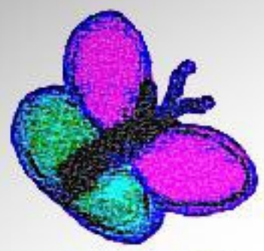
كتابة معادلة المستقيم



حالة (1) كتابة معادلة المستوي المار من نقطة ومتجه ناظم له

مثال: اكتب معادلة المستوي P المار من النقطة $A(2,1,-3)$ ويقبل $\vec{n}(-1,1,2)$ شعاع ناظم له...

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

$$-1(x-2)+1(y-1)+2(z+3)=0$$

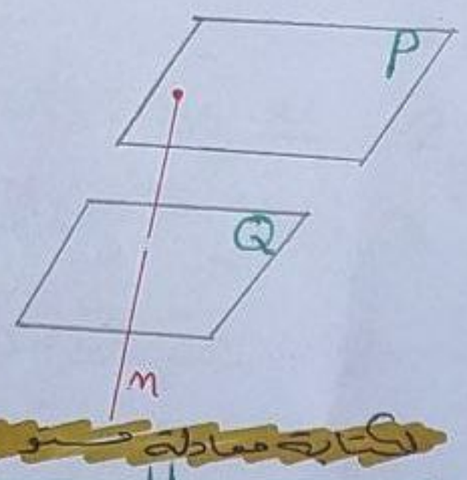
$$\Rightarrow P: -x+2+y-1+2z+6=0$$

$$\Rightarrow P: -x+y+2z+7=0$$

حيث a و b و c ⟸ ناظم n

و (x,y,z) ⟸ نقطة A

حالة (2) معادلة مستوي يوازي مستوى



لكتابة معادلة مستوى Q

- ناظم: $n_p(a,b,c)$
- نقطة: $M(x,y,z)$

مثال: اكتب معادلة المستوي P المار في نقطة $B(3,2,-1)$ ويوازي مستوى Q حيث

$Q: 2x+y-3z+1=0$

لكتابة معادلة المستوى

- $n(a,b,c)$: بما أن $Q \parallel P$ فلهما نفس الناظم $\vec{n}(2,1,-3)$
- نقطة: $B(3,2,-1)$

$$P: 2(x-3)+1(y-2)-3(z+1)$$

$$P: 2x-6+y-2-3z-3$$

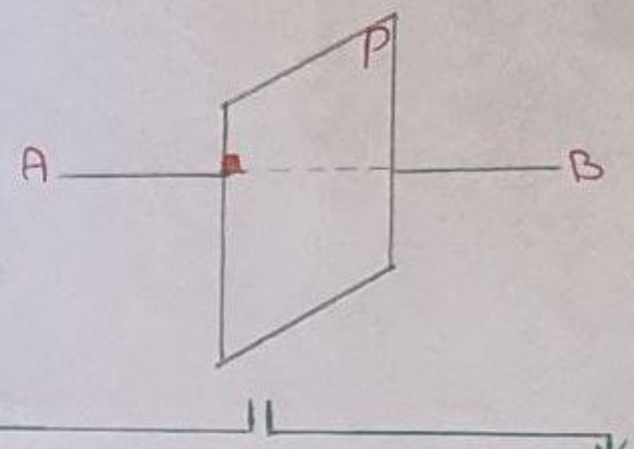
$$\Rightarrow P: 2x+y-3z-11$$

ناظم: هو مستقيم أو شعاع عمودي على مستوٍ

إذا كان مستوى P يوازي مستوى آخر Q عندها يكون ناظم P هو نفسه ناظم Q

لن يبلى الشغف

حالة(3) معادلة المستوى المحوري:



نقطة I

حيث I هي احداثيات المنتصف للقطعة AB

$\frac{x_A - x_B}{2}$

$\frac{y_A - y_B}{2}$

$\frac{z_A - z_B}{2}$

شعاع ناظم $\vec{n}$

AB شعاع تحمودي على مستو P تعني $AB = \vec{n}$

مركبات $\overline{AB}$ تغدها مركبات $\vec{n}$

مثال: اكتب معادلة المستو المحوري P

A(2,4,2)

