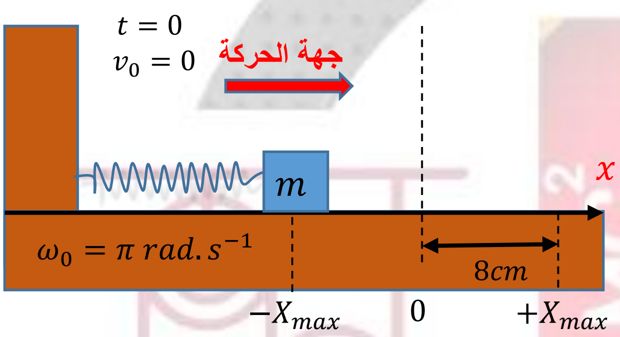
اختبر نفسي:

أولاً: أختر الإجابة الصحية مما يأتي:

-1 تابع المطال الذي يصف حركة الهزازة الجيبية في الشكل المجاوره:



$\bar{x} = 0.08\cos(\pi t + \pi)$	A
$\bar{x} = 8\cos(\pi t - \pi)$	B
$\bar{x} = 0.008\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$	C
$\bar{x} = 0.8\cos(\pi t)$	D

توضيح الحل:

من الشكل البياني: شروط البدء

$$\boldsymbol{v_0 = 0 \quad , \quad \bar{x} = -X_{max} = -8 \times 10^{-2} m \qquad \omega_0 = \pi\, rad.s^{-1} \; t = 0}$$

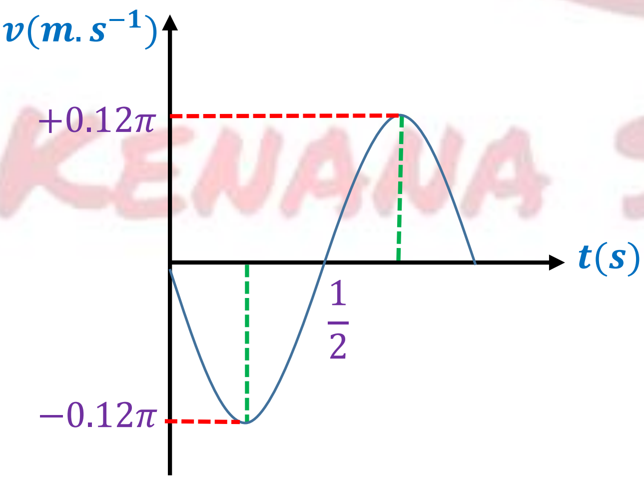
نحسب $\bar{\varphi}$: نعوض شروط البدء في تابع المطال:

$$\boldsymbol{\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$$

$$-X_{max} = X_{max}\cos(\pi(0) + \bar{\varphi})$$

$$-1 = \cos\bar{\varphi} \Rightarrow \boldsymbol{\bar{\varphi} = \pi\, rad}$$

-2 الرسم البياني جانبياً يمثل تغيرات السرعة مع الزمن لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرك بحركة توافقية بسيطة، فيكون التابع الزمني للسرعة هو:



$\bar{v} = 0.06\pi\cos(\pi t)$	A
$\bar{v} = -0.06\pi\cos(2\pi t)$	B
$\bar{v} = -0.12\pi\sin(2\pi t)$	C
$\bar{v} = 0.12\pi\sin(\pi t)$	D

توضيح الحل:

من الشكل البياني نجد:

$$T_0 = 1s \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi\, rad.s^{-1}$$

$$v_{max} = 0.12\pi\ m.s^{-1}$$

$$X_{max} = \frac{0.12\pi}{2\pi} = 0.06m$$

نبدل بتابع السرعة: $t = 0\ , v = 0$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$0 = -\omega_0 X_{max} \sin(\bar{\varphi})$$

$$\sin(\bar{\varphi}) = 0$$

$$\bar{\varphi} = 0rad \quad , \quad \bar{\varphi} = \pi rad$$

نختار قيمة $\bar{\varphi}$ تحقق الشكل البياني للتابع بإن السرعة سالبة بعد ربع دور.

