1) المتتالية $(u_n)_{n\geq3}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{3n+1}{n-2}$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

حيث f معرف واشتقاقي على المجال $]3 , +\infty[$

$$f'(x) = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0$$

التابع f متناقص تماماً على المجال $]3 , +\infty[$

إعداد: م رشا باره | الجواب: B | تنسيق: م أمين الحايك

2) المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_n = \sqrt{3n+1}$ هي متتالية:

A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{3(n+1)+1} - \sqrt{3n+1} = \sqrt{3n+4} - \sqrt{3n+1}$$

نعلم أن: $3n+4 > 3n+1$

إذاً $\sqrt{3n+4} > \sqrt{3n+1}$

بالتالي: $\sqrt{3n+4} - \sqrt{3n+1} > 0$

إذاً: $u_{n+1} - u_n > 0$

إعداد: م محمد الحموش | الجواب: A | تنسيق: م أمين الحايك

3) المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{n}{10^n}$ هي متتالية:

A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل

جميع الحدود موجبة تماماً

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{10^{n+1}} \times \frac{10^n}{n} = \frac{n+1}{10n} = \frac{n+1}{n+9n} < 1$$

إعداد: م أمجد شاليش | الجواب: B | تنسيق: م أمين الحايك

4) لدينا $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية حسابية فيها $u_2 = 41$ و $u_5 = -13$ عندئذ u_{20} يساوي:

A	-283	B	-328	C	-238	D	283

نحو الحل

$$r = \frac{u_m - u_p}{m-p} = \frac{u_5 - u_2}{5-2} = \frac{-13-41}{3} = -18$$

$$u_m = u_p + (m-p)\cdot r$$

$$u_{20} = u_5 + (20-5)\cdot(-18) = -283$$

إعداد: م زكي طحاوي | الجواب: A | تنسيق: م أمين الحايك

(5) لدينا $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها 3 وفيها $u_1 = -2$. إن عبارة u_n بدلالة n:

A	$u_n = 3n+1$	**B**	$u_n = 3n-2$	**C**	$u_n = 3n-5$	**D**	$u_n = 3n-1$

نحو الحل:

$$u_n = (n-1)\cdot r + u_1 = (n-1)(3) - 2$$
$$u_n = 3n - 5$$

إعداد: م جمال الخليل	الجواب: C	تنسيق: م أمين الحايك

(6) لدينا $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها -2 وفيها $u_0 = -3$.
عندئذ فإن المجموع: $S = u_{25} + u_{26} + \cdots + u_{124}$ يساوي:

A	$+9900$	**B**	-15200	**C**	-15048	**D**	-30400

نحو الحل:

$$u_n = n\cdot r + u_0 = -2n - 3$$
$$u_{124} = -251 \quad , \quad u_{25} = -53$$
$$S = \frac{100\cdot(u_{124} + u_{25})}{2} = 50(-251-53) = -15200$$

إعداد: م سلمى عبدو	الجواب: B	تنسيق: م أمين الحايك

(7) المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}$ هي هندسية أساسها:

A	$q = \frac{2}{3}$	**B**	$q = \frac{3}{2}$	**C**	$q = \frac{9}{2}$	**D**	$q = \frac{2}{9}$

نحو الحل:

$$u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{3^{n+2}} \Longrightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2\times 2^n}{9\times 3^n}\times\frac{3\times 3^n}{2^n} = \frac{2}{3}$$

إعداد: م رشا سقور	الجواب: A	تنسيق: م أمين الحايك

(8) لدينا $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 3 وفيها $u_1 = -2$. إن عبارة u_n بدلالة n:

A	$u_n = -2(3)^n$	**B**	$u_n = \frac{2}{3}(3)^n$	**C**	$u_n = 3(-2)^n$	**D**	$u_n = \frac{-2}{3}(3)^n$

نحو الحل:

$$u_n = u_1\cdot q^{n-1} = -2(3)^{n-1} = \frac{-2}{3}(3)^n$$

إعداد: م مازن الزعبي	الجواب: D	تنسيق: م أمين الحايك

(9) لدينا $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 2 وفيها $u_0 = 1$.
عندئذ فإن المجموع: $S = u_3 + u_4 + \cdots + u_{10}$ يساوي:

A	-2040	**B**	1020	**C**	2040	**D**	2056

نحو الحل:

$$u_3 = u_0\cdot q^3 = 2^3 = 8$$
$$S = (\text{أول حد})\frac{1-q^{\text{عدد الحدود}}}{1-q} = 8\,\frac{1-2^8}{1-2} = -8(1-256) = 2040$$

إعداد: م باسل سطمة	الجواب: C	تنسيق: م أمين الحايك

(10 لدينا $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها 3 وفيها $u_1 = -2$.
عندئذ فإن المجموع: $S = u_2 + u_4 + \cdots + u_{2n}$ يساوي:

A		B		C		D	
A	$\frac{4}{3}(1-3^n)$	B	$\frac{3}{4}(1-9^n)$	C	$\frac{3}{4}(9^n-1)$	D	$\frac{3}{4}(1+9^{2n})$

نحو الحل

$$u_2 = u_1 \cdot q^1 = -2 \cdot 3^1$$

نضع $S = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

$$q' = q^2 = 9 \quad , \quad v_1 = u_2 = -6$$

$$S = (\text{أول حد})\frac{1-q'^{\text{عدد الحدود}}}{1-q'} = -6\frac{1-9^n}{1-9} = \frac{3}{4}(1-9^n)$$

إعداد: م أحمد أبو السل | الجواب: B | تنسيق: م أمين الحايك

(11 قيمة المجموع: $S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + 3 + \cdots + 10$
تساوي:

A	210	B	105	C	205	D	100

نحو الحل

S يمثل مجموع 20 حداً متوالياً لمتتالية حسابية أوله $a = \frac{1}{2}$ وآخره $l = 10$

$$S = \frac{(\text{عدد الحدود})\cdot(a+l)}{2} = \frac{20\cdot\left(\frac{1}{2}+10\right)}{2} = \frac{(20)(21)}{4} = 105$$

إعداد: م هشام التركماني | الجواب: B | تنسيق: م أمين الحايك

(12 $\boldsymbol{a}$ و $\boldsymbol{b}$ و $\boldsymbol{c}$ ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية متناقصة تحقق:

$$\boldsymbol{a+b+c=21} \qquad , \qquad \boldsymbol{a\cdot b\cdot c=216}$$

عندئذ الثلاثية $(\boldsymbol{a,b,c})$ تساوي:

A	$(3,6,12)$	B	$(9,7,5)$	C	$(8,7,6)$	D	$(12,6,3)$

نحو الحل

$$a\cdot b\cdot c = 216 \xrightarrow{b^2=a\cdot c} b^3 = 216 \Rightarrow b = 6$$

وبما أن المتتالية متناقصة يكون الجواب الصحيح D

إعداد: م مصطفى الرزوق | الجواب: D | تنسيق: م أمين الحايك

(13 المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق العلاقة: $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^n}$ هي متتالية

A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2^{n+1}} > 0$$

إعداد: م رياض الحسين | الجواب: A | تنسيق: م مهند حريقة

14) المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق العلاقة: $u_n = \left(-\frac{1}{n}\right)^n$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل:

$$u_1 = -1 \ , u_2 = \frac{1}{4} \ , u_3 = -\frac{1}{27} \ , u_4 = \frac{1}{256} \ \ldots ..$$

نلاحظ أن الحدود ذات الدليل الفردي سالبة وذات الدليل الزوجي موجبة فالمتتالية غير مطردة

إعداد: م نور خزام | الجواب: D | تنسيق: م مهند حريقة

15) المتتالية $(u_n)_{n\geq2}$ المعرفة وفق العلاقة: $u_n = \frac{n^2}{n!}$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل:

حدودها موجبة تماماً ولدينا $u_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)!}$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)!} \times \frac{n!}{n^2} = \frac{n+1}{n^2} < 1$$

