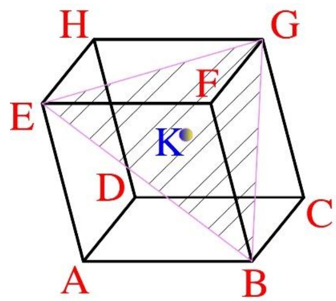
$ABCDEFGH$ متوازي سطوح و K مركز ثقل المثلث BEG



عندئذ يكون $\overrightarrow{DK}$ مساوياً :

A	$\frac{1}{2}\overrightarrow{DF}$	B	$\frac{1}{3}\overrightarrow{DF}$	C	$\frac{2}{3}\overrightarrow{DF}$
D	$\frac{1}{4}\overrightarrow{DF}$	E	$\frac{3}{4}\overrightarrow{DF}$		إعداد: م. عبد الحميد السيد

الحـــــــــل:

لدينا $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FD}$ ……….(1

ولدينا $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}=3\overrightarrow{FK}$ ……….(2

من 1) و 2) نجد : $\overrightarrow{FK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FD}$ ومنه نجد $\overrightarrow{KD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{FD}$

أي $\overrightarrow{DK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DF}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

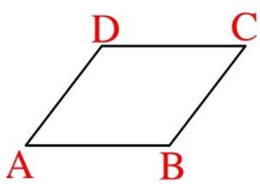
نتأمل في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الرباعي $ABCD$ ، حيث النقاط الأتية:

$A(0,\alpha,-1)$, $B(1,1,-2)$, $C(3,\beta,0)$, $D(2,-3,1)$

إن قيمة α , β التي تجعل $ABCD$ معين هي :

A	$\alpha=-1$ و $\beta=-1$	B	$\alpha=-\frac{3}{5}$ و $\beta=-\frac{7}{5}$	C	$\alpha=-\frac{7}{4}$ و $\beta=-\frac{1}{4}$
D	$\alpha=0$ و $\beta=-2$	E	$\alpha=-\frac{3}{2}$ و $\beta=-\frac{1}{2}$		إعداد: أ. سائر سلمه

الحـــــــــل:



$$\overrightarrow{AB}(1,1-\alpha,-1)\ ,\overrightarrow{AD}(2,-3-\alpha,2)\ ,\ \overrightarrow{DC}(1,\beta+3,-1)$$

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \text{ أي } 1-\alpha=\beta+3 \Rightarrow \alpha+\beta=-2\ \ldots.(1$$

$$AB=AD \Rightarrow AB^2=AD^2$$

$$1+(1-\alpha)^2+1=4+(-3-\alpha)^2+4$$

$$3-2\alpha+\alpha^2=17+6\alpha+\alpha^2$$

$$8\alpha=-14 \Rightarrow \boxed{\alpha=-\frac{7}{4}} \xRightarrow{\text{نعوض في 1)}} \boxed{\beta=-\frac{1}{4}}$$

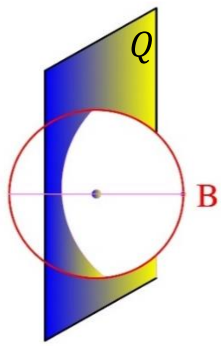
فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نتأمل في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $B(1,1,1)$ والمستوي $Q: x - z = 2$ هو المستوي المحوري لقطر الكرة Ω الممثلة كما في الشكل المجاور ، فإن معادلة الكرة Ω تعطى بالشكل:

A	$x^2+y^2+z^2=3$	B	$(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=2$	C	$(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=\sqrt{2}$
D	$(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=2$	E	$x^2+y^2+z^2=2$		إعداد: م. علي علي

الحـــــــــل:



طريقة 1) نوجد المعادلات الوسطية للمستقيم d المار من B والعمودي على المستوي Q

$$\vec{u}_d = \vec{n}_Q(1,0,-1)$$

$$d: \begin{cases} x = t+1 \\ y = 1 \\ z = -t+1 \end{cases} \quad t \in R$$

نعوض معادلات الوسطية للمستقيم d في معادلة المستوي Q فنجد: $t = 1$

نعوض قيمة $t = 1$ في معادلات الوسطية لـd فنجد: $A(2,1,0)$ مركز الكرة

كتابة معادلة الكرة S

$$\overrightarrow{AB}(-1,0,+1)$$

$$R = AB = \sqrt{1+0+1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{R=\sqrt{2}}$$

