الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر برير

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة هندسة

الاختبار الأول

رياضيات مع المدرس ماهر برير
0994 830 381

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

زوايا محيطية ومركزية

نموذج اختبار في الوحدة الثالثه من كتاب الهندسة

الوضع النسبي لدائرتين

تعليمات ثابته لحل أي مسألة تتعلق بالهندسة .

١- ضع الفرضيات على الرسم مباشرة بالقلم الأزرق.

٢- التزم بترتيب الطلبات .

٣- كل معلومه تظهر معك في الطلبات ضعها مباشرة على الرسم بقلم الرصاص .

٤- الطلب الذي تقف عنده قد يكون جوابه موجود مثلا أثبت أن طول أو أثبت ان قياس زاوية محدده يساوي عدد ما .فالجواب موجود ضعه على الرسم وانتقل إلى الطلب الذي يليه ثم عد إليه في نهاية الحل عندئذ ستكون قادرا على حله ان شاء اللّه .

٥- في المسائل المحلوله : حاول ان تحل بنفسك ثم قارن حلك بالحل الموجود وصحح بيدك بالقلم **الأحمر** ، ذلك يساعدك في تذكر الأخطاء وتجاوزها في المرات القادمة

الرباعي الدائري

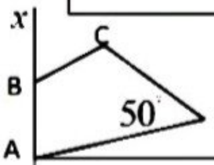
المضلعات المنتظمة

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحه من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

❶ (ادلب 2018) $ABCD$ رباعي دائري فيه قياس $B\hat{C}D = 115^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D$ يساوي

115°	C	25	B	65°	A



❷ (الحسكة 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي دائري فيه $A\hat{D}C = 50^\circ$
فإن قياس الزاوية $C\hat{B}x$ يساوي:

130°	C	50°	B	40°	A

❸ (السويداء و طرطوس 2019) AB ضلع في مخمس منتظم $ABCDE$ مركزه O فان قياس $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	75°	B	72°	A

❹ (الحسكة 2019) المستقيم d يمس دائرة C مركزها O نصف قطرها $R = 6$ فان بعد مركز الدائرةعن المستقيمd

أكبر من 6	C	أقل من 6	B	يساوي 6	A

❺ (الرقة 2019) في الرباعي الدائري مجموع الزاويتين المتقابلتين يساوي :

90°	C	180°	B	100°	A

❻ (الرقة 2019) AB ضلع في مسدس منتظم مركزه O فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	90°	B	72°	A

❼ (اللاذقية 2019) دائرة مركزها O ، $\widehat{BC}$ قوس فيها قياسه 40° فان قياس الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ يساوي :

80°	C	40°	B	20°	A

❽ (درعا 2019) AB ضلع في مضلع منتظم مركزه O عدد أضلاعه $(n = 12)$ فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

30°	C	45°	B	60°	A

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الآتية:

① (السويداء 2018) إذا كان $ABCDEF$ مسدس منتظم فإن قياس الزاوية $C\hat{D}E$ يساوي 120°

② (اللاذقية 2018) إذا كان قياس $\hat{A} = 100^\circ$ في الرباعي الدائري$ABCD$ فإن قياس الزاويةالمقابلة لها $\hat{C} = 80^\circ$

③ (دمشق 2018) النقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 40°

④ (تكميلي 2018) لنقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 45°

⑤ للمثلث المتساوي الساقين محورا تناظر

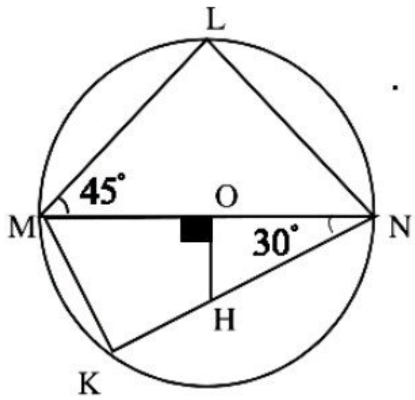
⑥ طول قطر الدائرة المارة برؤوس مسدس منتظم هو 10 فيكون محيط هذا المسدس 60

⑦ الدائرة $C(O, R)$ تمس الدائرة $C'(O', R')$ داخلاً فإن : $OO' > R' - R$

جميع المسائل امتحانية ووردت سابقاً

ثانيا: حل المسائل الآتيه

المسألة الأولى: K , M , L , N نقاط من دائرة مركزها O حيث MN قطر في الدائرة طوله $8\ cm$ ، $K\widehat{N}M = 30^\circ , L\widehat{M}N = 45^\circ$ المطلوب:



1) ما نوع المثلث LMN بالنسبة لأضلاعه؟ واستنتج قياس الزاوية $M\widehat{N}L$.

