مـراجعة ليلة الامتحان في الهندسة 2025
للصف الثالث الإعدادي ـ الفصل الدراسي الأول

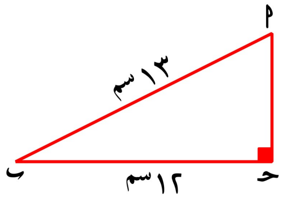
أولاً : الأسئلة المقالية

★ الوحدة الرابعة : حساب المثلثات :

*** النسب المثلثية للزاوية الحادة :**

١ م ب ح مثلث قائم الزاوية في ح ، م ب = ١٣ سم ، ب ح = ١٢ سم
أوجد : ① جا م جتا ب + جتا م جا ب ② ق(∠م)

الحل



∵ △م ب ح قائم الزاوية في ح (باستخدام نظرية فيثاغورث)

∴ م ح = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٥ سم

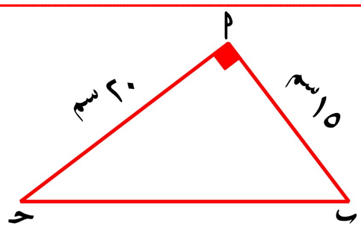
∴ جا م جتا ب + جتا م جا ب

= $\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$ = ١

∵ جا م = $\frac{١٢}{١٣}$ ∴ ق(∠م) = ٦٧° ٢٢َ ٤٨ً

---

٢ **في الشكل المقابل :**



م ب ح مثلث فيه : ق(∠م) = ٩٠°
، م ب = ١٥ سم ، م ح = ٢٠ سم
أثبت أن : جتا ح جتا ب - جا ح جا ب = صفر

الحل ∵ △م ب ح قائم الزاوية في م (باستخدام نظرية فيثاغورث)

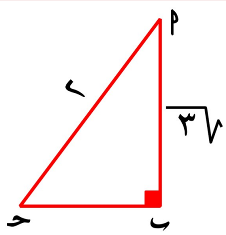
∴ ب ح = $\sqrt{(١٥)^٢ + (٢٠)^٢}$ = ٢٥ سم

∴ جتا ح جتا ب - جا ح جا ب = $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٥} - \frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٥}$ = صفر

---

٣ م ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان : ٢ م ب = $\sqrt{٣}$ م ح
أوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح

الحل



∵ ٢ م ب = $\sqrt{٣}$ م ح ∴ $\frac{م ب}{م ح} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

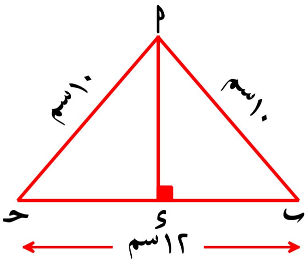
∵ م ب ح مثلث قائم الزاوية في ب

∴ ب ح = $\sqrt{(٢)^٢ - (\sqrt{٣})^٢}$ = ١

∴ جا ح = $\frac{م ب}{م ح} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا ح = $\frac{ب ح}{م ح} = \frac{١}{٢}$ ، ظا ح = $\frac{م ب}{ب ح} = \sqrt{٣}$

٤ أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ،رسم $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{بجـ}}$ يقطعها في د

أثبت أن : (١) جا ب + جتا جـ = ١,٤ (٢) جا^{٢} جـ + جتا^{٢} جـ = ١



الحل

∵ $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{بجـ}}$ ، أ ب = أ جـ

∴ د منتصف $\overline{\text{بجـ}}$ ∴ ب د = د جـ = ٦ سم

∵ Δ أ د ب قائم الزاوية في د

∴ أ د = $\sqrt{(١٠)^{٢} - (٦)^{٢}}$ = ٨ سم

(١) ∵ جا ب = $\frac{\text{أد}}{\text{أب}} = \frac{٨}{١٠}$ ، جتا جـ = $\frac{\text{دجـ}}{\text{أجـ}} = \frac{٦}{١٠}$

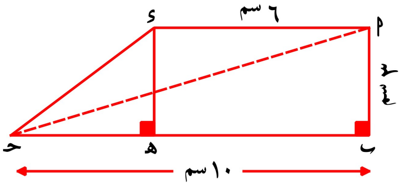
∴ جا ب + جتا جـ = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠} = ١,٤$

(٢) ∵ جا جـ = $\frac{\text{أد}}{\text{أجـ}} = \frac{٨}{١٠}$ ، جتا جـ = $\frac{\text{دجـ}}{\text{أجـ}} = \frac{٦}{١٠}$

