شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12

نهاية متتالية

* جميع المبرهنات و الخواص التي تعلمناها من حدث النهايات - ممكن تطبيقها عند حساب نهاية متتالية.

• قوانين هامة:

$$-1 \leq \frac{\sin x}{\cos x} \leq 1 \qquad 0 \leq \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \leq 1$$

$$0 \leq \left|\frac{\sin x}{\cos x}\right| \leq 1 \qquad -1 \leq (-1)^n \leq 1$$

$$\lim_{n \to +\infty} (n!) = +\infty$$

نهاية المتتالية الهندسية

نميز

$q \leq -1$ → $\lim_{n \to +\infty} q^n =$ غير موجودة

$q \geq 1$ → $\lim_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

$-1 < q < 1$ أي $|q| < 1$ → $\lim_{n \to +\infty} q^n = 0$

ملاحظة: عندما يكون لدينا نهاية من الشكل: $U_n = \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2n}$

نخرج أكبر أس عامل مشترك أي هنا ← 3^n

المتتالية المحدودة

المتتالية المحدودة من الأعلى: $U_n \leq M$

المتتالية المحدودة من الأدنى: $U_n \geq m$

المتتالية المحدودة: $m \leq U_n \leq M$

① ندعو M عنصراً راجحاً على U_n (حد أعلى)

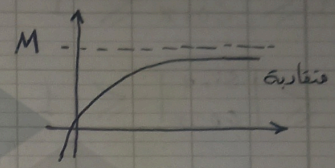
② ندعو m عنصراً قاصراً على U_n (حد أدنى)

فريق شغف التعليمي

هبن هنات في التقارب

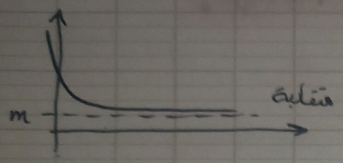
كل متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى تكون متقاربة

- $U_{n+1} \geq U_n$
- $U_n \leq M$



كل متتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى تكون متقاربة

- $U_{n+1} \leq U_n$
- $U_n \geq m$

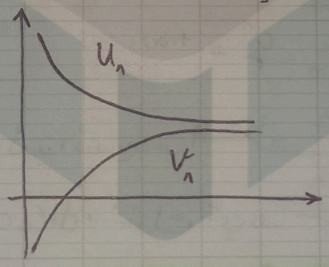


المتتاليتان المتجاورتين

نقول عن متتاليتين U_n و V_n أنهما متجاورتان إذا تحقق الشرطين

1. إحداهما متناقصة والأخرى متزايدة
2. $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n - V_n) = 0$

أو كان لهما النهاية ذاتها

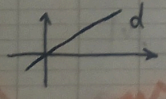


التمثيل الهندسي لحدود متتالية:

★ طريقة تمثيل الحدود الأولى لمتتالية على محور الفواصل:

1. نحدد U_0 على محور الفواصل
2. نوجد صورة U_0 وفق التابع
« منطلق لعند C_f ونقطع على الواتر »
نحصل على الصورة $f(U_0) = U_1$
3. نعيد U_1 على محور الفواصل بالمرور عن d منصف الربعين الأول والثالث ونعيد نفس الخطوات

منصف الربع الأول والثالث
$d: y = x$



نقطة تقاطع C_f التابع
هي حلول المعادلة
$f(x) = g(x)$

دراسة تقارب متتالية وتمييز

المقارنة مع هندسية

$q + q^2 + \dots + q^n = a \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

حصر مجموع (إحاطة)

عدد الحدود × أصغر الحدود ≤ المجموع ≤ عدد الحدود × أكبر الحدود

صيحتين متتاليتين

مثال: $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

• إثبات أنه يمكن كتابة $U_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

لدينا:

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots U_n$

نكتب S_n بدلالة n

عند التعويض نستخدم الصيغة التي تم إثباتها لـ U_n

ثم المسألة:

1. يطلب إثبات علاقة $n \geq 2^n$
2. إثبات: $U_n \leq \heartsuit$ أو $U_n \geq \heartsuit$
   - إثبات محدودية U_n (من الأعلى أو الأدنى)
   - استنتاج عنصر راجح
3. دراسة الإطراد وتحديد إذا كانت متقاربة

دراسة محدودية (حصر) متتالية صحيحة

1. مطلوب إيجاد متتاليتان S_n و t_n تحققان
   $t_n \leq U_n \leq S_n$
   $t_n = U_{n-1}$
   $S_n = U_n + 1$

   انتبه هنا لم نثبت محدودية (لم نثبت أن U_n محصورة بين متتاليتين مختلفتين عنها)

2. $-1 \leq \begin{matrix} \sin x \\ \cos x \\ (-1)^n \end{matrix} \leq 1$

   هناك حالة خاصة:
   $U_n = n + \cos n$
   $0 \leq n-1 \leq n + \cos n \leq n+1$
   محدودة من الأدنى فقط وليست محدودة من الأعلى لأنها تقل إلى اللانهاية

3. دراسة الفرق
   • $U_n - M \leq 0$
   $\Rightarrow U_n \leq M$
   • $U_n - m \geq 0$
   $\Rightarrow U_n \geq m$

4. $0 \leq \frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} \leq 1$
   دراسة النسبة

5. دراسة التغيرات على المجال الموافق

شغف التعليمي
Educational passion

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12