



Grade :9

YAMAN ASFARI



تاسع سوريا 2025

- ملفات لشرح كامل المنهاج
- الإجابة على كافة الاستفسارات
- أتمتات متنوعة وملاحظات
- متابعة حتى يوم الامتحان



حل جملة معادلتين خطيتين
بيانيا

أوراق عمل

أ. ماهر بربر

جبر- الوحدة الرابعة- الدرس الثالث

أتقن جيدا حلول المسائل الواردة
لتضمن الـ 100 درجة المخصصة للسؤال

* جميع الأسئلة الواردة في دورات سابقه بـ 100 درجة

* دورة 2021 المعودة.

المستقيمت (d1) و (d2) فماد لهما
ع المطلوب:

d1: $3y = -x - 4 \dots (1)$
d2: $y - x = -4 \dots (2)$

1) هل هما متوازيتان جبرياً

هل هما متوازيتان تكافئاً

بالجمع نجد $3y + x = 4 \dots (1)$
نعوض في نجد $y - x = -4 \dots (2)$

وبالتالي الناتج $(x, y) = (2, -2)$ هي الحل المشترك لجملة المعادلتين

2) تحقق من أن النقطة $A(-1, -1)$ تقع على المستقيم (d1).

نعوض في معادلات النقطة $A(-1, -1)$ في معادلة المستقيم (d1) نجد:

$A(-1, -1)$, d1: $3y = -x - 4 \Rightarrow 3(-1) = -(-1) - 4$
 $\Rightarrow -3 = 1 - 4 \Rightarrow -3 = -3 \Rightarrow A \in d1$

3) في معلم متجانس، ارسم المستقيمين (d1) و (d2) و اكتب إحداثيتي M

نقطة التقاطع.

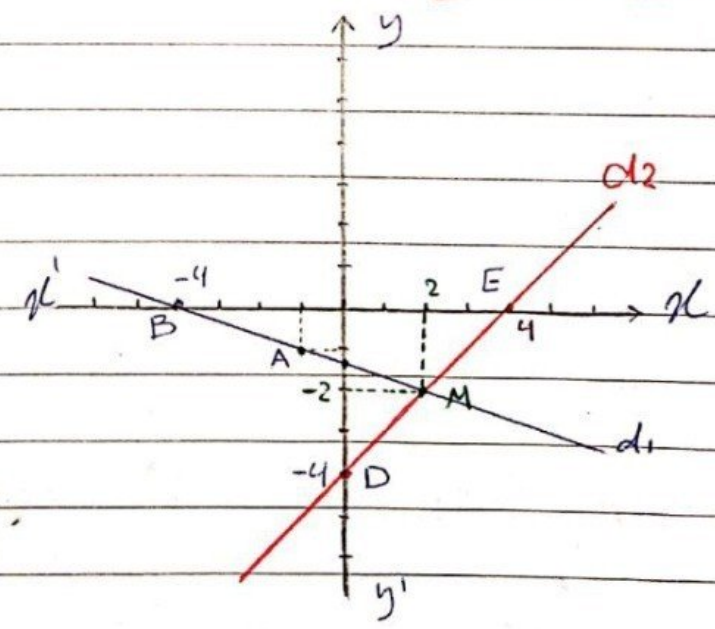
d1: $3y = -x - 4$
 $\Leftrightarrow y = -\frac{x}{3} - \frac{4}{3}$

d1	$c(0 -\frac{4}{3})$	$B(-4 0)$	$A(-1 -1)$
x	0	-4	-1
y	$-\frac{4}{3}$	0	-1

نقطة واحدة موجودة فرمها

d2: $y - x = -4 \Leftrightarrow y = x - 4$

d2	$D(0 -4)$	$E(4 0)$
x	0	4
y	-4	0



ند مضافا اليك المستقيمتين تقاطعهما في النقطة $M(x, y)$

وبالتالي نتقانا ذلك المعادلتين نجد $M(2, -2)$ وهي الحل المشترك لجملة المعادلتين

* دورة 2020 (طبعة) - أولاً:

ليكن المستقيمان (d) و (Δ) ومعادلتها كما في التوازي (1) $d: x+2y=4$ و $(\Delta): x-y=1$ المطلوب:

(أ) حل مسألة المعادلتين جبرياً

نضرب طرفي المعادلة الثانية ب (-1) ثم نجمع مع المعادلة الأولى نجد:

$$3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

نفوضي في (2) نجد $x=2$ ومنه الناتج $M(x,y) = (2,1)$ هو حل المعادلتين.