∴ جا^{٢} جـ + جتا^{٢} جـ = $\left(\frac{٨}{١٠}\right)^{٢} + \left(\frac{٦}{١٠}\right)^{٢} = ١$

---

٥ أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ، ق(∠ب) = ٩٠° فإذا كان : أ ب = ٣ سم ، أ د = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم **أثبت أن :** جتا(∠د جـ ب) - ظا(∠أ جـ ب) = $\frac{١}{٢}$



الحل **العمل :** نرسم $\overline{\text{دهـ}} \perp \overline{\text{بجـ}}$ ، نرسم $\overline{\text{أجـ}}$

∵ $\overline{\text{أد}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{أب}} \perp \overline{\text{بجـ}}$ ∴ أ ب هـ د مستطيل

∴ د هـ = أ ب = ٣ سم ، ب هـ = أ د = ٦ سم

، هـ جـ = ١٠ - ٦ = ٤ سم

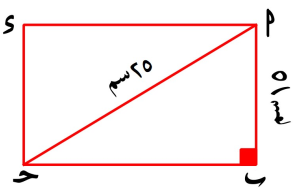
∵ Δ د هـ جـ قائم الزاوية في هـ ∴ د جـ = $\sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}}$ = ٥ سم

∵ جتا(∠د جـ ب) = $\frac{\text{هـجـ}}{\text{دجـ}} = \frac{٤}{٥}$ ، ظا(∠أ جـ ب) = $\frac{\text{أب}}{\text{بجـ}} = \frac{٣}{١٠}$

∴ جتا(∠د جـ ب) - ظا(∠أ جـ ب) = $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$

---

٦ **في الشكل المقابل :**



أ ب جـ د مستطيل فيه : أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ٢٥سم

أوجد : (١) ق(∠أ جـ ب) (٢) مساحة سطح المستطيل أ ب جـ د

الحل

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ∴ ب جـ = $\sqrt{(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢}}$ = ٢٠ سم

∵ جا(∠أ جـ ب) = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{١٥}{٢٥}$ ∴ ق(∠أ جـ ب) = $\boxed{٣٦^{\circ}\ ٥٢'\ ١٢''}$

∴ مساحة ▭ أ ب جـ د = ١٥ × ٢٠ = $\boxed{٣٠٠ \text{ سم}^{٢}}$

* النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة :

**٧ بدو ن استخدام الآلة الحاسبة	أوجد قيمة :**

حا ٤٥° حتا ٤٥° + حا ٣٠° حتا ٦٠° − حتا^{٢} ٣٠°

الحل

$= \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢} \times \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right) + \left(\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}\right) - \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤} =$ صفر

**٨ بدون استخدام الآلة الحاسبة	أثبت أن :**

٢حتا^{٢} ٣٠° − ١ = حتا ٦٠°

الحل

∵ الطرف الأيسر = ٢حتا^{٢} ٣٠° − ١ $= ٢ \times \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} - ١ = \frac{٣}{٢} - ١ = \frac{١}{٢}$

، الطرف الأيمن = حتا ٦٠° $= \frac{١}{٢}$	∴ الطرفان متساويان

**٩ بدون استخدام الآلة الحاسبة	أثبت أن :**

طا^{٢} ٦٠° − طا^{٢} ٤٥° = حا^{٢} ٦٠° + حتا^{٢} ٦٠° + ٢ حا ٣٠°

الحل

∵ الطرف الأيمن = طا^{٢} ٦٠° − طا^{٢} ٤٥° $= (\sqrt{٣})^{٢} - (١)^{٢} = ٣ - ١ = ٢$

، الطرف الأيسر = حا^{٢} ٦٠° + حتا^{٢} ٦٠° + ٢ حا ٣٠°

$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + \left(٢ \times \frac{١}{٢}\right) = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} + ١ = ٢$

∴ الطرفان متساويان

---

١٠ أوجد قيمة س إذا كان : ٤ س = حتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٤٥°

الحل

∵ ٤ س = حتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٤٥°

∴ ٤ س $= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} \times (١)^{٢}$	∴ ٤ س $= \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٣} \times ١$

∴ ٤ س $= \frac{١}{٤}$ (÷ ٤)	∴ $\boxed{س = \frac{١}{١٦}}$

---

١١ أوجد قيمة س إذا كان : س حتا ٦٠° = حا ٣٠° + طا ٤٥°

الحل

∵ س حتا ٦٠° = حا ٣٠° + طا ٤٥°

∴ س $\times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} + ١$	∴ $\frac{١}{٢}$ س $= \frac{٣}{٢}$ $\left(\div \frac{١}{٢}\right)$	∴ $\boxed{س = ٣}$

١٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة :

ط س° = ٤ حا ٣٠° حتا ٦٠°

الحل

∴ ط س° = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ ∴ ط س° = ١ ∴ $\boxed{س = ٤٥°}$

---

١٣ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة :

٢ حا س = حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا ٣٠° حا ٦٠°

الحل

∴ ٢ حا س = ($\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$) + ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

∴ ٢ حا س = ١ (÷٢) ∴ حا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ $\boxed{س = ٣٠°}$

---

١٤ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة هـ حيث هـ قياس زاوية حادة :

حتا هـ ط ٣٠° = حتا^{٢} ٤٥°

الحل

∴ حتا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)^{٢}$

∴ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ حتا هـ = $\frac{١}{٢}$ (÷ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$) ∴ حتا هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ $\boxed{هـ = ٣٠°}$

★ الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية :

* البعد بين النقطتين :

١٥ بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط : أ(-٢ ، ٤) ، ب(٣ ، -١) ، حـ(٤ ، ٥) بالنسبة لأطوال أضلاعه.

الحل

∵ أ ب = $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(٣ - ٤)^{٢} + (-١ - ٥)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٤ - ٥)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

∴ ب حـ = أ حـ ∴ Δ أ ب حـ متساوي الساقين

---

١٦ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه : أ(٥ ، -٥) ، ب(-١ ، ٧) ، حـ(١٥ ، ١٥) قائم الزاوية في ب **ثم أوجد :** مساحة سطحه.

الحل

$\because$ أ ب $= \sqrt{(٥+١)^٢+(-٥-٧)^٢} = ٦\sqrt{٥}$ وحدة طول

، ب جـ $= \sqrt{(-١-١٥)^٢+(٧-١٥)^٢} = ٨\sqrt{٥}$ وحدة طول

، أ جـ $= \sqrt{(٥-١٥)^٢+(-٥-١٥)^٢} = ١٠\sqrt{٥}$ وحدة طول

$\therefore$ (أ ب)^٢ = ١٨٠ ، (ب جـ)^٢ = ٣٢٠ ، (أ جـ)^٢ = ٥٠٠

$\therefore$ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ $\therefore$ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

$\therefore$ مساحة Δ أ ب جـ $= \frac{١}{٢} \times ٦\sqrt{٥} \times ٨\sqrt{٥} = ١٢٠$ وحدة مربعة

---

١٧ **أثبت أن النقط :** أ(٣ ، -١) ، ب(-٤ ، ٦) ، جـ(٢ ، -٢) تقع على دائرة مركزها م(-١ ، ٢) ، **ثم أوجد :** محيط الدائرة. (π = ٣,١٤)

الحل

$\because$ م أ $= \sqrt{(٣+١)^٢+(-١-٢)^٢} = ٥$ وحدة طول

، م ب $= \sqrt{(-٤+١)^٢+(٦-٢)^٢} = ٥$ وحدة طول

، م جـ $= \sqrt{(٢+١)^٢+(-٢-٢)^٢} = ٥$ وحدة طول

$\therefore$ م أ = م ب = م جـ = نق $\therefore$ النقط أ ، ب ، جـ تقع على دائرة واحدة

$\therefore$ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤ وحدة مربعة.

---

١٨ **أثبت أن :** النقط أ(٥ ، ١) ، ب(١ ، -٣) ، جـ(-٥ ، ٣) ، ء(-١ ، ٧) هي رؤوس المستطيل أ ب جـ ء ، **ثم احسب :** مساحته.

الحل

$\because$ أ ب $= \sqrt{(٥-١)^٢+(١+٣)^٢} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب جـ $= \sqrt{(١+٥)^٢+(-٣-٣)^٢} = ٦\sqrt{٢}$ وحدة طول

، جـ ء $= \sqrt{(-٥+١)^٢+(٣-٧)^٢} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ ء $= \sqrt{(٥+١)^٢+(١-٧)^٢} = ٦\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ جـ $= \sqrt{(٥+٥)^٢+(١-٣)^٢} = ٢\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، ب ء $= \sqrt{(١+١)^٢+(-٣-٧)^٢} = ٢\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

$\therefore$ أ ب = جـ ء ، ب جـ = أ ء ، أ جـ = ب ء $\therefore$ **الشكل** أ ب جـ ء **مستطيل**

$\therefore$ **مساحة المستطيل** $= ٤\sqrt{٢} \times ٦\sqrt{٢} = ٤٨$ وحدة مربعة

⑲ إذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٧) ، (−٢ ، ٣) يساوي ٥ وحدة طول **أوجد :** قيم م