C(2,2,2)

الحل في الشعاع

الأول نحتاج نقطة ولتكن I

$x_I = \frac{x_A - x_C}{2} = 2$

$y_I = \frac{y_A - y_C}{2} = 3$

$z_I = \frac{z_A - z_C}{2} = 2$

$\Rightarrow I(2,3,2)$

ثانياً نحتاج ناظم P مركبات AC

$\Rightarrow \overline{AC}(0,-2,0)$

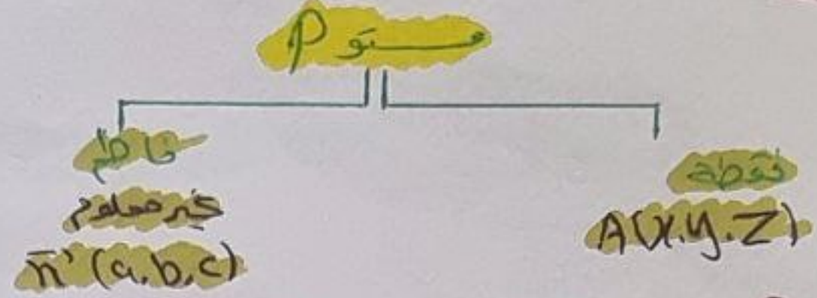
$\Rightarrow P: 0(x-2) - 2(y-3) + 0(z-2)$

$\Rightarrow P: -2y + 6$

شغف الرياضيات

م. محمد الحلبي

حالة (4): مستوى ألم فيه نقطة وشعاع توجيه



لكن بالمقابل أعطاك شعاع توجيه

* أشعة التوجيه غير مرتبطة خطياً
الأشعة غير مرتبطة تشكل مستوى

ناظم يعامد المستوى

$n \perp u \Leftrightarrow n.u = 0$ } من درس جداء سلمي
$n \perp v \Leftrightarrow n.v = 0$

يصبح لدينا معادلتين بثلاث مجاهيل

نفرض أحد المجاهيل هو رقم في الفرض أي غير معدوم
ونعيدها لمعادلات حلاً مشتركاً
نستنتج الناظم

مثال: اكتب معادلة المستوى المار بالنقطة A(2,3,1) ويقبل الشعاعين u(1,1,3) و v(2,-1,4) حلاً له حيث c=3

الحل

مستوى P
نقطة A(2,3,1) — ناظم $\vec{n}(a,b,c)$

بما أن u و v حلاً لمعادلة توجيه إذاً تعامد الناظم والجداء سلمي لهما معدوم

$\Rightarrow n.v = 0$

$a+b+3c=0$ ——— (1)

$\Rightarrow n.u = 0$

$2a-b+4c=0$ ——— (2)

بفرض أن $c=3$

$a+b+3(3)=0$

$\Rightarrow a+b=-9$ (1)

$2a-b+4(3)=0$

$\Rightarrow 2a-b=-12$ (2)

بجمع (1) و (2)

$\Rightarrow 3a=-21 \Rightarrow a=-7$

$a=-7$ نعوض في (1)

$a+b=-9$

$-7+b=-9$

$\Rightarrow b=-2$ $\Rightarrow \vec{n}(-7,-2,3)$

$P: a(x-2)-2(y-3)+3(z-1)=0$

$: -7x+14-2y+6+3z-3=0$

$\Rightarrow P: -7x-2y+3z+17=0$

الرياضيات

العشق ❤

حالة (5) : مستوى يمر بثلاث نقاط

a, b, c

أولاً نثبت ان الاستقة غير مرتبطة خطياً

$\overline{AB}.\overline{AC}$ في حال كان $\overline{AB}.\overline{AC}$

غير مرتبطة خطياً إذا أحد الاستقة تقطيه P

مثال 5: في معلم متجانس في الفراغ نزود المعلم في ثلاث نقاط

A(1, 2, -1)