(ب) في معام قجابنا الرسم المستقيمان (d) و (Δ) وبتنا إحداثيات نقطة التقاطع.

$$d: x+2y=4$$

$$\Delta: x-y=1$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow y = x - 1$$

d	$A(0,2)$	$B(4,0)$
x	0	4
y	2	0

Δ	$C(0,-1)$	$D(1,0)$
x	0	1
y	-1	0

$$x=2, y=1$$

$$x=2, y=1$$

نرسم كما يلي:

المستقيمان (d) و (Δ)

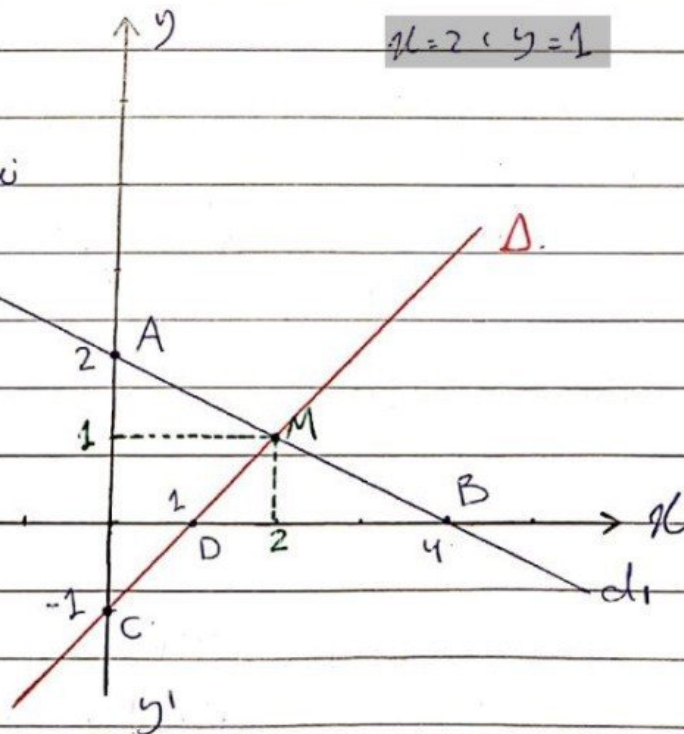
يتقاطعان في النقطة $M(x,y)$

وبإيجاد قاطع ذلك المحاورين نجد

$$M(x,y) = M(2,1)$$

وهي الحل المشترك

لمعادلتين



ثانياً: إذا كان مجموع العددين x و y يساوي 2، وكان ثلاثة أضعاف العدد x تزيد عن ضعف العدد y بمقدار 1، المطلوب:

(a) عبر عن الصيغة اللفظية بجملة معادلتين

$$\begin{cases} x + y = 2 \dots (1) \\ 3x = 2y + 1 \dots (2) \end{cases}$$

(b) تحققوا أن التنايخ $(1, 1)$ هي حلا للجملة الناتجة من الطرفين السابق.

نقوم من إمدائات النقطة المفروضة في (1) نجد:

تحققه $2 = 2 \Rightarrow 1 + 1 = 2$

نقوم من إمدائات النقطة المفروضة في (2) نجد:

تحققه $3 = 3 \Rightarrow 3 = 2 \cdot 1 + 1$

وبالتالي التنايخ $(1, 1)$ هي حلا للجملة المعادلتين لأننا تحققنا جميعاً.

أ. ماهر بربر * دورة صاه 2018

لكي d ، (d) و (d) متقيمان معادلتين متواكبتين التواكب:

$$\begin{cases} d: 2y = x + 2 \dots (1) \\ d: y + x = -2 \dots (2) \end{cases}$$

والمطلوب.

(1) هل d هي جملة المعادلتين مبرهنياً؟
هل d المعادلتين متكافئتان؟

$$\begin{cases} 2y - x = 2 \\ y + x = -2 \end{cases} \text{ بالجمع نجد}$$

$$3y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = -2$$

وهذه التنايخ $(x, y) = (-2, 0)$ هي حلا للجملة المعادلتين.

(2) المتقيم d يقطع محور الفواصل في A ، ويقطع محور الترتيب في B
بإحداثيات $A \in B$

هنا نتبع إلى ضرورة الالتزام والتقييد بالنقطة A و B .

$$d: 2y = x + 2 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} + 1$$

d	$B(0, 1)$	$A(-2, 0)$
x	0	-2
y	1	0

$B(0, 1)$ هي نقطة تقاطع d مع محور الترتيب.