$\bar{\varphi} = 0rad$ مقبول لأنه يحقق السرعة السالبة في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\ s$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{v} = -0.12\pi \sin(2\pi\left(\frac{1}{4}\right) + 0)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = +1$$

$$\bar{v} = -0.12\pi\ m.s^{-1}$$

$\bar{\varphi} = \pi rad$ مرفوض لأنه يحقق السرعة موجبة، في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\ s$

$$\bar{v} = -0.12\pi \sin(2\pi\left(\frac{1}{4}\right) + \pi)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$$

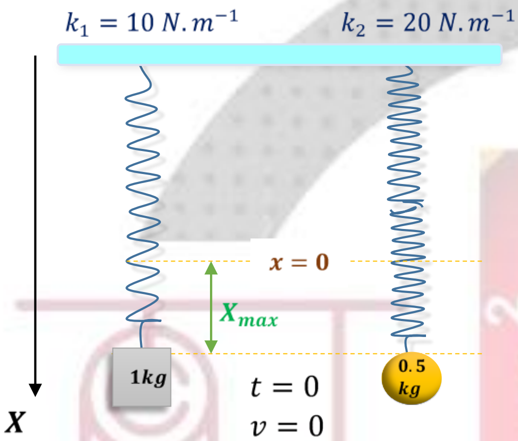
$$\bar{v} = +0.12\pi\ m.s^{-1}$$

نبدل مكان الثوابت لنجد:

$$v = -0.12\pi \sin(2\pi t + 0)$$

$$v = -0.12\pi \sin(2\pi t)$$

3-يمثل الشكل المجاور هزازتان توافقيتان (1) و (2) تنطلقان من الموضع نفسه، وفي اللحظة نفسها، فإنهما بعد مضي $3s$ من بدء حركتهما:



A	تلتقيان في مركز الاهتزاز.
B	تلتقيان في الموضع $+X_{max}$.
C	لا تلتقيان، لأن مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.
D	لا تلتقيان، لأن مطال الأولى $-X_{max}$ ومطال الثانية $+X_{max}$.

دور النواس الأول:

$$T_{0_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}$$

$$T_{0_1} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\ s \Rightarrow T_{0_1} = 2s$$

ملاحظة1:

$$\pi^2 = 10$$
$$\Rightarrow \pi = \sqrt{10}$$

ملاحظة2:

$$T_0 = \frac{t}{N}$$

دور النواس الثاني:

$$T_{0_2} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}}$$

$$T_{0_2} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2\times 10\times 2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4\times 10}}$$

$$T_{0_2} = 2\times\frac{1}{2} \Rightarrow T_{0_2} = 1s$$

بعد مضي $t = 3\ s$ النواس الأول:

$$N_1 = \frac{t}{T_{0_1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow N_1 = 1.5 \text{ هزة}$$

سينجز النواس الأول هزة ونصف أي سيكون في المطال $x = -X_{max}$.

النواس الثاني:

$$N_2 = \frac{t}{T_{0_2}} = \frac{3}{1} \Rightarrow N_2 = 3 \text{ هزة}$$

سينجز النواس الثاني ثلاث هزات أي سيكون في المطال $x = +X_{max}$.

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

-1 أثبت صحة العلاقة: $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة.

الطريقة الأولى:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نربع الطرفين

$$x^2 = X_{max}^2 cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نقسم طرفي العلاقة على X_{max}^2

$$\frac{x^2}{X_{max}^2} = cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \qquad ....(1)$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نربع الطرفين

$$v^2 = \omega_0^2 X_{max}^2 sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نقسم على $\omega_0^2 X_{max}^2$

$$\frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \; ....(2)$$

$$\frac{x^2}{X_{max}^2} + \frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\frac{x^2}{X_{max}^2} + \frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = 1$$