2) احسب قياس كل من $M\widehat{K}N$ ، $\widehat{LMk}$.

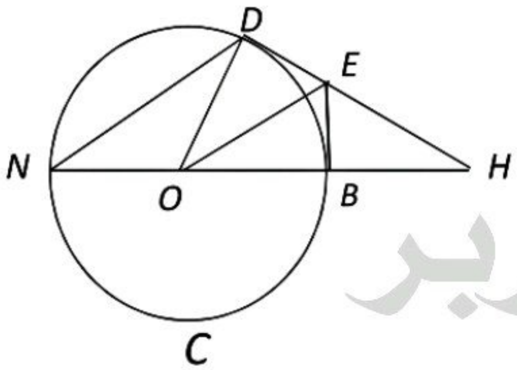
3) احسب طول كلاً من KN , MK , ML .

4) إذا كان $HO \perp MN$ أثبت أن الرباعي $OHKM$ دائري ، عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً:

C دائرة مركزها O و $[NB]$ قطر فيها و D نقطة من الدائرة بحيث

$\widehat{ND} = \frac{2}{3}\widehat{NB}$ و $(DH) , (BE)$ مماسان للدائرة في النقطة B و D على التوالي



والمطلوب :

1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{DB} = 60^\circ$.

2) احسب قياسات زوايا المثلث HOD واستنتج أن $OB = \frac{1}{2}OH$.

3) أثبت أن الرباعي $ODEB$ رباعي دائري, واستنتج قياس الزاوية $B\widehat{E}D$.

4) أثبت أن المثلث OEH متساوي الساقين, واحسب قياس الزاوية $B\widehat{O}E$.

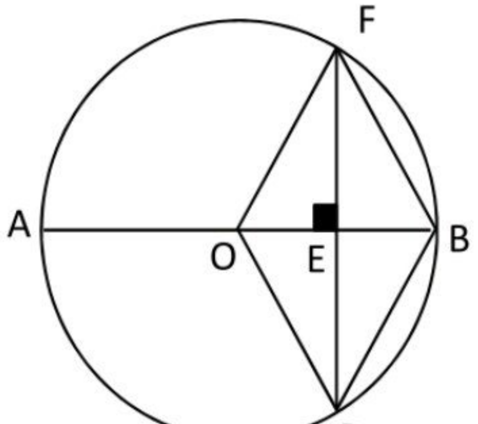
5) أثبت أن $DN \parallel OE$

المسألة الثالثة: في الشكل المرسوم جانبا:

$[AB]$ قطر في الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 5

فيها $[FD]$ يعامد $[AB]$ في النقطة E و $\widehat{AF} = 2\widehat{BF}$

والمطلوب :



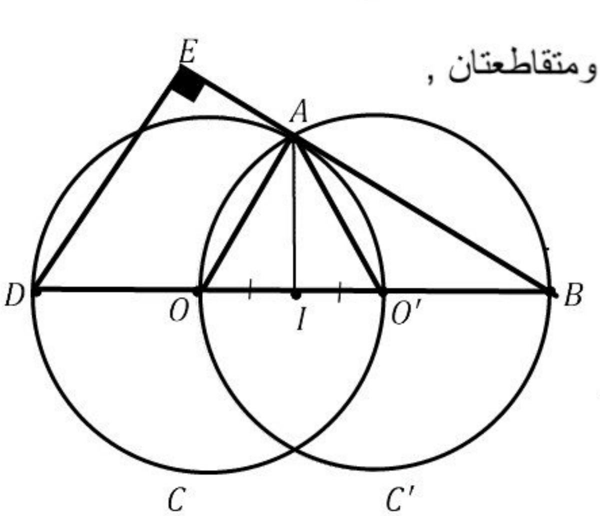
1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{BF} = 60^\circ$
واستنتج نوع المثلث BOF بالنسبة لأضلاعه.

2) احسب الأطوال EF , EB , FB .

3) أثبت أن الرباعي $FODB$ معين واحسب مساحته.