$A(-2, 0)$ هي نقطة تقاطع d مع محور الفواصل.

3) تحقق أن النقطة $D(0, -2)$ هي نقطة على المعادلة $\Delta: y + x = -2$

نقوم بإحداثيات النقطة $D(0, -2)$ في المعادلة Δ نجر:

$$-2 + 0 \stackrel{?}{=} -2 \Rightarrow -2 = -2 \Rightarrow D \in \Delta$$

أي أن النقطة $D(0, -2)$ هي نقطة من المستقيم Δ (لأنها آتت من نقطة تقاطع

تقاطع مع المحاور x و y)

ABD

4) في معلم متجانس الرسم كالتالي من (A) ثم (B) و (D) المثلث $\triangle ABD$

ووجدنا سابقاً:

$$d: 2y = x + 2$$

$$\Delta: y + x = -2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{x}{2} + 1$$

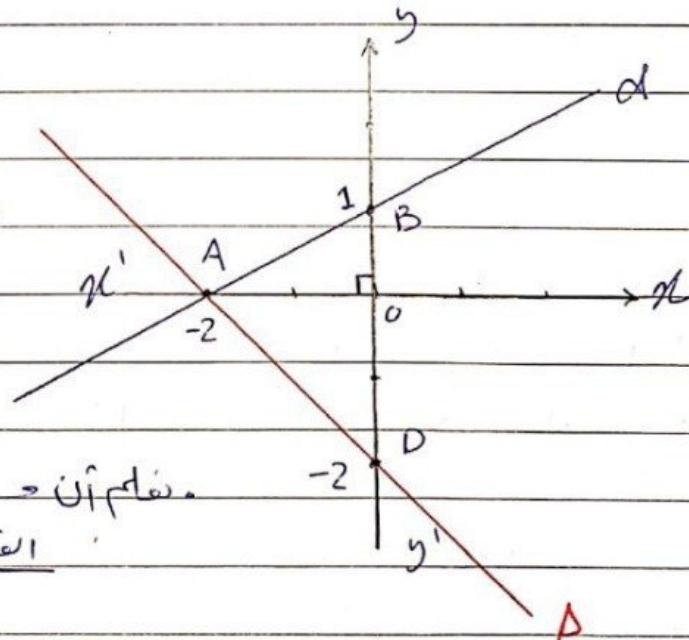
$$\Leftrightarrow y = -x - 2$$

d	$B(0, 1)$	$A(-2, 0)$
x	0	-2
y	1	0

Δ	$D(0, -2)$	$A(-2, 0)$
x	0	-2
y	-2	0

لأننا نرى أن النقطة A (لا تكمن في مستقيم d و Δ) تكون هي المحل المشترك.

(لأننا نرى أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة $A(-2, 0)$ وهي المحل المشترك للمعادلتين)



نظام أن = المساحة المثلثية تعطى بالقانون:

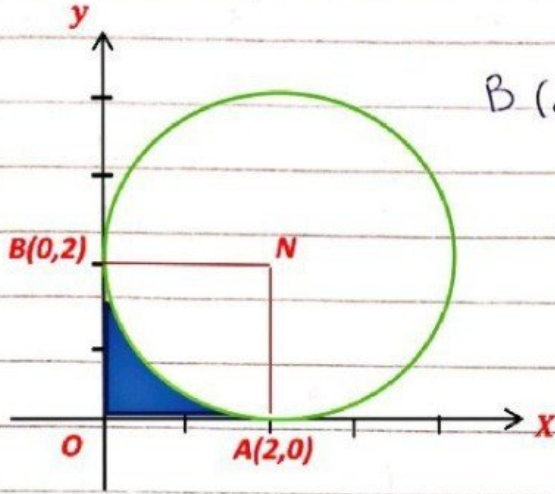
$$S(ABD) = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

القاعدة هي $BD = 3$ ، الارتفاع هو $AO = 2$ ومنه

$$S(ABD) = \frac{2 \times 3}{2} = 3 \text{ وحدة مربعة}$$

* 2018

في اعمام وتجانس رسوم فيه دائرة مركزها النقطة N والمحاور الفواصل



في النقطة $A(2,0)$
 والمحاور الترتيب في النقطة $B(0,2)$
 والمحاور:

(1) تحقق أن النقطتين $A(2,0)$

$B(0,2)$ تنتميان إلى

المتقيم $d: y + x = 2$

نوفين، اهديات النقطة $A(2,0)$

في المعادلة نجد:

$$0 + 2 = 2 \Rightarrow 2 = 2 \Rightarrow A(2,0) \in d$$

(وهي نقطة تقاطع المتقيم d مع محور الفواصل)

نوفين، اهديات النقطة $B(0,2)$ في المعادلة نجد:

$$2 + 0 = 2 \Rightarrow 2 = 2 \Rightarrow B(0,2) \in d$$

(وهي نقطة تقاطع المتقيم d مع محور الترتيب).

$$d: y - x = 0$$

(2) في اعمام وتجانس الرسوم المتقيم d والمحاور

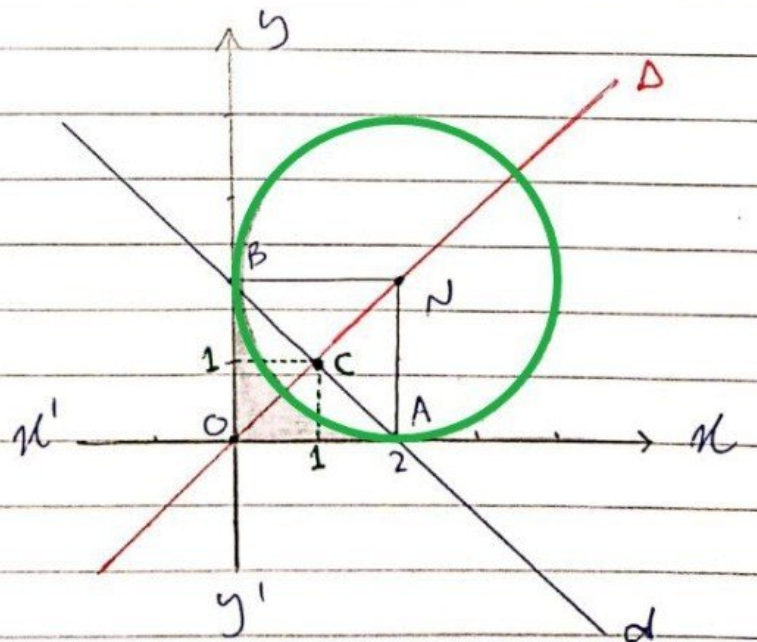
$$d: y + x = 2$$

$$\Leftrightarrow y = -x + 2$$

d	$B(0,2)$	$A(2,0)$
x	0	2
y	2	0

$$d: y - x = 0$$

$$\Leftrightarrow y = x$$



Δ	$O(0,0)$	$C(1,1)$	$N(2,2)$
x	0	1	2
y	0	1	2

(3) جد إحداثيتي نقطة التقاطع بين المستقيمين Δ و Δ' .
 نلاحظ أن: المستقيمان يتقاطعان في النقطة $(1, 1) \in \text{أي أن}$
 الثانية $C(1, 1) = C(1, 1)$ هي مركز المثلث المتساوي.

(4) أم ب قياسها القوس \widehat{AB} وإم ب مساحة المربع $OANB$
 وإم ب مساحة الجذر المطلق.

الدائري $OANB$ مربع طول ضلعه $l = 2$ وحدة
 $\widehat{BNA} = 90^\circ$ وبالتالي:

$\widehat{BNA} = \widehat{AB} = 90^\circ$ (قياسها الزاوية المركزية يساوي قياسها القوس)
 التي تظهرها وبالتالي:

مساحة المربع تساوي (طول ضلعه)² وحدة.

$$S(OANB) = l^2 = 4 \text{ وحدة مربعة}$$

مساحة الجذر المطلق S' هي مساحة المربع وطرح منه

مساحة ربع الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $R = 2$ وحدة:

$$S' = 4 - \frac{1}{4} (\pi \times (2)^2) = 4 - \frac{1}{4} (\pi \times 4)$$

$$= 4 - \pi \text{ وحدة مربعة}$$

ليكن المستقيمتان (d) و (Δ) ومعادلتيهما كالتالي:

$$\begin{cases} d: y = x \dots (1) \\ \Delta: x + y = 4 \dots (2) \end{cases}$$

والمطلوب:

(1) هل هاتين المعادلتين ممبيتان؟

نقوم في المعادلة الأولى في الثانية نجد:

$$x + x = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

نقوم في المعادلة الأولى نجد $y = 2$ ومنه الثانية $(2, 2) = (x, y)$

لهذا مشتركا لهما المعادلتين

(2) تحقق أن كلتا النقطتين $A(4, 0)$ و $B(0, 4)$ تقعان على المستقيم Δ .

