dania.arwani

① لامتحان السبر / 2019

مراجعة رياضيات

مجموعة التعريف

النواع

كسرية — جذرية — صحيحة

1

① نتاج الصحيح مرفوض R

$D_f = R =]-\infty, +\infty[$

مثال ماهي مجموعة تعريف كل من

$f(x) = 3x^2 + 5x + 7$

$D_f = R =]-\infty, +\infty[$

$f(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 3$

الحل تابع صحيح

$D_f = R =]-\infty, +\infty[$

2

الكسر مرفوض نرفض

المقام = 0

$D_f = R \setminus \{$ القيم التي تنعدم المقام $\}$

مثال

$f(x) = \frac{5x}{x-1}$

$D_f = R \setminus \{1\}$

$]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

مثال

$f(x) = \frac{3x}{x^2 - 5}$

الحل

$x^2 - 5 = 0$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$

$D_f = R \setminus \{-\sqrt{5}, +\sqrt{5}\}$

$]-\infty, -\sqrt{5}[\cup]-\sqrt{5}, +\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5}, +\infty[$

$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x - 20}$

الحل

$x^2 - x - 20 = 0$

$(x - 5)(x + 4) = 0$

$D_f = R \setminus \{-4, +5\}$

$]-\infty, -4[\cup]-4, 5[\cup]5, +\infty[$

$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 9}$

الحل $x^2 + 9 \neq 0$

مستحيلة الحل

$D_f = R =]-\infty, +\infty[$

Scanned by CamScanner

تمرين 2

ص 16 ، 17

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$$

1) أ، ص مجموعة تعريف لما يأتي

$$f(x) = \frac{x^2+2x-1}{1-x^2}$$

1) أ، ص مجموعة تعريف لما يأتي

الحل

$$1 - x^2 = 0$$

$$(1-x)(1+x)$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$$

$$]-\infty, -1[\cup]-1, +1[\cup]1, +\infty[$$

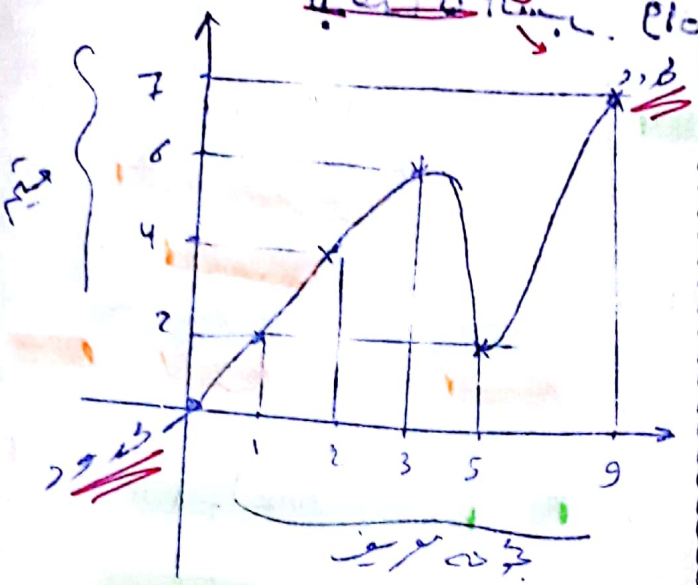
$$f(x) = x^2 + 1$$

أ، ص مجموعة تعريف

$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

ص 16 ، 17

1) أ، ص مجموعة تعريف لما يأتي



$D_f = [0, 9]$

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

لما جذر تربيعي فوق لما كانت قيمة أكبر، سالب، بالصفر

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$$

$$[-2, +\infty[$$

$$f(x) = \sqrt{2-x}$$

الحل

$$2 - x \geq 0$$

$$x \leq 2$$

$$]-\infty, 2]$$

Scanned by CamScanner

(2)

$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

الحل

$1 - x^2 \geq 0$

~~$x \in \mathbb{R}$~~

طن جذر درجة ثانية
ومتراجحة كاملة طبول
نستعمل

$(1-x)(1+x) \geq 0$

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$1-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
النتيجة		///		الحلول		///	

$D_f : [-1, +1]$

$f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{\sqrt{2x+2}}$

$D_f =]-1, +\infty[$

الجذر بالمقام لحالو
مفتوح

(3)

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 1}$

جذر
كسر

1) الجذر

$D_1 = [0, +\infty[$

2) الكسر

$D_2 = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$D = D_1 \cap D_2$

$[0, 1[\cup]1, +\infty[$

أو طريقة 2

$[0, +\infty[\setminus \{1\}$

$f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

ماكاين جذر
ولا تحليل
لعندنا الكسر المقام ديما موجب

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

Scanned by CamScanner

وظيفة : أوجد مجموعة تعريف كل من الدوال

1) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+25}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$

3) $f(x) = \sin x$

4) $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

5) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

6) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-9}}$

7) $f(x) = x\sqrt{2} + 3$

8) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2}$

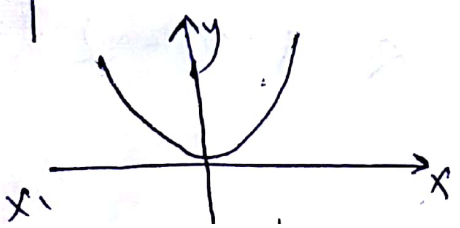
9) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{3}$

10) $f(x) = 2\sqrt{x}$

11)

x	-3		4		5		10
$f(x)$		↘		↗		↘	

12)

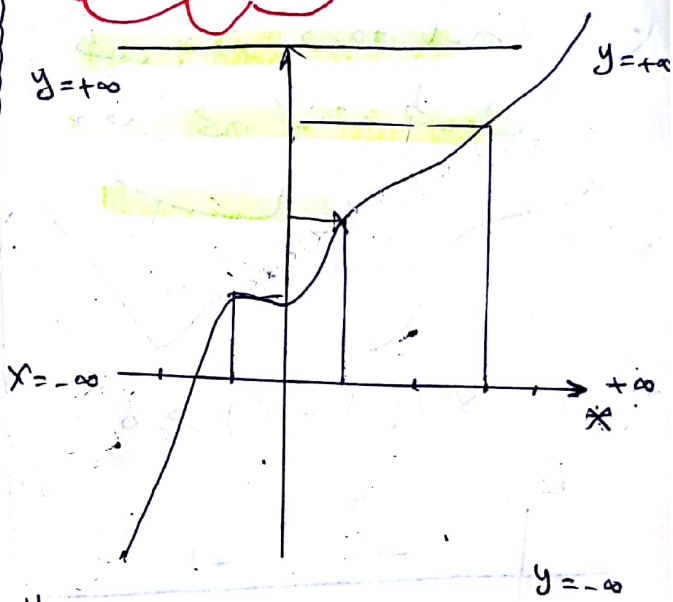


(4)

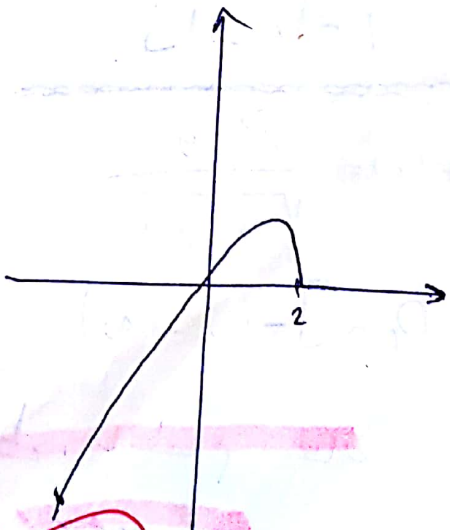
x	-5		-1		3		4
$f(x)$	3	↘	0	↗	4	↘	-1

مجموعة التعريف لتابع

$[-5, 4]$



$]-\infty, +\infty[$



$]-\infty, 2]$

Scanned by CamScanner

تركيب الدوال

حالة 1) المجال ليس بكل الحقيقة

التعريف

مثال

$f(x) = x^2 + 1$

$g(x) = 2x$

أوجد تعريف الدالة $\frac{f(x)}{g(x)}$

$D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \mathbb{R}$

$(f \circ g)(x)$ أوجد

$f(g(x)) = (g(x))^2 + 1$

$= (2x)^2 + 1$

$= 4x^2 + 1$

أوجد $(g \circ f)(x)$

$g(f(x)) = 2(f(x))$

$= 2(x^2 + 1)$

$= 2x^2 + 2$

نعرف

$f(x) = \frac{1}{x}$

$g(x) = x^2 + 2$

أوجد

$(f \circ g)(x)$

$f(g(x)) = \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{x^2 + 2}$

$(g \circ f)(x) =$

$g(f(x)) = (f(x))^2 + 2$

$= \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 2$

$= \frac{1}{x^2} + 2$

~~$(g \circ f)(x)$~~ أوجد

$(f \circ f)(x)$ أوجد

$f(f(x)) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{1}{x}}$

$= x$

$(g \circ g)(x)$ أوجد

$g(g(x)) = (g(x))^2 + 2$

$= (x^2 + 2)^2 + 2$

$x^4 + 4x^2 + 4 + 2 = x^4 + 4x^2 + 6$

Scanned by CamScanner

$f(x) = \sqrt{x+1}$

$g(x) = \frac{1}{x+2}$

أ) $(f \circ g)(x)$

ب) $(g \circ f)(x)$

الحل

$F(g(x)) = \sqrt{\boxed{g(x)} + 1}$

$f(g(x)) = \sqrt{\frac{1}{x+2} + 1}$

أ) $(g \circ f)(x)$

$g(f(x)) = \frac{1}{\boxed{f(x)} + 2}$

$= \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2}$

$f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ تمرين

$g(x) = 2x$

أ) $(f \circ g)(x)$

ب) $(g \circ f)(x)$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{(g(x))+3}{(g(x))-1}$

$= \frac{2x+3}{2x-1} = \frac{+3}{-1}$

$g(f(x)) = g(f(x)) = 2(f(x))$

$= 2\left(\frac{x+3}{x-1}\right)$

Scanned by CamScanner

النهايات

أنشطة النهاية

أنشطة النهاية لعدد

أنشطة النهاية ∞ ±

الحالات

الحالة الأولى: أنشطة النهاية لعدد

مثال تأكد صحيح

أدرس نهاية

$f(x) = 3x + 5$ عندما $x \to 1$

الحل

$\lim_{x \to 1} f(x) = 3(1) + 5 = 8$

الحالة الثانية: نهاية كسرية

$f(x) = \frac{x+5}{x^2+1}$ عندما $x \to 1$

$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{1+5}{1-1} = \frac{6}{0}$

نهاية بسالب وبالصفر

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

مثال (قبل)

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{6}{-0} = -\infty$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{6}{+0} = +\infty$

مثال

$f(x) = \frac{x+1}{3-x}$ عندما $x \to 3$

الحل

$\lim_{x \to 3} f(x) = \frac{4}{0}$

x		3	
$f(x)$	$+$	0	$-$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \frac{4}{+0} = +\infty$

بالبسط

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \frac{4}{-0} = -\infty$

الأصغر بالسالب

الأكبر بالبسط

$-\infty$ أصغر | أكبر $+\infty$

(8)

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \qquad x \to 0$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{0-1}{0} = \frac{-1}{0}$$

x		0	
$f(x)$	$-$	$\nexists$	$+$

من اليسار

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \frac{-1}{-0} = +\infty$$

من اليمين

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{-1}{+0} = -\infty$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2} \qquad x \to 0$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{0-1}{0} = \frac{-1}{0}$$

$$x \to 0$$

من اليسار

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \frac{-1}{(-0)^2} = \frac{-1}{+0} = -\infty$$

$$x \to 0$$

من اليمين

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{-1}{(+0)^2} = -\infty$$

$$x \to 0$$

تمرين

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-25}$$

$$x \to -5$$

$$x \to +5$$

اولا

$$\lim_{x \to -5} f(x) = \frac{-5+2}{(-5)^2-25} = \frac{-3}{0}$$

$$x \to -5$$

x		-5		$+5$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

من اليسار

$$\lim_{x \to -5^-} f(x) = \frac{-3}{+0} = -\infty$$

$$x \to -5$$

من اليمين

$$\lim_{x \to -5^+} f(x) = \frac{-3}{-0} = +\infty$$

$$x \to -5$$

$$x \to 5$$

$$\lim_{x \to 5} f(x) = \frac{5+2}{0} = \frac{7}{0}$$

$$x \to 5$$

من اليسار

$$\lim_{x \to 5^-} f(x) = \frac{7}{-0} = -\infty$$

$$x \to 5$$

من اليمين

$$\lim_{x \to 5^+} f(x) = \frac{7}{+0} = +\infty$$

$$x \to 5$$

$x = 5$ مقارب // لو ستاوي

(9)

$$f(x) = \frac{x+2}{36-x^2}$$

$x \to -6$

$x \to +6$

$$\lim_{x \to -6} f(x) = \frac{-6+2}{36-36} = \frac{-4}{0}$$

x	-6	$+6$
$f(x)$	$-$ | $+$	| $-$

$$\lim_{x \to -6} f(x) = \frac{-4}{-0} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -6} f(x) = \frac{-4}{+0} = -\infty$$

