إن جذري المعادلة $z^2-(2i\sin\theta)z-1=0$ في C حيث $\theta\in R$ هما: إعداد: م. عبد الحميد السيد

A	$e^{i\theta}, e^{-i\theta}$	B	$e^{i\theta}, -e^{-i\theta}$	C	$-e^{i\theta}, e^{-i\theta}$	D	$-e^{i\theta}, -e^{-i\theta}$	E	$e^{i\theta}, -e^{i\theta}$

الحـــــل:

$$z^2-[e^{i\theta}+(-e^{-i\theta})]z+\left((e^{i\theta})(-e^{-i\theta})\right)=0$$

فالخيار الصحيح هو B $\{e^{i\theta}, -e^{-i\theta}\}$

أو باستخدام المميز Δ

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إ ن العدد $Z=2\cos\theta\, e^{i\theta}$ يمثل عدداً عقدياً مكتوباً بالشكل الأسي من أجل: إعداد: م. أحمد الرفاعي

A	$\theta\in\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$	B	$\theta\in\left]\pi,3\frac{\pi}{2}\right[$	C	$\theta\in\left]\frac{\pi}{2},3\frac{\pi}{2}\right[$	D	$\theta\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$	E	$\theta\in\left]-3\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\right[$

الحـــــل:

Z يمثل عدداً عقدياً مكتوباً بالشكل الأسي من أجل

$$2\cos\theta>0 \rightarrow \theta\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان العدد العقدي $Z=\frac{1+2i}{3-i}\times\frac{6-2i}{-2+i}$ فإن $Im(z)$ هو: إعداد: م. حليم ذهبية

A	-2	B	$+2$	C	-1	D	$+1$	E	0

الحـــــل:

$$Z=\frac{1+2i}{3-i}\times\frac{6-2i}{-2+i}=\frac{-i(-2+i)}{3-i}\times\frac{2(3-i)}{-2+i}=-2i$$

نلاحظ أن $z=-2i$ ومنه القسم التخيلي هو -2

فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن العدد العقدي $Z=\frac{i^{2023}+i^{2024}}{\sqrt{3}-i}$ فإن الشكل الأسي للعدد Z هو : إعداد: م. صلاح أحمد سالم

A	$\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$	B	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$	C	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{12}}$	D	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$	E	$2e^{-i\frac{\pi}{12}}$

الحـــــل:

$$Z=\frac{i^{2023}+i^{2024}}{\sqrt{3}-i}=\frac{i^{4(505)+3}+i^{4(506)}}{\sqrt{3}-i}=\frac{-i+1}{\sqrt{3}-i}=\frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$Z=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$Z_A = 1 + i \quad , \quad Z_B = \dfrac{1}{Z_A}$

إعداد: م. بهاء هلال

عندئذٍ يكون شعاع الانسحاب $\vec{w}$ الذي وفقه تكون النقطة A صورة B هو:

$\vec{w} = 2\vec{u} + \vec{v}$	E	$\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$	D	$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$	C	$\vec{w} = 4\,\vec{u}$	B	$\vec{w} = 2\vec{v}$	A

الحـــــــل:

$$Z_B = \frac{1 \times (1-i)}{(1+i)\times(1-i)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$z_A = z_B + w \to \ w = z_A - z_B \ \to \ w = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$ فالخيار الصحيح هو D

$arg\left[(1-\sqrt{3}).\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]$

إعداد: م. لميس الصوص

$\frac{\pi}{3}$	E	$\frac{2\pi}{3}$	D	$-\frac{4\pi}{3}$	C	$\frac{5\pi}{6}$	B	$\frac{4\pi}{3}$	A

الحـــــــل:

$$Z = (1-\sqrt{3}).\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = -(\sqrt{3}-1).\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$Z = e^{\pi i}(\sqrt{3}-1)e^{\frac{\pi}{3}i} = (\sqrt{3}-1)e^{4\frac{\pi}{3}i}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$arg(Z) = \frac{4\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو A

$\cos\frac{x}{2} \neq 0 \quad , \quad e^{xi} \neq -1$ حيث $z = \dfrac{1+\cos x - i\sin x}{1+\cos x + i\sin x}$

عندئذٍ يكتب العدد العقدي z^2 بالشكل الأسي:

إعداد: م. لميس الصوص

e^{2xi}	E	e^{-2xi}	D	e^{-xi}	C	e^{xi}	B	e^{-4xi}	A

الحـــــــل:

$$z = \frac{1+\cos x - i\sin x}{1+\cos x + i\sin x} = \frac{1+e^{-xi}}{1+e^{xi}} = \frac{e^{-xi}(1+e^{xi})}{1+e^{xi}} = e^{-xi}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$z^2 = e^{-2xi}$ فالخيار الصحيح هو D

إعداد: م. محمد أحمد العيسى

بفرض أن $A=\cos^2\theta-\sin^2\theta$ عندئذٍ :

A	B	C	D	E
$A=1$	$A=0$	$A=\frac{e^{2\theta i}+e^{-2\theta i}}{2i}$	$A=\frac{e^{2\theta i}+e^{-2\theta i}}{2}$	$A=\frac{e^{\theta i}+e^{-\theta i}}{4}$

الحـــــــــل:

الطريقة 1) : $A=\cos^2\theta-\sin^2\theta=\cos 2\theta$

$A=\frac{e^{2\theta i}+e^{-2\theta i}}{2}$ فالخيار الصحيح هو D

الطريقة 2) :

$$A=\left(\frac{e^{\theta i}+e^{-\theta i}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^{\theta i}-e^{-\theta i}}{2i}\right)^2$$

$$=\frac{e^{2\theta i}+2e^{\theta i}e^{-\theta i}+e^{-2\theta i}}{4}-\frac{e^{2\theta i}-2e^{\theta i}e^{-\theta i}+e^{-2\theta i}}{-4}$$

$$=\frac{e^{2\theta i}+2+e^{-2\theta i}+e^{2\theta i}-2+e^{-2\theta i}}{4}=\frac{2e^{2\theta i}+2e^{-2\theta i}}{4}=\frac{e^{2\theta i}+e^{-2\theta i}}{2}$$

فالخيار الصحيح هو D

لتنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن العدد العقدي $z_1=3-3i$ وبفرض $z_1\times z_2=6\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

عندئذٍ $arg(z_2)$ تساوي:

إعداد: م. معين حسين شربا

A	B	C	D	E
$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$

الحـــــــــل:

لدينا $arg(z_1)=-\frac{\pi}{4}$ ومنه $arg(z_2)=\frac{\pi}{12}-\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}$

$arg(z_2)=\frac{\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو C

لتنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نعرف $\alpha=e^{\frac{2\pi}{5}i}$ و $A=\alpha+\alpha^4$

عندئذٍ قيمة العدد A تساوي :

إعداد: م. جمال خليل

A	B	C	D	E
$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	$i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	$2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	$2i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$	$i\cos\left(-\frac{2\pi}{5}\right)$

الحـــــــــل:

$$A=e^{\frac{2\pi}{5}i}+\left(e^{\frac{2\pi}{5}i}\right)^4=e^{\frac{2\pi}{5}i}+e^{\frac{8\pi}{5}i}=e^{\frac{2\pi}{5}i}+e^{\frac{-2\pi}{5}i}=2Re\left(e^{\frac{2\pi}{5}i}\right)$$

$A=2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ فالخيار الصحيح هو C

لتنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. خالد حداد

العدد العقدي $Z=\left(\sin\frac{\pi}{3}+i\cos\frac{\pi}{3}\right)^{30}$ يساوي:

A		B		C		D		E	
A	1	B	-1	C	i	D	$-i$	E	0

الحـــــــــل:

$$Z=\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\right)^{30}=\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^{30}$$

$$Z=\cos(5\pi)+i\sin(5\pi)\to Z=\cos(\pi)+i\sin(\pi)=-1$$

فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

حلا المعادلة $Z.\overline{Z}-(Z+\overline{Z})i-2=0$ والمجهول (Z) في C هما :

(حيث $\overline{Z}$ مرافق Z)

إعداد: م. جهاد حبيب

A	$Z_1=\sqrt{2}i$, $Z_2=-\sqrt{2}i$	B	$Z_1=-\sqrt{2}i$, $Z_2=-\sqrt{2}i$	C	$Z_1=\sqrt{2}i$, $Z_2=\sqrt{2}i$	D	$Z_1=\sqrt{2}$, $Z_2=\sqrt{2}i$	E	$Z_1=-\sqrt{2}$, $Z_2=-\sqrt{2}i$

