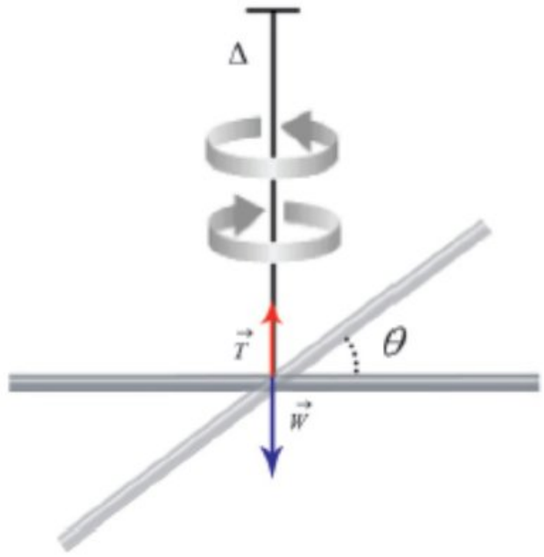
الدرس الثاني: نواس الفتل غير المتخامد



المقدمة:

س1. ما هو نواس الفتل ؟

جسم صلب متجانس (ساق أو قرص مثلا) معلق من مركزه إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله k

س2. ما هو سلك الفتل؟

هو عبارة عن سلك معدني مرن عند فتله من أحد طرفيه بزاوية θ فإنه تنشأ فيه مزدوجة فتل $\vec{\eta}$ تحاول إعادة السلك الى وضع التوازن يعطى عزمها بالعلاقة: $\Gamma_{\eta} = -k\theta$ حيث k ثابت فتل السلك

الدراسة التحريكية:

س3. لتكن لدينا ساق افقية متجانسة كتلتها M معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله k لتشكل نواس فتل غير متخامد, المطلوب:

1. ما هي القوى الخارجة المؤثرة في الساق.

2. ندير الساق في مستو أفقي بزاوية θ ونتركها لتهتز دون سرعة ابتدائية, ما هي المزدوجة التي تسبب اهتزاز الساق, اكتب العلاقة المعبرة عن عزم هذه المزدوجة.

3. انطلاقاً من العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني برهن أن حركة نواس الفتل غير المتخامد جيبية دورانية.

4. استنتج العلاقة المعبرة عن الدور الخاص لنواس الفتل غير المتخامد.

1. القوى الخارجية المؤثرة في الساق:

$\vec{w}$: ثقل الساق

$\vec{T}$: توتر السلك

2. $\vec{\eta}$: مزدوجة الفتل التي تنشأ في السلك عند الازاحة بزاوية θ وهي تمانع عملية الفتل ويعطى عزمها بالعلاقة $\Gamma_{\vec{\eta}} = -k\theta$

مزدوجة الفتل	
أثناء الفتل	تمانع عملية الفتل
أثناء اهتزاز النواس	تحاول إعادة السلك الى وضع التوازن وبالتالي عزمها يسبب اهتزاز النواس
عزمها	$\Gamma_{\vec{\eta}} = -k\theta$ وهو عزم الارجاع

3. نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني:

$$\Sigma\Gamma_{\vec{F}} = I_{\Delta} \cdot \alpha$$

$$\Gamma_{\vec{w}} + \Gamma_{\vec{T}} + \Gamma_{\vec{\eta}} = I_{\Delta} \cdot \alpha$$

$$0 + 0 - k\theta = I_{\Delta} \cdot \alpha$$

حيث $\Gamma_{\vec{w}} = \Gamma_{\vec{T}} = 0$ لأن حاملهما ينطبق على محور الدوران

$$-k\theta = I_{\Delta} \cdot \alpha$$

$$-k.\theta = I_{\Delta} (\theta)''_t$$

حيث : $\alpha = (\theta)''_t$ و منه: $(\theta)''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}}\theta$

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}}\theta \ldots\ldots (1)$$

هذه المعادلة هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبيا من الشكل: $\theta = \theta_{max}\, cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق مرتين بالنسبة بالزمن:

$$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\theta)''_t = -{\omega_0}^2 \theta_{max} cos(\omega_0 t + \varphi)$$

سوريانا التعليمية

$$(\theta)''_t = -\omega_\circ^2\ \theta \ldots . (2)$$

بموازنة العلاقتين (1) مع (2) نجد:

$$\omega_\circ^2 = \frac{k}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا محقق لأن I_Δ ، k موجبان.و منه الحركة جيبية دورانية التابع الزمني للمطال الزاوي: $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

4. استنتاج الدور الخاص:

لدينا: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$

$$\omega_\circ = \frac{2\pi}{T_\circ} \Longrightarrow \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} = \frac{2\pi}{T_\circ} \rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

T_0 : الدور الخاص لنواس الفتل (s)

I_Δ :عزم عطالة النواس حول محور الدوران $(Kg.m^2)$

K: ثابت فتل السلك $(m.N.rad^{-1})$

.....

حركة نواس الفتل هي حركة جيبية دورانية من أجل جميع السعات θ_{max}

التابع الزمني للمطال الزاوي في نواس الفتل :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

θ: المطال الزاوي (rad)

θ_{max}: سعة الحركة (rad)

ω_0 : النبض الخاص $(rad.s^{-1})$

φ : الطور الابتدائي (rad)

t : الزمن (الثانية s)

نتائج الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$	
1	لا يتعلق الدور بالسعة θ_{max}
2	يتناسب الدور الخاص طردا مع الجذر التربيعي لعزم عطالة النواس
3	يتناسب الدور الخاص عكسا مع الجذر التربيعي لثابت الفتل
4	يتناسب الدور الخاص طردا مع الجذر التربيعي لطول سلك التعليق.

ثابت فتل السلك:

يعطى ثابت الفتل السلك بالعلاقة : $K = k^* \frac{(2r)^4}{l}$

حيث: k^* ثابت يتعلق بمادة السلك

$2r$ قطر مقطع السلك

l طول السلك

نلاحظ من العلاقة أن $K = \frac{const}{l}$

أي أن ثابت الفتل يتناسب عكسا من طول السلك.

مثلاً: $l' = \frac{l}{2} \rightarrow k' = 2k$

.....

جدول أهم الرموز والوحدات:

المقدار	الرمز	الوحدة
المطال الزاوي	θ	rad
السعة الزاوية	θ_{max}	rad
السرعة الزاوية	ω	$rad.s^{-1}$
التسارع الزاوي	α	$rad.s^{-2}$
ثابت الفتل	k	$m.N.rad^{-1}$
عزم العطالة	I_Δ	$Kg.m^2$
عزم القوة	Γ	$m.N$
الطاقة	E	J

سـوريانا التعليمية

قوانين		
حساب الدور الخاص		
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$	$T_0 = \frac{\text{الزمن}}{\text{عدد الهزات}}$
حساب النبض الخاص		
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$	
المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن		
$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}x$	$(\theta)''_t = -\omega_0^2\,\theta$	
التابع الزمني للمطال		
$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$		
التابع الزمني للسرعة الزاوية		
$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$		
التابع الزمني للتسارع الزاوي		
$a = -\omega_0^2.\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\alpha = -\omega_0^2.\theta$		

إيجاد توابع نواس الفتل (بشكل مشابه تماماً للنواس المرن):

عندما يطلب إيجاد التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام نتبع الخطوات الثلاث الآتية:

1. نكتب الشكل العام للتابع $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
2. نوجد الثوابت θ_{max} , ω_0 , φ
3. نعوض الثوابت في التابع

ويكون إيجاد الثوابت θ_{max} , ω_0 , φ كالآتي:

إيجاد الثوابت		
θ_{max}	ω_0	φ
توجد من شروط البدء أو تعطى في نص المسالة	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$	توجد من شروط البدء التي هي قيمة θ وجهة الحركة عندما $t = 0$
	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$	

تتحدد قيمة الطور الابتدائي φ (بواحدة rad) من خلال الجدول الآتي:

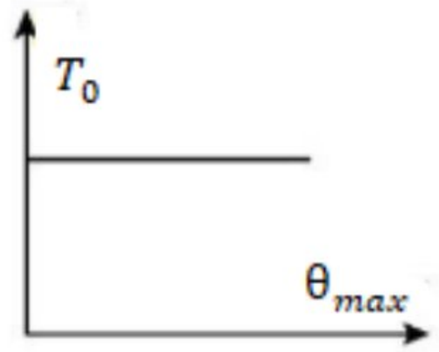
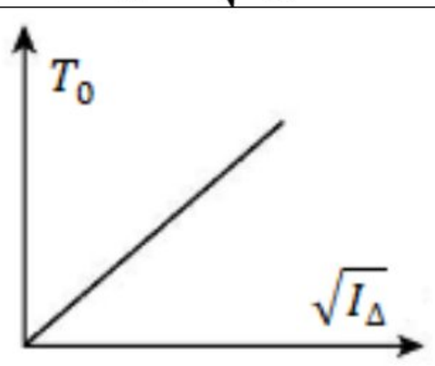
في لحظة البدء $t = 0$ عندما تكون قيمة θ :			
$\theta = +\theta_{max}$	$\theta = -\theta_{max}$	$\theta = 0$	$\theta = \frac{\theta_{max}}{2}$
$\varphi = 0$	$\varphi = \pi$	$\varphi = \frac{\mp\pi}{2}$	$\varphi = \frac{\mp\pi}{3}$

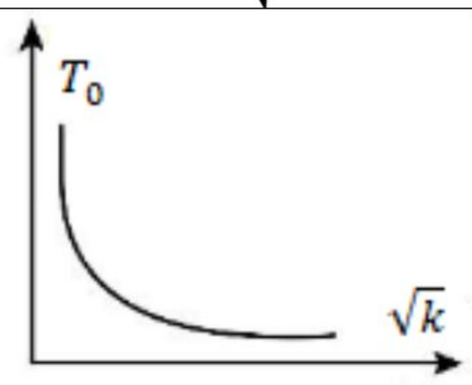
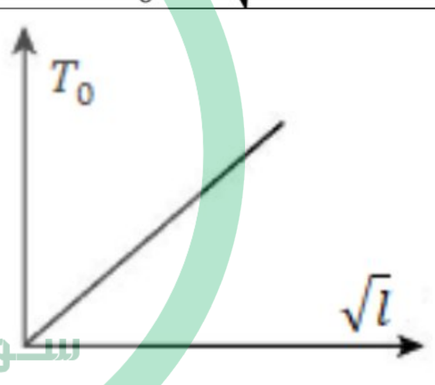
ولتحديد إشارة φ : إشارة φ عكس جهة الحركة عندما $t = 0$