$S: (x-2)^2+(y-1)^2+z^2 = 2$ *فالخيار الصحيح* هو D

طريقة 2)

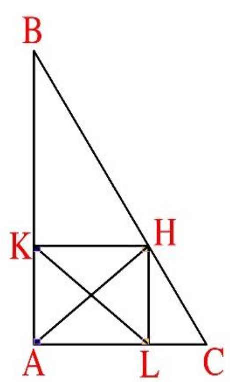
نحسب بعد النقطة B عن المستوي Q و هو يساوي نصف قطر الكرة

$$R = dist(B-Q) = \frac{|1-1-2|}{\sqrt{(1)^2+(0)^2+(1)^2}} = \sqrt{2}$$

ويجب أن تحقق النقطة B معادلة الكرة المعطاة *فالخيار الصحيح* هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ABC مثلث قائم في A و $ALHK$ مستطيل عندئذٍ فإن الجداء $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{KL}$ يساوي:



A	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$	B	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HA}$	C	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{LA}$
D	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AK}$	E	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$		إعداد: م.مازن الزعبي

الحـــــــــل:

بما أن النقطة L مسقط H على (AC) *فالخيار الصحيح* هو A

ليكن α عدداً حقيقياً ، ولنتأمل النقاط الثلاث:

$A(3,1,-3)$ $\quad B(-1,5,-3)$ $\quad C(-1,1,\alpha)$

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط :

$A(-4,\alpha,2)$ $\quad B(-2,1,\beta)$ $\quad C(\gamma,3,-5)$ $\quad G(0,1,-1)$

عندئذٍ قيم α,β,γ التي تجعل G مركز ثقل المثلث ABC هي:

$\alpha = 1 , \beta = 0 , \gamma = -6$	C	$\alpha = 6 , \beta = 0 , \gamma = -1$	B	$\alpha = -1 , \beta = 0 , \gamma = 6$	A
إعداد: م. عدي الخميس		$\alpha = \beta = \gamma = 3$	E	$\alpha = 6 , \beta = -1 , \gamma = 0$	D

الحـــــــل:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow \frac{-4-2+\gamma}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{\gamma = 6}$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow \frac{\alpha+1+3}{3} = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1}$$

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \Rightarrow \frac{2+\beta-5}{3} = -1 \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

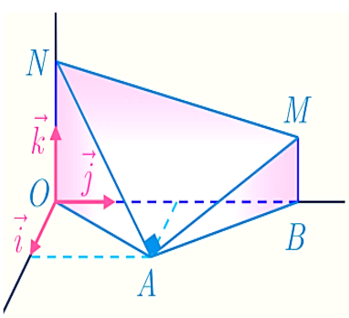
فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ m,n عددان حقيقيان موجبان يحققان $n > m$ و $n.m = 6$

نتأمل النقاط $A(\sqrt{3},3,0)$ $\quad B(0,6,0)$ $\quad M(0,6,m)$ $\quad N(0,0,n)$

إن قيمة n,m التي يكون عندها حجم المجسم $AOBMN$ يساوي $5\sqrt{3}$ هي:



$n = 4, m = \frac{3}{2}$	C	$n = 6, m = 1$	B	$n = 3, m = 2$	A
إعداد: أحمد حسن		$n = 3\sqrt{2}, m = \sqrt{2}$	E	$n = 2\sqrt{2}, m = \sqrt{3}$	D

الحـــــــل:

من الفرض لدينا $m.n = 6 \ldots\ldots (1$

ولما كان حجم الهرم $AOBMN$ يساوي $5\sqrt{3}$ فإن

$$V = \frac{1}{3} S_{(OBMN)} \times h$$

$$S_{(OBMN)} = \frac{BM + ON}{2} \times OB \ \& \ S_{(OBMN)} = \frac{m+n}{2} \times 6 = 3(m+n)$$

$$h = x_A = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \times 3(m+n) \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$m + n = 5 \qquad \ldots \ (2$$

بالحل المشترك بين 1) و 2) نجد :

$m = 2$, $n = 3$ وذلك لأن $n > m$ *فالخيار الصحيح هو* A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط: $B(4,-1,2)$ $\quad C(2,3,6)$ $\quad A(2,3,0)$

يكون بعد النقطة B عن المستقيم (AC) هو:

A	$2\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{5}$	C	$3\sqrt{2}$
D	4	E	$2\sqrt{5}$		إعداد: عبد الرحمن

الحـــــــــل:

(1 ❺ $\quad \vec{u}=\overrightarrow{AC}(0,0,6)$

$$AC=\begin{cases}x=2\\y=3\\z=6k\end{cases} \quad : k\in R$$

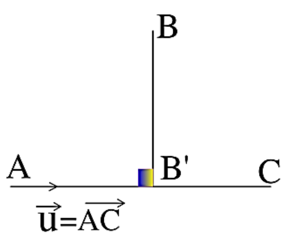
نفرض $B'(x,y,z)$ هي هي المسقط القائم لـB على (AC)

$B'(2,3,6k)$

$\overrightarrow{BB'}(-2\,,4,6k-2)$

$\overrightarrow{BB'}\perp\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{AC}=\vec{0}\Rightarrow 36k-12=0$

$\Rightarrow \boxed{t=\frac{1}{3}} \Rightarrow \quad \left\{\overrightarrow{BB'}(2,4,0)\right\}$



$BB'=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$ بعد النقطة B عن المستقيم (AC) *فالخيار الصحيح هو* E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل الأشعة

$\vec{w}(-4,m,-2),\vec{u}(1,0,2)\,,\vec{v}(-1,2,0)$

فإن قيمة العدد الحقيقي m التي تجعل الأشعة $\vec{w},\vec{u}\,,\vec{v}$ مرتبطة خطياً هي:

A	$m=3$	B	$m=6$	C	$m=-3$	D	$m=1$	E	$m=-6$

الحـــــــــل:

بما أن الأشعة $\vec{w},\vec{u}\,,\vec{v}$ مرتبطة خطياً فمحقق لدينا العلاقة الشعاعية:

$$\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}\Rightarrow(-4,m,-2)=a(1,0,2)+b(-1,2,0)$$

$-4=a-b \ldots(1 \quad \& \quad m=2b \ldots(2 \quad \& \quad -2=2a \ldots(3$

من (3 نجد أن $a=-1$ نعوض في (1 فنجد أن $b=3$

نعوض قيمة $b=3$ في (2 فنجد : $\boxed{m=6}$ *فالخيار الصحيح هو* B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن α عدداً حقيقياً ، ولنتأمل النقاط الثلاث: $C(-1,1,\alpha)$ $B(-1,5,-3)$ $A(3,1,-3)$
فإن المثلث ABC متساوي الأضلاع من أجل:

A	$\alpha=-3$	B	$\alpha=-3, \alpha=-3$	C	أياً كانت قيمة α من R
D	$\alpha=1, \alpha=-7$	E	$\alpha=-1, \alpha=-7$		إعداد: أ. علي علي

الحـــــــــل:

$$\overrightarrow{AB}(-4,4,0) \quad \& \quad \overrightarrow{AC}(-4,0,\alpha+3) \quad \& \quad \overrightarrow{BC}(0,-4,\alpha+3)$$

$$AB^2=(-4)^2+(-4)^2+0=32$$

$$AC^2=(-4)^2+0+(\alpha+3)^2=16+(\alpha+3)^2$$

$$BC^2=0+(-4)^2+(\alpha+3)^2=16+(\alpha+3)^2$$

بما أن المثلث ABC متساوي الأضلاع فمحقق لدينا $\|\overrightarrow{AB}\|=\|\overrightarrow{AC}\|=\|\overrightarrow{BC}\|$

$$AC^2=AB^2 \Rightarrow 16+(\alpha+3)^2=32 \quad \Rightarrow \quad (\alpha+3)^2=16$$

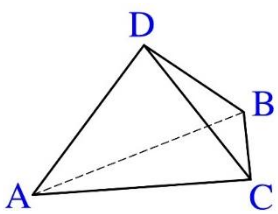
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha+3=4 \Rightarrow \boxed{\alpha=1} \\ \alpha+3=-4 \Rightarrow \boxed{\alpha=-7} \end{cases}$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$ABCD$ رباعي وجوه فيه I نقطة تحقق العلاقة : $2\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

عندئذ النقطة I :



A	تنطبق على A	B	تقع في منتصف $[AC]$
C	تقع في منتصف $[BD]$	D	مركز ثقل الرباعي $ABCD$
E	مركز ثقل المثلث ABC		إعداد: رشا بارة & ربيع عبيد