الحـــــــــل:

$$Z=a+ib\quad,\quad\overline{Z}=a-ib$$

$$Z.\overline{Z}=|Z|^2=a^2+b^2\quad\&\quad Z+\overline{Z}=2a$$

$$a^2+b^2-2ai-2=0\to\{a^2+b^2-2=0\ldots(2\quad,\quad 2a=0\ldots(1\}$$

من 1) نجد $\boxed{a=0}$ نعوض في 2) فنجد $b^2=+2$ ومنه نجد: $\{b_1=\sqrt{2}\ ,b_2=-\sqrt{2}\}$

فيكون : $Z_1=\sqrt{2}i\quad Z_2=-\sqrt{2}i$ فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا علمت أن $i^2=-1$ فإن قيمة المجموع:

$$s=i^5+i^6+i^7+\ \ldots\ldots+i^{200}$$

إعداد: م. موسى حجيج

A		B		C		D		E	
A	1	B	-1	C	i	D	$-i$	E	0

الحـــــــــل:

طريقة 1) : عدد الحدود $200-5+1=196$

بما أن كل أربعة حدود متعاقبة مجموعها صفر

ولدينا 196 يقبل القسمة على 4 فالناتج يكون صفر.

طريقة 2) : نطبق علاقة المجموع في المتتالية الهندسية

s مجموع حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها i حدها الأول i وعدد حدودها 196

$$s=i\frac{(1-i^{196})}{1-i}=i\frac{(1-1)}{1-i}=0$$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. باسل سطمة

قيمة العدد العقدي Z هي $Z=(1+i)^{24}+(1-i)^{24}$:

A		B		C		D		E	
A	2^{24}	B	2^{13}	C	2^{12}	D	2^{48}	E	2^{6}

الحــــــــل:

$$Z=((1+i)^2)^{12}+((1-i)^2)^{12}$$
$$Z=(2i)^{12}+(-2i)^{12}=2^{12}+2^{12}=2^{13}$$

فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. عبد الرزاق قسوات

الشكل الأسي للعدد العقدي $Z=2-2e^{\frac{\pi}{3}i}$ هو:

A	$2\,e^{\frac{\pi}{3}i}$	B	$4\,e^{\frac{\pi}{3}i}$	C	$\sqrt{3}\,e^{\frac{\pi}{3}i}$	D	$\sqrt{3}\,e^{-\frac{\pi}{3}i}$	E	$2\,e^{-\frac{\pi}{3}i}$

الحــــــــل:

$$Z=2\left(1-e^{\frac{\pi}{3}i}\right)=2e^{\frac{\pi}{6}i}\left(e^{-\frac{\pi}{6}i}-e^{\frac{\pi}{6}i}\right)=-2e^{\frac{\pi}{6}i}.2i\sin\frac{\pi}{6}$$
$$Z=4.e^{-\frac{\pi}{2}i}.e^{\frac{\pi}{6}i}.\left(\frac{1}{2}\right)=2e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. حسين رشيد

ليكن العدد العقدي $Z_A=2-i$ الذي يمثل النقطة A

إن العدد العقدي Z_B الذي يمثل النقطة B صورة A وفق تناظر مركزي مركزه $I(2,1)$

A	$-2+3i$	B	$2+3i$	C	$-2-3i$	D	$3-2i$	E	$-3-2i$

الحــــــــل:

طريقة 1) :

بما أن B هي صورة A وفق تناظر مركزي مركزه I

فإن I منتصف $[AB]$

$$Z_I=\frac{Z_A+Z_B}{2}\quad\rightarrow\quad Z_B=2Z_I-Z_A=2(2+i)-2+i$$

$\boxed{Z_B=2+3i}$ فالخيار الصحيح هو B

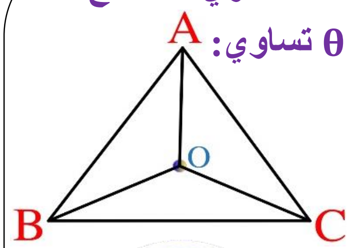
طريقة 2) :