الطاقة في نواس الفتل	
الطاقة الكلية (الميكانيكية)	$E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$
الطاقة الكامنة	$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$
الطاقة الحركية	$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$ $E_k = E - E_p$ $E_k = \frac{1}{2}K(\theta_{max}^2 - \theta^2)$

سـوريانا التعليمية

CamScanner

نتائج الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$	
لا يتعلق الدور بالسعة θ_{max}	يتناسب T_0 طردا مع الجذر التربيعي لعزم عطالة النواس
	$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$ 

يتناسب T_0 عكسا مع الجذر التربيعي لثابت الفتل	يتناسب T_0 طردا مع الجذر التربيعي لطول سلك التعليق.
$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{k'}}$	$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{l'}{l}}$
	

أسئلة الأتمتة (1)

1. إنّ الساق المعلّقة بسلك الفتل تهتزّ في مستو أفقيّ حول سلك الفتل الشاقوليّ بتأثير:

A	عزم ثقل الساق	B	عزم توتر السلك
C	عزم مزدوجة الفتل	D	عزم عطالة الساق

2. طبيعة حركة نواس الفتل من أجل جميع السعات:

A	جيبية انسحابية	B	جيبية دورانية
C	دورانية غير جيبية	D	انسحابية غير جيبية

3. يعطى عزم الارجاع في نواس الفتل بالعلاقة:

A	$\Gamma = -k^2\theta$	B	$\Gamma = -k\theta^2$
C	$\Gamma = k\theta$	D	$\Gamma = -k\theta$

4. نواس فتل دوره الخاص T_0 نزيد سعة الحركة θ_{max} لتصبح ضعفي ما كانت عليه فإن الدور الخاص الجديد T_0' :

A	$T_0' = \sqrt{2}\,T_0$	B	$T_0' = \frac{T_0}{2}$
C	$T_0' = T_0$	D	$T_0' = 2T_0$

5. ينعدم عزم الثقل وعزم قوة توتر السلك في نواس الفتل لأن:

A	لأنهما قوتان متعاكستان مباشرة	B	حاملهما يلاقي محور الدوران
C	حاملهما ينطبق على محور الدوران	D	حاملهما يعامد محور الدوران

6. واحدة قياس ثابت فتل السلك في نواس الفتل هي:

A	$N.m.rad^{-1}$	B	$m.N^{-1}$
C	$N.m$	D	$m.N.rad$

7. تعطى المعادلة التفاضلية لحركة ساق معلقة بسلك فتل لتشكل نواس فتل بالعلاقة $(\theta)''_t = -40\,\theta$ فإن قيمة النبض الخاص للحركة:

A	$40\,rad.s^{-1}$	B	$2\pi\,rad.s^{-1}$
C	$\pi\,rad.s^{-1}$	D	$20\,rad.s^{-1}$

8. تعطى المعادلة التفاضلية لحركة ساق عزم عطالتها حول محور مار من منتصفها $2\times10^{-3}\,kg.m^2$ معلقة بسلك فتل لتشكل نواس فتل بالعلاقة $(\theta)''_t = -10\,\theta$ فإن قيمة ثابت فتل السلك بواحدة $m.N.rad^{-1}$ تساوي:

A	2×10^{-1}	B	2×10^{-2}
C	2×10^{-3}	D	$2\pi\times10^{-3}$

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (9 ,10)

يتألف نواس فتل من قرص متجانس معلق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 8\times10^{-2}\,m.N.rad^{-1}$ يمر من مركز القرص، ندير القرص في مستو أفقي بزاوية $\frac{\pi}{2}\,ra\,d$ انطلاقاً من وضع توازنه، ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$, فإذا علمت ان عزم عطالة القرص حول محور الدوران $2\times10^{-3}\,kg.m^2$ فإن:

سوريانا التعليمية

9. قيمة الدور الخاص للحركة:

A	$T_0 = \pi\ s$	B	$T_0 = 2\ s$
C	$T_0 = 1\ s$	D	$T_0 = \frac{1}{2}\ s$

10. التابع الزمني للمطال الزاوي يعطى بالعلاقة:

A	$\theta = \frac{\pi}{2}\cos \pi t$	B	$\theta = \frac{\pi}{2}\cos 2\pi t$
C	$\theta = \pi \cos \pi t$	D	$\theta = \frac{\pi}{4}\cos \pi t$

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (12,11)

يعطى التابع الزمني للمطال الزاوي لنواس فتل غير متخامد بالعلاقة:

$\theta = \frac{\pi}{4} cos(\pi t)\quad rad$ فإن:

11. الدور الخاص لهذا النواس يساوي:

A	$4\ s$	B	$2\ s$
C	$1\ s$	D	$0.5\ s$

12. عند اللحظة $t = 0$ فإن الجسم يكون في الموضع:

A	$\theta = \frac{\pi}{4}\ rad$	B	$\theta = -\frac{\pi}{4}\ rad$
C	$\theta = 0\, rad$	D	$\theta = \frac{\pi}{8}\ rad$

13. نواس فتل دوره الخاص T_0 نزيد عزم عطالته ليصبح أربعة أمثال ما كان عليه فإن الدور الخاص الجديد T_0' :

A	$T_0' = 4T_0$	B	$T_0' = T_0$
C	$T_0' = 2T_0$	D	$T_0' = \frac{T_0}{4}$

14. نواس فتل دوره الخاص T_0 ثابت فتل سلكه k نغير سلك الفتل ليصبح $k' = 4k$ فإن الدور الخاص الجديد T_0' :

A	$T_0' = \frac{T_0}{2}$	B	$T_0' = T_0$
C	$T_0' = 2T_0$	D	$T_0' = \frac{T_0}{2}$

15. نواس فتل دوره الخاص T_0 ثابت فتل سلكه k نغير سلك الفتل ليصبح $k' = \frac{k}{4}$ و نزيد عزم العطالة ليصبح $I_\Delta' = 16\ I_\Delta$ فإن الدور الخاص الجديد T_0':

A	$T_0' = 4T_0$	B	$T_0' = 8\ T_0$
C	$T_0' = 64T_0$	D	$T_0' = \frac{T_0}{8}$

16. ميقاتيّة تعتمد في عملها على نوّاس فتل، ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، فإنه يجب:

A	زيادة طول سلك الفتل	B	زيادة كتلة القرص
C	إنقاص طول سلك الفتل	D	زيادة قطر القرص

17. نواس فتل طول سلكه l دوره الخاص T_0 نجعل طول سلكه نصف ما كان عليه فيصبح دوره الخاص الجديد:

A	$\frac{T_0}{2}$	B	$\frac{T_0}{\sqrt{2}}$
C	$T_0\sqrt{2}$	D	T_0

18. نوّاس فتل مؤلف من قرص أفقي متجانس يحمل كتلتين متناظرتين بالنسبة لمركزه, تهتز الجملة بدور خاصّ T_0 ، في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسه, فإن:

A	سعة الحركة تزداد	B	النبض الخاص يزداد
C	النبض الخاص ينقص	D	سعة الحركة تنقص

19. يزداد النبض الخاصّ لنوّاس الفتل عند:

A	نقصان طول سلك الفتل	B	زيادة طول سلك الفتل
C	نقصان ثابت فتل السلك	D	زيادة السعة الزاوية للحركة

20. نعلّق ساقين متماثلتين بسلكي فتل متماثلين طول الأوّل $\boldsymbol{l_1}$ وطول الثاني $\boldsymbol{l_2}$ فإذا علمت أنّ $\boldsymbol{T_{01} = \sqrt{2}.T_{02}}$ فإن :

A	$l_1 = \frac{l_2}{\sqrt{2}}$	B	$l_1 = \sqrt{2}\ l_2$
C	$l_1 = \frac{l_2}{2}$	D	$l_1 = 2l_2$

سـوريانا التعليمية

CamScanner

Name

Date

	A	B	C	D		A	B	C	D
1	○	○	○	○	11	○	○	○	○
2	○	○	○	○	12	○	○	○	○
3	○	○	○	○	13	○	○	○	○
4	○	○	○	○	14	○	○	○	○
5	○	○	○	○	15	○	○	○	○
6	○	○	○	○	16	○	○	○	○
7	○	○	○	○	17	○	○	○	○
8	○	○	○	○	18	○	○	○	○
9	○	○	○	○	19	○	○	○	○
10	○	○	○	○	20	○	○	○	○

Test Version: A○ B○ C○ D○

Fidaa AlTarsha

مسودة إجابات أسئلة الأتمتة

سـوريانا التعليمية

مفاتيح حل أسئلة الأتمتة (1)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
B	C	B	B	A	C	C	D	B	C
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
D	A	C	B	C	B	D	C	A	B

ملاحظات توابع نواس الفتل:

تابع السرعة الزاوية: $\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

تغيرات السرعة	
قيمة θ	قيمة ω
$\theta = \pm\theta_{\max}$	السرعة معدومة $\omega = 0$
$\theta = 0$	تكون السرعة أعظمية $\omega = \pm\omega_{max}$ حيث : $\omega_{max} = \omega_0\ \theta_{\max}$
عند مطال θ	$\omega = \omega_0\sqrt{\theta_{max}^2 - \theta^2}$
عند الاقتراب من مركز الاهتزاز	تزداد القيمة المطلقة للسرعة
عند الابتعاد عن مركز الاهتزاز	تنقص القيمة المطلقة للسرعة