المسألة الرابعة $\acute{C}(\acute{O} , r) , C(O , r)$ دائرتان طبوقتان ومتقاطعتان ,

النقطة I منتصف $\acute{O}O$ و DEB مثلث قائم في $\hat{E}$



-1 أثبت أن AB مماس للدائرة C.

-2 أبت أن المثلث $AO\acute{O}$ متساوي الأضلاع.

-3 أثبت أن الرباعي $EDIA$ رباعي دائري،
و عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

-4 أثبت أنّ $DE \parallel OA$ ثمّ اكتب النسب الثلاث للمثلثين ABO , EBD

و استنتج أن $BA = \frac{2}{3}EB$

*أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

- السؤال الأول:

1) - نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين وبالتالي: $ABCD$ رباعي دائري فيه $B\hat{C}D = 115^\circ$ فيكون قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D = 65^\circ$

الإجابة الصحيحة هي A.

2) - نعلم أن: في الرباعي الدائري الزاوية الخارجية تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها ومنه:

$C\hat{B}x = A\hat{D}C = 50^\circ$

الإجابة الصحيحة هي B

3- قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم والتي تحصر أحد أضلاعه $A\hat{O}B$ تعطى:

$A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{n}$ ، $n=5$ فرضاً

ومنه:

$A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

الإجابة الصحيحة هي A

4) - نعلم أن: المستقيم المماس للدائرة C يبعد عن مركزها بعداً ثابتاً يساوي نصف القطر أي أن: $R = 6$ بالتالي بعد المستقيم d عن مركز الدائرة هو $R = 6$

الإجابة الصحيحة هي A

5) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعها 180°)

فالإجابة الصحيحة هي B

6) بطريقة مشابهة للسؤال 3 نجد $A\hat{O}B = 60^\circ$ الإجابة C

7) قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي قياس القوس المقابل وبالعكس

ومنه $B\hat{O}C = \overset{\frown}{BC} = 40^\circ$

الإجابة الصحيحة هي B

8) $A\hat{O}B = \frac{360}{12} = 30^\circ$

الإجابة C

- السؤال الثاني:

1) نعلم أن قياس الزاوية المركزية في المسدس المنتظم $A\hat{O}B = 60^\circ$ وقياس الزاوية الداخلية فيه (المحصورة بين ضلعين متتاليين)

$C\hat{D}E = 180^\circ - A\hat{O}B \Rightarrow$

$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

فالعبارة صحيحة

2) في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين ، $\hat{A} = 100$ تقابلها $\hat{C} = 80$

$\hat{A} + \hat{C} = 180$ فالعبارة صحيحة

3)- $A\hat{O}B = \frac{360}{n} = \frac{360}{8} = 45°$

فالعبارة خاطئة.

4)- العبارة صحيحة من الطلب 3

5)- المثلث المتساوي الساقين محور تناظره وحيد وهو محور ضلع القاعدة فقط فالعبارة خاطئة.

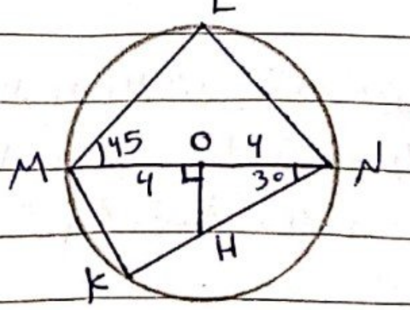
6)- $2R = 10 \Rightarrow R = 5$

نعلم أن: طول ضلع المسدس المنتظم يساوي طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه ومنه $\ell = 5$ وبالتالي محيط المسدس المنتظم يساوي $6 \times \ell$ أي $6 \times 5 = 30$ فالعبارة خاطئة.