نوحد المقامات

$$\frac{\omega_0^2 x^2 + v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = 1$$

$$\omega_0^2 x^2 + v^2 = \omega_0^2 X_{max}^2$$

$$v^2 = \omega_0^2 X_{max}^2 - \omega_0^2 x^2$$

$$v^2 = \omega_0^2 (X_{max}^2 - x^2)$$

$$\boldsymbol{v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}}$$

الطريقة الثانية:

$$\boldsymbol{E_{tot} = E_P + E_K \dots\dots\dots (*)}$$

$$\boldsymbol{E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \quad , \quad E_P = \frac{1}{2} k x^2 \quad , \quad E_K = \frac{1}{2} m v^2}$$

الآن نعوض

$$\frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

حيث $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{m}{k} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad , \quad X_{max}^2 = x^2 + \frac{m}{k} v^2$

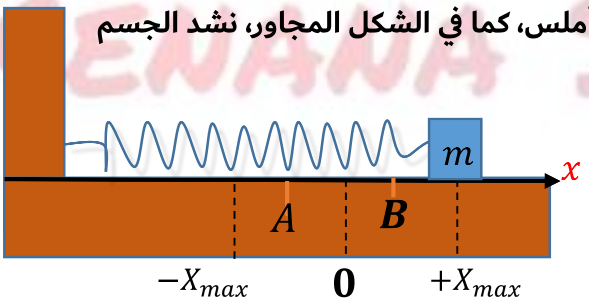
$$X_{max}^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega_0^2}$$

$$\frac{v^2}{\omega_0^2} = X_{max}^2 - x^2$$

$$v^2 = \omega_0^2 (X_{max}^2 - x^2)$$

$$\boldsymbol{v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}}$$

2- نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k، مثبت من أحد طرفيه، ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على سطح أفقي أملس، كما في الشكل المجاور، نشد الجسم مسافة أفقية مناسبة، ونتركه دون سرعة ابتدائية.



المطلوب:

a)ادرس حركة الجسم، واستنتج التابع الزمني للمطال.

b)استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل من الموضعين:

A وB ، $x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ و $x_B = +\frac{X_{max}}{2}$ ، ماذا تستنتج؟

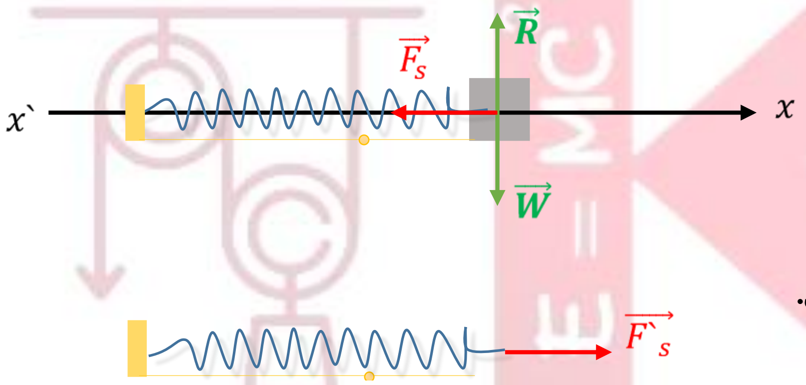
الحل:

a) دراسة حركة الجسم، واستنتاج التابع الزمني للمطال.

جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: النواس المرن.

القوى الخارجية المؤثرة:



الكتلة:

قوة الثقل $\vec{W}$ شاقولية

نحو الأسفل

قوة رد فعل السطح $\vec{R}$ شاقولية نحو الأعلى.

قوة توتر النابض $\vec{F_s}$.

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الأنسحابي:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{R} + \vec{F_s} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على محور أفقي موجه كما في الشكل.

$$0 + 0 - F_s = m.\bar{a}$$

$$-F_s = m.\bar{a} \ldots\ldots(*)$$

النابض: تؤثر على النابض القوة $\vec{F_s'}$ التي تسبب له استطالة x حيث

نعوض في $F_s = F_s' = k\bar{x}$ $(*)$

$$\bar{a} = \bar{a_t} = (\bar{x})_t''$$

$$-k\bar{x} = m(\bar{x})_t''$$

$$(\bar{x})_t'' = -\frac{k}{m}\bar{x}$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً من الشكل.