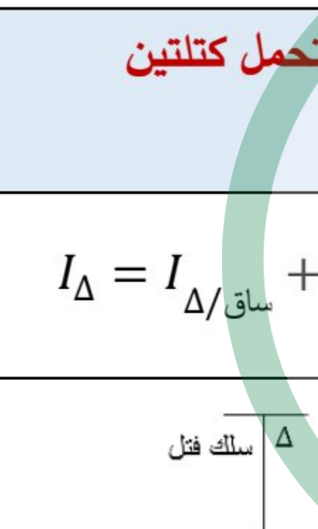
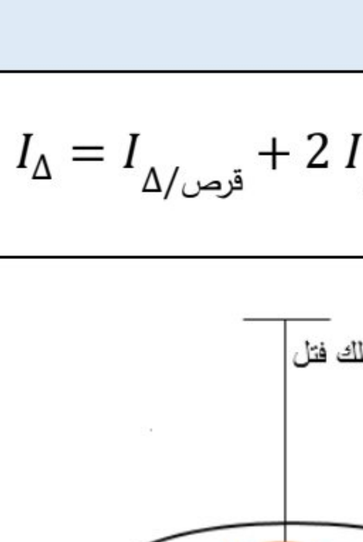
تحديد لحظات المرور بالتوازن
نستخدم المعادلة $\theta = 0$ $\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) = 0$ $\omega_0 t + \bar{\varphi} = \frac{\pi}{2} + \pi k$ حيث يأخذ k القيم : $0, 1, 2, \ldots$

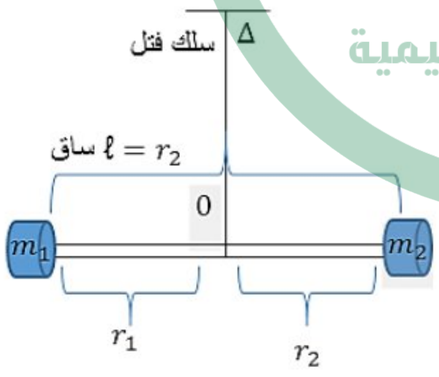
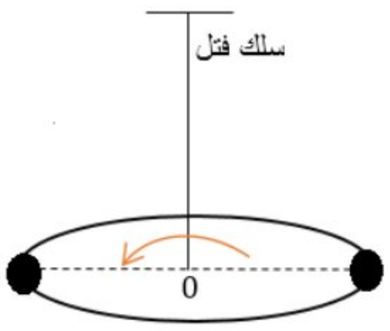
تابع التسارع الزاوي: $a = -\omega_0^2 . \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\alpha = -\omega_0^2 . \theta$$

تغيرات التسارع	
قيمة x	قيمة α
$\theta = \pm\theta_{\max}$	يكون التسارع أعظمي $\alpha = \pm\alpha_{max}$ حيث $\alpha_{max} = \omega_0^2 . \theta_{max}$
$\theta = 0$	التسارع معدوم $\alpha = 0$
عند الاقتراب من مركز الاهتزاز	تنقص القيمة المطلقة للتسارع
عند الابتعاد عن مركز الاهتزاز	تزداد القيمة المطلقة للتسارع
علاقة السرعة الزاوية بالتسارع الزاوي	$a_{max} = \omega_0 . \omega_{max}$

عزم عطالة النواس:

ساق	قرص
$I_{\Delta/\text{ساق}} = \frac{1}{12} Ml^2$	$I_{\Delta/\text{قرص}} = \frac{1}{2} Mr^2$
	
عندما تكون الساق مهملة الكتلة فإن: $I_{\Delta/\text{ساق}} = 0$	

ساق تحمل كتلتين	قرص يحمل كتلتين
$I_\Delta = I_{\Delta/\text{ساق}} + 2\, I_{\Delta/\text{كتلة}}$	$I_\Delta = I_{\Delta/\text{قرص}} + 2\, I_{\Delta/\text{كتلة}}$
	
عزم عطالة نقطة مادية يعطى بالعلاقة: $I_{\Delta/\text{كتلة}} = mr^2$	
عندما تكون الكتل على طرفي الساق فإن $r = \frac{l}{2}$ في $I_{\Delta/\text{كتلة}}$	عندما تكون الكتل على طرفي قطر القرص فإن r في $I_{\Delta/\text{كتلة}}$ هو نصف قطر القرص

للأتمتة: عندما نقسم السلك الى قسمين ونعلق الساق بالقسمين معاً, فإن الدور الجديد يعطى بالعلاقة: $T_0' = T_0 . \sqrt{l_1 . l_2}$

حيث $l_1 . l_2$ هي نسبة طولي السلكين, مثلاً: $l_1 = \frac{1}{4}$ $l_2 = \frac{3}{4}$

سـوريانا التعليمية

الطاقة في نواس الفتل:

الطاقة الكلية	
$E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$	$E = E_p + E_k$
الطاقة الكامنة	
$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$	
الطاقة الحركية	
$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$	$E_k = E - E_p$

للأتمتة	
عند المرور بوضع التوازن $\boldsymbol{\theta = 0}$	**عند الوضعين الطرفيين** $\boldsymbol{\theta = \pm\theta_{max}}$
$\Gamma_{الارجاع} = 0$	$\Gamma_{الارجاع} = \pm k.\theta_{max}$
$\omega_{max} = \pm\omega_0\,\theta_{max}$	$\omega = 0$
$\alpha = 0$	$\alpha_{max} = \pm\omega_0^2.\theta_{max}$
$E = E_k$	$E = E_p$

مسألة محلولة: دورة 2023 (2)

يتألف نواس فتل من ساق متجانسة طولها $L = 20\ cm$ كتلتها $M = 0.3\ kg$ معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 10^{-2} m.N.rad^{-1}$ ندير الساق في مستو أفقي زاوية $\frac{\pi}{4}\ rad$ عن وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ المطلوب:

1. احسب عزم عطالة الساق حول سلك الفتل.
2. استنتج قيمة الدور الخاص للنواس.
3. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام.
4. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.
5. احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\frac{\pi}{8}\ rad$ ، ثم احسب الطاقة الحركية عندئذ.

.1

$$I_{\Delta/\text{ساق}} = \frac{1}{12}Ml^2$$

$$I_{\Delta/\text{ساق}} = \frac{1}{12} \times 0.3 \times (0.2)^2$$

$$I_{\Delta/\text{ساق}} = 10^{-3}\ kg.m^2$$

.2

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-2}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\ s$$

.3 $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء: $\left(\boldsymbol{\theta} = \frac{\pi}{4}\ rad\ ,\ \omega = 0\ ,t = 0\right)$

من شروط البدء : $\boldsymbol{\theta_{max}} = \boldsymbol{\theta} = \frac{\pi}{4}\ rad$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \boldsymbol{\pi\ rad.s^{-1}}$$

لنوجد φ : $(\theta = \theta_{max}\ ,t = 0)$ نعوض في التابع:

$$\boldsymbol{\theta_{max}} = \theta_{max}\cos(\varphi)$$

$$1 = \cos(\varphi)$$

$$\varphi = \mathbf{0}$$

ومنه التابع: $\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)\quad rad$

سوريانا التعليمية

4. لنوجد لحظة المرور الثاني بالتوازن:

$$\theta = 0$$

$$cos(\pi t) = 0$$

$$\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi\, k$$

$$t = \frac{1}{2} + k$$

المرور الثاني: $k = 1$

$$t = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}\ s$$

نعوض في تابع السرعة الزاوية:

$$\omega = -\omega_0 \theta_{max}\, sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega = -\pi \times \frac{\pi}{4} sin\,(\pi \times \frac{3}{2})$$

$$\omega = -\frac{\pi^2}{4} si\, n\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{10}{4}(-1) = +\frac{5}{2}\ rad.s^{-1}$$

ملاحظة : يمكن إيجاد لحظة المرور الثاني بالتوازن بالطريقة الأتية:

بما ان النواس ترك دون سرعة ابتدائية فإن:

$$t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3 \times 2}{4} = \frac{3}{2}\ s$$

.5

$$E_p = \frac{1}{2} K\theta^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times (\frac{\pi}{8})^2$$

$$E_p = \frac{10^{-1}}{128}\ J$$

الطاقة الحركية: $E_k = E - E_p$

حيث : $E = \frac{1}{2} K\theta_{max}^2$

$$E = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times (\frac{\pi}{4})^2 = \frac{10^{-1}}{32}\ J$$

وبالتالي: $E_k = \frac{10^{-1}}{32} - \frac{10^{-1}}{128}$

$$E_k = \left(\frac{4}{128} - \frac{1}{128}\right) \times 10^{-1}$$

$$E_k = \frac{3}{128} \times 10^{-1}$$

أسئلة الأتمتة (2)

1. ساق أفقية متجانسة كتلتها $1.2\ kg$ طولها $l = 40\ cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها، تهتز الساق بحركة جيبية دورانية نبضها الخاص $\omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}$ فتكون قيمة ثابت فتل السلك بواحدة $m.N.rad^{-1}$:

16×10^{-2}	B	8×10^{-2}	A
16×10^{-3}	D	8×10^{-3}	C

2. ساق أفقية متجانسة معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها ثابت فتله k_1 لتشكل نواس فتل غير متخامد, نستبدل سلك الفتل بسلك فتل k_2 نصف قطره $r_2 = 2.r_1$ فإن ثابت فتل السلك الجديد:

$k_2 = 4k_1$	B	$k_2 = 16k_1$	A
$k_2 = k_1$	D	$k_2 = 32k_1$	C

3. نواس فتل دوره الخاص $T_0 = 2\ s$ ثابت فتل سلكه k وطول السلك l , فإن قيمة الدور الخاص عندما نقسم سلك الفتل الى قسمين متساويين ونعلق النواس بأحدهما من الأعلى وبالآخر من الأسفل:

$T_0' = 1\ s$	B	$T_0' = 4\ s$	A
$T_0' = \sqrt{2}\ s$	D	$T_0' = 2\ s$	C

4. يتحرك نواس فتل غير متخامد بحركة جيبية دورانية سعتها الزاوية $\theta_{max} = \pi\ rad$ فإذا كان دوره الخاص $T_0 = 2\ s$ تكون القيمة المطلقة لسرعته الزاوية العظمى لحظة المرور بوضع التوازن مقدرة بـ $rad.s^{-1}$ مساوية:

$\frac{\pi}{2}$	B	0	A
2π	D	π^2	C

5. نواس فتل يتحرك بحركة جيبية دورانية بدور خاص $T_0 = 1\ s$ وسعة اهتزاز $\theta_{max} = \pi\ rad$ فتكون قيمة التسارع الزاوي الأعظمي:

$20\pi\ rad.s^{-2}$	B	$20\ rad.s^{-2}$	A
$40\pi\ rad.s^{-2}$	D	$40\ rad.s^{-2}$	C

6. في نواس الفتل غير المتخامد عندما ينعدم عزم الارجاع فإن:

θ عظمى	B	E_p عظمى	A
E_k عظمى	D	α عظمى	C

سـوريانا التعليمية

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (9,8,7)

يتألف نواس فتل من ساق أفقية متجانسة طولها 40 cm معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها ثابت فتله $8 \times 10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$, ندير الساق في مستو أفقي بزاوية $\frac{\pi}{3}\ \boldsymbol{rad}$ انطلاقا من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فإذا علمت أن عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $\boldsymbol{I_\Delta = 2 \times 10^{-3}\ Kg.m^2}$

7. قيمة كتلة الساق تساوي:

A	$M = 0.3\ kg$	B	$M = 0.15\ kg$
C	$M = 0.4\ kg$	D	$M = 0.12\ kg$

8. الدور الخاص للنواس يساوي:

A	$1\ s$	B	$3\ s$
C	$2\ s$	D	$4\ s$

9. طويلة السرعة الزاوية عند المرور بوضع التوازن تساوي:

A	$\frac{20}{3}\ rad.s^{-1}$	B	$\frac{2\pi}{3}\ rad.s^{-1}$
C	$\frac{40}{3}\ rad.s^{-1}$	D	$\frac{10}{3}\ rad.s^{-1}$

10. يعطى تابع المطال الزاوي لنواس فتل غير متخامد بالعلاقة $\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi\ t)$ فيكون التسارع الزاوي الأعظمي (طويلة):

A	$\frac{5\pi}{4}\ rad.s^{-2}$	B	$\frac{5\pi}{2}\ rad.s^{-2}$
C	$\frac{\pi}{4}\ rad.s^{-2}$	D	$\frac{5}{4}\ rad.s^{-2}$

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (12,11)

ساق مهملة الكتلة طولها L ، نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية $125\ g$ ، فإذا علمت أن عزم عطالة جملة الساق مع الكتلتين $25 \times 10^{-4} kgm^2$ ونعلق الجملة من منتصفها إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $\boldsymbol{16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}}$ فإن:

11. الدور الخاص للحركة:

A	$\frac{5}{4}\ \boldsymbol{s}$	B	$\frac{1}{2}\ \boldsymbol{s}$
C	$\frac{5}{2}\ \boldsymbol{s}$	D	$\frac{5}{8}\ \boldsymbol{s}$

12. طول الساق يساوي:

A	$0.1\ m$	B	$0.2\ m$
C	$1\ m$	D	$0.4\ m$

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (15,14,13)

ساق أفقية متجانسة طولها L كتلتها M معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها, ندير الساق في مستوٍ أفقي بزاوية θ_{max} انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 1\ s$, نثبت بالطرفي الساق كتلتين نقطيتين قيمة كل منهما $m_1 = m_2 = 100\ g$ ، فيصبح الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة $T_0' = 2\ s$ فإذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور مار من منتصفها و عمود عليها $I_\Delta = \frac{1}{12}M.L^2$ فإن:

13. نسبة عزم عطالة الجملة بعد إضافة الكتلتين إلى عزم عطالة الساق تساوي:

A	$I'_\Delta = \frac{I_\Delta}{4}$	B	$I'_\Delta = \frac{I_\Delta}{2}$
C	$I'_\Delta = 2.I_\Delta$	D	$I'_\Delta = 4.I_\Delta$

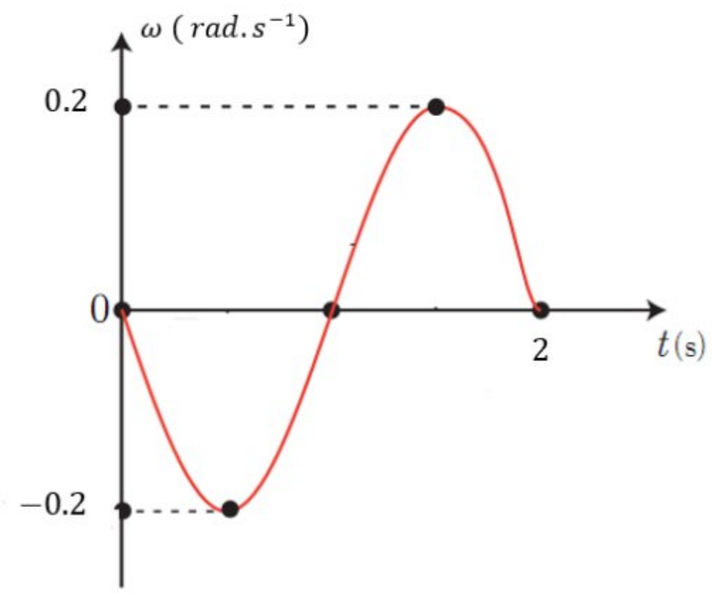
14. قيمة كتلة الساق M تساوي:

A	$M = 100\ g$	B	$M = 200\ g$
C	$M = 300\ g$	D	$M = 150\ g$

15. نقسم سلك الفتل الى قسمين بحيث يكون طول أحدهما ثلاثة أمثال طول الثاني ، ونعلق الساق بعدئذ بقسمي السلك معا؛ أحدهما من الأعلى، والآخر من الأسفل ومن منتصفها، ويثبت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقوليا. استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للساق (دون وجود كتل نقطية.)

A	$\boldsymbol{T_0' = 1\ s}$	B	$\boldsymbol{T_0' = \frac{3}{4}\ s}$
C	$\boldsymbol{T_0' = \frac{\sqrt{3}}{4}\ s}$	D	$\boldsymbol{T_0' = 4\ s}$

16. التابع الزمني للسرعة الزاوية لنواس الفتل غير المتخامد الذي يمثله الشكل المجاور:

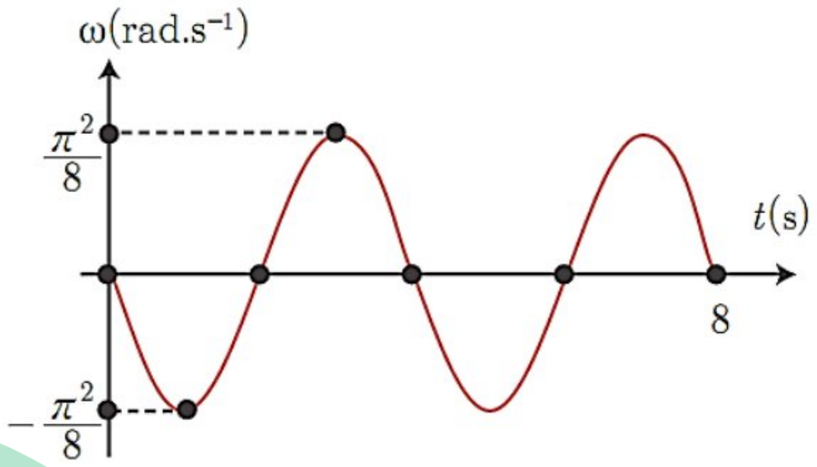


سوريانا التعليمية

$\omega = -0.2 \sin 2t$	A
$\omega = -0.4 \sin 2t$	B
$\omega = -0.2 \sin \pi t$	C
$\omega = -0.4 \sin \pi t$	D

اقرأ النص الآتي ثم أجب عن الأسئلة (18,17)

يمثل الخط البياني المجاور تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل غير متخامد



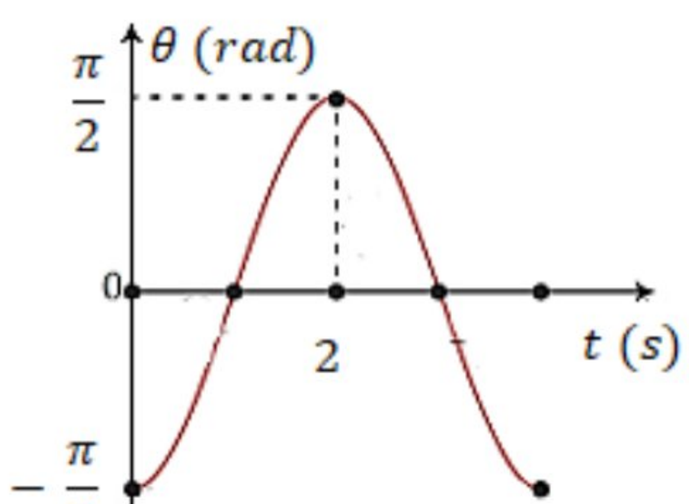
17. قيمة السعة θ_{max} :

$+\frac{\pi}{4}\ rad$	B	$+\frac{\pi^2}{8}\ rad$	A
$+\frac{\pi^2}{4}\ rad$	D	$+\frac{\pi}{8}\ rad$	C

18. تابع السرعة الزاوية لهذا النواس يعطى بالعلاقة:

$\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin \pi t$	B	$\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin \frac{\pi}{2} t$	A
$\omega = -\frac{\pi}{4}\sin \pi t$	D	$\omega = -\frac{\pi}{4}\sin \frac{\pi}{2} t$	C