$yy' \parallel$ مقارب $\boxed{x = -6}$

عند $\pm\infty$

$\boxed{x \to +6}$

$$\lim_{x \to 6} f(x) = \frac{6+2}{0} = \frac{8}{0}$$

$$\lim_{x \to 6} f(x) = \frac{8}{+0} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 6} f(x) = \frac{8}{-0} = -\infty$$

$x \to 6$

$yy' \parallel$ مقارب $\boxed{x = 6}$

عند $\pm\infty$

$$f(x) = \sqrt{x+5} \qquad x \to 3$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \sqrt{3+5} = \sqrt{8}$$ الحل

$x \to +\infty$ نهاية

الحالة الثالثة

نهاية كثير حدود

مثال

$$f(x) = 5x^3 - 4x^7 + 8$$

$x \to -\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -4(-\infty)^7$$

$$= -4(-\infty) = +\infty$$

$\boxed{x \to +\infty}$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -4(+\infty) = -\infty$$

Scanned by CamScanner

درجة البسط أكبر من درجة المقام

$\pm\infty$

درجة البسط أصغر من درجة المقام

صفر

درجة البسط تساوي درجة المقام

حاصل قسمة أكبر معامل في البسط على أكبر معامل في المقام

مثال

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x-1} \qquad x\to-\infty$$

الحل

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{x^2}{x} = x = -\infty$$

مثال

$$f(x)=\frac{x^3-1}{x+2} \qquad x\to+\infty$$

الحل

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{x^3}{x} = x^2$$

$$= (-\infty)^2 = +\infty$$

أتاكد خطوات الحل بالتعويض بقيم

$$f(x)=\sqrt{x^2+1} \qquad x\to-\infty$$

$$= +\infty$$

مثال

$$f(x)=\frac{5x+1}{x+2} \qquad x\to-\infty$$

أكبر قيمة لـ x بالبسط / أكبر قيمة لـ x بالمقام = كنصر نعوض

الحل

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{5x}{x} = 5$$

مثال

$$f(x)=\frac{5x+3}{x^2+4} \qquad x\to+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{5x}{x^2} = \frac{5}{x}$$

$$= \frac{5}{\infty} = 0$$

Scanned by CamScanner

الإشتقاق

1) مشتقة ثابت = صفر مثال

$F(x) = 3$

$F'(x) = 0$

---

2) مشتقة مجموع أو طرح حدين = مشتقة الأول ± مشتقة الثاني

$F(x) = \underbrace{3x^2}_{\text{حد}} + \underbrace{5x}_{\text{حد}} - \underbrace{7}_{\text{حد}}$

$F'(x) = 6x + 5$

---

3) مشتقة حاصل قسمة = (مشتقة البسط × المقام − مشتقة المقام × البسط) ÷ (المقام)²

$F(x) = \dfrac{3x^2 - 5x}{x+1}$

$F'(x) = \dfrac{(6x-5)(x+1) - 1(3x^2-5x)}{(x+1)^2}$

$F'(x) = \dfrac{6x^2 + 6x - 5x - 5 - 3x^2 + 5x}{(x+1)^2} = \dfrac{3x^2 + 6x - 5}{(x+1)^2}$

---

4) مشتقة حاصل ضرب حدين = مشتقة الأول × الثاني + مشتقة الثاني × الأول

$F(x) = (3x+1)(x)$

$F'(x) = 3(x) + 1(3x+1) = 3x + 3x + 1 = 6x + 1$

Scanned by CamScanner

(12)

(5) مشتقة دالة الجذر = مشتقة ما تحت الجذر / ضعف الجذر

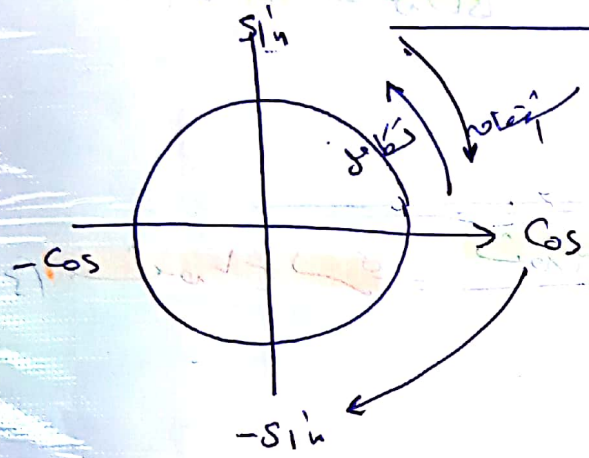
مثال

$$f(x) = \sqrt{3x^2-5}$$

$$f'(x) = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2-5}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2-5}}$$

(6) مشتقة Sin هو Cos

مشتقة Cos هو $-\sin$



(7) مشتقة

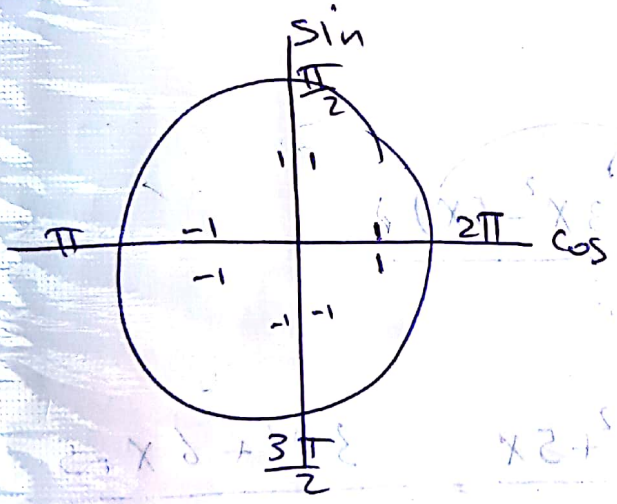
$$f(x) = \sin g(x)$$

$$f'(x) = g'(x) \cos g(x)$$

مثال

$$f(x) = \sin(3x^2+5)$$

$$f'(x) = 6x \cos(3x^2+5)$$



(8) مشتقة

$$f(x) = \cos(g(x))$$

$$f'(x) = -g'(x) \sin g(x)$$

مثال

$$f(x) = \cos(5x+1)$$

$$f'(x) = -5 \sin(5x+1)$$

Scanned by CamScanner

$f(x) = (x+3)^2$ دالة تابع مركب

الأس (القوى) 2 — دالة داخل القوى $x+3$

$f'(x) = 2(x+3)^{2-1}(1) = 2(x+3) = 2x+6$

مشتقة

$f(x) = (3x+5)^9$

$f'(x) = 9(3x+5)^8(3) = 27(3x+5)^8$

$f(x) = 3x^3 - \frac{1}{x} + 2\sqrt{x+1}$

تابع ضرب — كسر — جذر

اشتق كل حد

مشتقة $\frac{1}{x}$ هو $-\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = 9x^2 - \left[-\frac{1}{x^2}\right] + 2\left[\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right]$

$= 9x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ كسر

$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1) - (1)(x^2+x+1)}{(x+1)^2}$

$= \frac{2x^2+2x+x+1 - x^2-x-1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

Scanned by CamScanner

(14)

ا.طبيعي المشتقات

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{10x^2+2} + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 3 + 5\left[\frac{20x}{2\sqrt{10x^2+2}}\right] - \frac{1}{x^2}$$

الحل

$$= 3 + \frac{50x}{\sqrt{10x^2+2}} - \frac{1}{x^2}$$

$$f_1(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}$$

مجموعة التعريف

الحد بالمقام

البرهان

$x^2 - 1 > 0$

$x^2 - 1 \to 0 \Rightarrow x^2 \to 1$

طبيعة درجة ثانية

مجاهة كبيرة الشاه

	-1		$+1$	
x^2-1	$+$	0	$-$	0 $+$
	خصوه	$\backslash\backslash\backslash\backslash$		خصوه

$$]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

الاشتقاقية

$$f'(x) = \frac{1(\sqrt{x^2-1}) - \frac{2x(x+2)}{2\sqrt{x^2-1}}}{(\sqrt{x^2-1})^2}$$

توحيد المقامات

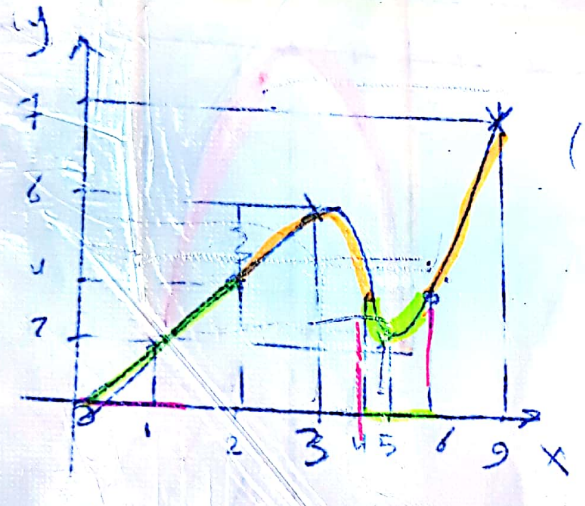
$$= \frac{\sqrt{x^2-1} - \left[\frac{x^2+3x}{\sqrt{x^2-1}}\right]}{x^2-1}$$

Scanned by CamScanner

(15)

$$\frac{\frac{\sqrt{x^2-1}}{1} - \frac{x(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{x^2-1} \times \sqrt{x^2-1} - x(x+3)}{(\sqrt{x^2-1})^2}$$

$$= \frac{x^2-1 - x^2 - 3x}{(x^2-1)(\sqrt{x^2-1})} = \frac{-3x-1}{(x^2-1)(\sqrt{x^2-1})}$$



تمرين: الخطوط البيانية

1) ما مجموعة تعريف التابع (نطاق التعريف)

$[0, 9]$

2) أ، ص $f(2) = 4$

$f(5) = 2$

$f(0) = 0$

3) أ، ص جدول إشارة التابع (قيم التابع) (يؤخذ منحنى (y))

$[0, 7]$

4) أ، صناعة حصر المجال $[3, 5]$

5) أ، صورة المجال $[0, 3] \cup [5, 9]$

6) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 4$ يعني $y = 4$ يقطع منحنى xx' في نقطتين (النقطة) يعني المعادلة لها حلان

7) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 7$ ؟ لا يوجد حلول

Scanned by CamScanner

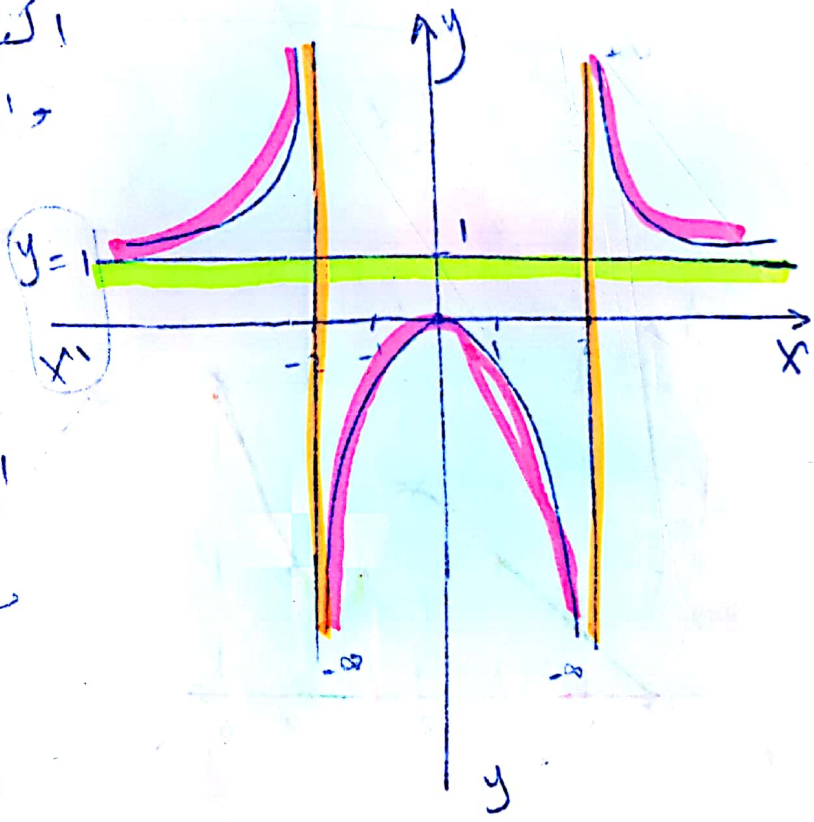
ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 4$: $[2,4] \cup [6,9]$

ما حلول المتراجحة $f(x) < 4$: $]0,2[\cup]4,6[$

نعم جدول

x	0		3		5		9
$f(x)$	0	↗	6	↘	2	↗	7

اكتب جدول تغيرات الدالة و ارسم بيانها



الحل:

$y = 1$ مقارب افقي // $x'x$ عند $-\infty$ و $+\infty$

$x = -2$ مقارب شاقولي // $y'y$

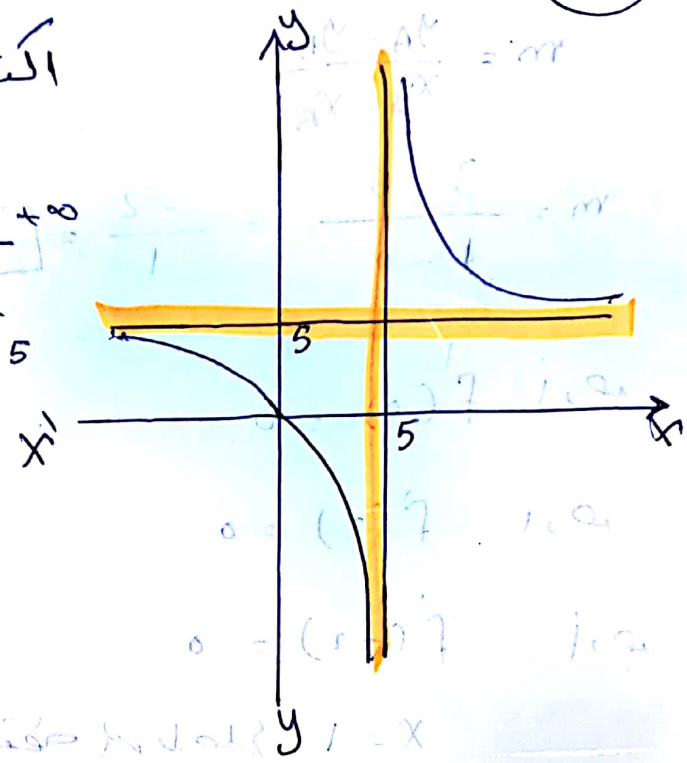
$x = +2$ مقارب شاقولي // $y'y$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	0	−	‖	−	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

Scanned by CamScanner

اكتب جدول التغيرات + مقاربات

x	$-\infty$		5		$+\infty$
f'(x)		−	‖	−	
f(x)	5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5



$x = 5$

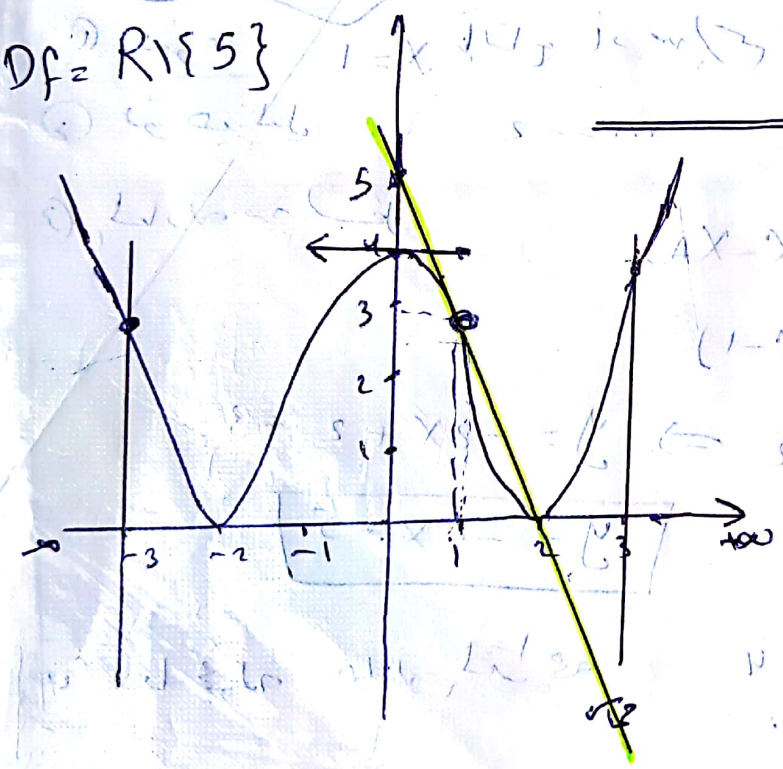
yy' // مقارب شاقولي

$y = 5$

xx' // مقارب افقي

التابع قناقص

$D_f = R \setminus \{5\}$



---

① أوجد مجموعة تعريف التابع

الحل $R =]-\infty, +\infty[$

② استنتج المجال

$[0, +\infty[$

③ هل التابع متزايد أم متناقص على المجال

التابع متزايد لأنه متناظر بالنسبة لـ yy'

④ أ) أوجد $f(1) = 3$

$f(2) = 0$

$f(-2) = 0$

$f(0) = 4$

أوجد $m = f'(1) =$

المماس عند النقطة التي فاصلتها $= 1$ يمر بالنقطة $(0,5)$ $(2,0)$

Scanned by CamScanner

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

A (1, 3)
B (0, 5)
(2, 0)

$$m = \frac{3-5}{1-0} = \frac{-2}{1} = \boxed{-2}$$

أي أن $f'(0) = 0$

أي أن $f'(2) = 0$

أي أن $f'(-2) = 0$

- أكتب معادلة المماس d في النقطة التي فاصلتها $x = 1$

مراحل إيجاد معادلة المماس

① نعوض $x = 1$ فنتائج أو سيكم نوجد y نقطة التي A $(1, 3)$ ← $m = -2$

② نوجد الميل

③ المعادلة من الشكل

$$(y - y_A) = m(x - x_A)$$

$$y - 3 = -2(x - 1)$$

$$y - 3 = -2x + 2 \Rightarrow y = -2x + 2 + 3$$

$$\boxed{y = -2x + 5}$$

4) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 4$ في $[-3, 3]$

Scanned by CamScanner

x	-5		-1		3		4
$f(x)$	3	↘	0	↗	4	↘	-1

1) ما مجموعة تعريف التابع $[-5, 4]$

2) $f(x)$ متزايدة تماما على المجال $]-1, 3[$

$f(x)$ متناقصة تماما على المجال

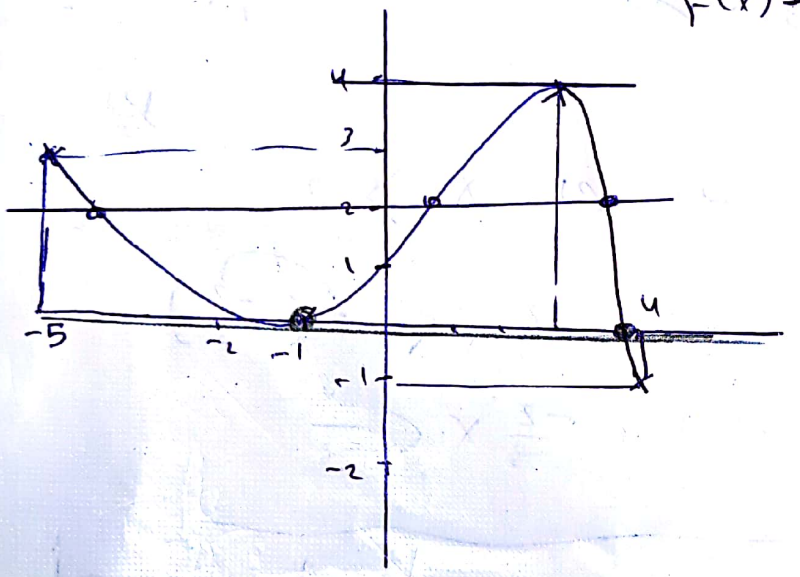
$]-5, -1[\cup]3, 4[$

3) أ صغر قيمة للتابع هي -1 يبلغ عندما $x = 4$

4) أكبر قيمة للتابع هي 4 يبلغ عندما $x = 3$

5) عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

حلين



6) ما عدد حلول المعادلة

$f(x) = 2$

ثلاثة حلول

7) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 4$ حل وحيد مضاعف

---

1) هو ناتج ما يلي $\left|\frac{1}{5} - \sqrt{2}\right|$ وهي قيمة مطلقة لا تكون إلا موجبة أو معدومة

$\sqrt{2} = 1,41$

$\frac{7}{5} = 1,40$

$\sqrt{2} - \frac{1}{5}$ كبيرة لأنها

$\frac{1}{5}$ صغيرة

Scanned by CamScanner

$|\sqrt{5}-\sqrt{3}| \Leftarrow \sqrt{5}-\sqrt{3}$ (كبير، صغير)

$|\sqrt{2}-\sqrt{5}| \Leftarrow -\sqrt{2}+\sqrt{5}$ أو $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

$\sqrt{1}=1$
$\sqrt{2}=1,4$
$\sqrt{3}=1,7$
$\sqrt{4}=2$
$\sqrt{5}=2,5$
$\sqrt{6}=2,6$
$\sqrt{7}=2,7$
$\sqrt{8}=2,8$
$\sqrt{9}=3$
$\sqrt{10}=3,$
$\sqrt{11}=3,$
$\sqrt{12}=3$
$\sqrt{16}=4$

إذا كان $x>2$ فإن $\frac{-2}{3}x<\frac{-4}{3}$

$\frac{-2}{3}x>\frac{-4}{3}$

$-\frac{2}{3}x<2-\frac{2}{3}$

$\frac{-2}{3}x>3$

الحل

$x>2$ نضرب بـ $\frac{-2}{3}$ متغير المعنى

$\frac{-2}{3}x<2\left(\frac{-2}{3}\right)$

$\frac{-2}{3}x<\frac{-4}{3}$

أحد جذري المعادلة $x^2-2x-1=0$ هو

1 | $\sqrt{2}+1$ | 0 | 2

الحل

$a=1,\ b=-2,\ c=-1$

$\Delta=b^2-4ac$
$=4-4(1)(-1)$
$=4+4=8$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{+2+2\sqrt{2}}{2}=\frac{2(1+\sqrt{2})}{2}$

Scanned by CamScanner

أكمل

قيمة m التي تجعل $x = -2$ حلاً للمعادلة $2x^2 - 3x + m = 0$ هي

-14 ← 14 — -2 — -3

الحل

نعوض $x = -2$ بالمعادلة

$2(-2)^2 - 3(-2) + m = 0$

$2(4) + 6 + m = 0$

$14 + m = 0 \Rightarrow m = -14$

ملاحظة

إذا عوضنا قيمة x ، نقطة عوضنا النقطة بالمعادلة بيطلع بخير

جـ 2 جبري المعادلة $2x^2 + 3x - 4 = 0$

$a = 2$

$b = 3$

$c = -4$

$x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$

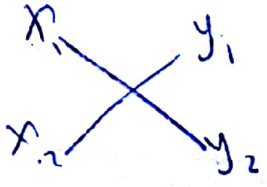
$x_1 + x_2 = \frac{-4}{2} = -2$

جـ 3 جبري المعادلة $2x^2 + 3x - 4 = 0$

$x_1 x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$

شرط الارتباط خطي

$x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$



شرط التعامد

$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$

Scanned by CamScanner

(22)

$\vec{v}\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ 3, & k \end{pmatrix}$ ..

حدد k التي تجعل المتجهين

$\vec{u}\begin{pmatrix} 2, & -3 \\ x_1 & y_2 \end{pmatrix}$ مرتبطين خطيا.

شرط ارتباط خطي

$$x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$$

$$(3)(-3) - (2)(k) = 0$$

$$-9 - 2k = 0 \Rightarrow 2k = -9$$

$$k = \frac{-9}{2} = \boxed{-4,5}$$

إذا كانت

$A\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ 2, & 3 \end{pmatrix}$

$B\begin{pmatrix} -1, & 4 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$

فإن منتصف $[AB]$ هو

احداثيات منتصف قطعة مستقيم

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x' = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2}$$

$\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

$x \quad y$

إذا كانت

$A(-2,3)$ $B(4,5)$ فإن طول AB

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4}$$

$$= \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

Scanned by CamScanner

(23)

مرکز ثقل المثلث

A(1,1)
B(6,0)
C(2,5)

الحل:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{1+6+2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1+0+5}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$(3, 2)$$

$\frac{2\pi}{3}$ راديان تقابل قياسا زاوية بالدرجات

الحل:

قاعدة $\boxed{180^\circ = \pi}$

α ← $\frac{2\pi}{3}$

$$\alpha = \frac{180 \times \frac{2\pi}{3}}{\pi} = \frac{120\pi}{\pi} = 120^\circ$$

240° درجة تقابل بالراديان

$$\frac{180}{240} = \frac{\pi}{R}$$

نعوض فنجد $R = \frac{240\pi}{180} \Rightarrow R = \frac{4\pi}{3}$ راديان

Scanned by CamScanner

$\cos 2x =$ إذا كان $\cos x = \frac{4}{5}$ فإن:

الحل

تذكر

$$\cos 2x = \begin{cases} 2\cos^2 x - 1 \\ 1 - 2\sin^2 x \\ \cos^2 x + \sin^2 x - 1 \end{cases}$$

نتيجة 1/1

$$\frac{\cos^2 x}{1} = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Rightarrow 1 + \cos 2x = 2\cos^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\sin^2 x}{1} = \frac{1 - \cos 2x}{2} \Rightarrow 1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