B(2, 3, 3)

C(1, 0, 3)

اكتب معادلة المستوى المار في النقاط

الحل نوجد استقة توجيه (غير مرتبطين خطياً)

$\overline{AB}$ (1, 1, 4)

$\overline{AC}$ (0, -2, 4)

نشكل تناسب

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{1}{0} \neq \frac{-1}{2}$

غير مرتبطين خطياً

نفرض ان $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم

$\vec{n}.\overline{AB}=0$

$\Rightarrow a+b+4c=0$ ... (1)

$\vec{n}.\overline{AC}=0$

$-2b+4c=0$ ... (2)

نفرض $c=1$

$a+b=-4$ (1)

$-2b=-4$ (2)

في (2) نجد ان

$\Rightarrow b=2$

نعوض في (1)

$a+b=-4$

$a=-6$

$\vec{n}(-6,2,1)$

$P: -6(x-1)+2(y+0)+1(z-3)$

$: -6x+6+2y+z+3=0$

$\Rightarrow P: -6x+2y+z+3=0$

فريق الشغف

همزة حليوي

حالة (6) معادلة المستوى P بمعلوم مستويين (كم فيه نقطة)

معادلة المستوى

نقطة معلومة: $A(x,y,z)$

ناظم غير معروف: $\vec{n}(a,b,c)$

المستوى P يعامد مستويين Q و R اي ان ناظم P يعامد ناظمي المستوى R و Q

$nP \perp nQ$ و $nP \perp nQ$ $\Rightarrow$ $n.\vec{P}.n\vec{Q}=0$ و $n.\vec{P}.n\vec{R}=0$

اصبح لديك معادلتين بثلاث مجاهيل

نفرض احد المجاهيل عدداً يخير معدوم

ونعوضها في معادلتين جلاً مشتركاً

مثال: اكتب معادلة المستوى P المار بالنقطة $A(2,-5,1)$ ويعامد المستويين

Q: $2x-y+3z-1=0$

P: $x+y+z-1=0$

على أن $c=1$

P يعامد R و Q

$nP \cdot nQ = 0$

$nP \cdot nR = 0$

$nP(a,b,c)$

$nQ(2,-1,3)$

$nR(1,1,1)$

$2a-b+3c=0$ ـــ (1)

$a+b+c=0$ ـــ (2)

نفرض أن $c=1$

$2a-b=-3$ (1)

$a+b=-1$ (2)