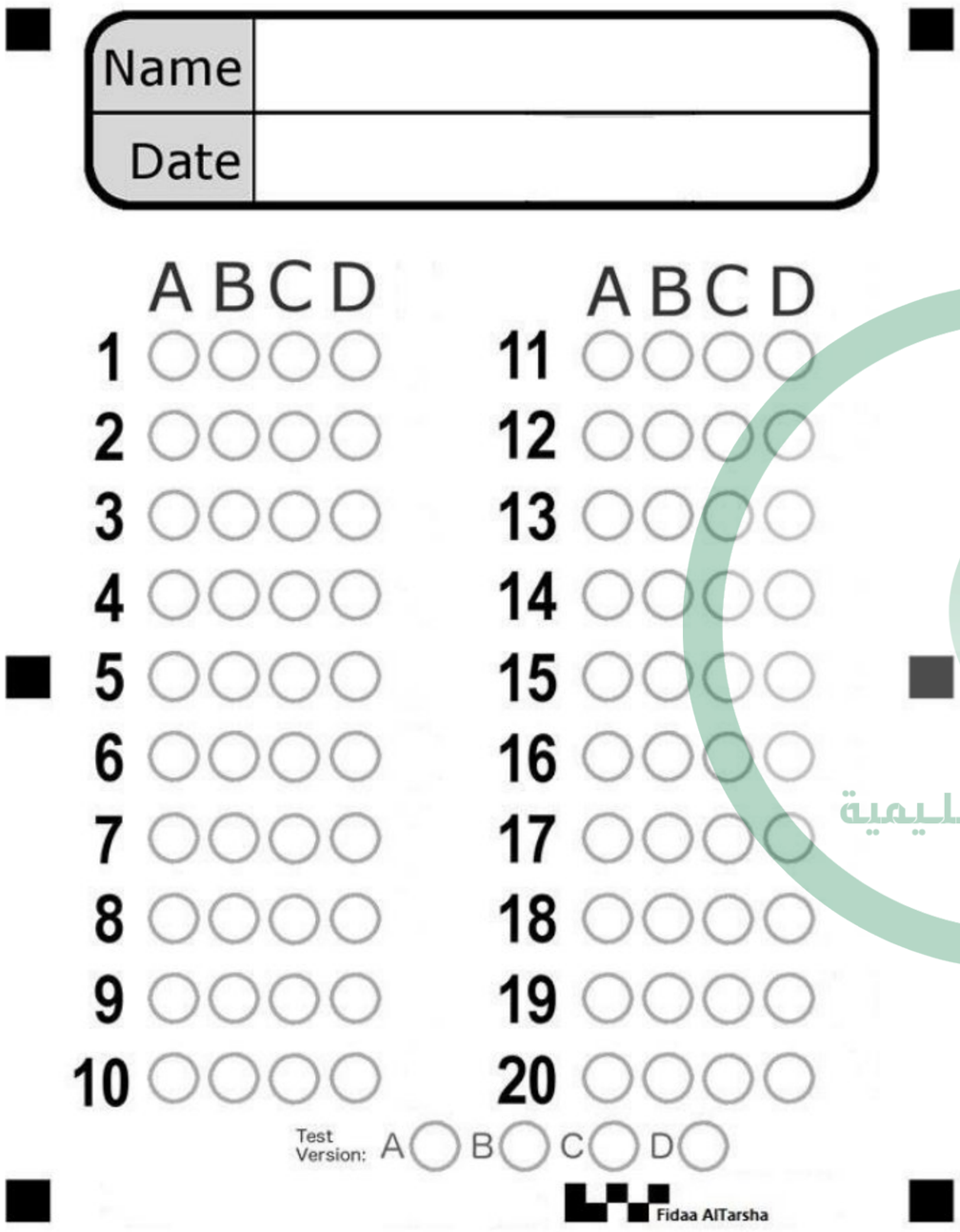
19. يمثل الخط البياني المجاور تغيرات المطال الزاوي لنواس فتل غير متخامد فإن التابع الزمني للمطال الزاوي:



$\theta = \frac{\pi}{2} cos\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right)$	B	$\theta = \frac{\pi}{2} cos(2\pi t)$	A
$\theta = \frac{\pi}{2} cos\left(\frac{\pi}{2} t + \pi\right)$	D	$\theta = \frac{\pi}{2} cos(\pi t + \pi)$	C

20. تتساوى الطاقتان الكامنة والحركية في نواس الفتل عند المواضع:

$\theta = \frac{\pm\theta_{max}}{2}$	B	$\theta = \pm\theta_{max}$	A
$\theta = \frac{\pm\theta_{max}}{\sqrt{2}}$	D	$\theta = \frac{\pm\theta_{max}}{4}$	C



مسودة إجابات أسئلة الأتمتة

سوريا التعليمية

CamScanner

مفاتيح حل أسئلة الأتمتة (2)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
B	A	A	B	D	D	C	B	A	B
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
D	D	A	B	C	C	B	D	B	C

سـوريانا التعليمية

المسائل

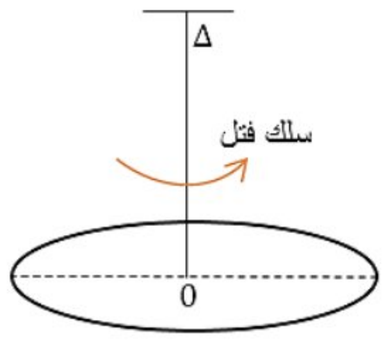
المسألة الأولى:

يتألف نواس فتل من قرص متجانس كتلته $m = 2\ kg$ ، نصف قطره $r = 4\ cm$ معلق من مركزه إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$ ندير القرص في مستو أفقي زاوية $\frac{\pi}{4}\ rad$ عن وضع توازنه، ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$. المطلوب: ($I_{\Delta\backslash قرص} = \frac{1}{2} M.r^2$)

1. احسب الدور الخاص للنواس.

2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام.

3. احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\frac{\pi}{8}\ rad$ ، ثم احسب الطاقة الحركية عندئذ .



لحساب

$m = 2\ kg$

$r = 4\ cm = 4 \times 10^{-2} m$

$k = 16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$

شروط البدء

$t = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \theta = +\frac{\pi}{4}\ rad \\ \omega = 0 \ (\text{ترك دون سرعة ابتدائية}) \end{array} \right.$

1) حساب $T_0 = ?$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

لنحسب عزم عطالة القرص حول محوره:

$$I_\Delta == \frac{1}{2} mr^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \times 10^{-4} = 16 \times 10^{-4}\ kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{16 \times 10^{-4}}{16 \times 10^{-3}}} = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 2s$$

2) استنتجِ التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.

$$\bar{\theta} = \theta_{max} cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الثوابت $\varphi\ , \omega_0\ , \theta_{max}$

السعة الزواية : $\theta_{max} = \frac{\pi}{4} rad$

لأن القرص ترك دون سرعة ابتدائية عند بدء الزمن

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Longrightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$$

لإيجاد $(\varphi = ؟)$ نعوض بشروط البدء:

$$\left. \begin{array}{c} t = 0 \\ \bar{\theta} = \theta_{max} \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{c} \theta_{max} = \theta_{max} cos(\omega_0 \times 0 + \bar{\varphi}) \\ cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0 rad \end{array}$$

نعوض في التابع: $\theta = \frac{\pi}{4} \cos(\pi\ t)$

3) مطلوب حساب ؟ $E_P =$ عند $\theta = \frac{\pi}{8} rad$ ثم حساب E_k :

$$E_P = \frac{1}{2}\ k\theta^2$$

$$E_P = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{64}$$

$$E_P = \frac{10^{-2}}{8}\ J$$

$$E_k = E_{tot} - E_P$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k\ \theta_{max}^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{64} = \frac{10^{-2}}{2}\ J$$

نعوض:

$$E_k = \frac{10^{-2}}{2} - \frac{10^{-2}}{8} = \frac{4 \times 10^{-2}}{8} - \frac{1 \times 10^{-2}}{8}$$

$$E_k = \frac{3}{8} \times 10^{-2} J$$

المسألة الثانية:

ساق مهملة الكتلة طولها L ، نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية $125\ g$ ، ونعلق الجملة من منتصفها إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$ لتؤلف الجملة نواس فتل، نزيح الساق عن وضع توازنها في مستو أفقي بزاوية $\frac{\pi}{3}\ rad$ وتترك دون سرعة ابتدائية لحظة بدء الزمن، فتهتز بحركة جيبية دورانية، دورها الخاص $\frac{5}{2}\ s$ المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام.

2. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.

3. احسب طول الساق.

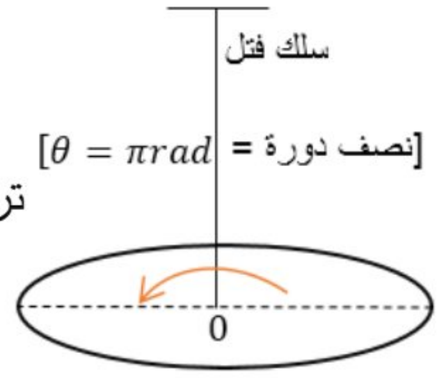
سوريانا التعليمية

المعطيات:

$$m_1 = m_2 = 125g = 125 \times 10^{-3}\ Kg$$

$$16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$$

شروط البدء $t = 0$ $\begin{cases} \theta = \dfrac{\pi}{3} rad \\ \omega = 0 \text{ ترك دون سرعة ابتدائية} \end{cases}$



$$T_0 = 2.5 = \frac{5}{2}\ s$$

1- استنتجِ التابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\, cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الثوابت $(\varphi\ ,\omega_0\ ,\theta_{max})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}\ rad.s^{-1}$$

السعة الزواية : $\theta_{max} = \theta = \dfrac{\pi}{3} rad$

لأن الساق ترك دون سرعة ابتدائية عند بدء الزمن

لإيجاد φ =? (نعوض بشروط البدء)

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \theta_{max} = \theta_{max} cos(\bar{\varphi}) \\ cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0rad \end{matrix}$$

نعوض في التابع:

$$\theta = \frac{\pi}{3} \cos\left(\frac{4\pi}{5}\ t\right)$$

2- حساب ω =? (السرعة الزاوية لحظة المرور الأول بوضع المتوازن)

$$\omega = -\omega_0 . \theta_{max}\, sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega = -\frac{4\pi}{5} \times \frac{\pi}{3}\ sin\left[\frac{4\pi}{5} t\right]$$

$$\left[\begin{matrix} \text{مرور أول في وضع} \\ \text{التوازن} \end{matrix}\right] t = \frac{T_0}{4} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} = \frac{5}{8}\ s$$

$$\left.\begin{matrix} \omega = ؟ \\ t = \dfrac{5}{8} s \end{matrix}\right] \Longrightarrow \omega = -\frac{40}{15} sin\left[\frac{4\pi}{5} \times \frac{5}{8}\right]$$

$$\omega = -\frac{40}{15} sin\left[\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\omega = -\frac{40}{15} = -\frac{8}{3} rad.s^{-1}$$

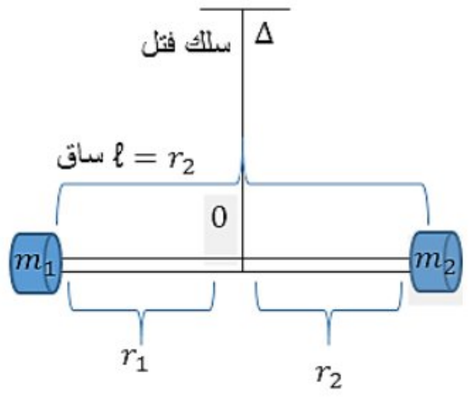
3- حساب طول الساق ℓ =?