الحل

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$= 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1$$

$$= 2\left(\frac{16}{25}\right) - 1 \Rightarrow \frac{32}{25} - \frac{1}{\frac{1}{25}}$$

$$= \frac{32 - 25}{25} = \frac{7}{25}$$

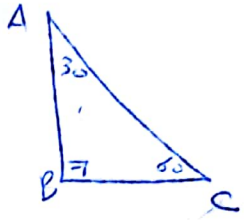
Scanned by CamScanner

ب- إذا كان ABC مثلث قائم في B و $A=30$

$\sin A + \cos C =$

$\sin 30 + \cos 60 =$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

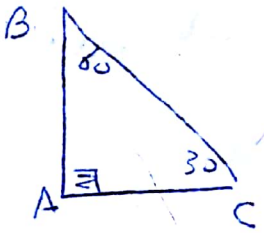


	30	45	60
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{1}$

ب- إذا كان ABC مثلث قائم في A و $B=60$ فإن $\sin B + \sin C =$

$\sin 60 + \sin 30 =$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$



ب) إذا كان $\sin x = -\frac{3}{4}$ فأوجد $\sin 2x$

الحل:

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\sin 2x = 2\left(-\frac{3}{4}\right)(\cos x)$

$\cos x$ ← ؟

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\cos^2 x = 1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{1} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

$(16 \quad (1$

Scanned by CamScanner

$\cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$= 2\left(\frac{-3}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right) = \frac{-3\sqrt{7}}{8}$

$\overline{u}(-3, 2)$ $\overline{v}(k, 4)$ متعامدان هو الذي يجعل المتجهان

$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$ الشرط لتعامد

$(-3)(k) + (2)(4) = 0$

$-3k + 8 = 0 \Rightarrow 3k = 8 \Rightarrow k = \frac{8}{3}$

إذا كان $\overline{OM}\begin{pmatrix} x_1 \\ -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overline{ON}\begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ -1,5 \end{pmatrix}$

$\overline{ON} = 2\overline{OM}$ $\overline{OM} = 2\overline{ON}$ مثلث OMN

O, M, N على استقامة واحدة

الشرط لاستقامة كما يلي $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

$(-2)(-1,5) - (1)(3) =$

$+3 - 3 = 0$

النقاط تقع على استقامة واحدة

المستقيم الذي معادلته $2x + 3y - 1 = 0$

متجهة المستقيم $(-b, a)$

$\overline{u}(-3, 2)$

$a = 2$
$b = 3$
$c = 1$

Scanned by CamScanner

(27)

معادلة المستقيم المار من $A(-2,1)$ والموازي للمستقيم $y = 2x + 3$ هي

$y = 2x - 5$

$y = -3x - 5$

$y = 3x + 5$

$y = 2x + 5$ ✓

الحل

بما أن المستقيم المطلوب موازي للمستقيم $y = \boxed{2}x + 3$ فله نفس الميل

$m = 2$

المعادلة من الشكل $y - y_A = m(x - x_A)$

$y - 1 = 2(x + 2) \Rightarrow$

$y - 1 = 2x + 4 \Rightarrow y = 2x + 4 + 1$

$\boxed{y = 2x + 5}$

المستقيمان المتوازيان: $m_1 = m_2$

معادلة المستقيم المار من النقطة $A(-2, 1)$ والعمودي على المستقيم

$y = 2x + 3$

الحل بما أن المستقيم المطلوب عمودي على $y = \boxed{2}x + 3$

$m_1 = \frac{-1}{m_2} \Rightarrow m' = \frac{-1}{2}$

المستقيمان المتعامدان: $m_1 = \frac{-1}{m_2}$

المعادلة $y - y_A = m'(x - x_A)$

$(y - 1) = -\frac{1}{2}(x + 2)$

$y = -\frac{1}{2}x - 1 + 1 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}x}$

Scanned by CamScanner

معادلة المستقيم المار من النقطتين

A (5, 3)

و B (-2, 1)

$2x - 7y = 11$

$y = 5x + 3$

$2x - 7y + 11 = 0$ ✓

$y = -2x + 5$

لا يكاد معادلة المستقيم غير من النقطتين

① نوجد الميل

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$m = \frac{3 - 1}{5 + 2} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

المعادلة من النظر

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$y - 3 = \frac{2}{7}(x - 5)$$

نضرب 7 لتخلص من المقام

$$7y - 21 = 2(x - 5)$$

$$7y - 21 = 2x - 10 \Rightarrow 7y = 2x - 10 + 21$$

$$7y = 2x + 11$$

$$\boxed{2x - 7y + 11 = 0}$$

Scanned by CamScanner

نقطة تقاطع مستقيم

$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ x + 5y = 13 \end{cases}$$

هو

$(3,-2)$ $(-3,2)$ $(2,3)$ $(3,2)$ ←

كيف نوجد نقطة تقاطع مستقيم

بالحل الجبري

- حذف بالتعويض
- حذف بالمقارنة
- حذف بياني (توحيد الأشارة)

نوحد أشارة y

نضرب المعادلة الأولى بالعدد 5

نضرب المعادلة الثانية بـ 3

$$\begin{array}{r} 20x - 15y = 30 \\ 3x + 15y = 39 \\ \hline 23x = 69 \end{array} \Rightarrow x = \frac{69}{23} = 3$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 3 \\ \hline 69 \end{array}$$

نعوض في ②

$$3 + 5y = 13$$

$$5y = 13 - 3$$

$$5y = 10 \Rightarrow y = \frac{10}{5} = 2$$

$$(3,2)$$

المستقيمان $y = \frac{2}{3}x + 1$ و $2x - 3y + 4 = 0$

متوازيان

متقاطعان

متطابقان

Scanned by CamScanner

المستقيمان المطبوقان لهما نفس الميل ونفس العدد الحقيقي

$m_1 = m_2$

المستقيمان المتوازيان لهما نفس الميل فقط

المستقيمان المتقاطعان

المستقيمان المتقاطعان

$m_1 = \frac{-1}{m_2}$

مثال

$2x - 3y + 4 = 0 \Rightarrow -3y = -2x - 4$

$y = \frac{-2}{-3}x - \frac{4}{-3}$

$y = \boxed{\frac{2}{3}}x + \frac{4}{3}$

$m = \frac{2}{3}$

$p = \frac{4}{3}$

$y = \boxed{\frac{2}{3}}x + 1$

$m_1 = \frac{2}{3}$

العدد الحقيقي $p = 1$

المستقيمان متوازيان $\Rightarrow m_1 = m_2$

الناتج

فردي

$f(-x) = -f(x)$

شرطه

متناظر بالنسبة لـ المبدأ

شرطان

$x \in D$

$-x \in D$

زوجي

$f(-x) = f(x)$

شرطه

متناظر بالنسبة لـ yy'

شرطان

$x \in D$

$-x \in D$

Scanned by CamScanner

(31)

$$f(x) = x\sqrt{1-x^2}$$

مثال :

مزدوج — زوجي — ليس مزدوج ليس زوجي — فردي وزوجي

$$f(-x) = -x\sqrt{1+(-x)^2}$$

$$= -x\sqrt{1+x^2} = -\left[x\sqrt{1+x^2}\right]$$

$$f(-x) = -f(x)$$ ، اذاً فردي

إذا كان لدينا $f(x)$ فردي فإن خطه البياني متناظر بالنسبة

$x'x$ — $y'y$ — O — إلى ✓

إذا كان:

$f(x) = x-2$

$g(x) = \sqrt{x}$

فإن مجموعة تعريف $(g \circ f)(x)$ هي

$\mathbb{R}$ — $]0,+\infty[$ ✓ $[2,+\infty[$

الحل

$$(g \circ f)(x) \Rightarrow g(f(x))$$

$$= \sqrt{f(x)} = \sqrt{x-2}$$

شرط الجذر

$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

$$[2,+\infty[$$

Scanned by CamScanner

(32)

$f(x) = 2x+3$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$

ب- $(g \circ f)(x)$

$g(f(x)) = \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{2x+3-1}$

$= \frac{1}{2x+2}$

شرط $2x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{-2}{2}$

$x \neq -1$

$D_A : R \setminus \{-1\}$

ج- إذا كانت $f(x)$ ، $g(x)$ متناقصتين تماما على ! فإن

$(g \circ f)(x)$

لا يمكن الجزم بوجود اطراد لـ $(g \circ f)(x)$ على A لأنها

قد تكون متزايدة تماما

قد تكون متناقصة تماما

إذا كانت f متزايدة و g متزايدة فإن $g \circ f$ متزايدة

إذا كانت f متناقصة و g متناقصة فإن $g \circ f$ متزايدة

إذا كانت f متزايدة و g متناقصة فإن $g \circ f$ متناقصة

$g \circ f$ متناقصة ← $g \circ f$

Scanned by CamScanner

المتتاليات

تعريف صريح

لتكن المتتالية

$u_n = 3n - 1$

أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتتالية

$n = 0 \Rightarrow u_0 = 3(0) - 1 = -1$ الأول

$n = 1 \Rightarrow u_1 = 3(1) - 1 = 2$

$n = 2 \Rightarrow u_2 = 3(2) - 1 = 5$

تعريف تدريجي

لتكن المتتالية

$u_0 = 2$

$u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى

$n = 0 \Rightarrow u_1 = \dfrac{u_0 - 1}{u_0} = \dfrac{2-1}{2} = \dfrac{1}{2}$ الأول

$n = 1 \Rightarrow u_2 = \dfrac{u_1 - 1}{u_1} = \dfrac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1$

$n = 2 \Rightarrow u_3 = \dfrac{u_2 - 1}{u_2}$

$= \dfrac{-1-1}{-1} = \dfrac{-2}{-1} = 2$

كيف ندرس اطراد متتالية

دراسة رتابة أم تزايد

٣ حالات

السبب / الرتبة / التابع

١) المتتالية

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ لكل n فإن المتتالية متزايدة تماما

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ متناقصة

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ ثابتة

مثال

$u_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$

أدرس اطراد المتتالية

أكتب u_{n+1} لكل n نوجد

$u_{n+1} = \dfrac{3(n+1)-2}{n+1+1}$

$u_{n+1} = \dfrac{3n+3-2}{n+2}$

$u_{n+1} = \dfrac{3n+1}{n+2}$

ندرس الرتبة

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{3n+1}{n+2}}{\frac{3n-2}{n+1}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3n+1}{n+2} \cdot \frac{n+1}{3n-2}$$

$$= \frac{(3n+1)(n+1)}{(n+2)(3n-2)}$$

$$= \frac{3n^2+3n+n+1}{3n^2-2n+6n-4}$$

$$= \frac{3n^2+4n+1}{3n^2+4n-4} > 0$$

المتتالية متزايدة تماما

خاصية: نهاية متتالية لغوية

متزايدة $u_{n+1} - u_n > 0$

متناقصة $u_{n+1} - u_n < 0$

ثابتة $u_{n+1} - u_n = 0$

مثال

$$u_n = \frac{3n-2}{n+1}$$

نهاية متتالية لغوية

$u_n -$

توضيحات

$$\frac{(3n+1)(n+1) - (3n-2)(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{3n^2+3n+n+1 - [3n^2+6n-2n-4]}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{3n^2+4n+1-3n^2-4n+4}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{5}{(n+2)(n+1)} > 0$$

متزايدة تماما

مثال

$$u_n = \frac{2^{3n}}{3^{2n}}$$

الحل

$$u_{n+1} = \frac{2^{3(n+1)}}{3^{2(n+1)}}$$

$$u_{n+1} = \frac{2^{3n+3}}{3^{2n+2}}$$

$$u_{n+1} = \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{3^{2n} \cdot 3^2}$$

Scanned by CamScanner

المتتالية الحسابية

أساسها r

قوانين: 1) قانون الحد العام

$$u_n = u_0 + nr$$

لحساب r ، u_0 نستخدم

مثال: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية

$u_0 = 1$ ، $u_{10} = 31$

حسب r ثم احسب u_n

$u_n = u_{10} = 31$

$n = 10$

$u_n = nr + u_0$

$31 = 10r + 1$

$31 - 1 = 10r$

$30 = 10r \Rightarrow r = \frac{30}{10}$

$r = 3$

قانون 2

$$u_n - u_m = (n-m)r$$

نستخدم إذا كان لدينا حدين متتاليين من المتتالية

مثال: $u_0 = 5$ ، $u_{100} = -45$

احسب r واحسب u_{20}

أولا حساب r

$u_{100} = u_n = -45$

$n = 100$

$u_n = nr + u_0$

$-45 = 100r + 5$

$-45 - 5 = 100r$

$-50 = 100r \Rightarrow r = \frac{-50}{100} = -\frac{1}{2}$

حساب u_{20}

$u_{100} - u_{20} = (100 - 20)r$

$-45 - u_{20} = (80)(-\frac{1}{2})$

$-45 - u_{20} = -40$

$u_{20} = -45 + 40$

$u_{20} = -5$

Scanned by CamScanner

(36)