نقوم بإحداثيات النقطة $A(4, 0)$ في معادلة المستقيم Δ نجد:

$$4 + 0 = 4 \Rightarrow 4 = 4 \Rightarrow A(4, 0) \in \Delta$$

(وهي نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور السينات).

نقوم بإحداثيات النقطة $B(0, 4)$ في معادلة المستقيم Δ نجد:

$$0 + 4 = 4 \Rightarrow 4 = 4 \Rightarrow B(0, 4) \in \Delta$$

(وهي نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الترتيب).

(3) في وعلم وجاهت المماسات (d) و (Δ) و اكتب إحداثيات N

نقطة تقاطعهما.

$$d: y = x$$

$$\Delta: x + y = 4$$

$$\Leftrightarrow y = -x + 4$$

d	$0(0, 0)$	$C(1, 1)$	$N(2, 2)$	Δ	$B(0, 4)$	$A(4, 0)$	$N(2, 2)$
x	0	1	2	x	0	4	2
y	0	1	2	y	4	0	2

لهذا النقطة الناتجة من حل هاتين المعادلتين ممبيتان تقاطع المستقيمتين
مما يعني أن تقاطع المستقيمتين في هذه النقطة.

*** نموذج وزياري**

$$\begin{cases} d: y = x - 2 \dots (1) \\ d': y + x = 2 \dots (2) \end{cases}$$

ليكن (d) ، (d') و تقنيات من

(1) حل ابرياء الجملة السابقة.

جملة المعادلتين تكافئ:

$$\begin{cases} x = -2 \\ y + x = 2 \end{cases} \text{ بالجمع نجد: } \begin{cases} 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ y + x = 2 \end{cases}$$

نعوض في (2) نجد $x = 2$ ومنه:

الثانية $(2, 0) = (x, y)$ هي حل لجملة المعادلتين.

(2) ابرياء باهرات نقاط تقاطع (d) ، (d') مع ابرياء الابرائية.

$A(0, -2)$ نقطة تقاطع d مع محور الترتيب

$B(2, 0)$ = d = الفواصل

$C(0, 2)$ = d' = الترتيب

$B(2, 0)$ = d' = الفواصل

d	$A(0, -2)$	$B(2, 0)$
x	0	2
y	-2	0

(3) ابرياء (d) ، (d') ثم نتج الحل المشترك

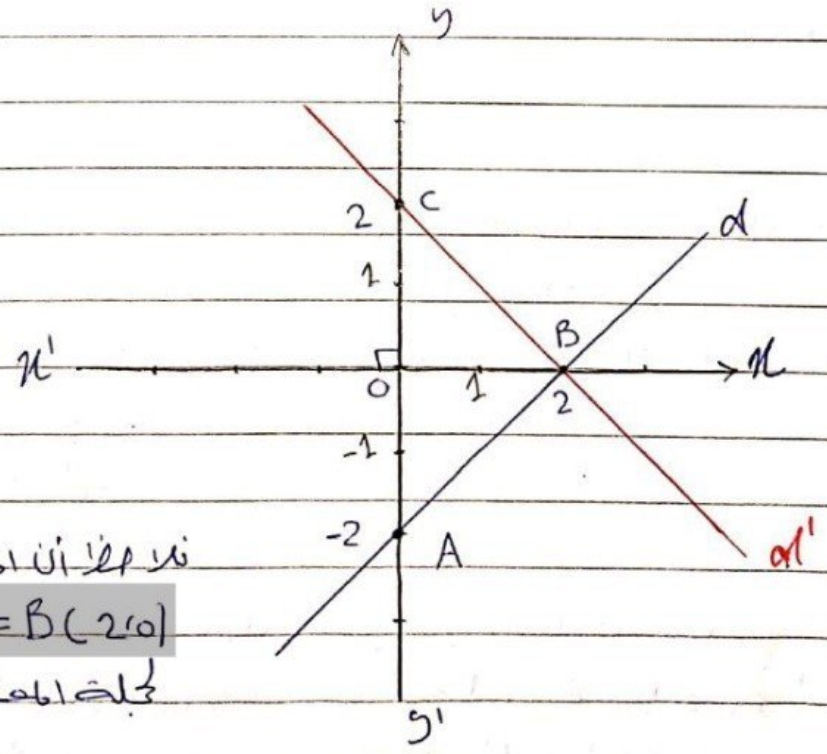
معادلتين الجملة بيانياً.