الحل

∵ **البعد** = $\sqrt{(م + ٢)^{٢} + (٧ - ٣)^{٢}} = ٥$ بتر بيع الطرفين

∴ $(م + ٢)^{٢} + ١٦ = ٢٥$ ∴ $(م + ٢)^{٢} = ٢٥ - ١٦$

$(م + ٢)^{٢} = ٩$ بأخذ الجذر

$م + ٢ = ٣$ ، $م + ٢ = -٣$

$م = ٣ - ٢$ ، $م = -٣ - ٢$

$م = ١$ ، $م = -٥$

---

* منتصف القطعة المستقيمة :

⑳ إذا كانت النقطة حـ منتصف $\overline{م ب}$ حيث م(−٣ ، ص) ، ب(٩ ، ١١) ، حـ(س ، −٣)

أوجد : قيمة كل من س ، ص

الحل

∵ حـ منتصف $\overline{م ب}$ ∴ $\left(\frac{-٣+٩}{٢} ، \frac{ص+١١}{٢}\right) = (س ، -٣)$

∴ $س = \frac{-٣+٩}{٢}$ ∴ $\boxed{س = ٣}$

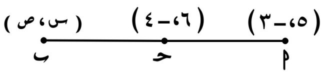
، $\frac{ص+١١}{٢} = -٣$ ∴ $ص + ١١ = -٦$ ∴ $\boxed{ص = -١٧}$

㉑ إذا كانت : حـ(٦ ، −٤) هي منتصف $\overline{م ب}$ حيث م(٥ ، −٣)

فأوجد : إحداثي النقطة ب

الحل

نفرض أن : ب(س ، ص)



∵ حـ منتصف $\overline{م ب}$ ∴ $\left(\frac{س+٥}{٢} ، \frac{ص-٣}{٢}\right) = (٦ ، -٤)$

∴ $\frac{س+٥}{٢} = ٦$ ∴ $س + ٥ = ١٢$ ∴ $\boxed{س = ٧}$

، $\frac{ص-٣}{٢} = -٤$ ∴ $ص - ٣ = -٨$ ∴ $\boxed{ص = -٥}$

∴ إحداثيي النقطة هي ب(٧ ، −٥)

٢٢ أ ب جـ ء متوازي أضلاع تقاطع قطريه في هـ حيث : أ(٤ ، ٣) ، ب(٠ ، ٢) ، جـ(-٢ ، -٣) **أوجد :** إحداثيي كل من هـ ، ء

الحل

∵ قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر ∴ هـ منتصف $\overline{أ جـ}$

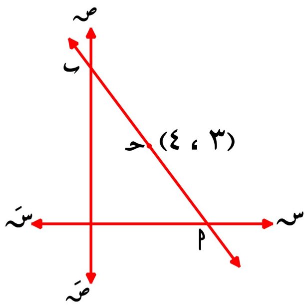
∴ هـ = $\left(\frac{٤-٢}{٢} ، \frac{٣-٣}{٢}\right)$ = (١ ، ٠) نفرض أن : ء(س ، ص)

∵ هـ منتصف $\overline{ب ء}$ ∴ $\left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{ص+٢}{٢}\right)$ = (١ ، ٠)

∴ $\frac{س}{٢}$ = ١ ∴ $\boxed{س = ٢}$ ، $\frac{ص+٢}{٢}$ = ٠ ∴ $\boxed{ص = -٢}$

∴ إحداثيي النقطة هي ء(٢ ، -٢)

٢٣ __في الشكل المقابل :__



النقطة جـ(٣ ، ٤) منتصف $\overline{أ ب}$

أوجد : محيط المثلث و أ ب

الحل

نفرض أن : أ(س ، ٠) ، ب(٠ ، ص)

∵ جـ منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{ص+٠}{٢}\right)$ = (٣ ، ٤)

∴ $\frac{س}{٢}$ = ٣ ∴ س = ٦ ∴ أ(٦ ، ٠) ∴ و أ = ٦ وحدة طول

، $\frac{ص}{٢}$ = ٤ ∴ ص = ٨ ∴ ب(٠ ، ٨) ∴ و ب = ٨ وحدة طول

∴ أ ب = $\sqrt{(٦-٠)^٢ + (٠-٨)^٢}$ = ١٠ وحدة طول

∴ محيط △ و أ ب = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ وحدة طول

* ميل الخط المستقيم :

٢٤ **أثبت أن :** المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-٣ ، -٢) ، (٤ ، ٥) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحل

∵ ميل المستقيم الأول ($م_١$) = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{-٢-٥}{-٣-٤}$ = ١

، ميل المستقيم الثاني ($م_٢$) = ظا هـ = ظا ٤٥° = ١

∴ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

٢٥ **أثبت أن :** المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(٢\sqrt{٣} ، ٣)$ ، $(\sqrt{٣} ، ٤)$ عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها $٦٠°$

الحل

∵ ميل المستقيم الأول $(م_١) = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٣ - ٤}{٢\sqrt{٣} - \sqrt{٣}} = \frac{-١}{\sqrt{٣}}$

، ميل المستقيم الثاني $(م_٢) =$ ظا هـ $=$ ظا $٦٠° = \sqrt{٣}$

∴ $م_١ \times م_٢ = \frac{-١}{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣} = -١$ ∴ المستقيمان متعامدان

---

٢٦ **أثبت أن النقط :** أ$(-١ ، -٤)$ ، ب$(١ ، ٠)$ ، حـ$(٢ ، ٢)$ تقع على استقامة واحدة.

الحل

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-٤-٠}{-١-١} = ٢$ ، ميل $\overleftrightarrow{بحـ} = \frac{٠-٢}{١-٢} = ٢$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب} =$ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، ب نقطة مشتركة

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

---

٢٧ إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين : $(٣ ، ١)$ ، ب$(٢ ، ك)$ والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها $٤٥°$

فأوجد : قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$: ① متوازيان ② متعامدان

الحل

∵ $م_١ = \frac{ك-١}{٢-٣} = \frac{ك-١}{-١}$ ، $م_٢ =$ ظا $٤٥° = ١$

∵ المستقيمان متوازيين	∵ المستقيمان متعامدين
∴ $م_١ = م_٢$	∴ $م_١ \times م_٢ = -١$
∴ $\frac{ك-١}{-١} = ١$	∴ $\frac{ك-١}{-١} \times ١ = -١$
∴ $ك - ١ = -١$	∴ $ك - ١ = ١$
∴ $\boxed{ك = \text{صفر}}$	∴ $\boxed{ك = ٢}$

٢٨ إذا كانت معادلتا الخطين المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ هما

$ل_١$: ٦ س + ك ص − ٣ = ٠ ، $ل_٢$: ٣ ص = ٢ س + ٦ علي الترتيب

فأوجد : قيمة ك تجعل المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$: ① متوازيان ② متعامدان

الحل

∵ ٦ س + ك ص − ٣ = ٠ ∴ $م_١ = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٦}{ك}$

∵ ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٢ ∴ $م_٢$ = معامل س = $\frac{٢}{٣}$

∵ المستقيمان متوازيين	∵ المستقيمان متعامدين
∴ $م_١ = م_٢$	∴ $م_١ \times م_٢ = -١$
∴ $\frac{-٦}{ك} = \frac{٢}{٣}$	∴ $\frac{-٦}{ك} \times \frac{٢}{٣} = -١$
∴ $ك = \frac{-٦ \times ٣}{٢}$	∴ $\frac{-٦}{ك} = \frac{-٣}{٢}$
∴ $\boxed{ك = -٩}$	∴ $ك = \frac{-٦ \times ٢}{-٣} = \boxed{٤}$

٢٩ إذا كانت : أ(−١ ، ٣) ، ب(١ ، ٤) ، حـ(٣ ، ص) تقع على استقامة واحدة

أوجد : قيمة ص

الحل ∵ النقط أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة ∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{أحـ}$

∴ $\frac{٤-٣}{١-(-١)} = \frac{ص-٣}{٣-(-١)}$ ∴ $\frac{١}{٢} = \frac{ص-٣}{٤}$

∴ ص − ٣ = ٢ ∴ $\boxed{ص = ٥}$

٣٠ إذا كان المثلث س ص ع الذي رؤوسه النقط ص(٤ ، ٢) ، س(٣ ، ٥) ، ع(−٥ ، أ) قائم الزاوية في ص **أوجد :** قيمة أ

الحل

∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص ∴ $\overleftrightarrow{سص} \perp \overleftrightarrow{صع}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{سص}$ × ميل $\overleftrightarrow{صع}$ = −١ ∴ $\frac{٥-٢}{٣-٤} \times \frac{أ-٢}{-٥-٤} = -١$

∴ −٣ × $\frac{أ-٢}{-٩}$ = −١ ∴ $\frac{أ-٢}{-٩} = \frac{١}{٣}$

∴ أ − ٢ = $\frac{-٩ \times ١}{٣}$ ∴ أ − ٢ = −٣ ∴ $\boxed{أ = -١}$

* معادلة الخط المستقيم :