قانون المجموع

$S = \text{عدد الحدود} \times \frac{a+\beta}{2}$

a : الحد الأول

β : الحد الأخير

عدد الحدود = الحد الأخير − الحد الأول + 1

مثال

المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$

متتالية حسابية فيها $U_{10} = -12$ و $U_{20} = -32$

أ) احسب U_0 و r

ب) احسب المجموع

$S = U_{10} + U_{20} + U_{30} + \dots + U_{100}$

الحل

$U_m - U_n = (m-n)r$

$U_{20} - U_{10} = (20-10)r$

$-32 + 12 = 10r$

$-20 = 10r$

$r = \frac{-20}{10} = -2$

$r = -2$

طريقة U_0 بالطريقة العامة

$U_n = nr + U_0$

$U_{10} = 10r + U_0$

$-12 = 10(-2) + U_0$

$-12 = -20 + U_0$

$U_0 = -12 + 20$

$U_0 = 8$

طريقة

① نوجد عدد الحدود = الحد الأخير − الحد الأول + 1

$100 - 10 + 1 = 91$

$U_{10} = -12$ ② نوجد الحد الأول

③ نوجد الحد الأخير R

U_{100}

نستعمل الطريقة العامة

$U_{100} = 100(-2) + 8$

$U_{100} = -200 + 8$

$U_{100} = -192$

$S = 91 \times \frac{-12 - 192}{2}$

$= 91 \times \frac{-204}{2}$

$= 91 \times -102 = -$

Scanned by CamScanner

كيف نثبت أن المتتالية حسابية

بين أي المتتاليات حسابية

$u_n = 2n + 3$

الحل

نوجد

$u_{n+1} - u_n$ = عادم مجهول

لعدد ثابت

طرح

$u_{n+1} = 2(n+1) + 3$

$= 2n + 2 + 3$

$u_{n+1} = 2n + 5$

نطرح

$u_{n+1} - u_n =$

$2n+5 - [2n + 3] =$

$2n + 5 - 2n - 3 = \boxed{+2}$

عدد ثابت

المتتالية حسابية

تمرين

$u_n = n^2 - n$

الحل نوجد u_{n+1}

$u_{n+1} = (n+1)^2 - (n+1)$

$u_{n+1} = n^2 + 2n + 1 - n - 1$

$u_{n+1} = n^2 + n$

نوجد الفرق

$u_{n+1} - u_n$

$n^2 + n - n^2 + n = \boxed{2n}$

ليست حسابية لوجود متغير

نكتب

$u_{n+1} = -2 + u_n$

الحل

$u_{n+1} - u_n = \boxed{-2}$

ثابت حسابية

Scanned by CamScanner

3B المتتالية الهندسية

أ- كيف نثبت أن متتالية هندسية

$\frac{u_{n+1}}{u_n} =$ ثابت $= q$

مثال على متتاليات هندسية

$u_n = 3^n + 3n$

نوجد $u_{n+1} = 3^{n+1} + 3(n+1)$

$= 3^n \cdot 3 + 3n + 3$

نقسم $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^n \cdot 3 + 3n + 3}{3^n + 3n}$

$= \frac{3\left[3^n + (n+1)\right]}{\left[3n^n + 3n\right]}$

ليست هندسية

$u_n = 5^{n+3} = 5^n \cdot 5^3$

نوجد $u_{n+1} = 5^{n+4} = 5^n \cdot 5^4$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^n 5^4}{5^n 5^3} = \frac{5^4}{5^3} =$ نقسم

$q = 5$

$u_n = \frac{2}{5^{n+1}} = \frac{2}{5^n \cdot 5^1}$ الأول

$u_{n+1} = \frac{2}{5^{n+2}} = \frac{2}{5^n \cdot 5^2}$ نوجب

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{2}{5^n \cdot 5^2}}{\frac{2}{5^n \cdot 5^1}}$ نقسم

$\frac{2}{5^n \cdot 5^2} \cdot \frac{5^n \cdot 5^1}{2} = \frac{5}{5^2} = \boxed{\frac{1}{5}}$

q

قانون الحد العام

$u_n = u_0 \times q^n$

إذا كان $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

256 ل

$u_0 = 3$ أوجد الحد الأول

$q = \frac{1}{4}$ أساسها

u_5 أوجد

$u_n \Rightarrow n = 5$

$u_5 = 3\left(\frac{1}{4}\right)^5$

$= 3\left(\frac{1}{1024}\right) = \frac{3}{1024}$

وهي متتالية هندسية.

Scanned by CamScanner

39

$u_0 = 4$

$q = 5$

أوجد u_3

$n = 3$

$u_3 = 4 \ (5)^3$

$= 4 \times 75 = 300$

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$

برهان

إذا كان حدّان في متتالية هندسية

إذا كان $u_5 = 64$ و $u_7 = 256$

أحسب u_2

الحل طلب q

$$\frac{u_7}{u_5} = q^{7-5}$$

$$\frac{256}{64} = q^2$$

بالتالي

$$q = \sqrt{\frac{256}{64}} = \frac{16}{8} = \boxed{2}$$

مجموع حدود متتالية هندسية

$$S = \text{الحد الأول} \left[\frac{1-q^n}{1-q}\right]$$

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية

حيث $u_4 = 12$ و $q = 3$

احسب المجموع

$u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$

الحل

نوجد عدد الحدود

$n = 9 - 4 + 1 = 6$

نحسب الحد الأول

$$u_4 = 12 \left[\frac{1-(3)^6}{1-3}\right]$$

$$S = 12 \left[\frac{1-729}{-2}\right] = \frac{-6}{12}\left[-728\right] = +(\ )$$

$\frac{81}{9}$ $\frac{729}{9}$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 9$ $\times 9$

Scanned by CamScanner

49 ...

تقارب المتتاليات

ادرس

$$u_n = \frac{n+1}{n^2}$$

$n \to +\infty$

$$\lim \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$$\lim \frac{1}{n^2} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$$\lim u_n = 0$$

$n \to +\infty$

تتقارب نحو الصفر

$$u_n = 2 - \frac{3}{n} + \frac{4}{\sqrt{n}}$$

$$\lim u_n$$

$n \to +\infty$

$$\lim \frac{3}{n} = \frac{3}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$$\lim \frac{4}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$$\lim u_n = 2 - 0 + 0 = \boxed{2}$$

تتقارب نحو 2

ادرس تقارب

$$u_n = \frac{\sin n}{\sqrt{n}}$$

$+\infty$

الحل

$$-1 \leq \sin n \leq +1$$

نقسم على $\sqrt{n}$

$$\frac{-1}{\sqrt{n}} \leq \frac{\sin n}{\sqrt{n}} \leq +\frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\lim \frac{-1}{\sqrt{n}} = \frac{-1}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$$\lim \frac{+1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$n \to +\infty$

$\Rightarrow$

$$\lim \frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$$

$n \to +\infty$

حسب الحاصرة

$$u_n = \frac{2n - \cos n}{3n+1}$$

$\cos n \to +\infty$

$n \to +\infty$

$$-1 \leq \cos n \leq +1$$

نضرب بـ -1

$$+1 \geq -\cos n \geq -1$$

$$\frac{2n+1}{3n+1} \geqslant \frac{2n - \cos n}{3n+1} \geqslant \frac{-1+2n}{3n+1}$$

$$\lim \frac{2n}{3n} = \frac{2}{3}$$

$n \to +\infty$

$\Rightarrow \lim u_n = \frac{2}{3}$

$n \to +\infty$

حسب الحاصرة

Scanned by CamScanner

(41)

$$u_n = \frac{n+(-1)^n}{2n} \qquad n \to +\infty$$

لكل $n \geq 1$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(-1)^n}{2n} = \frac{-1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n+(-1)^n}{2n} = \frac{1}{2}$$

خاصية: المتتالية الهندسية

إذا كان: $-1 < q < 1$

يكون $\lim_{n \to \infty} q^n = 0$

إذا كان: $q = 1$

$\lim_{n \to +\infty} q^n = 1$

إذا كان $q > 1$ يكون

$\lim_{n \to \infty} q^n = +\infty$

مثال لتكن المتتالية الهندسية $(u_n)_{n \geq 0}$

$u_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$q = \frac{1}{2} \Rightarrow -1 < q < 1$

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$

$u_n = 5 \times (1)^n$

$q = 1$

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$

$u_n = 3 \times (5)^n$

$q = 5 \Rightarrow q > 1$

$\lim_{n \to \infty} u_n = +\infty$

Scanned by CamScanner

دراسة 5 نقاط (12)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة بـ:

$$u_n = \frac{3n}{n+1}$$

1) احسب الحدود u_0, u_1, u_2, u_{n+1}

2) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

الحل

$$u_0 = \frac{3(0)}{0+1} = 0$$

$$u_1 = \frac{3(1)}{1+1} = \frac{3}{2}$$

$$u_2 = \frac{3(2)}{2+1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$u_{n+1} = \frac{3(n+1)}{n+2} = \frac{3n+3}{n+2}$$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{3n}{n} = 3$$ (2)

~~$q = \frac{3}{2} > 1$~~ (2) = 1

أوجد مجموع الحدود الخمسة الأولى من متتالية هندسية $(u_n)_{n\geq 0}$ علما أن $u_0 = 1$ و $q = 2$

الحل

الحد الأول $u_0 = 1$

الأساس $q = 2$

عدد الحدود $n = 5$

$$S = \text{الحد الأول} \left[\frac{1-q^n}{1-q}\right]$$

$$= 1\left[\frac{1-(2)^5}{1-2}\right]$$

$$= \frac{1-32}{-1} = \frac{-31}{-1}$$

$$= +31$$

المتتالية $u_n = \frac{2n+1}{3n\sqrt{n}}$

نعارب مع

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \frac{2n}{3n\sqrt{n}} = \frac{2}{3\sqrt{n}} \overset{\text{الحل}}{=} \frac{2}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{3n\sqrt{n}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$n \to +\infty \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} u_n = 0$$

Scanned by CamScanner

(43) 6 ✱

المتتابعة

$u_n = 2^n + 3n + 1$

هل هي متتابعة حسابية أو هندسية أو ليست حسابية ولا هندسية؟

أولاً نوجد

$u_{n+1} = 2^{n+1} + 3(n+1) + 1$

$= 2^n \cdot 2 + 3n + 3 + 1$

$= 2^n \cdot 2 + 3n + 4$

الفرق بينهما

$u_{n+1} - u_n$

$2^n \cdot 2 + 3n + 4 - 2^n - 3n - 1$

$2^n \cdot 2 - 2^n - 1$

ليست حسابية

هل هي هندسية

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^n \cdot 2 + 3n + 4}{2^n + 3n + 1}$

وبالتالي أيضاً ليست هندسية

المتتابعة حسابية

$u_n = \frac{4n+3}{2}$

نوجد

$u_{n+1} = \frac{4n+4+3}{2}$

$u_{n+1} = \frac{4n+7}{2}$

الفرق

$u_{n+1} - u_n$

$\frac{4n+7}{2} - \left[\frac{4n+3}{2}\right]$

$= \frac{4n+7-4n-3}{2} = \frac{4}{2}$

$d = 2$

المتتابعة

$u_n = \frac{3n-1}{n+2}$

هل هي متناقصة تماماً متزايدة تماماً ثابتة غير محدودة

نوجد

u_{n+1}

والفرق

Scanned by CamScanner

(45) (7*)

$$u_{n+1} = \frac{3n+3-1}{n+3} = \frac{3n+2}{n+3}$$

نطرح

$$u_{n+1} - u_n$$

$$\frac{3n+2}{n+3} - \frac{3n-1}{n+2} =$$

$n+2$ $\quad$ $n+3$

$$\frac{(n+2)(3n+2) - [(3n-1)(n+3)]}{(n+2)(n+3)}$$

$$\frac{\cancel{3n^2} \overset{+8n}{+2n+6n} +4 - \cancel{3n^2} \overset{-8n}{-9n+n} +3}{(n+2)(n+3)} = \frac{+7}{(n+2)(n+3)}$$

المتتالية متزايدة تماما.

Scanned by CamScanner

الجزء الثاني

مركز الأبعاد المتناسبة

لتكن النقطتين A و B وليكن G مرجح الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ بشرط $\alpha+\beta\neq 0$.