يمكن اعتبار B هي صورة A وفق دوران مركزه I وزاويته π

$$Z_B-Z_I=e^{i\pi}(Z_A-Z_I)\quad\rightarrow\quad Z_B=-(2-i-2-i)+2+i$$
$$Z_B=2i+2+i\quad\rightarrow\quad\boxed{Z_B=2+3i}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{u},\vec{v})$ ليكن ABC مثلث متساوي الأضلاع مركز ثقله (0) إذاً B صورة A وفق دوران مركزه (O) وزاويته (θ) فإن θ تساوي:



A	$\frac{2\pi}{3}$	B	$-\frac{2\pi}{3}$	C	$\frac{\pi}{3}$
D	$-\frac{\pi}{3}$	E	$\frac{\pi}{6}$		إعداد: م. حليم ذهبية

الحل:

$B\hat{O}A = \frac{2\pi}{3}$ ، لدينا B صورة A أي أن الدوران بالاتجاه المباشر

إذاً $\theta = \frac{2\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان $Z = 2\left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)\right)$ فإن زاوية العدد Z هي:

A	$\arg(Z) = \frac{\pi}{7}(2\pi)$	B	$\arg(Z) = \frac{2\pi}{7}(2\pi)$	C	$\arg(Z) = \frac{3\pi}{14}(2\pi)$
D	$\arg(Z) = \frac{-\pi}{7}(2\pi)$	E	$\arg(Z) = \frac{5\pi}{14}(2\pi)$		إعداد: م. محمد زين جعرور

الحل:

$$Z = 2\left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)\right) = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{7}\right)\right)$$

$$= 2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{14}\right)\right)$$

$\arg(Z) = \frac{5\pi}{14}$ فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن النقطتان $G(3-i\sqrt{3})$ و $H(3+i\sqrt{3})$ وليكن الدوران R الذي مركزه O ويحقق $R(G) = H$ عندئذٍ قياس الزاوية $(\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OH})$ يساوي:

إعداد: م. وائل أبو الخير

A	$\frac{\pi}{3}$	B	$\frac{\pi}{6}$	C	$\frac{\pi}{4}$	D	$\frac{\pi}{2}$	E	$\frac{2\pi}{3}$

الحل:

$$Z' - w = e^{i\theta}(Z - w)$$

H صورة G وفق دوران R

$$(\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OH}) = arg\left(\frac{h-o}{g-o}\right) = arg\left(\frac{h}{g}\right) = arg\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}\right)$$

$(\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OH}) = arg\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. وررود محمد

ليكن $Z = i\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{6}$ فإن $\overline{Z}$ بالشكل الأسي هو:

A		B		C		D		E	
A	$e^{\frac{\pi}{4}i}$	B	$e^{\frac{\pi}{2}i}$	C	$e^{\frac{2\pi}{3}i}$	D	$e^{\frac{\pi}{6}i}$	E	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{-\pi}{4}i}$

الحـــــــل:

$Z = \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}$ ومنه $Z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

$\overline{Z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ ومنه $\overline{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{-\pi}{4}i}$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. محمد السيد علي

إذا علمت أن $\frac{a^3+8i}{a^2+2ai-4} = 3 + bi$ حيث a, b عددان حقيقيان ، فإن (a, b) تساوي:

A	$(3,2)$	B	$(-3,-2)$	C	$(3,-2)$	D	$(2,3)$	E	$(1,-2)$

الحـــــــل:

$\frac{a^3+8i}{a^2+2ai-4} = 3 + bi$ ومنه $\frac{a^3-(2i)^3}{a^2+2ai+(2i)^2} = 3 + bi$

$\frac{(a-2i)[a^2+2ai+(2i)^2]}{a^2+2ai+(2i)^2} = 3 + bi$ ومنه $a - 2i = 3 + bi$

إذاً $\boxed{b = -2}$, $\boxed{a = 3}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. صلاح أحمد سالم

بفرض أن كثير الحدود: $P(Z) = z^2 + (1-i)z + 4i$

إذا كان $Z_1 = 1 - i$ جذر للمعادلة السابقة فإن الجذر الأخر Z_2 هو :

A	$1-i$	B	$1+i$	C	$1-2i$	D	$-2+2i$	E	$2+2i$

الحـــــــل:

نعلم ان $Z_1 + Z_2 = -\frac{b}{a}$ وبالتالي $Z_2 = -Z_1 - \frac{b}{a}$

$Z_2 = -1 + i - 1 + i \rightarrow Z_2 = -2 + 2i$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. محمد السيد علي

إذا كان $Z = \frac{2i}{1+i}$ كان $\overline{Z}$ يساوي :

A	$1+i$	B	$-1+i$	C	$-1-i$	D	$1-i$	E	$-i$

الحـــــــل:

$Z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-1)} = 1 + i$ وبالتالي $\overline{Z} = 1 - i$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن لدينا العدد العقدي $Z = e^{i\theta} - 1$ حيث $\theta \in]0, 2\pi[$

إن الشكل الأسي للعدد Z هو :

A	$2\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\frac{\theta}{2}i}$	B	$2\sin\theta\, e^{\theta i}$	C	$2i\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\theta i}$
D	$2\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\left(\frac{\pi+\theta}{2}\right)i}$	E	$2i\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)i}$		إعداد: م. عمر قرطل

الحـــــــــل:

طريقة 1) :

$$Z = e^{i\theta} - 1 = e^{\frac{\theta}{2}i}\left(e^{\frac{\theta}{2}i} - e^{-\frac{\theta}{2}i}\right) = e^{\frac{\theta}{2}i}.\,2i\sin\frac{\theta}{2} = e^{\frac{\theta}{2}i}.\,2e^{\frac{\pi}{2}i}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$Z = 2\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\left(\frac{\pi+\theta}{2}\right)i}$$ فالخيار الصحيح هو D

طريقة 2) :

$$Z = e^{i\theta} - 1 = \cos\theta + i\sin\theta - 1 = -(1-\cos\theta) + i\sin\theta$$

$$= -2\sin^2\theta + 2i\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 2\sin\frac{\theta}{2}\left(-\sin\frac{\theta}{2} + i\cos\frac{\theta}{2}\right)$$

$$2i\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2}\right) = 2e^{\frac{\pi}{2}i}\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\frac{\theta}{2}i} = 2\sin\frac{\theta}{2}\, e^{\left(\frac{\pi+\theta}{2}\right)i}$$

حيث $\theta \in]0, 2\pi[$ ومنه $\frac{\theta}{2} \in]0, \pi[$ فيكون : $2\sin\frac{\theta}{2} > 0$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

A, B, C نقط تمثلها الأعداد العقدية $a = -1\ ,\ b = 2 + \sqrt{3}i\ ,\ c = 5$

إن زاوية الدوران الذي مركزه B وتكون وفقه C صورة A فيه هي:

إعداد: م. جهاد حبيب

A	$\frac{\pi}{3}$	B	$-\frac{\pi}{3}$	C	$\frac{-2\pi}{3}$	D	$\frac{\pi}{2}$	E	$\frac{2\pi}{3}$

الحـــــــــل:

$$c - b = e^{i\theta}(a - b)$$

$$e^{i\theta} = \frac{c-b}{a-b} = \frac{3 - \sqrt{3}i}{-3 - \sqrt{3}i} = \frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{12} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ (زاوية الدوران) فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

بفرض $Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1$ ولتكن طويلة كل من Z_3 و Z_2 و Z_1 تساوي الواحد.

عندئذٍ : $\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$ يكون:

إعداد: م. سلمى عبدو

A		B		C		D		E	
A	1	B	-1	C	i	D	$-i$	E	3

الحـــــــل:

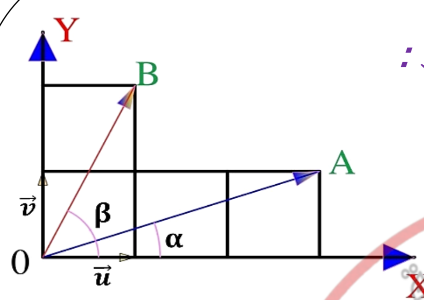
$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2} + \overline{Z_3} = \overline{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \overline{1} = 1$$

فالخيار الصحيح هو **A**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

نعرف الزاوية $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ ، فإن قياس الزاوية $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ هو :



A		B		C	
A	$\frac{\pi}{6}$	B	$\frac{\pi}{4}$	C	$\frac{\pi}{3}$
D	$\frac{\pi}{12}$	E	$\frac{\pi}{8}$	إعداد: م. رابعة سليمان	