الحـــــــــل:

$$2\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA} \quad \Rightarrow \quad 2\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}$$

$$\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فتكون النقطة I تقع في منتصف $[BD]$ حسب علاقة المتوسط فالخيار الصحيح هو C

القول إن الشعاعين $\vec{v}$ و $\vec{u}$ غير الصفرين مرتبطان خطياً

A	$\vec{u}(1,2,-1), \vec{v}(2,4,2)$	B	$\vec{u}(2,0,2), \vec{v}(1,3,1)$
C	$\vec{u}(0,4,3), \vec{v}(2,2,0)$	D	$\vec{u}(0,1.2,0), \vec{v}(0,5,0)$
E	مهما يكن $\vec{v}$ ، $\vec{u}$ واقعين في مستويين متوازيين		إعداد: م. سائر سلمه

$$\left.\begin{matrix} \vec{u}(0,1.2,0) \\ \vec{v}(0,5,0) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{u}=\frac{1.2}{5}\vec{v}$$

فيكون الشعاعان $\vec{v}$ ، $\vec{u}$ مرتبطان خطياً فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان ونعرف الشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{q}$ بالعلاقتين :

$$\vec{W} = 2\vec{u} - \vec{v} \quad , \quad \vec{q} = 2\vec{u} + \vec{v}$$

فإذا كان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان نستطيع إثبات أن:

A	$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطياً	B	$\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما النظيم نفسه	C	$\lVert\vec{u}\rVert = 2\lVert\vec{v}\rVert$
D	$\lVert\vec{u}\rVert = \frac{1}{2}\lVert\vec{v}\rVert$	E	$\lVert\vec{u}\rVert = 4\lVert\vec{v}\rVert$		إعداد: م. هدى مدني

الحـــــــــل:

بما أم الشعاعان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان فإن $\vec{q}.\vec{W} = 0$

$$(2\vec{u} + \vec{v}).(2\vec{u} - \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow 4\lVert\vec{u}\rVert^2 - \lVert\vec{v}\rVert^2 = 0 \Rightarrow 4\lVert\vec{u}\rVert^2 = \lVert\vec{v}\rVert^2$$

$2\lVert\vec{u}\rVert = \lVert\vec{v}\rVert \Rightarrow \lVert\vec{u}\rVert = \frac{1}{2}\lVert\vec{v}\rVert$ فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نتأمل في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين الأتيتين: $B(2,2,3)$ $A(1,2,3)$

والمستوي P الذي معادلته $3x + 4y - z = 0$

فإن معادلة المستوي Q الذي يعامد P ويمر من النقطتين A, B هي:

A	$y + 4z - 14 = 0$	B	$4z - y - 14 = 0$	C	$x + y + z - 14 = 0$
D	$x - y - 14 = 0$	E	$x + y - 7 = 0$		إعداد: أ. جهاد حبيب

الحـــــــــل:

$$\overrightarrow{n_p}(3,4,-1) \quad \& \quad \overrightarrow{AB}(1,00) \quad \& \quad \overrightarrow{n_Q}(a,b,c)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_p} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{n_p} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{3a + 4b - c = 0} \ldots\ldots(1 \\ \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{a = 0} \ldots\ldots(2 \end{cases}$$

نفرض $\boxed{c = 4}$ نجد $\boxed{b = 1}$ $\Leftarrow$ $\vec{n}(0,1,4)$ والمستوي Q يمر من A

$Q: y + 4z - 14 = 0$ فالخيار الصحيح هو **A**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

إذا علمت $P_1: x-2y-2z+a=0 \ \& \ P_2: x-2y-2z+4=0$

إن أصغر قيمة للعدد a والتي تحقق $\text{dist}(P_1,P_2)=6$ تساوي:

A	$a=4$	B	$a=14$	C	$a=-8$	D	$a=8$	E	$a=-14$

الحـــــــل:

إعداد: م. محمد مصطفى

$$\text{dist}(P_1,P_2)=\frac{|d_1-d_1|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$\text{dist}(P_1,P_2)=\frac{|4-a|}{\sqrt{9}}=6 \ \Rightarrow |4-a|=18$$