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن:

$$\bar{v} = (\bar{x})'_t = -\omega_0 X_{max} sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{a} = (\bar{x})''_t = -\omega_0^2 X_{max} cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boldsymbol{\bar{a} = (\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x} \quad (2)}$$

بالمقارنة (1) مع(2)

$$\boldsymbol{\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0}$$

وهذا محقق لأن كل من k وm موجبان.

حركة النواس هي حركة جيبية انسحابية بنبضها الخاص والتابع الزمني للمطال يعطى بالعلاقة

$$\boldsymbol{\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$$

b)استنتاج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل من الموضعين: A و B , $x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ و $x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ ، ماذا تستنتج؟

$$\boldsymbol{E_{tot} = E_P + E_K}$$

$$\boldsymbol{E_K = E_{tot} - E_P}$$

$$E_K = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$\boldsymbol{E_K = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2)}$$

نعوض في $\boldsymbol{x_A = -\frac{X_{max}}{2}}$ $(*)$

$$E_k = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4})$$

$$E_k = \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{4}X_{max}^2\right) = \frac{3}{4}\frac{1}{2}k(X_{max}^2)$$

$$\boldsymbol{E_k = \frac{3}{4}E_{tot}}$$

$\boldsymbol{x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}}$ الآن نعوض $\boldsymbol{x_B}$ في $(*)$

$$E_K = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2})$$

$$E_K = \frac{1}{2}k(\frac{1}{2}X_{max}^2)$$

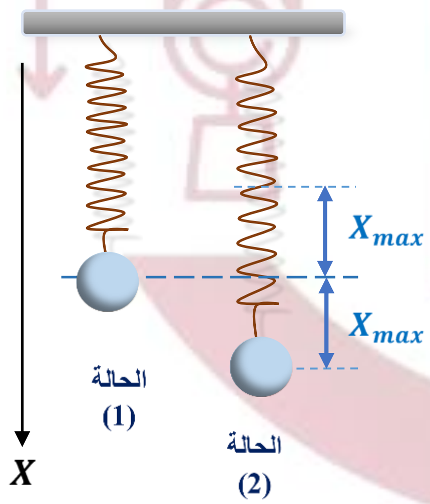
$$E_K = \frac{1}{2}E_{tot}$$

نستنتج: تنقص الطاقة الحركية للجسم بإزدياد مطاله وبالتالي: تزداد طاقته الكامنة.

3- جسم معلق بنابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص، مانوع حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كل من الموضعين الآتيين، ولماذا؟

a)مركز الاهتزاز وهو يتحرك بالاتجاه السالب

b)المطال الأعظمي الموجب



لحظة انفصال الجسم يخضع لقوة ثقلة فقط

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const}$$

a)الانفصال في مركز الأهتزاز

قذف شاقولي نحو الأعلى لأن الجسم مزود بسرعة ابتدائية والحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

طورها الأول صعود: متباطئة بانتظام .

طورها الثاني هبوط: متسارعة بانتظام.

B) الأنفصال في المطال الأعظمي الموجب:

سقوط حر: لأن السرعة الأبتدائية للجسم معدومة.

ثالثاً : حل المسائل الآتية:

في جميع المسائل
$4\pi = 12.5$, $\pi^2 = 10$, $g = 10 m.s^{-2}$

المسألة الأولى:

تتألف هزازة جيبية انســحابية من نابض مرن شـاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، ثابت صــلابته $k = 10N.m^{-1}$ ، مثبت من أحد طرفيه، ويحمل في طرفه الآخر جســماً كتلته m، ويعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة: $\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$ ، **المطلوب:**

1- أوجد قيم ثوابت الحركة ودورها الخاص.
2- احسب كتلة الجسم m .
3- احسب قيمة السرعة في موضع مطاله $x = 6cm$ ، والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور.
4- حدد موضع الجسم وجهة حركته لحظة بدء الزمن.

