارتفاع.

1) عبر عن $\sin \hat{B}$ في المثلث ABC ثم في المثلث BAC.

$\sin \hat{B}$ [في المثلث ADB]

$\sin\hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AD}{AB}$

$\sin B$ في المثلث ABC :

$\sin\hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$

السؤال الثاني ص17 : بالإستفادة من الطلب السابق

$\sin A\hat{B}C = \sin A\hat{B}D$

$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{2}{3} = \frac{AD}{AB}$

السؤال الثالث ص17 :

$\cos\hat{C}$ في مثلث ACD

$\cos A\hat{C}D = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{DC}{AC}$

$\cos C$ في المثلث $B\hat{C}A$

$\cos A\hat{C}B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$

السؤال الرابع ص17 :

$\cos A\hat{C}D = \cos B\hat{C}A$

$\frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{2}{3}$

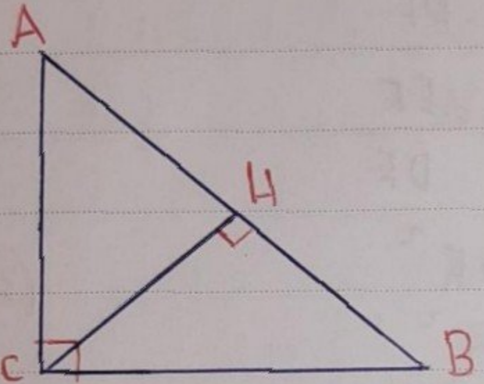
السؤال الخامس ص17 :

$\tan\hat{B}$ في المثلث $A\hat{B}D$

$\tan A\hat{B}D = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AD}{BD}$

في المثلث BHc

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{Ac}{AB}$$



تدريب : ص 18

السؤال الأول :

في المثلث ABc

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{Ac}{AB}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{cB}{AB}$$

في المثلث BHc

$$\sin \widehat{HBc} = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{cH}{cB}$$

$$\cos \widehat{HBc} = \frac{\text{مجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{HB}{cB}$$

الثاني :

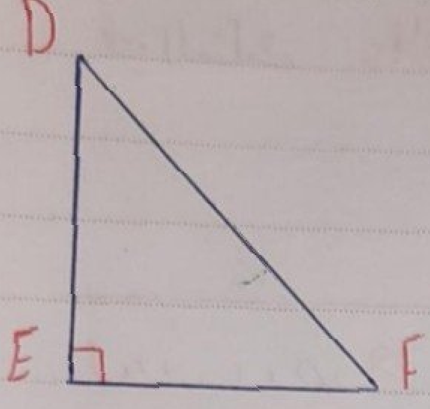
في المثلث ABc

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{Bc}{Ac}$$

في المثلث AcH

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{cH}{AH}$$

Date : / /   Subject:



السؤال الثاني ، 2 + 1

$\sin \hat{D} = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{EF}{DF}$

$\cos \hat{D} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{ED}{DF}$

$\tan \hat{D} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{EF}{DF}$

(3

$ED^2 = EF^2 + DF^2$

$6^2 = 8^2 + DF^2$

$36 = 64 + DF^2$

$DF = 36 + 64 = 100$

$DF = \sqrt{100} = 10\ cm$

(4

$\sin \hat{D} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{FE}{FD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\cos \hat{D} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{DE}{DF} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

السؤال الثالث ، ص18

$\cos \hat{A} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{Ac}$

$\sin \hat{C} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{Bc}{Ac}$

$\tan \hat{C} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{Bc}{AB}$

السؤال الرابع ص18

1) M,N قطر في الدائرة المارة برؤوس المثلث MPN فهو قائم في P.

2) المثلث OPN متساوي الساقين

لأن $6 = OP = ON$ أنصاف أقطار

ولدينا $N = 180 - (90 + 30)$

$= 180 - 120$

$N = 60$

وبالتالي المثلث OPN متساوي الأضلاع

3) نستفيد من الطلب السابق

بما أن مثلث متساوي الأضلاع فإن

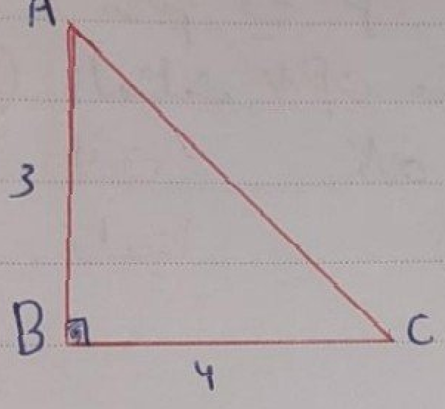
$PN = 6$

$$\sin 30 = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{PN}{MN} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

مبرهنة فيثاغورث:

نص المبرهنة: مربع الوتر = مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$



احسب طول الوتر:

الحل: حسب مبرهنة فيثاغورث

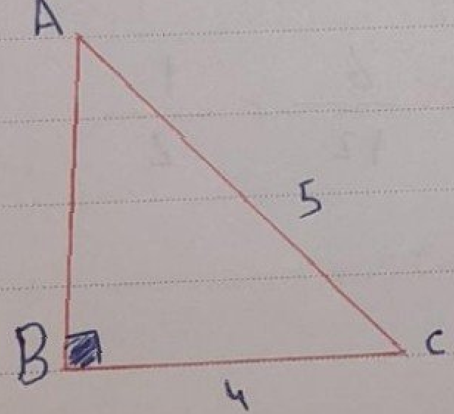
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 9 + 16$

$AC^2 = 25$

نجذر الطرفين

$AC = 5$



احسب طول AB.

حسب مبرهنة فيثاغورث

$AC^2 = BA^2 + BC^2$

$25 = AB^2 + 16$

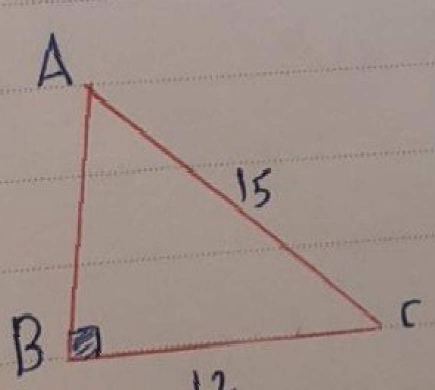
$AB^2 = 25 - 16$

$AB^2 = 9$

نجذر الطرفين

$AB = 3$

وظيفة:



مثلث قائم في B (ABC)

طول BC = 12 , طول AC = 15

احسب طول AB

حسب مبرهنة فيثاغورث :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$15^2 = AB^2 + 12^2$$

$$225 = AB^2 + 144$$

$$225 - 144 = AB^2$$

$$AB^2 = 81$$

بجذر الطرفين

$$AB = 9$$