$$d': y + x = 2$$

$$\Leftrightarrow y = -x + 2$$

d'	$C(0, 2)$	$B(2, 0)$
x	0	2
y	2	0

نقطة التقاطع B



نلاحظ ان ابرياء تقاطع في النقطة

$$B(x, y) = B(2, 0)$$

جملة المعادلتين هو الثانية $B(2, 0)$

أعيد التأكيد على أهمية مثل هذه الطلبات

(4) أثبت أن المثلث القائم (α) يعاد المثلث (α')

بوجود طرائق للمثلث:

طريقة أولى: من المثلث القائم OCB نجد OC و OB فيثاغورث:

$$[CB]^2 = [OC]^2 + [OB]^2 \Rightarrow [CB]^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$$

$$[CB] = 2\sqrt{2} \text{ : وحده}$$

وبنفس الطريقة من المثلث القائم ABO نجد OA و OB فيثاغورث:

$$[AB]^2 = [OB]^2 + [OA]^2 \Rightarrow [AB]^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$$

$$[AB] = 2\sqrt{2} \text{ : وحده}$$

2 وليس 2- اثبت

الزوايا دوماً حادة

أصبح لدينا في المثلث ABC :

$$[CA] = 4, [CB] = 2\sqrt{2}, [AB] = 2\sqrt{2} \text{ و } OC \perp AB \text{ و } OB \perp AC \text{ فيثاغورث}$$

$$[CA]^2 \stackrel{?}{=} [CB]^2 + [AB]^2$$

$$4^2 \stackrel{?}{=} (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$16 \stackrel{?}{=} 8 + 8 \Rightarrow 16 = 16 \text{ تحققه}$$

بالتالي المثلث ABC قائم في B بمعنى آخر: $CB \perp AB$

أي: $\alpha' \perp \alpha$

طريقة ثانية:

في المثلث ABC نلاحظ أن النقطة O تقع في AC أي أن OB عمود

في المثلث ABC و OA و OB نصف طول الضلع المتعلق به

(العمود) $[AC] = 4, [OB] = 2$ فالمثلث ABC قائم في B

بمعنى آخر: $CB \perp AB$

أي: $\alpha' \perp \alpha$

تذكر: في المثلث القائم، المتوسط المتعلق بالوتر أي نصف طول الوتر

وبالعكس، إذا كان المتوسط المتعلق بأحد أضلاع مثلث ما نصف طول هذا

الضلع فإن المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل لهذا الضلع.