معطيات المسألة:

$k = 10N.m^{-1}$ ، $\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

الحل:

(1)

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$$

بالمطابقة مع الشكل العام.

$$X_{max} = 0.1m \quad , \quad \omega_0 = \pi\, rad.s^{-1} \quad , \quad \bar{\varphi} = +\frac{\pi}{2} rad$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\pi} = 2\, s$$

(2)

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2}$$

$$m=\frac{10}{\pi^2}=\frac{10}{10}=1kg$$

(3)

$$\bar{x}=6cm=6\times10^{-2}m$$

$$v=\omega_0\sqrt{X_{max}^2-x^2}$$

$$v=\pi\sqrt{(10^{-1})^2-(6\times10^{-2})^2}$$

$$v=\pi\sqrt{10^{-2}-36\times10^{-4}}=\pi\sqrt{100\times10^{-4}-36\times10^{-4}}$$

$$v=\pi\sqrt{(100-36)\times10^{-4}}$$

$$v=\pi\sqrt{64\times10^{-4}}$$

$$v=\pi\times8\times10^{-2}=8\pi\times10^{-2}$$

$$v=8\pi\times10^{-2}$$

$$v=25\times10^{-2}=0.25m.s^{-1}$$

ملاحظة:

$4\pi=12.5$

$2\times4\pi=2\times12.5$

$8\pi=25$

(4)

$$\bar{x}=0.1\cos(\pi t+\frac{\pi}{2})$$

$$\bar{x}=0.1\cos(\pi(0)+\frac{\pi}{2})$$

$$\bar{x}=0.1\cos(\frac{\pi}{2})$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$$

$$\bar{x}=0m$$

ملاحظة

تحديد جهة الحركة

أي (إشارة $\bar{v}$)

أي بدء الزمن كان المتحرك عند مركز الاهتزاز.

من أجل تحديد جهة الحركة: لدينا احتمالين للسرعة :

$v>0$ يتحرك الجسم بالاتجاه الموجب

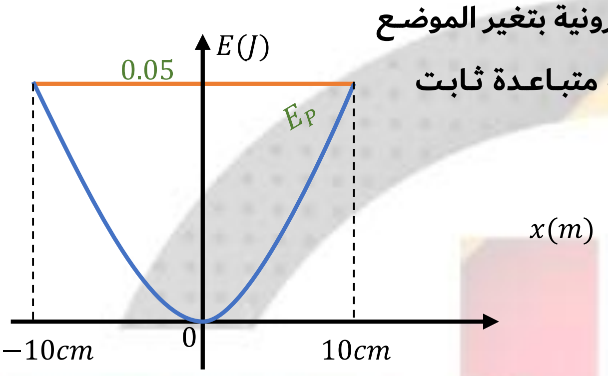
$v<0$ يتحرك الجسم بالاتجاه السالب.

نأخذ $\bar{\varphi}=+\frac{\pi}{2}rad$

$$\bar{v}=-\omega_0X_{max}sin\varphi=-\omega_0X_{max}sin\frac{\pi}{2} \qquad ,sin\frac{\pi}{2}=1$$

نستنتج: أن المتحرك عند بدء الزمن كان يمر من مركز الاهتزاز $v<0$ وهو يتحرك في الاتجاه السالب.

المسألة الثانية:



يوضح الرسم البياني المجاور تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بتغير الموضع لهزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن حلقاته متباعدة ثابت صلابته k معلق به جسم كتلته $0.4kg$.

المطلوب:

1- استنتج قيمة ثابت صلابة النابض k .

2- احسب الدور الخاص للحركة.

3- احسب قيمة السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز.