الحـــــــل:

$$\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = arg\left(\frac{Z_{\overrightarrow{OB}}}{Z_{\overrightarrow{OA}}}\right) = \beta - \alpha$$

$$\frac{Z_{\overrightarrow{OB}}}{Z_{\overrightarrow{OA}}} = \frac{1+2i}{3+i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \;\ldots\ldots(1$$

$$\frac{Z_{\overrightarrow{OB}}}{Z_{\overrightarrow{OA}}} = \frac{\sqrt{5}e^{i\beta}}{\sqrt{10}e^{i\alpha}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}e^{i(\beta-\alpha)} \;\ldots\ldots(2$$

بالمقارنة نجد : $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المعادلة $(1+2i)Z + 1 - 3i = 0$ فإن Z بالشكل الأسي هو:

إعداد: م. عبد العزيز المقداد

A		B		C		D		E	
A	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$	B	$\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$	C	$\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$	D	$\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$	E	$e^{\frac{\pi}{4}i}$

الحـــــــل:

بالإصلاح نجد : $Z = \frac{-1+3i}{1+2i}$ بالضرب والقسمة بمرافق المقام نجد:

$$Z = \frac{5+5i}{5} = 1 + i \;\rightarrow\; Z = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$$

فالخيار الصحيح هو **A**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. جمال الخليل

Z عدد عقدي ما غير معدوم و $arg(z)=\theta$ عندئذٍ $arg(iz)$ تساوي :

A	B	C	D	E
$\frac{\pi}{2}+\theta$	$\pi-\theta$	$\frac{\pi}{2}-\theta$	$-\theta$	$\pi+\theta$

الحـــــــل:

$$arg(iz)=arg(i)+arg(z)=\frac{\pi}{2}+\theta$$

فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. علي جمول

ليكن لدينا العددان العقديان : $a=1+i \ , \ b=2+i$

إذا علمت أن $B(b)$ صورة $A(a)$ وفق تحاكٍ مركزه $\Omega(i)$ فإن نسبته K تساوي:

A	B	C	D	E
-2	4	2	$\frac{1}{2}$	-4

الحـــــــل:

$$b-\omega=k(a-\omega)\rightarrow k=\frac{b-\omega}{a-\omega}=\frac{2+i-i}{1+i-i}\rightarrow \boxed{k=2}$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في المستوي العقدي $(O,\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A,B,C,D التي تمثلها الأعداد العقدية :

$d=3+4i$ ، $c=4+3i$ ، $b=2\sqrt{3}+i$ ، $a=3\sqrt{3}+2i$

فتكون قياس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BA})$:

إعداد: م. حسام حسن

A	B	C	D	E
$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{12}$	$-\frac{5\pi}{12}$

الحـــــــل:

$$\frac{a-b}{c-d}=\frac{3\sqrt{3}+2i-2\sqrt{3}-i}{4+3i-3-4i}=\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}=\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}$$

$$\frac{a-b}{c-d}=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{12}i}$$

$(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BA})=\frac{5\pi}{12}$ فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان $Z_1 = 2x - 3 + 5i \quad , \quad Z_2 = 5 + (2y - 1)i$
وكان $Z_1 = Z_2$ عندئذٍ $x + y$ يساوي:

إعداد: م. محمد السيدعلي

A	3	B	4	C	5	D	6	E	7

الحـــــــل:

لدينا $Z_1 = Z_2$ ومنه $2x - 3 + 5i = 5 + (2y - 1)i$

$\Leftarrow 2x - 2yi = 8 - 6i$ وبالتالي $x = 4, y = 3$

فيكون $x + y = 7$ فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان $argZ = \frac{\pi}{3}$ فإن $arg\left(\frac{i}{\overline{Z}^2}\right)$ هي:

إعداد: م. مقداد المبارك

A	$\frac{2\pi}{3}$	Z	$\frac{6\pi}{7}$	C	$\frac{7\pi}{6}$	D	$\frac{5\pi}{6}$	E	$\frac{3\pi}{4}$