إما $\boxed{a=-14} \Leftarrow 4-a=18$ وإما $\boxed{a=22} \Leftarrow 4-a=-18$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى التمثيلات الوسيطية لمستقيمين متوازيين وغير منطبقين d و d' كما يلي:

$$d:\begin{cases} x=t-1 \\ y=t \\ z=2t-2 \end{cases} \quad t\epsilon R \qquad d':\begin{cases} x=\frac{1}{2}s \\ y=\frac{1}{2}s-1 \\ z=s \end{cases} \quad s\epsilon R$$

إن معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين d و d' هي:

A	$x-y+2=0$	B	$x-y+z=0$	C	$x+y-4z=-1$
D	$2x-z=0$	E	$x-y=0$	إعداد: أ. محمد غوش	

الحـــــــل:

نختار نقطة من المستقيم d و ذلك بتعويض $t=0$ فنجد $A(-1,0,-2)$

نختار نقطة من المستقيم d' و ذلك بتعويض $s=2$ فنجد $B(1,0,2)$

$\vec{u_d}(1,1,2) \quad \& \quad \overrightarrow{AB}(2,0,4) \quad \& \quad \vec{n_p}(a,b,c)$

$\vec{n_p}\perp\vec{u_d}$ ومنه $\vec{n_p}.\vec{u_d}=\vec{0}$ فنجد $(1 \dots\dots$ $\boxed{a+b+2c=0}$

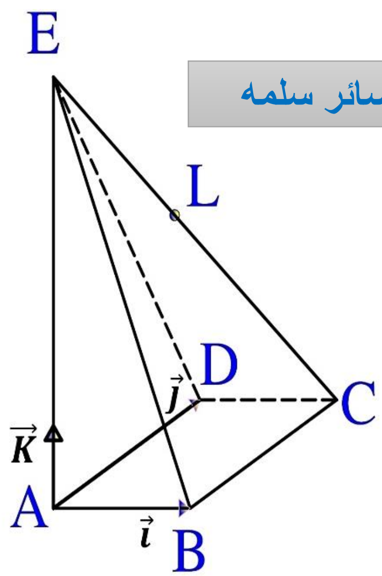
$\vec{n_p}\perp\overrightarrow{AB}$ ومنه $\vec{n_p}.\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ فنجد $(2 \dots\dots$ $\boxed{a+2c=0}$

نفرض $\boxed{c=-1}$ نجد $\boxed{a=2}$ نعوض في 1) فنجد $\boxed{b=0}$ فيكون $\vec{n_p}(2,0,-1)$

والمستوي P يمر من A $\quad P: 2x-z=0$ *فالخيار الصحيح هو* D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$ABCDE$ هرم رأسه E وقاعدته مربع طول ضلعه 1 ، $[AE]$ عامودي على المستوي $(ABCD)$
$AE = 6$, L نقطة من القطعة $[EC]$ بحيث L مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(E,2),(C,1)$
فمعادلة الكرة S التي مركزها L وتمس المستوي $(ABCD)$ هي :



إعداد: م. سائر سلمه

$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y+\frac{1}{3}\right)^2+(z-4)^2=4$	A
$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+z^2=16$	B
$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+(z-4)^2=4$	C
$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+(z-4)^2=16$	D
$\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+(z-4)^2=16$	E

الحــــــــــل:

لنختر المعلم المتجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\frac{1}{6}\overrightarrow{AE})$

$E(0,0,6)$, $D(0,1,0)$, $C(1,1,0)$

بما أن L مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(E,2),(C,1)$ فإن:

$L\left(\frac{1(1)+2(0)}{1+2},\frac{1(1)+2(0)}{1+2},\frac{1(0)+2(6)}{1+2}\right)$ ومنه نجد : $L\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},4\right)$

$(ABCD): Z=0$ فيكون $R = dis_{(L-(ABCD))} = 4$

$S:\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+(z-4)^2=16$ فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فتكون معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي :

$y+2z+1=0$	C	$x+y+2z-2=0$	B	$x+y+2Z+1=0$	A
إعداد: د. محمد غوش		$x+y+z-1=0$	E	$x+y+z+3=0$	D

الحــــــــل:

$\overrightarrow{n_p} = \vec{u}_d(1,1,2)$

النقطة المطلوبة هي منتصف القطعة وذلك بتعويض $t=\frac{1}{2}$ فنجد $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$

فتكون معادلة المستوي $x+y+2z-2=0$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى معادلة المستوي P بالشكل:

$P: 2x-y+z+1=0$ وإذا كان $dis_{(A-P)}=\sqrt{6}$ و $A(3,1,0)$

عندئذٍ تكون إحداثيات النقطة A' مسقط A على P

إعداد: أ. محمد العيسى

A		B		C		D		E	
A	$(2,3,1)$	B	$(1,1,-2)$	C	$(1,0,-1)$	D	$(1,2,-1)$	E	$(2,-1,1)$

الحـــــــــل:

الطريقة 1) يجب التحقق من (انتماء A' إلى المستوي P و الارتباط الخطي ل $\overrightarrow{A'A}$ و $\overrightarrow{n_p}$)

الطريقة 2) يجب التحقق من (انتماء A' إلى المستوي P و $A'A=\sqrt{6}$)

الطريقة 3) نستخدم القانون البسيط $\overrightarrow{OA'}=\overrightarrow{OA}-\frac{ax_A+by_A+cz_A+d}{a^2+b^2+c^2}\times\overrightarrow{n_p}$

$$(x,y,z)=(3,1,0)-\frac{2(3)-(1)+0+1}{4+1+1}\times(2,-1,1)$$

$$(x,y,z)=(3,1,0)-(2,-1,1) \text{ ومنه } \begin{cases} x=3-2=1 \\ y=1+1=2 \\ z=0-1=-1 \end{cases} \rightarrow A'(1,2,-1)$$

الطريقة 4) الطريقة الكلاسيكية

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لدينا في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $B(-2,1,-2)$ و $A(2,-1,2)$

نقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار $MA^2+MB^2=K$

إن قيمة K التي تجعل مجموعة النقاط M تمثل كرة هي :

A		B		C		D		E	
A	$K\geq 18$	B	$K\leq 18$	C	$K=18$	D	$K<18$	E	$K>18$

إعداد: م. أحمد الرفاعي

الحـــــــــل:

$MB^2=(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2$

$MA^2=(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2$.

$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{2}(K-18)$.

ومنه $2x^2+2y^2+2z^2+18=K$ أي $MA^2+MB^2=K$

عندما $K>18$ نجد أن مجموعة النقاط M هي كرة فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لدينا التمثيلات الوسيطية للقطعة المستقيمة $[AB]$:

$$AB:\begin{cases} x = t \\ y = t-1 \\ z = 2t \end{cases} \quad t\epsilon[0,1]$$

إعداد: د. محمد غوش

فتكون معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي :

$y+2z+1=0$	C	$x+y+2z-2=0$	B	$x+y+2Z+1=0$	A
		$x+y+z-1=0$	E	$x+y+z+3=0$	D

الحــــــــل:

$\overrightarrow{n_p} = \vec{u}_d(1,1,2)$

النقطة المطلوبة هي منتصف القطعة وذلك بتعويض $t=\frac{1}{2}$ فنجد $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$

فتكون معادلة المستوي $x+y+2z-2=0$ *فالخيار الصحيح هو* **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لدينا المستقيم Δ الممثل وسيطياً بالشكل :

$$\Delta:\begin{cases} x = t+2 \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad t\epsilon R$$

والنقطة $A(1,0,0)$ لا تنتمي إليه

إعداد: أ. جهاد حبيب

فتكون إحداثيات النقطة D التي تنتمي إلى Δ وتبعد عن النقطة A بعداً مساوياً (1) هي:

$(3,-1,1)$	E	$(0,1,0)$	D	$(2,0,0)$	C	$(0,1,1)$	B	$(0,0,0)$	A

الحــــــــل:

بما أن $D\in\Delta$ فنجد $D(t+2,-t,t)$ & $\overrightarrow{AD}(t+1,-t,t)$

لدينا $AD=1$ فيكون $(t+1)^2+t^2+t^2=1$

فنجد $3t^2+2t=0$ أي $t(3t+2)=0$

إما $t=0$ فتكون $D(2,0,0)$ وهي تحقق البعد

إما $t=-\frac{2}{3}$ فتكون $D(\frac{4}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$ وهي لا تحقق

فالخيار الصحيح هو **C**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

المستقيمان (d) و (Δ) المعرفان وسيطياً وفق:

$$\Delta:\begin{cases}x=3t+1\\ y=2t \qquad t\epsilon R\\ z=-t+1\end{cases} \qquad d:\begin{cases}x=s+2\\ y=1 \qquad s\epsilon R\\ z=3s+1\end{cases}$$