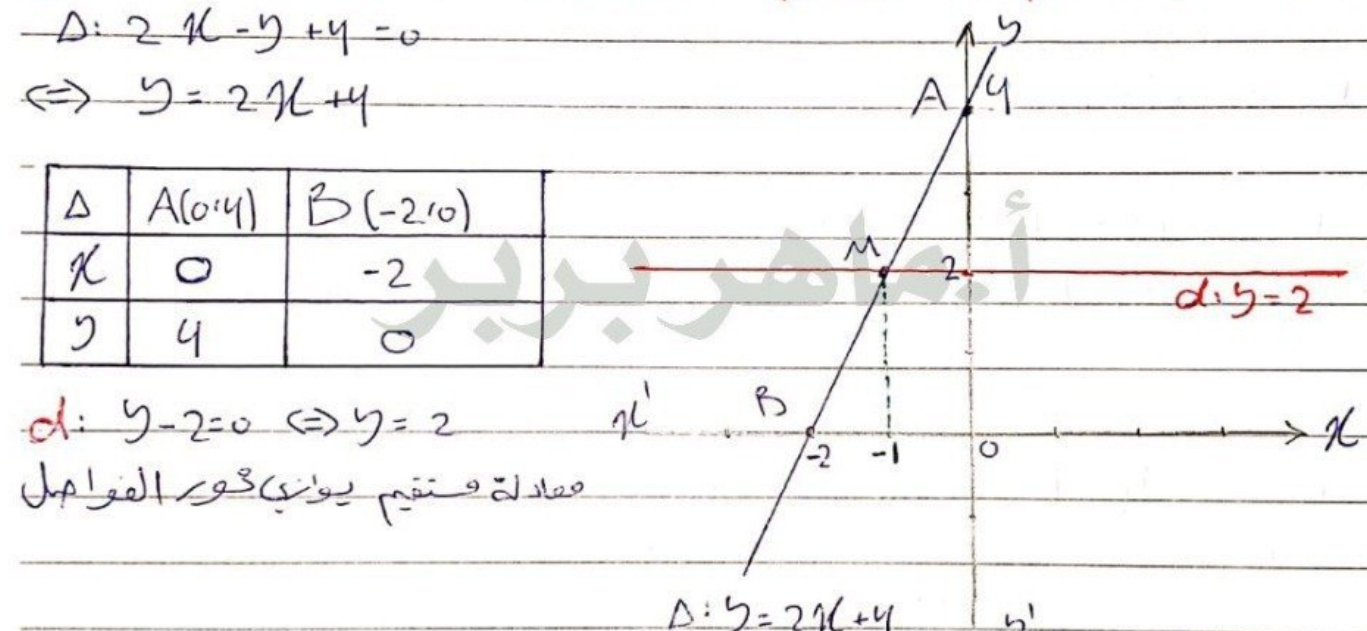
* على ذوق وزارة *

لتكن المعادلة الخطية $2x - y + 4 = 0$ ، قمت بالبيان عبارة عن مستقيم Δ في بعارة متعامدة رقائبة، هو المطلوب .

(1) اكتب المعادلة الخطية السابقة بالشكل $y = mx + p$ ثم اكتب m, p

$\Delta: 2x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 4$ } $m = 2$ and $p = 4$
 هذا الشكل $y = mx + p$ } \Rightarrow

(2) ارسم المستقيم Δ والمستقيم $d: y - 2 = 0$ و اوجد M نقطة التقاطع .



نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في نقطة واحدة $M(x, y)$ وبالإحداثيات
 $M(x, y) = M(-1, 2)$
 أي أن الحل المشترك لمعادلتين هو النتيجة السابقة .

(3) تأكد من صحة الحل الذي حصلنا عليه في الطلب السابق لكل المعادلة مرتين .

(1) $2x - y + 4 = 0$ لدينا $y = 2$ نعوضها في (1) نجد
 $2x - 2 + 4 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$ } $y = 2$
 أي أن الثانية $M(x, y) = (-1, 2)$ هي مشتركة لمعادلتين
 مما يؤكد صحة الحل السابق الوارد في الطلب السابق .

- المتقيمان d_1 و d_2 وعادتهما:

$$\begin{cases} d_1: y = 2x + 2 \text{ ---- (1)} \\ d_2: 3x - y + 3 = 0 \text{ ---- (2)} \end{cases}$$

1 حل. اوجد المعادلتين. مبرياً

تسطح استخدام طريقة الحذف بالتعويض بأن نعوض المعادلة (1) في (2) او العكس لا مفر بأن الجملة تكتب بالشكل:

$$\begin{cases} d_1: -2x - 2 + y = 0 \\ d_2: 3x + 3 - y = 0 \end{cases}$$

بالجمع نجد:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ نعوض في (1) نجد}$$

$$y = 0 \text{ وبالتالي النتيجة } (x, y) = (-1, 0) \text{ هي هنا مشتركة لجملة المعادلتين.}$$

2 م. اوجد اثبتت النقطة B نقطة تقاطع المتقيمان d_1 مع محور الترتيب.

يتقاطع المتقيم $d_1: y = 2x + 2$ مع محور الترتيب عندما $x = 0$ ومنه $y = 2$ أي أن B(0,2) هي نقطة تقاطع المتقيم d_1 مع محور الترتيب.