7)- عبارة خاطئة والصواب $OO' = R' - R$

* ثانياً: حل المسائل الآتية:

- المسألة الأولى:



1) $M\hat{L}N$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي أن المثلث LMN قائم في $\hat{L}$ وفيه الزاوية $L\hat{N}M = 45° \Rightarrow L\hat{M}N = 45°$ فهو قائم متساوي الساقين L

2). $M\hat{K}N$ أيضاً محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي $M\hat{K}N = 90°$

. $\widehat{LM} = 2L\hat{N}M$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل فالقوس هو ضعفها)

$\widehat{LM} = 2 \times 45° = 90°$

. $\widehat{MK} = 2M\hat{N}K$ (لنفس السبب)

$\widehat{MK} = 2 \times 30° = 60°$

ومنه:

$\widehat{LMK} = \widehat{LM} + \widehat{MK} = 90° + 60° = 150°$

(أو باختصار:

$L\hat{M}K = 2 \times L\hat{N}K = 2(45+30) = 150°$)

3)- يمكن الحساب بأكثر من طريقة:

حسب فيثاغورث في المثلث القائم MNL نجد: (من إثبات $LM = LN = x$)

$x^2 + x^2 = [MN]^2 \Rightarrow 2x^2 = 64 \Rightarrow$

$x^2 = 32 \Rightarrow x = LM = LN = 4\sqrt{2}$ cm

. MK ضلع مقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم MNK فهو يساوي نصف طول وتره أي أن:

$MK = \frac{1}{2} MN = \frac{8}{2} = 4$ cm

. من المثلث القائم MNK نجد:

$\cos \underbrace{M\hat{N}K}_{30} = \frac{NK}{MN} \Rightarrow$

$\cos 30^\circ = \frac{NK}{8} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{NK}{8}$

$\Rightarrow NK = 4\sqrt{3}\ cm$

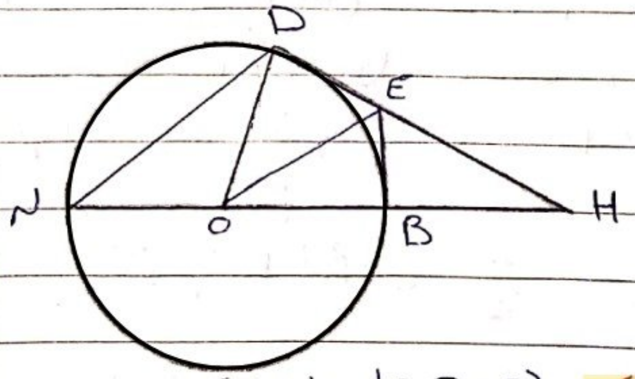
4) في الرباعي OHKM لدينا:

$\hat{O} = 90^\circ$ فرضاً } زاويتان متقابلتان

$\hat{K} = 90^\circ$ إثباتاً } ومتكاملتان

فالرباعي OHKM دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك MH (وتر مشترك للمثلثين القائمين MHK ، MHO.

- المسألة الثانية:



1) [NB] قطر في الدائرة ومنه:

$\overset{\frown}{NB} = 180^\circ$ ولدينا فرضاً

$\overset{\frown}{ND} = \frac{2}{3}\overset{\frown}{NB} = \frac{2}{3} \times 180$

$= 120^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{DB} = 60^\circ$

2) (DH) مماس للدائرة في D

فهو يعامد نصف القطر OD في نقطة التماس وبالتالي $O\hat{D}H = 90^\circ$

. وجدنا أن $\overset{\frown}{DB} = 60^\circ$ ومنه

(مركزية) $D\hat{O}B = \overset{\frown}{DB} = 60^\circ$

ومنه: $\hat{H} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

. في المثلث القائم ODH (إثباتاً)

وجدنا: $\hat{H} = 30^\circ$ والضلع المقابل للزاوية 30° هو [OD] يساوي نصف طول الوتر [OH] أي: $OD = \frac{1}{2} OH$

ولكن: $OD = OB = R$ ومنه:

$R = OB = \frac{1}{2} OH$

3) (EB) مماس للدائرة في B ومنه

$E\hat{B}O = 90^\circ$ أي $EB \perp OH$

ووجدنا $O\hat{D}E = 90^\circ$ وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي ODEB فهو دائري، وبما أنه رباعي دائري (إثباتاً) فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتين أي أن الزاوية $B\hat{O}D$ مقابلة للزاوية $B\hat{E}D$

(تتمم إلى 180°) $\Leftarrow B\hat{E}D = 120^\circ$

4) . B منتصف OH إثباتاً

. EB ارتفاع ومتوسط في آن واحد في المثلث OEH فهو متساوي الساقين في E قاعدته [OH] حيث:

$\hat{H} = 30^\circ \Rightarrow B\hat{O}E = 30^\circ$

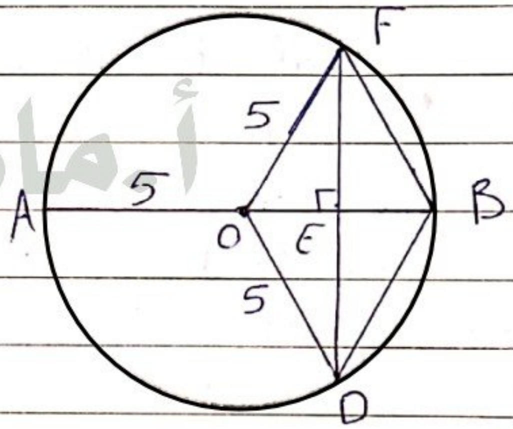
5)- $D\hat{N}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB} = 30°$
(محيطية)

ومنه نجد:

$D\hat{N}B = 30°$ } وهما في وضع
$E\hat{O}B = 30°$ } التناظر

بالنسبة للمستقيمين DN، OE
والقاطع NB بالتالي DN∥OE

المسألة الثالثة:



1)- [AB] قطر في الدائرة
ومنه $\overset{\frown}{AB} = 180°$ ومعطى أن:
نجد $\overset{\frown}{AF} = 2\overset{\frown}{FB}$

$\underbrace{\overset{\frown}{AF}} + \overset{\frown}{FB} = \overset{\frown}{AB}$

$2\overset{\frown}{FB} + \overset{\frown}{FB} = 180° \Rightarrow$
$3\overset{\frown}{FB} = 180° \Rightarrow \overset{\frown}{FB} = 60°$

. المثلث BOF متساوي
الساقين لأن $OB = OF = R = 5$
فيه $\underbrace{F\hat{O}B}_{\text{مركزية}} = \overset{\frown}{FB} = 60°$
فهو متساوي الأضلاع.

2)- بما أن المثلث OFB
متساوي الأضلاع فيه:
$FB = OB = OF = R = 5$

. FE ارتفاع في المثلث متساوي
الأضلاع فهو محور ومتوسط ومنصف ومنه
E منتصف $OB = R$ أي أن
$EB = \frac{5}{2} = 2.5$

ونعلم أن طول
ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع هو:
$h_3 = FE = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

3)- المثلث FOD متساوي الساقين
فيه [OE] ارتفاع نازل من
الرأس فهو متوسط أي أن E منتصف
الضلع [FD]
أي أن قطري الرباعي FODB متناصفان
ومتعامدان فهو معين مساحته نصف
جداء قطريه (حيث $EF = ED$
$OE = EB$)

$S_{FODB} = \frac{1}{2}[OB] \times [FD]$

$= \frac{1}{2}(5) \times \left(\frac{10\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{25}{2}\sqrt{3}$ وحدة مربعة.

المسألة الرابعة

1)- في المثلث OAB نجد:
الزاوية $O\hat{A}B$ زاوية محيطية
تحصر قوس نصف الدائرة C'
فهي قائمة أي أن:
$OA \perp AB$ حيث OA نصف
قطر في الدائرة C ومنه AB
مماس للدائرة C في A لأنه يُعامد
نصف قطر الدائرة في نقطة التماس A.

2)- لدينا فرضاً الدائرتان متطابقتان
أي أن $r = r'$ ومنه:
$$OA = OO' = AO'$$
فالمثلث AOO' متساوي الأضلاع

3)- I منتصف OO' فرضاً كذلك
AI متوسط في مثلث متساوي
الأضلاع فهو ارتفاع أي أن
$AI \perp DE$ ومنه $(\hat{I} = 90°)$
ولدينا فرضاً $\hat{E} = 90°$
أصبح لدينا: $\hat{E} = 90°$ ، $\hat{I} = 90°$
زاويتان متقابلتان ومتكاملتان
في الرباعي EDIA فهو دائري
ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع
في منتصف الوتر المشترك DA

4)- $DE \perp EB$ (فرضاً) ، $OA \perp EB$ (إثباتاً) $\Rightarrow$
ومنه المستقيمان (DE)، (OA) متوازيان
لأنهما عموديان على مستقيم واحد
عندئذٍ وحسب مبرهنة النسب الثلاث
في المثلثين EBD ، ABO
يكون:
$$\frac{BA}{BE} = \frac{BO}{BD} = \frac{AO}{ED} \Rightarrow$$
$$\frac{BA}{BE} = \frac{2r}{3r} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$
$$BA = \frac{2}{3} BE$$