٣١ **أوجد** ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات لمستقيم الذي معادلته : ٥ س + ٤ ص − ١٠ = ٠

الحل

∵ ٥ س + ٤ ص − ١٠ = ٠ ∴ ميل المستقيم = $\frac{\text{-معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٥}{٤}$

• نضع س = ٠ ∴ ٤ ص − ١٠ = ٠ ∴ ٤ ص = ١٠ (÷ ٤)

∴ ص = $\frac{٥}{٢}$ ∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\frac{٥}{٢}$ وحدة طول

٣٢ **أوجد** ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات لمستقيم الذي معادلته : $\frac{\text{س}}{٢}$ + $\frac{\text{ص}}{٣}$ = ١

الحل

∵ $\frac{\text{٣س+٢ص}}{٦}$ = ١

∴ ٣ س + ٢ ص = ٦ ∴ ميل المستقيم = $\frac{\text{-معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٣}{٢}$

• نضع س = ٠ ∴ ٢ ص = ٦ (÷ ٢) ∴ ص = ٣

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣ وحدة طول

٣٣ **أوجد :** مستقيم ميله يساوي ٢ ،ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره ٧ وحدات طول **ثم أوجد :** نقطة تقاطعه مع محور السينات.

الحل

∵ م = ٢ ، جـ = −٧ ∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص = ٢ س − ٧}}$

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات : نضع ص = صفر

∴ ٢ س − ٧ = ٠ ∴ ٢ س = ٧ ∴ س = $\frac{٧}{٢}$ ∴ $\boxed{\text{النقطة هي (} \frac{٧}{٢} \text{ ، ٠)}}$

٣٤ **أوجد** معادلة الخط المستقيم الذي ميله يساوي ميل الخط المستقيم : $\frac{\text{ص-١}}{\text{س}}$ = $\frac{١}{٣}$ ،ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره طوله ٣ وحدات.

الحل

∵ $\frac{\text{ص-١}}{\text{س}}$ = $\frac{١}{٣}$ ∴ ص − ١ = $\frac{١}{٣}$ س ∴ الميل = $\frac{١}{٣}$

∵ المستقيم يقطع من الجزء السالب من محور الصادات مقداره طوله ٣ وحدات ∴ جـ = −٣

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + جـ ∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص = } \frac{١}{٣} \text{ س − ٣}}$

٣٥ أوجد معادلة المستقيم الذي ميله ٢ ،ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

∵ ميل المستقيم (م) = ٢

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ،ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

∴ حـ = ص − م س ∴ حـ = ٠ − ٢ × ١ ∴ حـ = −٢

∴ المعادلة هي : ص = ٢ س − ٢

---

٣٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازي المستقيم : س + ٢ ص − ٧ = ٠

الحل

∵ الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{٢}$ ∴ ميل المستقيم الموازي له = $\frac{-١}{٢}$

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ،ويمر بالنقطة (٣ ، −٥)

∴ حـ = ص − م س ∴ حـ = −٥ − $\frac{-١}{٢}$ × ٣ ∴ حـ = $\frac{-٧}{٢}$

∴ المعادلة هي : ص = $\frac{-١}{٢}$ س − $\frac{٧}{٢}$

---

٣٧ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ،وعموديًا على المستقيم :
س + ٢ ص − ٧ = ٠

الحل

∵ الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{٢}$ ∴ ميل المستقيم العمودي عليه = ٢

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ،ويمر بالنقطة (٣ ، −٥)

∴ حـ = ص − م س ∴ حـ = −٥ − ٢ × ٣ ∴ حـ = −١١

∴ المعادلة هي : ص = ٢ س − ١١

---

٣٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، −١) ، (١ ، ١)

الحل

∵ الميل = $\frac{-١-١}{٢-١}$ = −٢

∴ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ،ويمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ حـ = ص − م س ∴ حـ = ١ + ٢ × ١ ∴ حـ = ٣

∴ المعادلة هي : ص = −٢ س + ٣

٣٩ إذا كانت : أ(٥ ، −٦) ، ب(٣ ، ٧) ، ح(١ ، −٣)

أوجد : معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة أ ، وبنقطة منتصف $\overline{\text{بح}}$

الحل

∵ إحداثي نقطة منتصف $\overline{\text{بح}}$ = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{٧-٣}{٢}\right)$ = (٢ ، ٢)