ملاحظة لحل الطلب 3 :

لحساب طول الساق أو كتلتها أو حساب كتلة القرص أو نصف قطره (في مسائل القرص) فإننا نوجد I_Δ من T_0 ثم نوجد المطلوب من قانون I_Δ

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{k} \Longrightarrow I_\Delta = \frac{T_0^2 \times k}{4\pi^2}$$



$$I_\Delta = \frac{\frac{25}{4} \times 16 \times 10^{-5}}{4 \times 10} = 25 \times 10^{-4} kgm^2$$

الشرح:

$$I_\Delta = \underbrace{I_\Delta}_{\text{كتلة 1}} + \underbrace{I_\Delta}_{\text{كتلة2}}$$

$$I_\Delta = \underbrace{0}_{\text{ساق مهملة الكتلة}} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$\left[m_1 = m_2\ , r_1 = r_2 = \frac{\ell}{2}\right]$$

$$\underbrace{I_\Delta}_{\text{جملة}} = 2m_1 r_1^2$$

$$\underbrace{I_\Delta}_{\text{جملة}} = \underbrace{I_\Delta}_{\text{ساق}} + 2mr^2$$

$$I_\Delta = \underbrace{0}_{\text{ساق مهملة الكتلة}} + 2mr^2$$

$$r = \frac{\boldsymbol{\ell}}{2}$$

$$I_\Delta = 2m(\frac{\boldsymbol{\ell}}{2})^2$$

$$I_\Delta = m\frac{\boldsymbol{\ell}^2}{2}$$

$$\boldsymbol{\ell}^2 = \frac{2.I_\Delta}{m}$$

$$\boldsymbol{\ell}^2 = \frac{2 \times 25 \times 10^{-4}}{125 \times 10^{-3}} = \frac{1}{25}$$

$$\boldsymbol{\ell} = \frac{1}{5} = 0.2\ m$$

سوريانا التعليمية

المسألة الثالثة:

ساق أفقية متجانسة طولها $40\ cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها.

a) ندير الساق في مستو أفقي بزاوية 60° انطلاقا من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_\circ = 1\ s$ فإذا علمت أن عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $I_\Delta = 2 \times 10^{-3}\ Kg.m^2$

المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام.

2 احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.

3 احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية (-30°) مع وضع توازنها.

b. نثبت بالطرفين a, b كتلتين نقطيتين $m_1 = m_2 = 75\ g$ استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة، ثم احسب قيمة ثابت فتل السلك.

c. نقسم سلك الفتل قسمين متساويين، ونعلق الساق بعدئذ بنصفي السلك معا؛ أحدهما من الأعلى، والآخر من الأسفل ومن منتصفها، ويثبت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقوليا. استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للساق (دون وجود كتل نقطية.)

$$\begin{matrix} t = 0 \\ (\text{شروط البدء}) \end{matrix} \left[\begin{matrix} \theta = \frac{\pi}{3}\ rad \\ (\omega = 0)\ (\text{دون سرعة بدائية}) \end{matrix} \right.$$

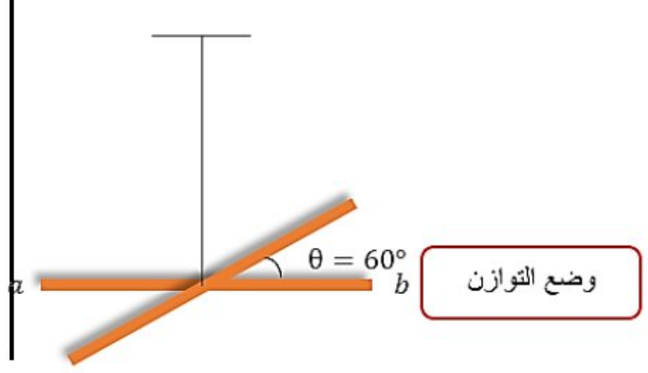
$T_0 = 1\ s$ ، تهتز بحركة جيبية دورانية

$$I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3} kg.m^2$$

1. استنتجِ التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\ cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الثوابت $\varphi\ ,\omega_0\ ,\theta_{max}$



السعة الزاوية : $\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$

لأن الساق تركت دون سرعة ابتدائية عند بدء الزمن

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$$

لإيجاد $(\varphi = ؟)$ نعوض بشروط البدء:

$$\begin{matrix} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \theta_{max} = \theta_{max} cos(\omega_0 \times 0 + \bar{\varphi}) \\ cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0 rad \end{matrix}$$

نعوض مكان الثوابت:

$$\theta = \frac{\pi}{3} \cos(2\pi\ t)$$

2) $\omega = ؟$ (سرعة زاوية):

حساب السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن:

$$\omega = -\omega_0 . \theta_{max}\ sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega = -2\pi \times \frac{\pi}{3} \sin(2\pi t)$$

عند المرور الثاني بالتوازن: $t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}\ s$

نعوض بتابع السرعة:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -2\pi \times \frac{\pi}{3} \sin\left(2\pi \times \frac{3}{4}\right)$$

$$\omega = -2\pi \times \frac{\pi}{3}(-1) = +\frac{20}{3} rad.s^{-1}$$

3- $\alpha = ؟$ (تسارع زاوي):

عندما تصنع الساق زاوية $(\bar{\theta} = -30°)$ مع وضع التوازن:

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2\ \bar{\theta}$$

$$\theta = -30° \quad \Longrightarrow \theta = -\frac{\pi}{6}\ rad$$

$$\alpha = -(2\pi t)^2 \times \frac{-\pi}{6} = 4\pi^2 \times \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = \frac{20\pi}{3} rad.s^{-2}$$

B) $m_1 = m_2 = 75g$ مطلوب حساب $(T_0 = ?)$ ، ثم حساب قيمة $(k = ?)$

سوريا التعليمية

ملاحظة لحل الطلب B :

عند تثبيت كتل بطوفي الساق ويطلب حساب الدور الجديد أو قيمة كتلة الساق أو الكتل المعلقة على طوفي الساق:

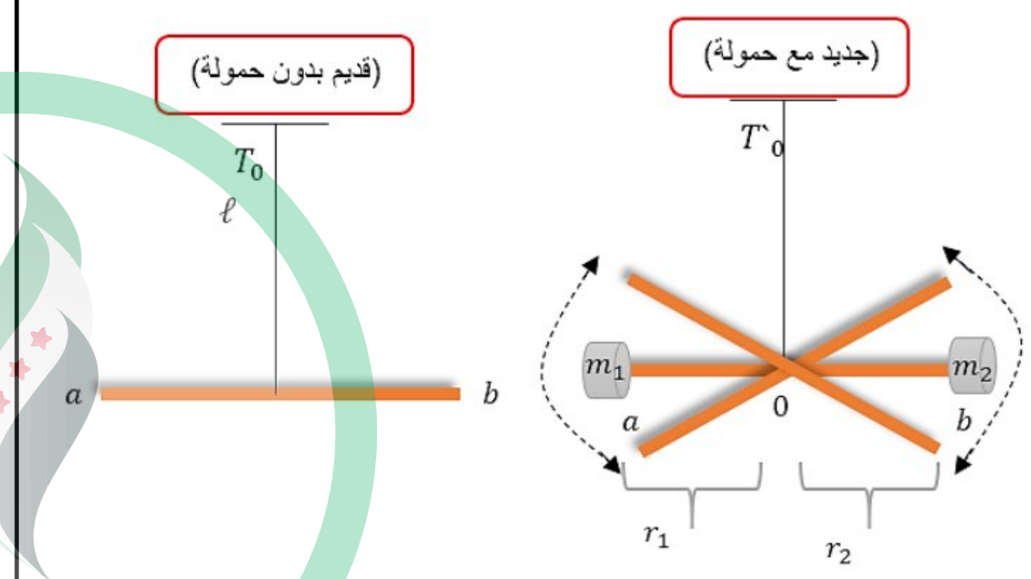
اذا كان K غير معلوم نأخذ النسبة $\frac{T_0'}{T_0}$

و بعد اختصار K تصبح العلاقة : $\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\sqrt{I_\Delta'}}{\sqrt{I_\Delta}}$

$$(1)\ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$(2)\ T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{\grave{I}_\Delta\ \text{جملة}}{k}}$$

$$\Rightarrow (*)\ \frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{\grave{I}_\Delta\text{جملة}}{I_\Delta\text{ساق}}}$$



$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_{\Delta/\text{ساق}} + 2.I_{\Delta/\text{كتلة}}}{I_{\Delta/\text{ساق}}}}$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_{\Delta/\text{ساق}}}{I_{\Delta/\text{ساق}}} + \frac{2.I_{\Delta/\text{كتلة}}}{I_{\Delta/\text{ساق}}}}$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{2.I_{\Delta/\text{كتلة}}}{I_{\Delta/\text{ساق}}}}$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{2\text{m}.r^2}{I_{\Delta/\text{ساق}}}}$$

$$r = \frac{l}{2} = 2 \times 10^{-1} m$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{2 \times 75 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}}}$$

$$\frac{T_0'}{1} = \sqrt{1 + (75 \times 4 \times 10^{-3})}$$

$$T_0' = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2\ (s)$$

لحساب k =? نعوض بـ (1):

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{2 \times 10^{-3}}{k}}$$

$$\Rightarrow 1 = 4\pi^2 \times \frac{2 \times 10^{-3}}{k}$$

$$k = 8 \times 10 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$$

3) عندما نقسم سلك الفتل الى قسمين متساويين:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K'}}$$

لدينا : $K = k^* \frac{(2r)^4}{l}$ وبالتالي $K = \frac{const}{l}$

$$l_1 = \frac{l}{2} \rightarrow k_1 = 2k$$

$$l_2 = \frac{l}{2} \rightarrow k_2 = 2k$$

الساق معلقة بسلكين وبالتالي: $k' = k_1 + k_2 = 4k$

ومنه: $T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}}$

$$T_0' = \left(2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}\right)\frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$T_0' = T_0 \times \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\ s$$

سـوريانا التعليمية

المسائل العامة

المسألة (3) الصفحة 270 في الكتاب

تتألّفُ ميقاتيّةٌ من قرص نحاسيٍّ كتلتُه، $M_1 = 0.12\ kg$ نصفُ قطره $R = 0.05\ m$ مثبّتٌ عليه ساقٌ كتلتُها $M_2 = 0.012\ kg$ ، طولُها $L = 0.1m$ تُحملُ الساق بكتلتين نقطيّتين $m_1 = m_2 = 0.05\ kg$ ، كتلتان تبعدان عن بعضهما البعض مسافةً قدرُها $2r = 0.04m$ يمكن تغييرُها بوساطة بزّال، نعلّق جملة القرص وما عليه من مركز عطالتها إلى سلكِ فتلٍ شاقوليٍّ ثابتُ فتله $k = 8 \times 10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$ يمر من منتصف الساق ومركز القرص المطلوب:

1. احسبْ دورَ الميقاتيّة.