حيث

$$n^2 - (n+1) = n^2 - n - 1 = n^2 - 2n + 1 + n - 2$$

$$= (n-1)^2 + n - 2 > 0 \Longrightarrow$$ (البسط أصغر تماماً من المقام)

إعداد: م فاطمة شهابي | الجواب: B | تنسيق: م مهند حريقة

16) المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل:

هذه متتالية تآلفية، بحساب الحدود الأولى نجد أنها متزايدة تماماً، ويمكن الاثبات بالتدريج

إعداد: م أحمد ذياب الرفاعي | الجواب: A | تنسيق: م مهند حريقة

17) المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 8$ و $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل:

بحساب الحدود الأولى نلاحظ أن $u_0 = 8 \ , u_1 = 8 \ , u_2 = 8 \ \Longrightarrow \ u_n = 8$

إعداد: م محمد داود | الجواب: C | تنسيق: م مهند حريقة

18) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 7$ و $u_{n+1} = 10u_n - 18$
عندها تكتب عبارة u_n بدلالة n بالشكل:

A		B		C		D	
A	$5 \times 10^n - 2$	B	$10^n + 6$	C	$5 \times 10^n + 2$	D	$5 \times 10^n + 1$

نحو الحل:

$$u_0 = 5 + 2 = 7 \ , \quad u_1 = 70 - 18 = 52 = 50 + 2$$

$$u_2 = 520 - 18 = 502 = 500 + 2$$

$$\Rightarrow u_n = 5 \times 10^n + 2$$

إعداد: م وائل عنيزان | الجواب: C | تنسيق: م مهند حريقة

19)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق:

$$u_{n+1} = 2u_n - 3 \text{ و } u_0 = 2$$

عندها تكتب عبارة u_n بدلالة n بالشكل:

A		**B**		**C**		**D**	
A	$3 - 2^n$	**B**	$3 + 2^n$	**C**	$1 - 2^n$	**D**	$2 - 2^n$

نحو الحل

(بتعويض $n = 0$ في الخيارات نجد أن $u_0 = 2$ محقق فقط في الخيار A)

أما الحل بشكل مفصل يكون كما يلي:

نوجد حل المعادلة $f(x) = x$ فنجد $x = l = 3$

نكوّن متتالية مساعدة $v_n = u_n - l$ ونبرهن انها هندسية

$$v_n = u_n - 3$$

$$\Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 2u_n - 3 - 3 = 2v_n$$

فهي هندسية واساسها $q = 2$

ويكون حدها العام $v_n = -2^n$

$$u_n = v_n + 3 = -2^n + 3$$

إعداد: م يازد صبوح	الجواب: A	تنسيق: م مهند حريقة

20)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = -u_n + 4$

عندها تكتب عبارة u_n بدلالة n بالشكل:

A		**B**		**C**		**D**	
A	$2 - (-1)^n$	**B**	$4 - (-1)^n$	**C**	$2 + (-1)^n$	**D**	$1 + 2(-1)^n$

نحو الحل

n	0	1	2	3
u_n	3	1	3	1
$(-1)^n$	1	-1	1	-1
$u_n - (-1)^n$	2	2	2	2

وبالتالي نجد أن $u_n - (-1)^n = 2$ ومنه $u_n = 2 + (-1)^n$

إعداد: م عبد السلام حسن	الجواب: C	تنسيق: م مهند حريقة

21)

a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية مختلفة حيث $a \neq 0$. نعلم أن a و b و c هي ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها q . كما نعلم أن $3a$ و $2b$ و c هي ثلاثة حدود متوالية من متتالية حسابية.