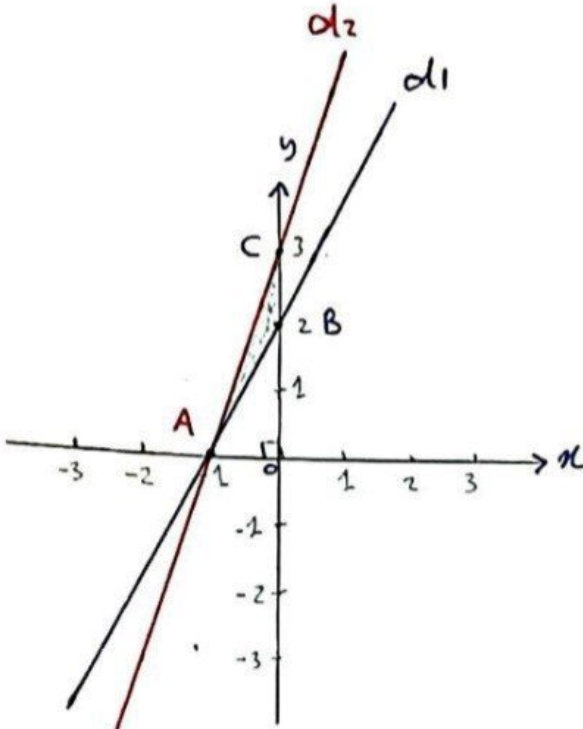
ثم م. اوجد اثبتت النقطة C نقطة تقاطع المتقيم d_2 مع محور الترتيب.

يتقاطع المتقيم $d_2: y = 3x + 3$ مع محور الترتيب عندما $x = 0$ ومنه $y = 3$ أي أن C(0,3) هي نقطة تقاطع المتقيم d_2 مع محور الترتيب.

3 في معلم متجانس اوجد النقطتين B, C ثم اوجد النقطتين A نقطة تقاطع المتقيمان d_1, d_2 ثم اوجد

الملاحظة: لا ضرورة لرسم الجداول المتعددة في هذه الحالة حيث قمنا بتعيين نقطتين من كل متقيم نقطة التقاطع (الكل المتحرك) بالإضافة الى نقطتي A, B و لهذا يكفي لرسم المتقيمان /

$$\begin{aligned} A(-1, 0), B(0, 2) \in d_1 \\ A(-1, 0), C(0, 3) \in d_2 \end{aligned}$$



مطلوب امنياني: مغير مبرياً

اوجد مساحة المثلث ABC ثم اوجد محيطه.

* S_{ABC} - طريقة أولك:

مساحة المثلث ABC هي عبارة عن مساحة المثلث القائم AOC وطرحنا منها مساحة المثلث القائم AOB:

$$S_{ABC} = S_{AOC} - S_{AOB} = \frac{3 \times 1}{2} - \frac{2 \times 1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \text{ وحدة مربعة}$$

- طريقة ثانية:

المثلث ABC فمخرج الزاوية ثلاثي ارتفاعاته في نقطة تقع خارجها عندئذ:

$$S_{ABC} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

الارتفاع هو $AO = 1$ وطوله يساوي 1

القاعدة هي CB (ولي CO) وطولها 1

$$S_{ABC} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} \text{ وحدة مربعة}$$

* S_{ABC} محيط المثلث ABC

$$CB = 1$$

- من المثلث القائم AOB و $AO = 1$ و $BO = 1$ نجد: $AB = \sqrt{2}$

- من المثلث القائم AOC و $AO = 1$ و $CO = 2$ نجد: $AC = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow P(ABC) = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

حروف ذات صوت هدا للكرامك القادمة (عواملها)

* (1) بفرض d_1, d_2 و تقيمان معينان بالمعادلتين:

$$\begin{cases} d_1: y = m_1 x + p_1 \\ d_2: y = m_2 x + p_2 \end{cases}$$

ان الشرط اللازم والكافي ليكونا متقيمان d_1, d_2 متعامدان هو ان يكون هدا العددين m_1, m_2 هدا -1 أي:

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$$

تحقق من ذلك بل الطلبات السابقة والمعلقة بإثبات التعامد

* (2) اذا كان $m_2 = m_1$ جان $d_1 \parallel d_2$ وفي هذه الحالة

لا يوجد نقطة تقاطع له تقيمان أي لا يوجد هدا مشترك للخطين في نقطة الحل

* (3) اذا كان $m_2 = m_1$ and $p_1 = p_2$ كمتتقيات

المعادلتين متكافئتان بالتالي التقييم d_1 ينطبق ذلك التقييم d_2 ويكون للخط عدد لا نهائي من الحلول

* * *

أكتفي بحل هذا القدر من أسئلة الدورات والتي ناقشنا في أغلب الحالات التي قد تأتي في الامتحانات وأسأقوم بإرفاق باقي الأسئلة دون هدا ما اول التدرج عليك والاشكر فيك بأجمع وقتي

* * *

وبعد كل هذا - يجب أن تكون ال 100 درجة قرأ هجرتي في قناتك الجميع ... 🙌