2. إذا أردنا للدَّور أنْ يزدادَ بمقدار $0.86\ s$ وذلك بزيادة البعد بين الكتلتين، فما البعدُ الجديدُ الذي يجبُ أنْ يصبحَ بينهما؟

الحل:

$M_{1\text{قرص}} = 12 \times 10^{-2}\ kg$, $R_{\text{قرص}} = 5 \times 10^{-2}m$

$M_{2\text{ساق}} = 12 \times 10^{-3}\ kg$, $L_{\text{ساق}} = 10^{-1}m$

$m_{1\text{نقطية}} = m_2 = 5 \times 10^{-2}\ kg$

$2r = 4 \times 10^{-2}\ m$ بعد الكتلتين النقطتين

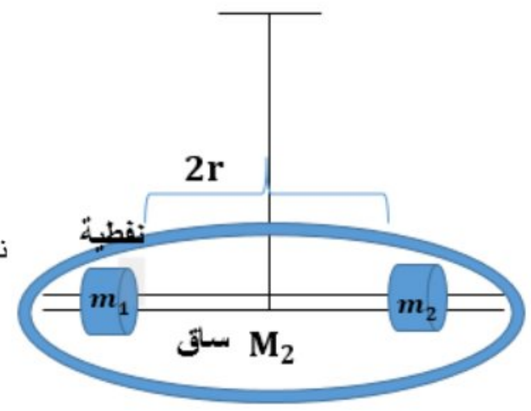
$k = 8 \times 10^{-4} m.N.rad^{-1}$

1- حساب $T_0 = ?$

الحل:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta_{\text{جملة}}}}{k}}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = I_{\Delta_{\text{قرص}}} + I_{\Delta_{\text{ساق}}} + I_{\Delta_{\text{نقطية}}}$$



$$I_{\Delta_{\text{قرص}}} = \frac{1}{2}M_1R^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-4}$$

$$= 15 \times 10^{-5} kg.m^2$$

$$I_{\Delta_{\text{ساق}}} = \frac{1}{2}M_1L^2$$

$$= \frac{1}{12} \times 12 \times 10^{-3} \times 10^{-2}$$

$$= 1 \times 10^{-5} kg.m^2$$

$$\left.\begin{matrix} I_\Delta = 2m_1r_1^2 \\ r_1 = r_2 = 2 \times 10^{-2}m \end{matrix}\right\} \Longrightarrow I_\Delta = 2 \times 5 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-4}$$

$$I_\Delta = 4 \times 10^{-5}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 15 \times 10^{-5} + 1 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-5}$$

$$= 2 \times 10^{-4} kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}}} = \pi(s) = 3.14\ (s)$$

2- حساب $2r` = ?$

البعد الجديد بين الكتلتين ليزداد الدور بمقدار $[0.86S]$

الحل: إذا ازداد الدور بمقدار $(0.86S)$ يصبح الدور الجديد T_0'

$$T_0` = 3.14 + 0.8 = 4(s)$$

$$T_0` = 2\pi\sqrt{\frac{\grave{I}_\Delta}{k}}$$

$$T_0` = 2\pi\sqrt{\frac{\grave{I}_\Delta}{8 \times 10^{-4}}} \Longrightarrow 16 = 40\frac{\grave{I}_\Delta}{8 \times 10^{-4}}$$

$$\grave{I}_\Delta = \frac{16 \times 10^{-4}}{5} = 32 \times 10^{-5}\ kg.m^2$$

$$\grave{I}_\Delta = \frac{1}{2}M_1R^2 + \frac{1}{2}M_1L`^2 + 2M_1r`^2$$

$$32 \times 10^{-5} = 15 \times 10^{-5} + 1 \times 10^{-5} + 2 \times 5 \times 10^{-2}\ r`^2$$

$$32 \times 10^{-5} - 16 \times 10^{-5} = 10^{-1} \times r_1`^2$$

$$r'^2 = 16 \times 10^{-4} \Longrightarrow r_1` = 4 \times 10^{-2}m$$

$$2r_1` = 2 \times 4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2}m$$

سوريا التعليمية

اختبر نفسي

أولا: اختر الإجابة الصحيحة:

1. يهتزّ نوّاس فتل بدور خاصّ T_0 ، في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسه ، فإن:

A	سعة الحركة تزداد	C	سعة الحركة تنقص
B	الدور الخاص يزداد	D	الدور الخاص ينقص

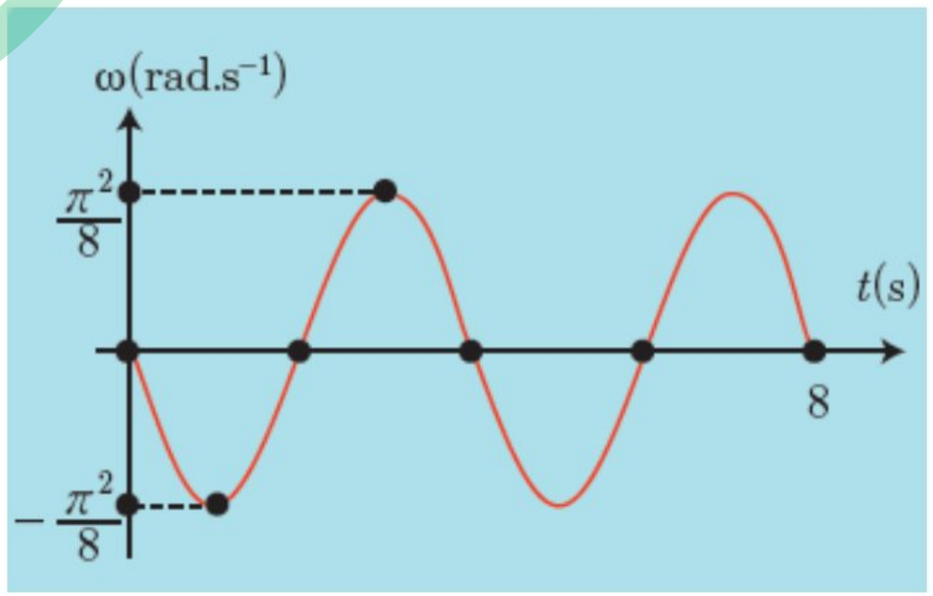
مناقشة الجواب: عندما تبتعد الكتلتان عن محور الدوران يزداد عزم العطالة وبالتالي يزداد الدور الخاص.

2. ميقاتيّة تعتمد في عملها على نوّاس فتل، ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، قدّم الطلاّب مقترحاتهم، فإنّ الاقتراح الصحيح

A	زيادة طول سلك الفتل بمقدار ضئيل
B	زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره.
C	إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.
D	زيادة قطر القرص مع المحافظة على كتلته.

مناقشة الجواب: الميقاتية فيها تأخير أي يجب تقديمها لتصحيح الخطأ والتقديم يعني انقاص الدور فالجواب الصحيح هو C

3. يمثّل الرسم البيانيّ المجاور تغيّرات السرعة الزاويّة لنوّاس فتل بتغيّر الزمن، فإنّ تابع السرعة الزاويّة الذي يمثّله هذا المنحني هو:



$\omega = +\frac{\pi^2}{8}\sin 3\pi t$	A
$\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin 2\pi t$	B
$\omega = +\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$	C
$\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$	D

مناقشة الجواب: من الخط البياني نلاحظ:

$$2T_0 = 8\,s \quad \rightarrow T_0 = 4\,s$$

ومنه: $\omega_\circ = \frac{2\pi}{T_\circ} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,rad.s^{-1}$

كذلك من الخط البياني: $\omega_\circ.\theta_{max} = \frac{\pi^2}{8}$

وبما أن : $\omega = 0 \quad t = 0$ فإن: $\varphi = 0$

لدينا تابع السرعة الزاوية:

$$\omega = -\omega_\circ.\theta_{max}\sin(\omega_\circ t + \varphi)$$

$$\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$$

.....