معطيات المسألة:

$$m = 4 \times 10^{-1} kg$$

الحل:

الطلب الأول:

من الشكل: $E_{tot} = 5 \times 10^{-2} J$

$$X_{max} = 10cm = 10 \times 10^{-2} m$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2$$

$$E_{tot} = \frac{k X_{max}^2}{2}$$

$$k = \frac{2E_{tot}}{X_{max}^2}$$

$$k = \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{(10 \times 10^{-2})^2}$$

$$k = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10^{-1} \times 10^{2}$$

$$k = 10 N.m^{-1}$$

الطلب الثاني:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{10}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{4\times10^{-2}}$$

$$T_0 = 2\pi\times2\times10^{-1}$$

$$T_0 = 4\pi\times10^{-1}$$

$$T_0 = 125\times10^{-1}\times10^{-1}$$

$$T_0 = 125\times10^{-2}$$

$$T_0 = 1.25s$$

الطلب الثالث:

$$E_{tot} = E_p + E_k$$

$$E_{tot} = 0 + E_k$$

عند مركز الاهتزاز. $E_{tot} = E_k$

$$E_{tot} = E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{tot} = \frac{mv^2}{2}$$

$$mv^2 = 2E_{tot}$$

$$v^2 = \frac{2E_{tot}}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{tot}}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\times5\times10^{-2}}{4\times10^{-1}}} = \sqrt{\frac{5\times10^{-1}}{2}}$$

$$v = \sqrt{2.5\times10^{-1}} \Rightarrow \sqrt{25\times10^{-2}}$$

$$v = 5\times10^{-1} = 0.5m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة:

تشكل هزازة توافقية بسيطة من جسم كتلته $m = 1kg$ معلق بطرف نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة فينجز 10هزات في$10s$، ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها$16cm$. **المطلوب:**

1- استنتج علاقة الاستطالة السكونية لهذا النابض، ثم احسب قيمتها.
2- احسب قيمة السرعة العظمى (طويلة).
3- احسب قيمة التسارع في مطال$x = 6cm$.
4- احسب الطاقة الكامنة المرونية في موضع مطاله$x = -4cm$، واحسب الطاقة الحركية عندئذٍ.

معطيات المسألة:

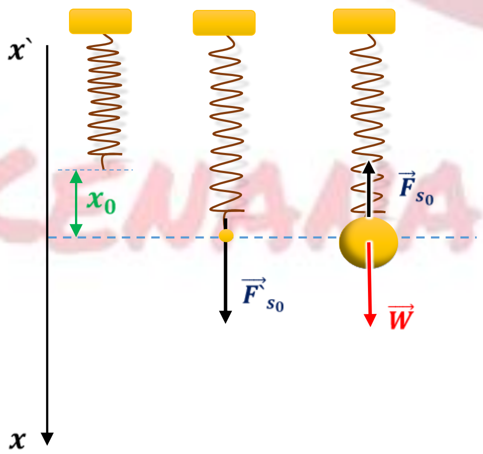
$m = 1kg$, $t = 10s$, $N = 10$ هزات

يرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $16cm$.

$$X_{max} = \frac{\text{طول القطعة المستقيمة}}{2} = X_{max} = \frac{16}{2} = 8cm$$

الحل:

جملة المقارنة: خارجية.



الجملة المدروسة: النواس المرن.

القوة الخارجية المؤثرة:

الكتلة: $\vec{W}$: ثقل الجسم شاقولية نحو الأسفل.

$\vec{F_{s_0}}$: قوة توتر النابض.

بمأن الجسم ساكن

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F_{s_0}} = \vec{0}$$

بالاسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل.

$$W - F_{s_0} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{W = F_{s_0}} \dots\dots (1)$$

النابض: تؤثر على النابض القوة $\overrightarrow{F'_{s_0}}$ التي تسبب له الاستطالة x_0 حيث

$$\boldsymbol{F'_{s_0} = kx_0}$$

$$\boldsymbol{F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0}$$

نعوض في (1) نجد:

$$\boldsymbol{W = kx_0}$$

$$\boldsymbol{mg = kx_0} \dots\dots (*)$$

$\boxed{\boldsymbol{W = mg}}$

من أجل حساب x_0 يجب علينا حساب k من علاقة الدور الخاص.