نقول أن G مركز الأبعاد المتناسبة للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ إذا كان:

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

خاصية:

G مرجح الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ بشرط $\alpha+\beta\neq 0$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

مثال:

G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-3)\}$ لأن $2-3=-1\neq 0$

$$2\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

$$2\overrightarrow{AG}=-3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{-3}{2-3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

خاصية:

G مرجح الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ بشرط $\alpha+\beta\neq 0$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

مثال:

G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-3)\}$ لأن $2-3=-1\neq 0$

$$2\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

$$2\overrightarrow{AG}=-3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{-3}{2-3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

خاصية:

G مرجح الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ بشرط $\alpha+\beta\neq 0$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

مثال:

G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-3)\}$ لأن $2-3=-1\neq 0$

$$2\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

$$2\overrightarrow{AG}=-3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{-3}{2-3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

خاصية:

G مرجح الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ بشرط $\alpha+\beta\neq 0$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

مثال:

G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-3)\}$ لأن $2-3=-1\neq 0$

$$2\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

$$2\overrightarrow{AG}=-3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{-3}{2-3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

Scanned by CamScanner

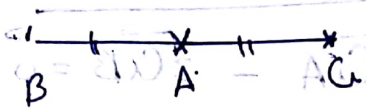
بالنقط

إذا كانت Q تطبيقه B بالتشابه

B ، α هي A أي

Q هي مركز الاشعاع لهذا التشابه

أي



$$\overrightarrow{CA} = \frac{1}{1+1}\overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

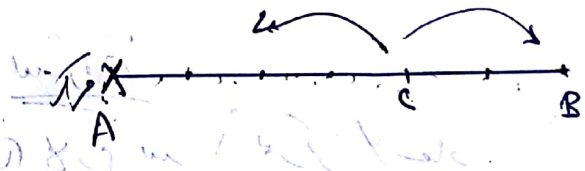
$$2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$(A, 2)$ $(B, -1)$

عين α ، β حتى يكون لشرط لحق

C ، B للنقط A هي مركز الاشعاع



$$\overrightarrow{AC} = \frac{4}{6}\overrightarrow{AB}$$

$$6\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AB}$$

$$6\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB} = \vec{0} \quad (\div 2)$$

$$3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = 0$$

$(C, 3)$ $(B, -2)$

B هي مركز الاشعاع

$$\overrightarrow{BC} = \frac{2}{6}\overrightarrow{BA}$$

$$6\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB} \quad (\div 2)$$

$$3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$(C, 3)$ $(B, -2)$

C هي مركز الاشعاع

$$\overrightarrow{CA} = \frac{-4}{2}\overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{CA} = -4\overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{CB} = \vec{0} \quad (\div 2)$$

$$\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

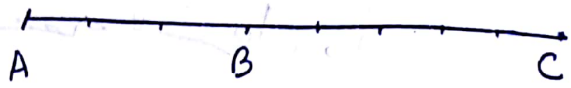
$(A, 1)$ $(B, 2)$

Scanned by CamScanner

(3)

عين A, B, C لتحقق الشرط

A هي مركز الأبعاد



B هي مركز الأبعاد

C هي مركز الأبعاد

كيف نرسم (نتشئ)

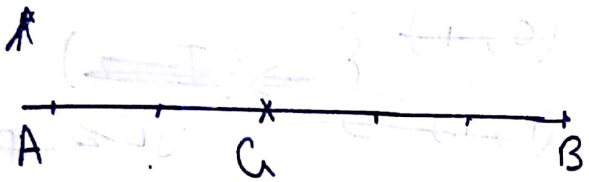
أنشئ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (A, 3) (B, -2)

$$\overrightarrow{GA} = \frac{-2}{-2+3}\overrightarrow{GB}$$

$$\overrightarrow{GA} = \frac{-2}{1}\overrightarrow{GB}$$

$$\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GB}$$

$$\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$



أنشئ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (A, 1) (B, 2) (C, 4)

H هي مركز الأبعاد المتناسبة لـ A, B

$$2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MH}$$

(H, 3)

G هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقط H, C

(G, 7)

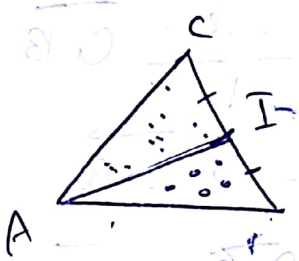
Scanned by CamScanner

(4)

ABC مثلث فيه I منتصف [BC]

أثبت أن:

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$



~~(C, 1)~~ ~~(I)~~

~~(B, 1)~~

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI}$$

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$$

بالجمع:

$$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$$

متعاكسة متقابلة

$$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$$

أي أن A مركز الأبعاد المتناسبة

$(I, -2)$ $(C, 1)$ $(B, 1)$

شرط مركز الأبعاد

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 0$$

$$1 + 1 - 2 = 0$$

غير محقق لشرط ، إذاً

A ليست مركز للأبعاد

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(A, 1)$ $(B, 1)$ $(C, 2)$ $(D, 2)$

أثبت أن G

المثلث

H مركز الأبعاد $(A, 1)$ $(B, 1)$

$(H, 2)$

J مركز الأبعاد $(C, 2)$ $(D, 2)$

$(J, 4)$

G هي مركز الأبعاد $(H, 2)$ $(J, 4)$

~~ot~~ $(G, 6)$

Scanned by CamScanner

الإحداثيات القطبية

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

الصيغة الإحداثيات القطبية للنقطة

$A \begin{bmatrix} r & \theta \\ 2, & \frac{5\pi}{6} \end{bmatrix}$

الإحداثيات المتعامدة

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$

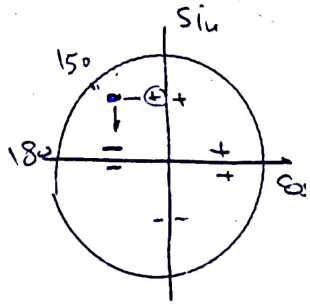
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = 2$

$\theta = \frac{5\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6} = 30$

$5 \times 30 = 150$



$\cos\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\frac{5\pi}{6} = +\frac{1}{2}$

$x = r\cos\frac{5\pi}{6}$

$x = 2\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = -\sqrt{3}$

$y = r\sin\frac{5\pi}{6}$

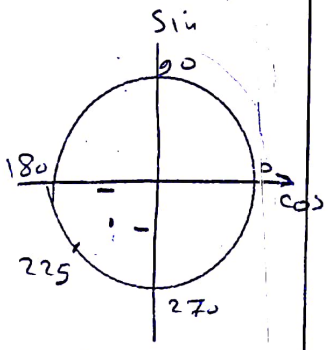
$y = 2\left[\frac{1}{2}\right] = 1$

(x, y)

$(-\sqrt{3}, 1)$

$B \begin{matrix} (r & , & \theta) \\ \sqrt{2} & , & \frac{5\pi}{4} \end{matrix}$

$5\frac{\pi}{4} = 5 \times 45 = 225$



$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = r\cos\theta$

$= \sqrt{2}\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] = \frac{-2}{2} = -1$

$y = r\sin\theta$

$= \sqrt{2}\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right] = -1$

$(-1, -1)$

بين وأربعين

Scanned by CamScanner

D $(4, \frac{3\pi}{2})$

$\frac{\pi}{2} = 90 \times 3 = 270$

E $(2, \frac{2\pi}{3})$

$\theta = \frac{2\pi}{3} = 2 \times 60 = 120$

$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$\sin \frac{2\pi}{3} = +\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

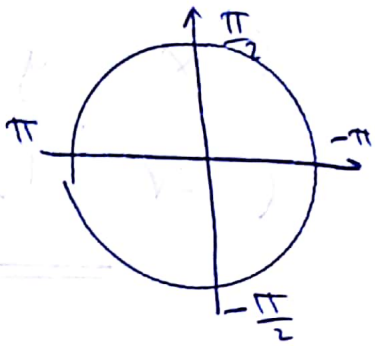
$y = 2\left(+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$

$(-1, \sqrt{3})$

---

(6)

C $(\underset{r}{1}, \underset{\theta}{-\frac{\pi}{2}})$



$-\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$

$\sin \frac{3\pi}{2} = -1$

$\cos \frac{3\pi}{2} = 0$

$x = r \cos \frac{3\pi}{2} =$

$= 1(0) = 0$

$y = r \sin \frac{3\pi}{2}$

$= 1(-1) = -1$

$(0, -1)$

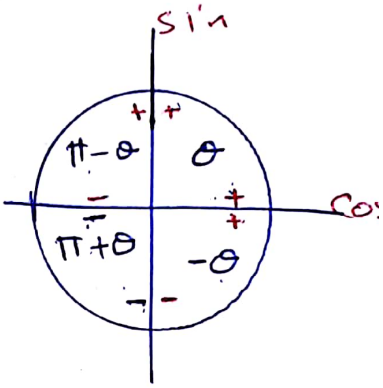
Scanned by CamScanner

(7)

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

$\sin\theta = \frac{y}{r}$



اوجد الاحداثيات القطبية للنقطة

$H\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$x \quad y$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$

$r = 1$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

نقع بالربع الثالث

$\theta = \pi + \alpha$

$\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

(3) (1)

$\frac{\pi}{3}$ هي الزاوية التي $\cos = \frac{1}{2}$

الاحداثيات القطبية

$[r, \theta]$

$\left[1, \frac{4\pi}{3}\right]$

$J\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}\right)$

$x \quad y$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{4})^2+(\frac{1}{4})^2}$

$= \sqrt{\frac{3}{16}+\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$= \frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1}$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$

نقع بالربع الأول

$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow [r, \theta]$

Scanned by CamScanner

(8)

$f(-2, 2)$

x y

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

في الربع الثاني

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

(1) (4)

الاحداثيات القطبية

$$[r, \theta]$$

$$\left[2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$$

$K(-3, 0)$

Scanned by CamScanner

ملاحظة

$\cos(0) = \cos(2\pi) = 1$

$\cos(\pi) = -1$

عبارات طبارلسلي :

$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

مثال : احسب $\vec{u}.\vec{v}$

$\|\vec{u}\| = 2$

$\|\vec{v}\| = 3$

$\|\vec{u}+\vec{v}\| = 3$

الحل

$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

$= \frac{1}{2}\left[(3)^2 - (3)^2 - (2)^2\right]$

$= \frac{1}{2}\left[9 - 9 - 4\right]$

$= \frac{1}{2}(-4) = -2$

قاعدة 20

$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos(u.v)$

مثال

$\|\vec{u}\| = 1$

$\|\vec{v}\| = 4$

$(\vec{u}.\vec{v}) = 0$

مثال

$\|\vec{u}\| = 4$

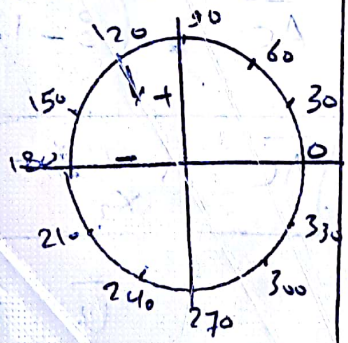
$\|\vec{v}\| = 5$

$(\vec{u}.\vec{v}) = \frac{2\pi}{3}$

الحل

$\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$\frac{2\pi}{3} = 2 \times 60 = 120$



الجواب

$\vec{u}.\vec{v} = (4)(5)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\vec{u}.\vec{v} = -10$

Scanned by CamScanner

مثال:

$A(1,2)$

$B(-1,0)$

$C(3,-1)$

أ، ب $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} = x_B - x_A \;,\; y_B - y_A$

$\overrightarrow{AB} \; (-1-1 \;,\; 0-2)$

$\boxed{\overrightarrow{AB} \quad (-2, -2) \quad = \vec{u}}$
$\qquad\qquad x_1 \quad y_1$

$\overrightarrow{AC} = (3-1 \;,\; -1-2)$

$\boxed{\overrightarrow{AC} \quad (2, -3) \quad = \vec{v}}$
$\qquad\qquad x_2 \quad y_2$

جد
أ، ب $\vec{u} \cdot \vec{v}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2)(2) + (-2)(-3)$

$= -4 + 6 = +2$

$u(2,3)$

$\vec{v}(1,-1)$

أ، ب $\vec{u} \cdot \vec{v}$

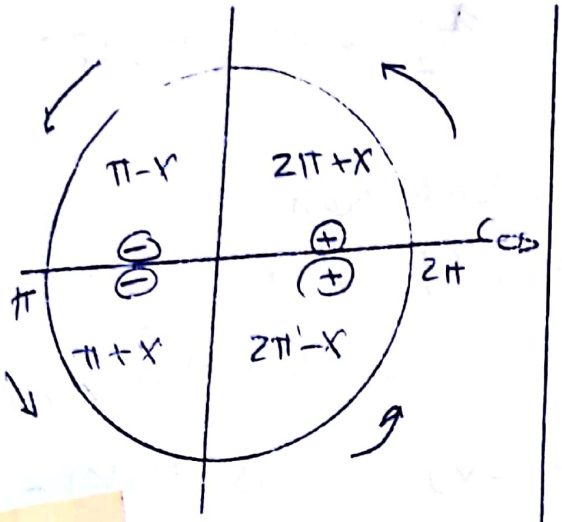
$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$

$\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j}$

أ، ب $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Scanned by CamScanner

الارتباط بين الزوايا



$\cos(2\pi + x) = +\cos x$

$\cos(2\pi - x) = +\cos x$

$\cos(\pi + x) = -\cos x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = +\sin x$

$\cos(\frac{3\pi}{2} + x) = +\sin x$

$\cos(\frac{3\pi}{2} - x) = -\sin x$

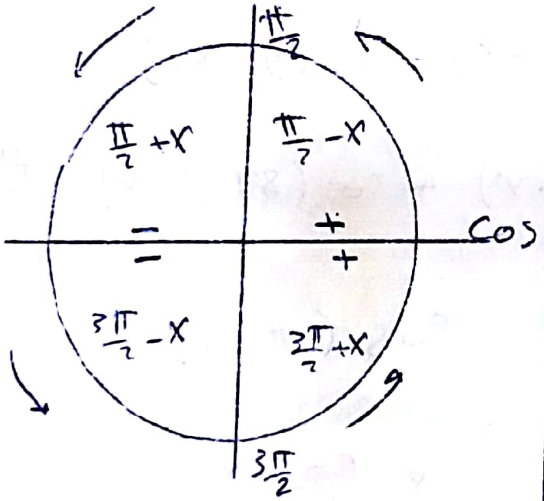
$\cos(-x) = +\cos x$

انتبه

سالب الجتا

الارتباط

الاشارات



بدون الصح والغلط

اختصر العبارة

$\cos(3\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(5\frac{\pi}{2} + x) =$