∴ المستقيم يمر بالنقطتين (٥ ، −٦) ، (٢ ، ٢)   ∴ الميل = $\frac{-٦-٢}{٥-٢} = \frac{-٨}{٣}$

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + ح ، ويمر بالنقطة (٢ ، ٢)

∴ ح = ص − م س   ∴ ح = ٢ − $\frac{-٨}{٣}$ × ٢   ∴ ح = $\frac{٢٢}{٣}$

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = \frac{-٨}{٣}\text{س} + \frac{٢٢}{٣}}$

٤٠ **أوجد** معادلة الخط المستقيم العمودي على $\overline{\text{أب}}$ من منتصفها حيث أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)

الحل

∴ الميل = $\frac{٣-٥}{١-٣}$ = ١   ∴ ميل المستقيم العمودي عليه = −١

، إحداثي نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{٣+٥}{٢}\right)$ = (٢ ، ٤)

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + ح ، ويمر بالنقطة (٢ ، ٤)

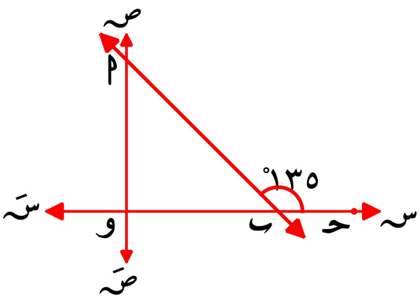
∴ ح = ص − م س   ∴ ح = ٤ + ١ × ٢   ∴ ح = ٦

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = -\text{س} + ٦}$

٤١ <u>**في الشكل المقابل :**</u>

المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يقطع من محور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات طول ، ق(∠ أ ب ح) = ١٣٥°

أوجد : معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$



الحل

∵ الميل = ظا ١٣٥° = −١

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + ح ، ويمر بالنقطة (٣ ، ٠)

∴ ح = ص − م س   ∴ ح = ٠ + ١ × ٣   ∴ ح = ٣

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = -\text{س} + ٣}$

تدريب : **أوجد** معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من الجزأين الموجبين لمحوري الإحداثيات السيني والصادي جزأين طولاهما ٢ ، ٣ وحدات طول على الترتيب.

ثانيًا : أسئلة الاختيار من متعدد

★ **الوحدة الرابعة :** حساب المثلثات :

١ في $\triangle$ أ ب جـ إذا كان : ق($\angle$ ب) = ٩٠° ، جا أ = $\frac{٤}{٥}$ فإن : جا جـ = ...

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٢ إذا كانت : س° ، ص° قياسي زاويتين متتامتين ،وكان جا س = $\frac{٣}{٥}$

فإن : جتا ص = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

٣ في $\triangle$ أ ب جـ إذا كان : ق($\angle$ ب) = ٩٠° فإن : جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا جـ (ب) ٢ جتا أ (جـ) ٢ جتا جـ (د) ظا أ

٤ في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في أ يكون جا ب : جتا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٥ إذا كانت : جا ٣٠° = جتا هـ حيث هـ زاوية حادة فإن : ق($\angle$ هـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٧٥°

٦ في $\triangle$ أ ب جـ إذا كان : ق($\angle$ أ) = ٨٥° ، جا ب = جتا ب فإن : ق($\angle$ جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

٧ ٤ جتا ٣٠° ظا ٦٠° = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٦ (د) ١٢

٨ إذا كان : ظا(س + ١٠)° = $\sqrt{٣}$ حيث (س + ١٠)° قياس زاوية حادة

فإن : س = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

٩ إذا كان : ٢ جا س - ١ = ٠ حيث س زاوية حادة فإن : ق($\angle$ س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

١٠ إذا كان : جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جا ٢ س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) -٢ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

⑪ إذا كان : ٢جاس = ظاس حيث س زاوية حادة فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

★ الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية :

⑫ البُعد بين النقطتين (-٥ ، ٠) ، (٠ ، ١٢) يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (جـ) ١٣ (د) ١٧

⑬ البُعد بين النقطة (-٣ ، ٤) ونقطة الأصل يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

⑭ بُعد النقطة (٥ ، -٢) عن محور السينات يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٧

⑮ بُعد النقطة (٤ ، ٣) عن محور الصادي يساوي .... وحدة طول.

(أ) -٣ (ب) -٤ (جـ) ٣ (د) ٤

⑯ البعد العمودي بين المستقيمين : س - ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوي .... وحدة طول.

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٣

⑰ دائرة مركزها نقطة الأصل ،وطول نصف قطرها يساوي ٢ وحدة طول
فإن : النقطة .... تنتمي إليها.