ثانيا: أجب عن الأسئلة الآتية:

1. انطلاقا من مصونيّة الطاقة الميكانيكيّة برهن أنّ حركة نوّاس الفتل حركة جيبيّة دورانيّة.

$$E = E_p + E_k$$

$$\frac{1}{2}\mathbf{k}\,\theta^2_{max} = \frac{1}{2}K\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

$$\mathbf{k}\,\theta^2_{max} = K\theta^2 + I_\Delta\omega^2$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن:

فائدة : $(\theta^2)'_t = 2.\theta.(\theta)'_t = 2.\theta.\omega$

$(\omega^2)'_t = 2.\omega.(\omega)'_t = 2.\omega.\alpha$

$$0 = K\,(2.\theta.(\theta)'_t) + I_\Delta(\,2.\omega.(\omega)'_t)$$

$$0 = K\,(\,2.\omega.\theta) + I_\Delta(\,2.\alpha.\omega)$$

نقسم الطرفين على 2ω

$$0 = K\theta + I_\Delta\alpha$$

$$-K\theta = I_\Delta a$$

$$-k.\theta = I_\Delta\,(\theta)''_t$$

سوريانا التعليمية

حيث : $\alpha = (\theta)''_t$

و منه: $(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \ldots\ldots (1)$

هذه المعادلة هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبيا من الشكل: $\theta = \theta_{max}\, cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق مرتين بالنسبة بالزمن:

$$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} sin\,(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\theta)''_t = -{\omega_0}^2 \theta_{max} cos\,(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -\omega_\circ^2\, \theta \ldots (2)$$

بمقارنة (1) مع (2) نجد:

$$\omega_\circ^2 = \frac{k}{I_\Delta} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا محقق لأن I_Δ ، k موجبان ومنه الحركة جيبية دورانية التابع الزمني للمطال الزاوي: $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

2. نعلّق ساقين متماثلتين بسلكي فتل متماثلين طول الأوّل l_1 وطول الثاني l_2 فإذا علمت أنّ $T_{01} = 2T_{02}$ أوجد العلاقة بين طولي السلكين.

$$T_{01} = 2T_{02}$$

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = 2$$

لدينا العلاقة بين الدور الخاص وطول سلك الفتل:

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$$

ومنه : $2 = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$

بالتربيع: $4 = \frac{l_1}{l_2} \rightarrow l_1 = 4l_2$

.....

أسئلة الدورات السابقة

(1) 2016 يعطى عزم الارجاع في نواس الفتل بالعلاقة:

A	$\Gamma = k^2.\theta$	B	$\Gamma = -k.\theta$
C	$\Gamma = k.\theta^2$	D	$\Gamma = k^2.\theta^2$

.....

(1) 2017 انطلاقاً من العلاقة $(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}x$ برهن أن طبيعة حركة نواس الفتل غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية, ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس.

.....

(2) 2017 يتألف نواس فتل من قرص متجانس معلق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 8 \times 10^{-2}\, m.N.rad^{-1}$ يمر من مركز القرص، ندير القرص في مستو أفقي بزاوية $\frac{\pi}{2}\, ra\, d$ انطلاقاً من وضع توازنه، ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$, فإذا علمت ان عزم عطالة القرص حول محور الدوران $2 \times 10^{-3}\, kg.m^2$ المطلوب:

1. احسب قيمة الدور الخاص للحركة.
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.
3. احسب قيمة السرعة الزاوية للقرص لحظة مروره الأول بوضع التوازن, و احسب الطاقة الحركية للقرص عندئذ.

.....

(1) 2018 ساق أفقية متجانسة مهملة الكتلة طولها $l = 40\, cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها، نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية $m_1 = m_2 = 100\, g$ نديرها في مستو أفقي بزاوية $\frac{\pi}{3}\, ra\, d$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $2\, s$,

المطلوب:

1. احسب قيمة ثابت فتل السلك.
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.
3. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.
4. نجعل طول سلك الفتل نصف ما كان عليه, احسب قيمة الدور الخاص الجديد.

سوريا التعليمية

(2)2019 **A)** ساق أفقية متجانسة ab طولها $l = 50\ cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها ثابت فتله $K = 10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$، نديرها في مستوٍ أفقي بزاوية π انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $4\ s$ المطلوب:

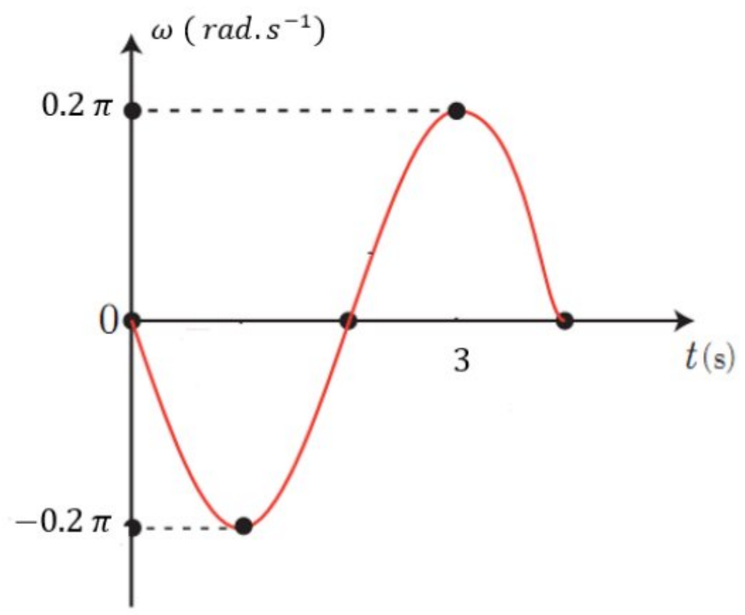
1. احسب كتلة الساق. **2.** استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

3. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.

B) نثبت بالطرفين b ، a كتلتين نقطيتين قيمة كل منهما $m_1 = m_2 = 40\ g$ ، استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة.

.....

(1) 2020 يمثل الخط البياني المجاور تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغير الزمن فإن تابع السرعة الزاوية الذي يمثله هذا المنحني هو:



$\omega = 0.2\,\pi \sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$	A
$\omega = -0.2\,\pi \sin(\frac{\pi}{2}t)$	B
$\omega = 0.4\,\pi \sin(\frac{\pi}{2}t)$	C
$\omega = -0.4\,\pi \sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$	D

.....

(2) 2020 يعطى عزم الارجاع في نواس الفتل بالعلاقة:

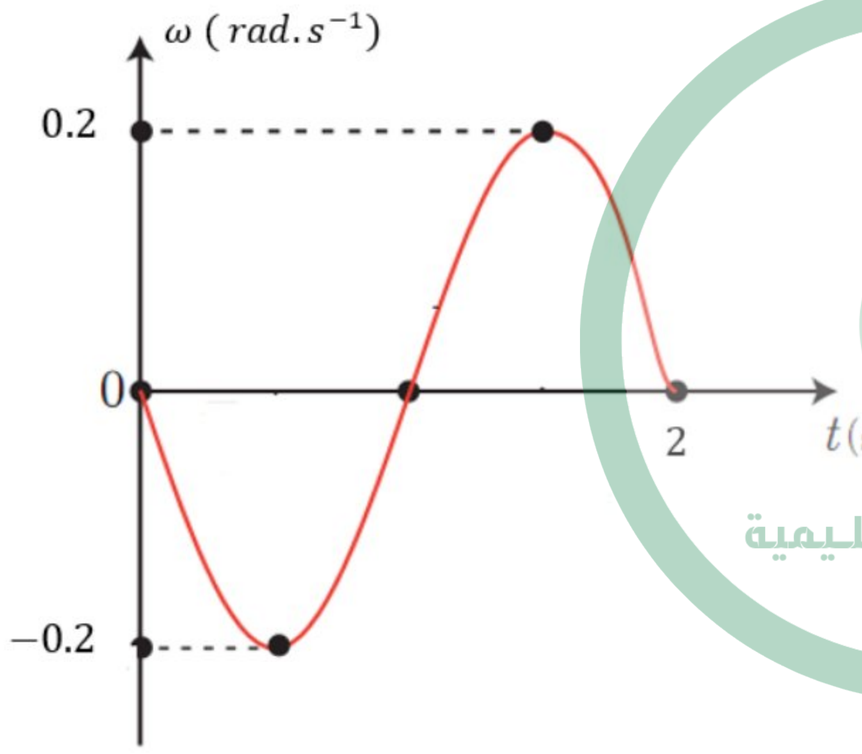
$\Gamma = k^2.\theta$	A	$\Gamma = -\frac{1}{2}k.\theta$	B
$\Gamma = \frac{1}{2}k.\theta^2$	C	$\Gamma = -k.\theta$	D

(1) 2021 يتحرك نواس فتل غير متخامد بحركة جيبية دورانية سعتها الزاوية $\theta_{max} = \pi\ rad$ فإذا كان دوره الخاص $T_0 = 2\ s$ تكون القيمة المطلقة لسرعته الزاوية العظمى لحظة المرور بوضع التوازن مقدرة بـ $rad.s^{-1}$ مساوية:

0	A	$\frac{\pi}{2}$	B
π	C	π^2	D

.....

(2) 2021 ان التابع الزمني للسرعة الزاوية لنواس الفتل غير المتخامد الذي يمثله الشكل المجاور:



$\omega = -0.2 \sin 2t$	A
$\omega = -0.4 \sin 2t$	B
$\omega = -0.2 \sin \pi t$	C
$\omega = -0.4 \sin \pi t$	D

.....

(1) 2022 **1.** نواس فتل طول سلكه l دوره الخاص T_0 نجعل طول سلكه نصف ما كان عليه فيصبح دوره الخاص الجديد:

$\frac{T_0}{2}$	A	$\frac{T_0}{\sqrt{2}}$	B
$T_0\sqrt{2}$	C	T_0	D

.....

سـوريانا التعليمية

2022 (2) ساق أفقية متجانسة طولها L كتلتها M معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها.

A) ندير الساق في مستوٍ أفقي بزاوية $\frac{\pi}{2}\ rad$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 1\ s$ المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

3. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.

3. احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية $\frac{\pi}{4}\ rad$ مع وضع توازنها.

B) نثبت بالطرفي الساق كتلتين نقطيتين قيمة كل منهما $m_1 =$ $m_2 = 100\ g$ ، فيصبح الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة $T_0' =$ $2\ s$ فإذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور مار من منتصفها و عمود عليها $I_\Delta = \frac{1}{12}M.L^2$ استنتج قيمة كتلة الساق M .

.....

2023 (2) يتألف نواس فتل من ساق متجانسة طولها $\boldsymbol{L = 20\ cm}$ كتلتها $\boldsymbol{M = 0.3\ kg}$ معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $\boldsymbol{10^{-2} m.N.rad^{-1}}$ = k ندير الساق في مستو أفقي زاوية $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}\ rad}$ عن وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة t =0 $(I_\Delta = \frac{1}{12}M.L^2)$ المطلوب:

1. احسب عزم عطالة الساق حول سلك الفتل.
2. استنتج قيمة الدور الخاص للنواس.
3. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام.
4. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.
5. احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\boldsymbol{\frac{\pi}{8}\ rad}$ ، ثم احسب الطاقة الحركية عندئذ.

.....

سـوريانا التعليمية