فإن المستقيمان (d) و (Δ)

A	منطبقان	B	متوازيين وغير منطبقين	C	متخالفان ومتعامدان
D	متقاطعان وغير متعامدين	E	متقاطعان و متعامدان		إعداد: أ. خليل شيخو

الحـــــــــل:

$\vec{u}_\Delta(3,2,-1)$ & $\vec{u}_d(1,0,3)$

مركبات الشعاعين غير متناسبة فشعاعي التوجيه غير مرتبطين خطياً فالمستقيمان إما متقاطعان أو متخالفان ، بالحل المشترك نجد:

$$3t+1=s+2 \;\ldots\ldots (1$$
$$2t=1 \;\ldots\ldots (2$$
$$-t+1=3s+1 \;\ldots\ldots (3$$

من 2) نجد: $\boxed{t=\frac{1}{2}}$ نعوض في 1) فنجد $\boxed{s=\frac{1}{2}}$

نتحقق من 3) فنجد : $\frac{1}{2}\neq\frac{5}{2}$ غير محققة

فالمستقيمان (d) و (Δ) متخالفان.

لندرس التعامد :

$$\vec{u}_d.\vec{u}_\Delta=3+0-3=0$$

إذاً المستقيمان (d) و (Δ) متعامدان

فالمستقيمان متخالفان ومتعامدان *فالخيار الصحيح هو* **C**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نتأمل مثلثاً ABC ولتكن M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,3)\;,(B,1)\;,(C,2)$

عندئذٍ قيمة كل من العددين x,y بحيث $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$

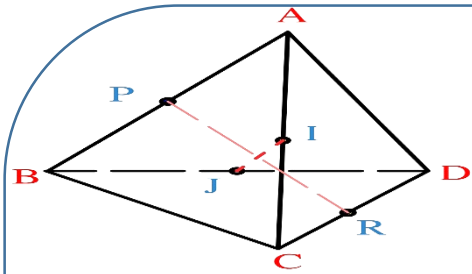
A	$x=\frac{1}{3}\;,y=\frac{1}{6}$	B	$x=\;y=3$	C	$x=\;y=-1$
D	$x=\frac{1}{6}\;,y=\frac{1}{3}$	E	$x=6\;,y=3$		إعداد: م.عدي الخميس

الحـــــــــل:

$$\begin{cases}(A,3)\to\alpha=3\\ (B,1)\to\beta=1\\ (C,2)\to\gamma=2\end{cases} \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases}x=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+}=\frac{1}{6}\\ y=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+}=\frac{1}{3}\end{cases}$$

فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



$ABCD$ رباعي وجوه فيه النقطتان P, R تحققان العلاقتين :

$\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB} \quad \& \quad \overrightarrow{CR} = \alpha\overrightarrow{CD} \quad \alpha \in]0,1[$

والنقطتان J, I منتصفا الحرفين $[AC]$ و $[BD]$ على الترتيب

عندئذٍ يتلاقى المستقيمان (PR) و (IJ) في نقطة G تحقق العلاقة :

		$\overrightarrow{IG} = \alpha\overrightarrow{IJ}$	B	$\overrightarrow{IG} = -\overrightarrow{IJ}$	A
$\overrightarrow{IG} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\overrightarrow{IJ}$	E	$\overrightarrow{IG} = \frac{\alpha}{1+\alpha}\overrightarrow{IJ}$	D	$\overrightarrow{IG} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\overrightarrow{IJ}$	C

إعداد: أ. وائل أبو الخير

الحــــــــــل:

لدينا العلاقة $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}$

إذاً $(P, 1)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1-\alpha), (B, \alpha)$

لدينا العلاقة $\overrightarrow{CR} = \alpha\overrightarrow{CD}$

إذاً $(R, 1)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C, 1-\alpha), (D, \alpha)$

نفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, 1-\alpha), (B, \alpha), (C, 1-\alpha), (D, \alpha)$

حسب الخاصة التجميعية تكون $(G, 2)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(R, 1)$ و $(P, 1)$

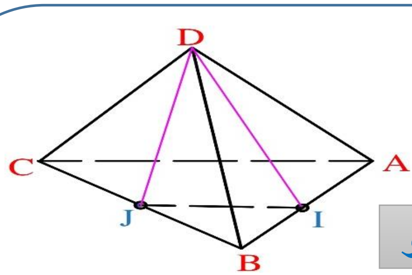
بما أن I منتصف $[AC]$ إذاً $(I, 2-2\alpha)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1-\alpha), (C, 1-\alpha)$