عندئذٍ q يساوي:

A		**B**		**C**		**D**	
A	1	**B**	2	**C**	3	**D**	4

نحو الحل

إن a و b و c هي ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية بالتالي $(a, b, c) = (a, aq, aq^2)$

وأيضاً $3a$ و $2b$ و c ثلاثة حدود متوالية من متتالية حسابية

وبالتالي: $3a + c = 2(2b)$

$$3a + aq^2 = 4aq$$

$$\xrightarrow[a\neq 0]{\text{نقسم على}} q^2 - 4q + 3 = 0$$

$q = 1$ مرفوض (لأن حدود المتتالية الهندسية مختلفة)

أو $q = 3$ مقبول

إعداد: م خليل الكيلاني	الجواب: C	تنسيق: م مهند حريقة

22) لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق العلاقة: $u_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

فإن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $v_n = u_{2n}-u_n$ هي متتالية:

A		B		C		D	
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة

نحو الحل

$$u_{2n} = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$$

$$v_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$$

$$\Longrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}$$

$$\Longrightarrow v_{n+1}-v_n = \frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1} = \frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+2}$$

$$\Longrightarrow v_{n+1}-v_n = \frac{1}{(2n+1)(2n+2)} > 0$$

إذاً المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متزايدة تماماً

إعداد: م آلدار كلابدون	الجواب: A	تنسيق: م أمين الحايك

23) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 1 , u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1} \quad (n\geq 1)\end{cases}$

ولنعرف المتتالية الهندسية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق $v_n = u_{n+1}-2u_n$ ، عندئذٍ تعطى $(v_n)_{n\geq0}$ بدلالة n وفق:

A		B		C		D	
A	2^n	B	3^n	C	$3(2)^n$	D	$2(3)^n$

نحو الحل

$$v_{n+1} = u_{n+2}-2u_{n+1} = 5u_{n+1}-6u_n-2u_{n+1}$$
$$= 3(u_{n+1}-2u_n) = 3v_n$$

أي أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=3$ و $v_0 = 2$

وبالتالي $v_n = 2\,(3)^n$

إعداد: م عبد العزيز المقداد	الجواب: D	تنسيق: م مهند حريقة

(24

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 1\ , u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1} \quad (n \geq 1) \end{cases}$

ولنعرف متتاليتين $(v_n)_{n\geq 0}$ و $(w_n)_{n\geq 0}$ بالشكل:

$v_n = u_{n+1} - 2u_n$ هندسية أساسها 3 و $w_n = u_{n+1} - 3u_n$ هندسية أساسها 2

عندئذ فإن الحد العام للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ يكتب بالشكل:

A	$u_n = 2 \cdot (3)^n - 2^n$	**B**	$u_n = 3 \cdot (2)^n - 3^n$
C	$u_n = 2 \cdot (2)^n - 3^n$	**D**	$u_n = 2^n - 2 \cdot (3)^n$

نحو الحل

لدينا $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 3 إذاً: $v_n = v_0 \cdot (3)^n$ **و** $v_0 = u_1 - 2u_0 = 4 - 2 = 2$

$$\Longrightarrow v_n = 2 \cdot (3)^n$$

لدينا $(w_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 2 إذاً: $w_n = w_0 \cdot (2)^n$ **و** $w_0 = u_1 - 3u_0 = 4 - 3 = 1$

$$\Longrightarrow w_n = (2)^n$$

بالطرح

$$\frac{\begin{matrix} v_n = u_{n+1} - 2u_n \\ w_n = u_{n+1} - 3u_n \end{matrix}}{v_n - 2^n = u_n}$$

$$\Longrightarrow u_n = 2 \cdot (3)^n - 2^n$$

إعداد: م نادر أبو راس	الجواب: A	تنسيق: م أمين الحايك

ملاحظة:

يمكن الوصول إلى الجواب الصحيح ذهنياً أو باستخدام طرائق تجريبية أو عن طريق التعويض المباشر

كتابة وتنسيق: م أمين الحايك / م مهند حريقة	الإشراف العلمي: م عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي

المدرسون: محي الدين إسماعيل & خالد الحداد & حسام قاسم & محمد أحمد العيسى & محمد السيد علي & عبد السلام حسن & بشار كنعان & نادر أبو راس & زينب يوسف & محمد زين جعرور & هيثم ديوب & زكي طحاوي & صلاح أحمد سالم & آلدار كلابدون & يوسف منصور & مصطفى الرزوق & فادي طنوس