$\cos(2\pi + \pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + x) =$

$\cos(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x) =$

يقلب — يقلب

$-\cos x + \sin x + (-\sin x) = -\cos x$

Scanned by CamScanner

$$\cos\left(\frac{27\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\frac{13\pi}{2}+x\right)+\cos(7\pi+x)$$

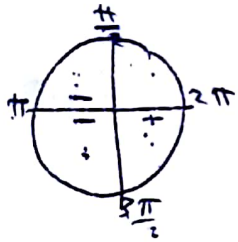
$$\cos\left(\frac{24\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\frac{12\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+x\right)+\cos(6\pi+\pi+x)$$

كيف بعد لصيغ سهلة ؟

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\cos(\pi+x)=$$

تعلب — تعلب — نعلب

$$+\sin x+(-\sin x)+[-\cos x]$$



$$=-\cos x$$

$$\cos(27\pi-x)-\cos\left(\frac{28\pi}{2}-x\right)+\cos(9\pi+x)$$

$$\cos(26\pi+\pi-x)-\cos(14\pi-x)+\cos(8\pi+\pi+x)$$

$$\cos(\pi-x)-\cos(-x)+\cos(\pi+x)$$

$$-\cos x-\cos(-x)+\cos x$$

$$-\cos x-\cos x-\cos x=-3\cos x$$

Scanned by CamScanner

$]-\infty, -6] \cup [4, +\infty[$

(10)

(15)

(13)

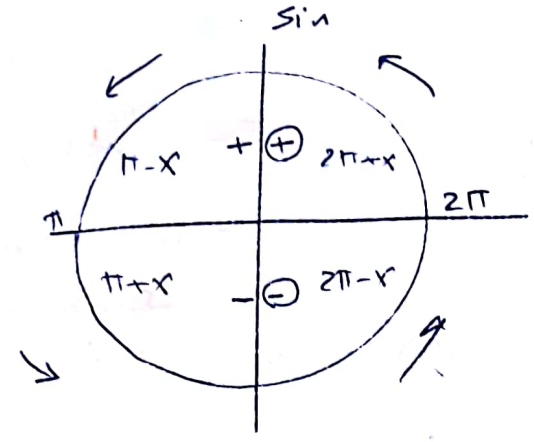
$\frac{-2x}{+5} \geq$

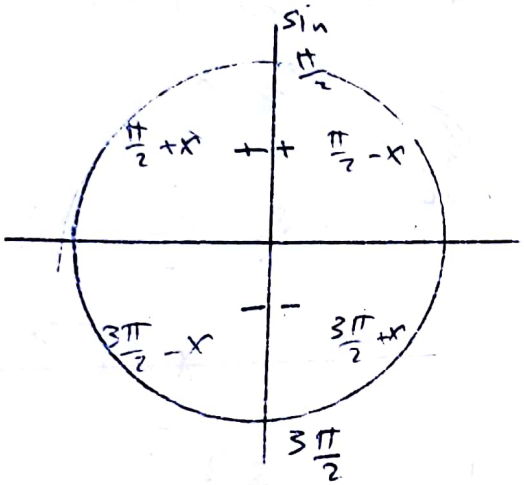
$= 0$

$\Rightarrow x =$

$\Rightarrow x =$

	-5	
		+
	0	
	|	+





$\sin(2\pi + x) = +\sin x$

$\sin(2\pi - x) = -\sin x$

$\sin(\pi + x) = -\sin x$

$\sin(\pi - x) = +\sin x$

$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = +\cos x$

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = +\cos x$

$\sin(\frac{3\pi}{2} + x) = -\cos x$

$\sin(\frac{3\pi}{2} - x) = -\cos x$

$\sin(-x) = -\sin x$

فردي

$\sin(2\pi + x) + \cos(\pi - x) - \cos(\pi + x) - \cos x + \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$

$+\sin x \quad +[-\cos x] \quad -[-\cos x] \quad +\cos x \quad +[-\sin x]$

$+\sin x \quad -\cos x \quad -\cos x \quad +\cos x \quad -\cos x$

$+\sin x \quad -2\cos x$

Scanned by CamScanner

المتراجحات

حل المتراجحات

① درجة 1

$2x - 1 \geq 5x + 7$

$2x - 5x \geq 7 + 1$

$-3x \geq 8$

$x \leq \frac{8}{-3}$ لأن 3 موجب

	$-\infty$		$-\frac{8}{3}$		$+\infty$
	خصم		مرفوض		

$]-\infty, -\frac{8}{3}]$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$

نوحد المقامات ونضرب

$6x - 4 \leq 4x + 3$

$6x - 4x \leq 3 + 4$

$2x \leq 7$

$x \leq \frac{7}{2}$

	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
	مقبول				

$]-\infty, \frac{7}{2}]$

متراجحة درجة ثانية بجداء عاملين

① صيغة الجداء

$(x+1)(2x-5) \leq 0$

لـ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

و $2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
جداء		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
المتراجحة		///	خصم		خصم	\\\	

المتراجحة صحيحة فالمجال هو المجموعة

$[-1, \frac{5}{2}]$

$(3x+7)(x-1) > 0$

المتراجحة صحيحة

لـ $x = \frac{-7}{3}$

و $x = 1$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{3}$		1		$+\infty$
$3x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
جداء		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
المتراجحة			خصم		خصم		

$]-\infty, -\frac{7}{3}[\cup]1, +\infty[$

Scanned by CamScanner

(15)

$x^2 - 3x \leq 0$

الحل

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

إما $x = 0$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

x		0		3	
x^2-3x	$+$	0	$-$	0	$+$
		محصورة			

$]0, 3[$

$(x+1)^2 - 25 \geq 0$

الحل

$(x+1-5)(x+1+5) \geq 0$

$(x-4)(x+6) \geq 0$

إما $x = 4$

أو $x = -6$

		-6		4	
$(x-4)$	$-$		$-$	0	$+$
$x+6$	$-$	0	$+$		$+$
الجداء	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$
الحل	محصورة		////		محصورة

$]-\infty, -6] \cup [4, +\infty[$

مراجعة كرية

$\frac{8-2x}{x+5} \geq 0$

نبحث عن إشارة $8-2x$ و $x+5$ على حدود المجال

$8 - 2x = 0$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

x		-5		4	
$8-2x$	$+$		$+$	0	$-$
$x+5$	$-$	0	$+$		$+$
الكسر	$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$
الحل	مرفوضة		محصورة		

$]-5, 4]$

مجموعة الحلول

Scanned by CamScanner

{ 1 , 2 , 3 , 4 }

(16)

$\frac{4}{x+1} > -3$

أ ، د

الحل

$\frac{4}{x+1} + \frac{3}{1} > 0$

$\frac{4+3x+3}{x+1} > 0$

$\frac{3x+7}{x+1} > 0$

$x = \frac{-7}{3}$

$x = -1$

	$-\infty$		$-\frac{7}{3}$		-1		$+\infty$
$3x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{3x+7}{x+1}$		$+$		$-$		$+$	

$]-\infty, -\frac{7}{3}[\cup]-1, +\infty[$

متراجحة من الشكل

$|x-2| < 3$

r

تعدية

التراجحة أصغر

$c = 2$

$r = 3$

$[c-r \ , \ c+r]$

$[2-3 \ , \ 2+3]$

$[-1, 5]$

$|x-5| < 3$

$c = 5$

$r = 3$

$]c-r \ , \ c+r[$

$]5-3 \ , \ 5+3[$

$]2, 8[$

$|x-1| \geq 2$

الاتحاد

$]-\infty, c-r] \cup [c+r, +\infty[$

$c = 1$
$r = 2$ $\Big\}$ $]-\infty, -1] \cup [3, +\infty[$

Scanned by CamScanner

(17)

عبارة استقبال لمجموعة حلول مجال

$x \in [2, 12]$

$a \quad b$

$c = \frac{a+b}{2}$

$c = \frac{2+12}{2} = 7$

$r = \frac{b-a}{2} = \frac{12-2}{2} = 5$

$|x - c| \leq r$

$|x - 7| \leq 5$

$x \in]3, 11[$

$a \quad b$

$c = \frac{3+11}{2} = 7$

$r = \frac{11-3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$|x - c| < r$

$|x - 7| < 4$

$x \in]-\infty, \frac{-1}{a}] \cup [\frac{7}{b}, +\infty[$

$c = \frac{-1+7}{2} = 3$

$r = \frac{7+1}{2} = 4$

$|x - c| \geq r$

$|x - 3| \geq 4$

احصر حصر

$A = a^2 + 3$

$\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$

$\frac{1}{4} \leq a^2 \leq \frac{9}{4}$

$\frac{1}{4} + 3 \leq a^2 + 3 \leq \frac{9}{4} + 3$

$\frac{1+12}{4} \leq A \leq \frac{9+12}{4}$

$\frac{13}{4} \leq A \leq \frac{21}{4}$

Scanned by CamScanner

$A = \sqrt{a} + 2$

$5 < a < 9$

نأخذ الجذر التربيعي

$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$

$\sqrt{5}+2 < \sqrt{a}+2 < 3+2$

$\sqrt{5}+2 < A < 5$

$A = \sqrt{a-2}$

$6 < a < 11$

نأخذ الجذر التربيعي لكل الجذور، لأنها جذور

$6-2 < a-2 < 11-2$

$\sqrt{4} < \sqrt{a-2} < \sqrt{9}$

$2 < A < 3$

$A = \frac{1}{a} - 2$

$\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$

نقلب a فتنقلب المتراجحة

$\frac{4}{1} > \frac{1}{a} > \frac{2}{1}$

نطرح [2]

$2 > \frac{1}{a} - 2 > 0$

$2 > A > 0$

$A = -a^2 + 3$

$3 < a < 5$

نرفع

$9 < a^2 < 25$

نضرب ب -1

$-9 > -a^2 > -25$

نجمع 3

$-9+3 > -a^2+3 > -25+3$

$-6 > A > -22$

Scanned by CamScanner

30

19

الاحتمالات

① العاملي

$P_1 = 3! = 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

② التباديل

$P(8,3) = 8 \times 7 \times 6$

$P(10,2) = 10 \times 9$

③ التوافيق

$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!}$

مثال

$C(10,3) = \frac{P(10,3)}{3!}$

$= \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

أوجد $P(8,3)$ تباديل

$C(8,3)$ توافيق

الحل

$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = \frac{8 \times 7 \times 6}{8 \times 7} = 6$

أنواع السحب

السحب على التتابع (بدون إرجاع، تباديل) — السحب على التتابع (مع إرجاع، توافيق) — السحب معاً (توافيق)

مثال: صندوق فيه نقود معدنية

1) الحيز فضاء العينة

كتابة T — صفار H

T — H — T — H

فضاء العينة $\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

A حدث ظهور الصفار مرة واحدة فقط

$A = \{(H,T), (T,H)\} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

$\Omega = \{(H,H)\ (H,T)\ (T,H)\ (T,T)\}$

B حدث ظهور شعار مرة واحدة على الأقل

$B = \{(H,H)\ (H,T)\ (T,H)\}$

$P(B) = \frac{3}{4}$

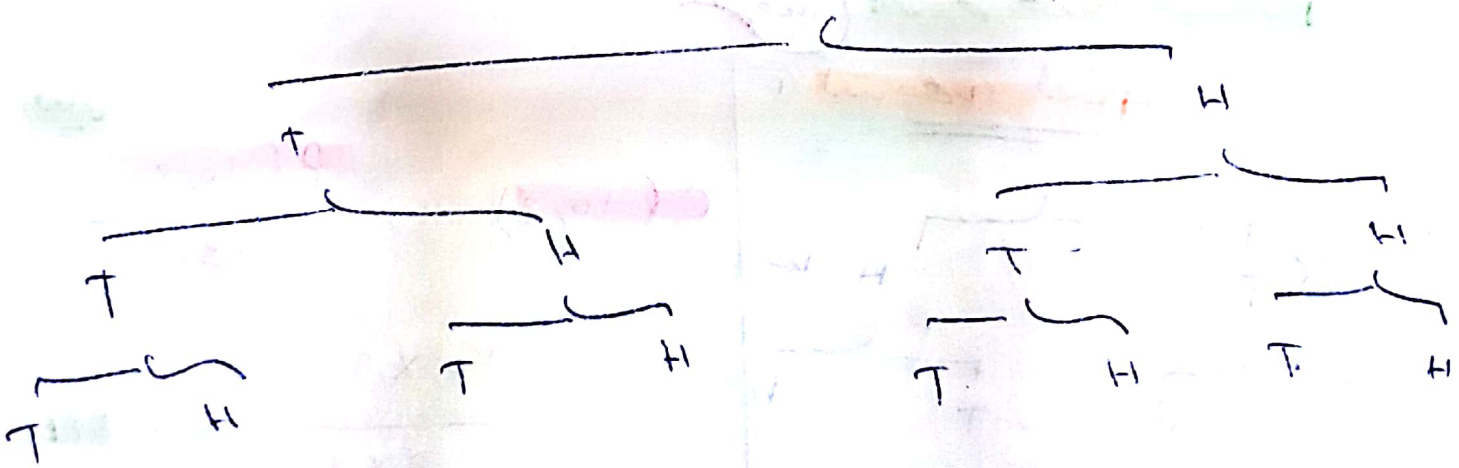
C حدث ظهور كتابة مرة واحدة على الأكثر

$C = \{(H,T)\ (T,H)\ (H,H)\}$

$P(C) = \frac{3}{4}$

في تجربة رمي قطعة نقود ثلاث مرات متتالية

① : كتابة فضاء العينة



$\Omega = \{(H,H,H), (H,H,T)\ (HTH)\ (HTT)\ (THH)\ (THT)\ (TTH)\ (TTT)\}$

A حدث ظهور شعار بالرمية الثانية فقط

$P(A) = \{T,H,T)\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{8}$

Scanned by CamScanner

B| ظهور صفار مرة واحدة على الأقل

$$P(B) = \frac{7}{8}$$

C| احتمال ظهور صفار بالرمية الثالثة

$$C = \{ (H,H,H) \quad (T\,H\,\underline{H}) \quad (T\,T\,\underline{H}) \quad (H\,T\,\underline{H}) \}$$

$$P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

لدى عائلة ثلاثة أطفال نفرض أنه صفاتهم متساوية لأن يكون الطفل صبياً أو بنتاً.