(أ) (١ ، ٢) (ب) (-٢ ، ١) (جـ) $(\sqrt{3}$ ، ١) (د) $(\sqrt{2}$ ، ١)

⑱ النقط : (٨ ، ٠) ، (٠ ، ٦) ، (٠ ، ٠) ....

(أ) تكون مثلثًا قائم الزاوية. (ب) تكون مثلثًا منفرج الزاوية.
(جـ) تكون مثلثًا حاد الزوايا. (د) تكون علي استقامة واحدة.

⑲ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة طول **فإن** : أ = ...

(أ) -١ (ب) ٠ (جـ) ١ (د) ±١

⑳ أ ب جـ د مربع فيه : أ(٦ ، ٠) ، جـ(٠ ، ٨)
فإن : مساحة سطح المربع أ ب جـ د = ... وحدة مربعة.

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٥ (د) ٢٥$\sqrt{2}$

㉑ إذا كانت : أ(٥ ، ٧) ، ب(١ ، -١) **فإن** : نقطة منتصف $\overline{أب}$ هي ....

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (٣ ، ٣) (جـ) (٣ ، ٢) (د) (٣ ، ٤)

٢٢ إذا كانت : $\overline{\text{أب}}$ قطر في دائرة حيث أ(٣ ، −٥) ، ب(٥ ، ١)
فإن : إحداثيي مركز الدائرة هو ....
(أ) (٤ ، −٢) (ب) (٤ ، ٢) (ج) (٢ ، −٢) (د) (٨ ، −٢)

٢٣ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ(٥ ، −٢)
فإن : إحداثيي النقطة ب هي ....
(أ) (٢ ، ٥) (ب) (٥ ، −٢) (ج) (−٢ ، −٥) (د) (−٥ ، ٢)

٢٤ ميل المستقيم الأفقي يساوي ....
(أ) صفر (ب) غير معرف (ج) ١ (د) −١

٢٥ ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات يساوي ....
(أ) صفر (ب) غير معرف (ج) موجب (د) سالب

٢٦ المستقيم الذي يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ميله ....
(أ) أكبر من الصفر (ب) أصغر من الصفر (ج) يساوي الصفر (د) غير معرف

٢٧ ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها الموجب س° يساوي ....
(أ) جاس° (ب) جتاس°
(ج) $\frac{\text{جاس°}}{\text{جتاس°}}$ (د) جاس° + جتاس°

٢٨ المستقيم المار (−١ ، −١) ، (٤ ، ٤) يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها يساوي ....
(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ١٣٥°

٢٩ إذا كان : المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يوازي محور السينات حيث أ(٨ ، ٣) ، ب(٢ ، ك)
فإن : ك = ...
(أ) −٣ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٨

٣٠ إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{جو}}$ يوازي محور الصادات حيث جـ(ك ، ٤) ، و(−٥ ، ٧)
فإن : ك = ...
(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) −٥ (د) ٤

٣١ ميل المستقيم الموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (−٢ ، ٣) يساوي ....
(أ) صفر (ب) غير معرف (ج) −٤ (د) −١

٣٢ المستقيم الذي معادلته : ٣س + ٤ص - ٩ = ٠ يكون عموديًا علي المستقيم ميله ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{-٣}{٤}$ (د) $\frac{-٤}{٣}$

---

٣٣ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ ،وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = صفر فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ هو ....

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) صفر (د) غير معرف

---

٣٤ إذا كان : المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) -٩ (د) ٢

---

٣٥ إذا كان : المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{٢}$ متعامدان فإن : أ = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{-٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

---

٣٦ المستقيم الذي معادلته : ص = ٢س - ٨ يقطع من محور السينات الموجب جزءًا طوله .... وحدة طول.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

---

٣٧ مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات :

٣س - ٤ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ تساوي .... وحدة مربعة.

(أ) ١٢ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

---

٣٨ معادلة المستقيم الذي ميله يساوي ١ ،ويمر بالنقطة (٠ ، ٣) هي ....

(أ) ص = ٣س (ب) ص = س + ٣ (جـ) ٣ص = س (د) س = ص + ٣

---

٣٩ معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° هي ....

(أ) ص = س + ١ (ب) س = ١ (جـ) ص = ١ (د) ص = س

---

٤٠ معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، ٥) ويوازي محور السينات هي ....

(أ) س = -٢ (ب) س = ٥ (جـ) ص = -٢ (د) ص = ٥

---

٤١ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازي محور الصادات هي ....

(أ) س = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) ص = ٢ (د) ص = ٣