$$\boldsymbol{T_0} = \frac{t}{N} = \frac{10}{10} = \boldsymbol{1s}$$

الأن نحسب k

$$\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}}$$

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}}$$

$$1 = 4\pi^2 \times \frac{1}{k} \Rightarrow 1 = \frac{4\pi^2}{k}$$

$$\boldsymbol{k = 4\pi^2} = 4 \times 10 = \boldsymbol{40N.m^{-1}}$$

بالعودة إلى $(*)$

$$1 \times 10 = 40 \times x_0$$

$$\boldsymbol{x_0} = \frac{1}{4} = \boldsymbol{0.25m}$$

الطلب الثاني:

$$\boldsymbol{v_{max} = \omega_0 X_{max}}$$

يجب علينا إيجاد: $\boldsymbol{\omega_0} = ?$, $\boldsymbol{X_{max}} = ?$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\, rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = 8 \times 10^{-2} m$$

$$v_{max} = 2\pi \times 8 \times 10^{-2}$$

$$v_{max} = 16\pi \times 10^{-2} m.s^{-1}$$

الطلب الثالث:

$$\bar{x} = 6cm = 6 \times 10^{-2} m$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

$$\bar{a} = -(2\pi)^2 \times 6 \times 10^{-2}$$

$$\bar{a} = -4\pi^2 \times 6 \times 10^{-2} = -24 \times 10 \times 10^{-2}$$

$$\bar{a} = -24 \times 10^{-1} m.s^{-2}$$

الطلب الرابع:

$$\bar{x} = -4cm = -4 \times 10^{-2} m$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (4 \times 10^{-2})^2 = 20 \times 16 \times 10^{-4}$$

$$E_p = 32 \times 10^{-3} J$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (8 \times 10^{-2})^2 = 20 \times 64 \times 10^{-4}$$

$$E_{tot} = 128 \times 10^{-3} J$$

$$E_{tot} = E_p + E_k$$

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = 128 \times 10^{-3} - 32 \times 10^{-3}$$

$$E_k = (128 - 32) \times 10^{-3}$$

$$E_k = 96 \times 10^{-3} J$$

المسألة الرابعة:

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 16N.m^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص $1s$، وبسعة اهتزاز $X_{max} = 0.1m$، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالها $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب. المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العام.
2- عين لحظتي المرور الأول والثاني للكرة في موضع التوازن.
3- احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $x = +0.1m$
4- احسب كتلة الكرة.

معطيات المسألة:

$k = 16N.m^{-1}$ ، $X_{max} = 0.1m$

$v < 0$ وهي تتحرك في الاتجاه السالب $x = \frac{X_{max}}{2}$ ، $T_0 = 1s$

الحل:

الطلب الأول:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\, rad.s^{-1}$$

نعوض شروط البدء في تابع المطال:

$$\bar{x} = \frac{X_{max}}{2} \quad , \quad t = 0$$

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos(\omega_0(0) + \bar{\varphi})$$

$$\frac{1}{2} = \cos(\bar{\varphi})$$

$$\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3}rad \quad , \quad \bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}rad$$

$$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}rad$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) > 0$$

مرفوض لأنه يخالف شروط البدء لأن تحقق $\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}\ rad$ السرعة موجبة.

$$\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3} rad$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0$$

مقبول لأنه يوافق شروط البدء لأن تحقق $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3}\ rad$ السرعة سالبة.

$$\bar{x} = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) m$$

الطلب الثاني:

المرور الأول: $k = 0$

المرور الثالث: $k = 2$

الكرة في وضع التوازن: $\bar{x} = 0$

$$\bar{x} = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$0 = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$2t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + k$$

$$2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k$$

$$2t = \frac{1}{2 \times 2} - \frac{1}{3 \times 2} + \frac{k}{2}$$

$$t = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{k}{2}$$

$$t = \frac{3-2}{12} + \frac{k}{2}$$

$$t = \frac{1}{12} + \frac{k}{2}$$

المرور الأول : $k = 0$

$$t = \frac{1}{12} s$$

المرور الثاني: $k=1$

المرور الثالث: $k=2$

$$t=\frac{1}{12}+\frac{2}{2}=\frac{1}{12}+1=\frac{1+12}{12}$$

$$\boldsymbol{t=\frac{13}{12}s}$$

الطلب الثالث:

$\bar{x}=+0.1m$

$$F=|-k\bar{x}|$$

$$F=|-16\times 1\times 10^{-1}|$$

$$\boldsymbol{F=16\times 10^{-1}N}$$

الطلب الرابع:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0^2=4\pi^2\times\frac{m}{k}$$

$$\Rightarrow T_0^2=\frac{4\pi^2 m}{k}$$

$$4\pi^2 m=T_0^2 k$$

$$m=\frac{T_0^2 k}{4\pi^2}$$

$$m=\frac{1^2\times 16}{4\times 10}$$

$$m=\frac{4}{10}$$

$$\boldsymbol{m=0.4kg}$$

تفكير ناقد:

يحوي كأس ماء كتلته الحجمية ρ_{H_2O}، يوضع فيه مكعب خشبي كتلته m_{wood}وكتلته الحجمية ρ_{wood} حيث $\rho_{wood} < \rho_{H_2O}$ومساحة سطحه Aفيطفو وهو بحالة توازن وقد برز جزء منه فوق سطح الماء. عند التأثير بقوة شاقولية على المكعب الخشبي ليغمر كلياً بالماء ثم يترك فجأة. مانوع حركة المكعب الخشبي؟

الحل:

في حالة التوازن تتساوى شدة قوة ثقل المكعب الخشبي مع شدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليه، فتكون محصلة القوى المؤثرة معدومة$(\sum \vec{F} = \vec{0})$.

وعند التأثير على المكعب الخشبي بقوة شاقولية بحيث يتغير حجم القسم المغمور من المكعب، فتتغير شدة دافعة أرخميدس لتصبح محصلة القوى متناسبة مع الإزاحة ومعاكسة لها بالجهة وهي ما تسمى قوة الأرجاع$(\vec{F} = -k\vec{x})$ فتكون حركة جيبية انسحابية.

المسألة الاولى عامة:

نشـــكل هزازة توافقية بســـيطة مؤلفة من نابض مرن شـــاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صـــلابته $k = 10N.m^{-1}$مثبت من إحدى نهايتيه إلى نقطة ثابتة، ويحمل في نهايته الثانية جســـماً كتلته $m = 0.1kg$فإذا علمت أن مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم في مركز الاهتزاز، وهو يتحرك بالاتجاه السالب بسرعة $v = -3m.s^{-1}$.

المطلوب:

1-احسب نبض الحركة.

2-استنتج التابع الزمني لمطال الحركة.

3-احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $3cm$.

معطيات المسألة:

$k = 10N.m^{-1}$ ، $m = 0.1kg$

$x = 0$, $t = 0$

$v = -3m.s^{-1}$ وهي تتحرك في الاتجاه السالب

الحل:

الطلب الأول:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{10}{10^{-1}} = 100$$
$$\Rightarrow \omega_0 = 10 rad.s^{-1}$$

من أجل $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{2} rad, t = 0$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$$

مقبول يوافق شروط البدء (تجعل السرعة سالبة).

نعوض مكان الثوابت

$$\bar{x} = 0.3cos(10t + \frac{\pi}{2})$$

الطلب الثالث:

$F = ?$ **شدة قوة الارجاع عند** $\bar{x} = 3 \times 10^{-2} m$

$$F = |-k\bar{x}| \Rightarrow F = kx = 10 \times 3 \times 10^{-2}$$
$$F = 3 \times 10^{-1} N$$

ملاحظة:

مسألة عامة رقم 2
موجودة في بنك الأتمتة.