بما أن J منتصف $[BD]$ إذاً $(J, 2\alpha)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (B, α) , (D, α)

حسب الخاصة التجميعية $(G, 2)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(J, 2-2\alpha), (I, \alpha)$

وبالتالي $\overrightarrow{IG} = \frac{2\alpha}{2}\overrightarrow{IJ}$ أي $\overrightarrow{IG} = \alpha\overrightarrow{IJ}$ *فالخيار الصحيح هو* **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



$ABCD$ رباعي وجوه فيه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(A, 1), (B, 3), (C, 2), (D, 1)$

I منتصف $[AB]$ والنقطة J منتصف $[CB]$

عندئذٍ النقطة H تنتمي إلى المستوي

إعداد: أ. عبدو عبدو

(CDI)	E	(ACD)	D	(ABJ)	C	(IJD)	B	(ABC)	A

الحــــــــــل:

بما أن I منتصف $[AB]$ إذاً $(I, 2)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1), (B, 1)$

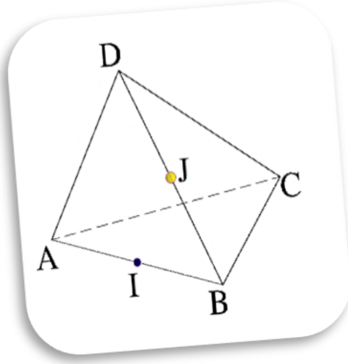
بما أن J منتصف $[CB]$ إذاً $(J, 4)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C, 2), (B, 2)$

لدينا فرضاً H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(A, 1), (B, 3), (C, 2), (D, 1)$

حسب الخاصة التجميعية فإن H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(I, 2)$ و $(J, 4)$ و $(D, 1)$ ومنه $H \in (IJD)$

فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



$ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه a ،

$I\,,J$ هما بالترتيب منتصفات $[DB]$, $[AB]$,

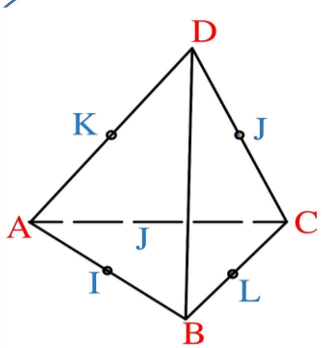
إن $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{JI}$ يساوي :

A	$-\frac{a^2}{4}$	B	$\frac{a^2}{2}$	C	a^2
D	$-\frac{a^2}{2}$	E	$-a^2$	إعداد: م. صلاح سالم	

الحـــــــــــل:

$[IJ]$ هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ضلعين في المثلث فهي توازي الضلع الثالثة وتساوي نصفها ، فالشعاعان $\overrightarrow{JI}$ و $\overrightarrow{AD}$ مرتبطان خطياً ومتعاكسان بالجهة , $\|\overrightarrow{JI}\| = \frac{a}{2}$

$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{JI} = -\|\overrightarrow{AD}\|.\|\overrightarrow{JI}\| = -a.\frac{a}{2} = -\frac{a^2}{2}$ *فالخيار الصحيح هو* **C**



$ABCD$ رباعي وجوه فيه I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$

و k و L منتصفا الحرفين $[AD]$ و $[BC]$ على الترتيب

عندئذ كلاً من الشعاعين $\overrightarrow{LI}$ و $\overrightarrow{JK}$ يساوي:

A	$\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$	B	$\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$	C	$\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
D	$\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$	E	$\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$	إعداد: م. أحمد الرفاعي	

الحـــــــــــل:

$$\overrightarrow{LI} = \overrightarrow{LB} + \overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو **E**

كل المحبة والتقدير والشكر والامتنان للأستاذ القدير صاحب الفكرة : عبد الحميد السيد

والشكر موصول للأساتذة المدققين

(نادر أبوراس– محمد العيسى – خالد أحمد –عمر محمد-يوسف منصور)

والشكر أيضاً لجميع أعضاء الكروب ولمن سعى ولو بجزء بسيط في انجاز هذا العمل المتواضع

محبكم في الله الأستاذ صلاح أحمد سالم