الحـــــــل:

$$arg\left(\frac{i}{\overline{Z}^2}\right) = arg(i) - arg\left(\overline{Z}^2\right) = \frac{\pi}{2} - 2arg(\overline{Z})$$

$$arg\left(\frac{i}{\overline{Z}^2}\right) = \frac{\pi}{2} + 2arg(Z) = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن لدينا $\theta = arg(2 + i) + arg(1 - i) + arg(3 + i)$
فإن قياس الزاوية θ يمكن أن يكون:

إعداد: م. يوسف منصور

A	$\frac{\pi}{3}$	Z	π	C	0	D	$\frac{\pi}{4}$	E	$\frac{\pi}{2}$

الحـــــــل:

$$\theta = arg[(2 + i)(1 - i)(3 + i)]$$
$$\theta = arg[(3 - i)(3 + i)]$$
$$\theta = arg(10)$$
$$\theta = 0$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان $Z_1 = 4 - 3i \ , \ Z_2 = -3 - 4i$
وكان $argZ_1 = \theta$ عندئذٍ $argZ_2$ تساوي:

إعداد: م. محمد السيد علي

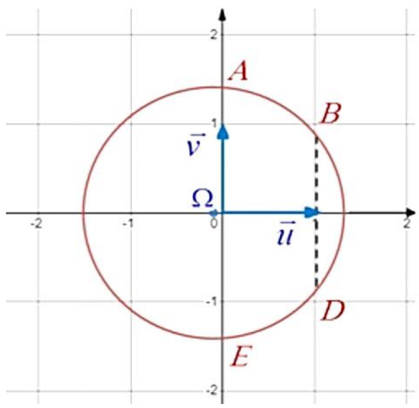
A		B		C		D		E	
A	$\frac{\pi}{2} + \theta$	B	$\frac{\pi}{2} - \theta$	C	$-\frac{\pi}{2} - \theta$	D	$\theta - \frac{\pi}{2}$	E	$\pi + \theta$

الحــــــــل:

$$Z_2 = -3 - 4i = -i(4 - 3i) = -iZ_1$$
$$argZ_2 = arg(-iZ_1) = arg(-i) + argZ_1$$
$argZ_2 = -\frac{\pi}{2} + \theta$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نزود المستوي بمعلم متجانس مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$
ولتكن C الدائرة التي مركزها Ω و $[AE], [BD]$
وترين فيها ، ولتكن الأعداد العقدية a, b, e, d التي
تمثل بالترتيب النقاط A, B, E, D ،
عندئذٍ يكون $a + b + e + d$ هو



A		B		C	
A	0	B	i	C	$-i$
D	2	E	-2	إعداد: م. شاكر كنجو	

الحــــــــل:

$$a + b + e + d = a + b + \overline{a} + \overline{b}$$
$$a + b + e + d = 2Re(a) + 2Re(b) = 0 + 2 = 2$$
فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

Z عدد عقدي يحقق $|Z| = 1$
عندئذٍ طويلة العدد العقدي $w = Z + \frac{1}{Z}$ تساوي:

إعداد: م. جمال الخليل

A		B		C		D		E	
A	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	B	2	C	$\sqrt{2}$	D	$\frac{1}{2}$	E	1

الحــــــــل:

$$w = Z + \frac{1}{Z} \rightarrow w\overline{Z} = Z\overline{Z} + 1 \rightarrow \ w\overline{Z} = |Z|^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$
$$w\overline{Z} = 2 \rightarrow \ |w\overline{Z}| = |2| \ \ \rightarrow |w||\overline{Z}| = |2| \ \rightarrow |w| \times 1 = 2$$
$|w| = 2$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ثلاث نقاط A, B, C من المستوي العقدي الممثلة للأعداد $a = 3 + i \; , b = 5 + i \; , c = -1$ عندئذٍ العدد العقدي d الممثل للنقطة D التي تجعل A مركز ثقل المثلث BCD هو:

إعداد: م. رزان البديوي

A		B		C		D		E	
A	$5-2i$	B	$-5+2i$	C	$5+2i$	D	$9+3i$	E	$5-3i$

الحـــــــل:

$Z_A = \frac{Z_B+Z_C+Z_D}{3}$ ومنه $3 + i = \frac{5+i-1+Z_D}{3}$

$9 + 3i = 5 + i - 1 + Z_D$ و منه $Z_D = d = 5 + 2i$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الشكل الأسي للعدد $Z = e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{12}}$ هو:

إعداد: م. يوسف منصور

A		B		C		D		E	
A	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{12}i}$	B	$2e^{\frac{\pi}{12}i}$	C	$2e^{-\frac{\pi}{3}i}$	D	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{3}i}$	E	$2e^{\frac{\pi}{3}i}$

الحـــــــل:

$$Z = e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{12}} = e^{i\frac{\pi}{12}}\left(e^{i\frac{6\pi}{12}} + 1\right) = e^{i\frac{\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{2}} + 1\right)$$

$$Z = e^{i\frac{\pi}{12}}(i + 1) = e^{i\frac{\pi}{12}}.\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{12}\right)} = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

ليكن $P(Z) = (Z^2 + bZ + 2)(Z^2 + aZ - a)$ العددان a, b اللذان يحققان :
$P(Z) = Z^4 + 3Z^3 + 3Z^2 - 2$

إعداد: م. محمد أحمد العيسى

A		B		C		D		E	
A	$a = 2$ $b = 1$	B	$a = 0$ $b = 2$	C	$a = 1$ $b = 2$	D	$a = 1$ $b = -1$	E	$a = 1$ $b = 4$

الحـــــــل:

بالنشر نجد:

$$P(Z) = Z^4 + aZ^3 - aZ^2 + bZ^3 + abZ^2 - abZ + 2Z^2 + 2aZ - 2a$$

$$P(Z) = Z^4 + (a + b)Z^3 + (-a + ab + 2)Z^2 + (2a - ab)Z - 2a$$

بالمطابقة نجد: $a + b = 3 \; , -2a = -2$

ومنه نجد $\{\boxed{b = 2} \; , \; \boxed{a = 1}\}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الشكل الأسي للعدد : $Z = \sqrt{2}(\sin\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5})$ هو :

A	$2\sin\frac{\pi}{5}e^{\frac{\pi}{4}i}$	B	$\sqrt{2}e^{\frac{6\pi}{5}i}$	C	$2\sin\frac{\pi}{5}e^{\frac{\pi}{5}i}$
D	$\sin\frac{\pi}{5}e^{\frac{9\pi}{20}i}$	E	$\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{5}e^{\frac{\pi}{4}i}$		إعداد: م. يوسف منصور

الحـــــل:

$$Z = \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{5}(1+i) = \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{5}.\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} = 2\sin\frac{\pi}{5}e^{\frac{\pi}{4}i}$$

فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

بفرض Z عدد عقدي ما فإن المقدار :

$\alpha = |Z - i\bar{Z}|^2 + |Z + i\bar{Z}|^2$ يساوي:

إعداد: م. هدى المدني

A	$\lvert Z\rvert$	B	$2\lvert Z\rvert$	C	$2\lvert Z\rvert^2$	D	$3\lvert Z\rvert^2$	E	$4\lvert Z\rvert^2$

الحـــــل:

بالاعتماد على الخاصة $|w|^2 = w\bar{w}$

$$\alpha = (Z - i\bar{Z})(\bar{Z} + iZ) + (Z + i\bar{Z})(\bar{Z} - iZ)$$

$$\alpha = Z\bar{Z} + iZ^2 - i\bar{Z}^2 + Z\bar{Z} + Z\bar{Z} - iZ^2 + i\bar{Z}^2 + Z\bar{Z}$$

$\alpha = 4Z\bar{Z} = 4|Z|^2$ فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان Z_1, Z_2 جذري المعادلة في C : $Z^2 - (1-i)Z + 1 + i = 0$

عندئذٍ المقدار $\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$ يساوي :

إعداد: م. عبد الحميد السيد

A	1	B	-1	C	i	D	$-i$	E	$2i$

الحـــــل:

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1.Z_2} = \frac{1-i}{1+i} = \frac{-i(1+i)}{1+i} = -i$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

كل المحبة والتقدير والشكر والامتنان للأستاذ القدير صاحب الفكرة : عبد الحميد السيد
والشكر موصول للأساتذة المدققين (محمد العيسى – نادر أبو راس – خالد أحمد –عمر محمد-يوسف منصور)
والشكر أيضاً لجميع أعضاء الكروب ولمن سعى ولو بجزء بسيط في انجاز هذا العمل المتواضع
محبكم في الله الأستاذ : صلاح أحمد سالم