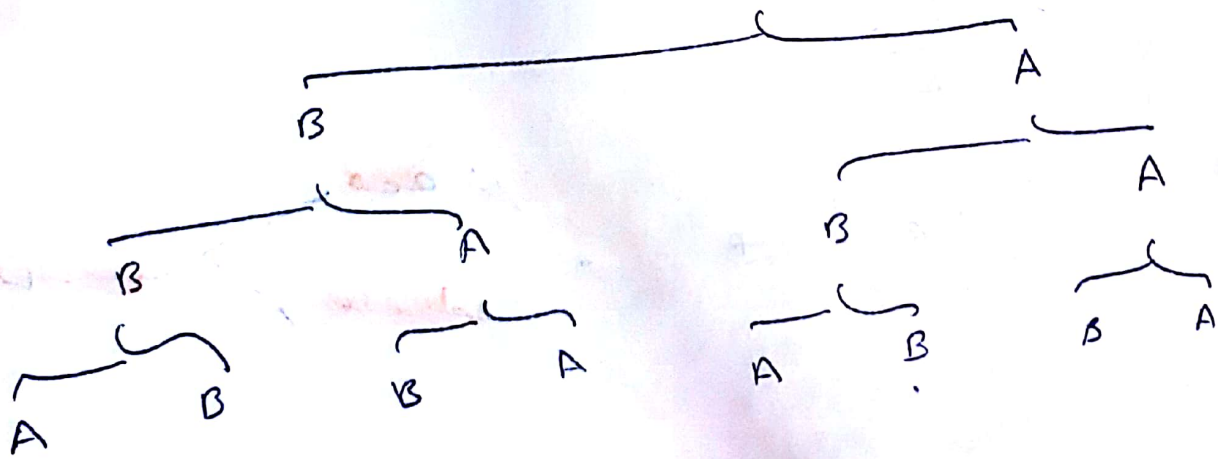
① ما احتمال أن يكون الأطفال الثلاثة صبياناً

② ما احتمال أن يكون لدى العائلة صبيان وبنت

③ ما احتمال أن يكون لدى العائلة بنت واحدة على الأقل

④ ما احتمال أن يكون الطفل الثالث بنتاً

الحل: B للصبي A للبنت



Scanned by CamScanner

بنت A صبي B

ω = { (A,A,A) (A A ,B) (A B B) (A B A)

(B A A) (B A B) (B, B, B) (B, B, A)

$P(1) = \frac{1}{8}$ (A, A, A)

طلب 2

= { (B, B, A) (B A B) (A , B, B) }

$P(2) = \frac{3}{8}$

طلب 3

بنت واحده على الأقل

{ (A, B, B) (B, B A) (B A B)

(B A A) (A A B) (A B A)

(A, A, A)

واحده
أو 2
أو 3

$P(3) = \frac{7}{8}$

الطفل الثالث بنت

قطع صعبة

بدون قطع

قطع { ~~A B A~~ ~~B~~
(B B A)

$P(\text{قطع}) = \frac{1}{8}$

بدون قطع = { (A,A,A) (B,B,A) (B A A) (A B A)

$P(\text{بدون}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

مثال: حجر نرد نلقيه مرة واحدة

① ما هو فضاء العينة؟

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ما احتمال ظهور عدد زوجي

$A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ما احتمال ظهور عدد فردي

$B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ما احتمال ظهور عدد أولي

$\{2, 3, 5\}$

$P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ما احتمال ظهور عدد أكبر أو يساوي الأربعة

$E = \{4, 5, 6\} \Rightarrow P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ما احتمال ظهور عدد أكبر تماما من 4

$N = \{5, 6\} \Rightarrow P(N) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

صندوق يحتوي 5 بطاقات رقمها $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

نسحب من الصندوق بطاقتين على التتالي دون إعادة

ما احتمال أن يكون مجموع رقميهما فردي ← زوجي + فردي

الحل: فردي = فردي + زوجي

زوجي = فردي + فردي	زوجي = زوجي + زوجي
1 + 3 = 4	2 + 4 = 6

Scanned by CamScanner

(24)

الأعداد الفردية = {1, 3, 5}

الأعداد الزوجية = {2, 4, 6}

حرف مرة واحدة

الحالة الأولى: فردي زوجي

$$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \times 2$$

$$= \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$$

الحالة الثانية: تكون البطاقة المسحوبة زوجي

إما 2 مرات

أو

1	1

2 زوجيات

$$P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= \frac{6}{30} + \frac{6}{30} = \frac{12 \div 6}{30 \div 6} = \frac{2}{5}$$

Scanned by CamScanner

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم نعتبر الحدث A: "الحصول على عدد أولي" هو

$D =$ { 1, 2, 3, 5 } { 2, 3, 5 } { 3, 5 } { 1, 2, 5 }

أ ـ ح

العدد (1) ليس أولي
العدد صفر ليس أولي
} أصغر عدد أولي هو 2

ب- y_A { 2, 4, 6 } العدد المطلوب

* في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم نعتبر الحدث

عدد أولي ↓ { 2, 3, 5 }
عدد غير أولي ↓ { 1, 4, 6 }
عدد أكبر تماما من 1 ↓ { 2, 3, 4, 5, 6 }
عدد زوجي ↓ { 2, 4, 6 }

* في تجربة إلقاء حجرين نرد متوازنين ومتمايزين عدد العناصر لكون

الحصول على مجموع أكبر تماما من 3 وأصغر أو يساوي 8 هو

6 5 7 8

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

(4,4) (5,5) (6,6) + (3,5) (5,3) (2,6) (6,2)

ا ر

Scanned by CamScanner

إذا كان A, B حدثين فإن $P(A \cup B) =$ $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A) + P(B)$ ← $P(A) \cdot P(B)$ $P(A \cap B)$

إذا كان الحدثان متنافيين

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حيث

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

إذا كان A, B حدثين مستقلين احتمالياً فإن $P(A \cap B) =$

النص

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

مثال: إذا كان A, B حدثين مستقلين احتمالياً فأجد:

$P(A) = \frac{1}{2}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$P(B) = \frac{1}{3}$

الحل

نظرية الحدثين المستقلين

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{1} \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$ محققة

إذن الحدثان مستقلان احتمالياً

Scanned by CamScanner

صندوق به 40 كرة متماثلة منها 4 حمراء والباقي بيضاء
نسحب كرة واحدة عشوائيا ونسجل العدد الظاهر على الكرة
احتمال أن يكون العدد الظاهر يساوي (1)

0,01 — 0,05 — 0,1 ✓ — 0,5

الحل

11 , 21 , 31 , 41

$$P(A) = \frac{4 \div 4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$$

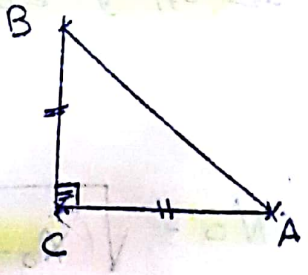
إذا دارت B حول A دورة واحدة برباع دورة مركزها C فإن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

قائم في A — متساوي الأضلاع — قائم في B

الدوران يحافظ على أطوال الأضلاع

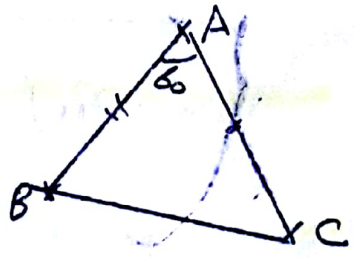
$CB = CA$

ربع دورة = قائمة



المثلث ABC متقايس الأضلاع، C صورة B بدوران قياسه 60 درجة مركزها A فإن المثلث

المثلث ABC متساوي الساقين
$AB = AC$
إحدى زواياه = 60 فهو متساوي الأضلاع



جهة الدوران عكس عقارب الساعة
المباشر

عند المباشر مع عقارب الساعة

Scanned by CamScanner

B(-1,0)

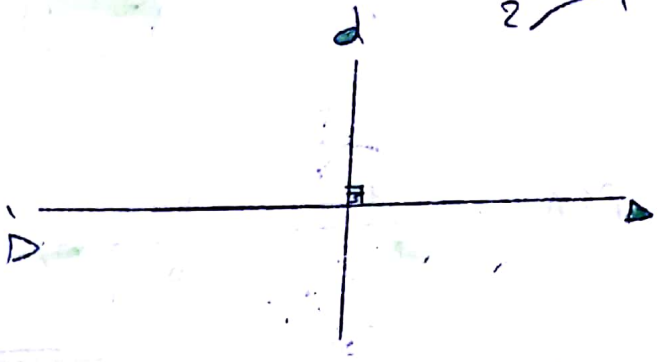
28

لتكن Δ' صورة Δ وحدة إسقاط S_d عندما $\Delta \perp d$

فإن

$\Delta = \Delta'$ ✓ $\quad \Delta \perp \Delta' \quad \Delta // \Delta' \quad d // \Delta$

الشرح



النقطة التي بعدها عن النقطة $O(0,0)$ هي $\sqrt{5}$

$M(3,1)$ X $\quad N(2,-1)$ ✓ $\quad P(-1,5) \quad \xi(1,\sqrt{5})$

الشرح

فإن بعد نقطة عن نقطة أو عن أصل النقطة هو

المسافة

$$NO = \sqrt{(x_O - x_N)^2 + (y_O - y_N)^2}$$

$$NO = \sqrt{(0-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

للتجربة $\quad M(3,1)$

$$MO = \sqrt{(x_O - x_M)^2 + (y_O - y_M)^2} = \sqrt{(0-3)^2 + (0-1)^2}$$

$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$ X

Scanned by CamScanner

$\vec{v} = (1, -1)$

(15)

(29)

مجموعة تعريف الدالة

$f(x) = x^2 - 1$

$y = x^2 - 1 \Rightarrow x' = y + 1$

$[-1, +\infty[$

مجموعة حلول المعادلة

$\frac{1}{2}x^2 + 2x = 0$

$x\left[\frac{1}{2}x + 2\right] = 0$ حل

إما $x = 0$

أو $\frac{1}{2}x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -2 \times \frac{2}{1} = -4$ حل

مجموعة الحلول $\{0, -4\}$

هذه تجربة عشوائية

كتابة عناصر فضاء العينة على الشكل $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

احتمال أن يكون المجموع عددا زوجيا هو

زوجي + فردي = فردي

$F = \{1, 3, 5\}$

$Z = \{2, 4\}$

$P(A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \times 2 = \frac{12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$

$= \frac{6}{10} = 0,6$

Scanned by CamScanner

30

في تجربة القاء حجر نرد رباعي الوجوه مرقم من 1 الى 4 إحتمال الحصول على عدد زوجي يساوي

$\{1, 2, 3, 4\}$

$A = \{2, 4\} \Rightarrow p(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$AB = 4$

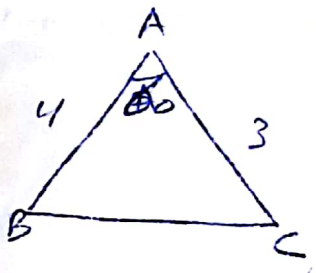
$AC = 3$

وقياس $\hat{A} = 60°$ بالستيني

$S = AB \cdot AC \cdot \cos 60$

$= (3)(4)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{12}{2} = 6$



Scanned by CamScanner