نجمع المعادلتين

$3a=-4 \Rightarrow a=-\frac{4}{3}$

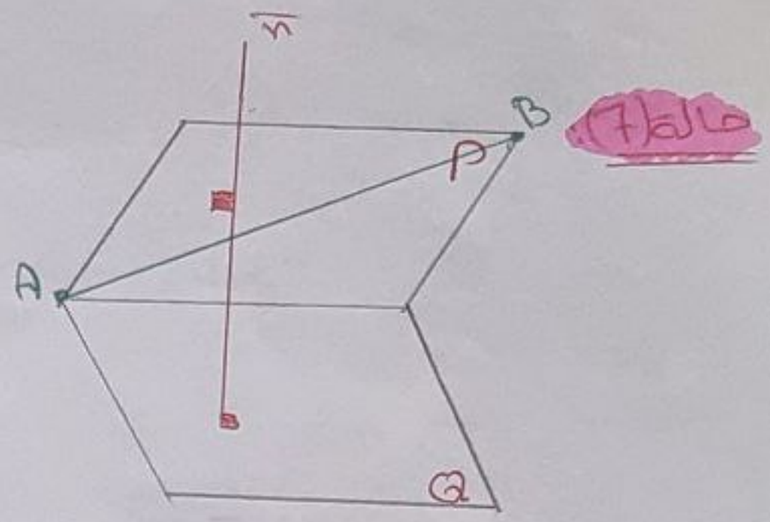
نعوض في (2) لإيجاد b

$\Rightarrow b=\frac{1}{3}$

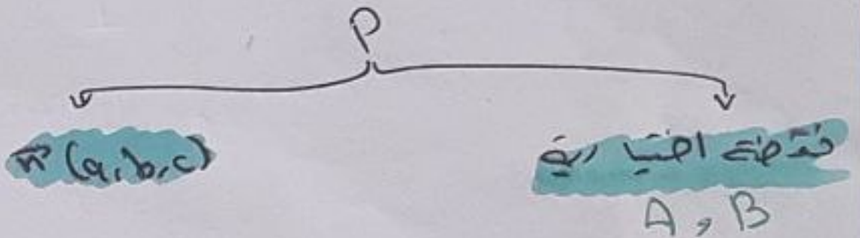
$\Rightarrow$ $P: -\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}y+z+\frac{16}{3}$

وضوح الصورة

حالة (7):



لكتابة معادلة المستوى P يعامد Q
علماً أن النقطة A و B في P



$np \perp nQ \Rightarrow np \cdot nQ = 0$

$np \perp AB \Rightarrow np \cdot AB = 0$

مثال: اكتب معادلة المستوى الذي يشمل النقطتين

$A(1,-1,2)$

$B(2,0,4)$

اكتب معادلة المستوى P علماً أن AB يعامد المستوى Q حيث

$Q: x - y + 3z - 4 = 0$

حيث $c = 1$

$\overrightarrow{AB} \Rightarrow (1, 1, 2)$

$n\overrightarrow{P} \cdot n\overrightarrow{Q} = 0$

$n\overrightarrow{P} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

$\Rightarrow 3a - b + 3c = 0 \quad \text{---} (1)$

$\Rightarrow a + b + 2c = 0 \quad \text{---} (2)$

بفرض أن $c = 1$

$a - b = -3 \quad (1)$

$a + b = -2 \quad (2)$

بجمع (1) و (2)

$2a = -5 \Rightarrow \boxed{a = -\frac{5}{2}}$

بإيجاد b نعوض في (1)

$a - b = -3 \Rightarrow -\frac{5}{2} - b = -3$

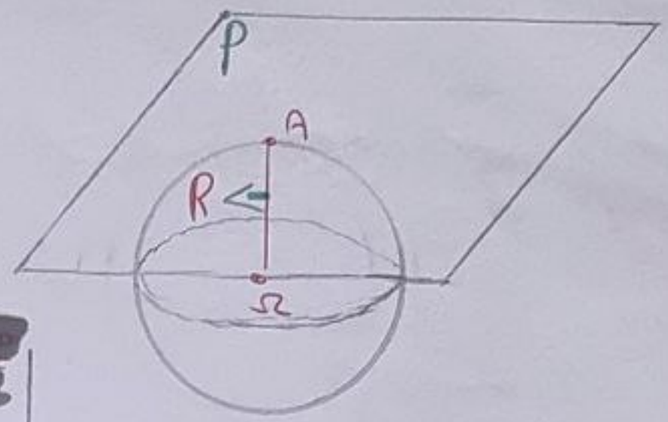
$\Rightarrow -b = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{b = \frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \vec{n} \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$

$P: -\frac{5}{2}(x-1) + \frac{1}{2}(y+1) + 1(z-2) = 0$

$\Rightarrow \boxed{P: -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}y + z - 4 = 0}$

حالة (2):



المستوى P يمس الكرة في A

نصف خط الكرة محمولي على P

بحيث $R \perp P$ أي أن

$$R = n$$

$\Rightarrow \Omega A = n$

جسم بكرة

$n = \Omega A$ — نقطة A

مثال: اكتب معادلة المستوى الذي يمس سطح كرة مركزها $\Omega(1,2,1)$

في النقطة A على سطح الكرة $A(2,2,2)$.

الحل

جسم يلمس كرة P

نقطة A(2,2,2)

ناظم $\vec{\Omega A} \Rightarrow (1,0,1)$

$P: 1(x-2)+0(y-2)+1(z-2)$

$\Rightarrow P: x+z-4$