رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار
شروحات كتاب الجبر

الدرس الأول

الوحدة السادسة الأخيرة

(مبادئ الاحتمالات و الإحصاء)

1- مفهوم الاحتمال:

المحتويات

أ.ماهر بربر

- مفهوم الاحتمال.
- مصطلحات وخواص وملاحظات.
- أمثلة شامله.
- المخطط الشجري (شجرة الامكانات)
- ملاحظة (التكرار النسبي والاحتمال)
- حل تحقق من فهمك وتدرب .

الوحدة السادسة

مبادئ الاحتمال والإحصاء

1. مفهوم الاحتمال
2. أحداث متنافية. أحداث متعاكسة
3. تجارب عشوائية مركبة
4. الوسيط والربيعات

أ.ماهر بربر

الوحدة السادسة: مبادئ الاحتمال والإحصاء

أولاً: مفهوم الاحتمال

أولاً: مفهوم الاحتمال

1- نقول عن تجربة أنها احتمالية عندما يكون لها عدد من النتائج أو الإمكانات ولا نعرف بداية أي تلك النتائج التي ستقع.
مثال: إلقاء قطعة نقود أو حجر نرد
2- نسمي مجموعة نتائج التجربة فضاء العينة ونرمز له بالرمز Ω
3- نسمي كل نتيجة من نتائج التجربة حدثاً بسيطاً ومجموع الاحتمالات للأحداث البسيطة في أي تجربة احتمالية يساوي الواحد.
4- نسمي كل مجموعة من نتائج التجربة حدث ونرمز لها برمز ما $A, B, C, \ldots$ حيث:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \quad \frac{\text{عدد النتائج الممكنة}}{\text{عدد النتائج الكلي}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

قانون مهم جدا وهو الذي سنعتمد عليه في حل المسائل

مثـال — في تجربة القاء قطعة نقود متوازنة مرة واحدة احسب احتمال ظهور الشعار وظهور الكتابة.

في تجربة إلقاء قطعة نقود متجانسة مرة واحدة :

إما أن يظهر الوجة T (كتابة)
أو أن يظهر الوجه H (شعار)
} أحداث بسيطة

عندئذ يكون:

$$\Omega = \{ T, H \}$$

$$p(T) = \frac{1}{2} \quad , \quad p(H) = \frac{1}{2}$$

- مجموع احتمالات الأحداث البسيطة في أي تجربة عشوائية يساوي العدد 1

في تجربة إلقاء قطعة النقود السابقة:

$$p(T) + p(H) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

5- الحدث الغير قابل للتحقق نسميه الحدث المستحيل واحتماله يساوي الصفر ونرمز له بالرمز ϕ حيث: $P(\phi) = 0$

6- الحدث الذي لابد أن يتحقق نسميه الحدث الأكيد واحتماله يساوي الواحد ونرمز له بالرمز Ω حيث: $P(\Omega) = 1$

مهم جداً اختيار من متعدد + صح أو خطأ

مثـــال

في تجربة إلقاء حجر نرد متجانس أوجد فضاء العينة:

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

ثم أحسب احتمالات الأحداث الآتية:

1) الحدث A: الحصول على عدد فردي.

لدينا: $A = \{1,3,5\}$ عندئذ يكون:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2) الحدث B: الحصول على عدد زوجي.

لدينا: $B = \{2,4,6\}$ عندئذ يكون:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3) الحدث C: الحصول على عدد أولي.

لدينا: $C = \{2,3,5\}$ عندئذ يكون:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

4) الحدث D: الحصول على عدد أكبر تماماً من 2.

لدينا: $\{3,4,5,6\} = \mathrm{D}$ عندئذ يكون:

$$P(\mathrm{D}) = \frac{n(\mathrm{D})}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

5) الحدث E: الحصول على عدد أكبر أويساوي العدد2.

لدينا: $\{2,3,4,5,6\} = \mathrm{E}$ عندئذ يكون:

$$P(\mathrm{E}) = \frac{n(\mathrm{E})}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$$

أ ماهر بربر

6) الحدث F: الحصول على عدد أصغر تماماً من 5.

لدينا: $\{1,2,3,4\} = \mathrm{F}$ عندئذ يكون:

$$P(\mathrm{F}) = \frac{n(\mathrm{F})}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

7) الحدث G: الحصول على عدد أكبر أويساوي العدد5.

لدينا: $\{5,6\} = \mathrm{G}$ عندئذ يكون:

$$P(\mathrm{G}) = \frac{n(\mathrm{G})}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

8) الحدث H: الحصول على عدد أكبر تماماً من 2 و أصغر تماماً من 5 .

بصياغة أخرى :

الحدث H هو الحصول على العدد m حيث $2 < m < 5$

لدينا: $H = \{3,4\}$ عندئذ يكون:

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

أ.ماهر بربر

9) الحدث I: الحصول على عدد أكبر أويساوي 2 و أصغر أويساوي 5 .

بصياغة أخرى :

الحدث I هو الحصول على العدد n حيث $2 \leq n \leq 5$

لدينا: $I = \{2,3,4,5\}$ عندئذ يكون:

$$P(I) = \frac{n(I)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

طلبات إضافية.

وجدنا فضاء العينه :

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

احسب احتمال الحدث R ظهور عدد l يحقق: $1 \leq l \leq 6$
ماذا نسمي الحدث R؟

$$R = \Omega = \{1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow$$

$$P(R) = P(\Omega) = 1$$

نسمي الحدث R حدثاً أكيداً

احسب احتمال الحدث S: ظهور عدد t يحقق $t > 6$
ماذا نسمي الحدث S؟

$$S = \phi = \{\ \} \Rightarrow$$

$$P(S) = P(\phi) = 0$$

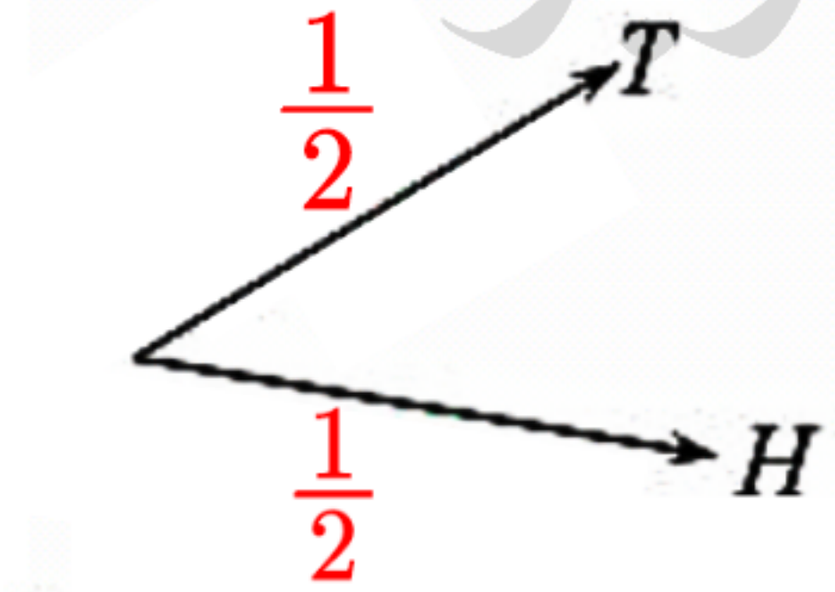
نسمي الحدث S حدثاً مستحيلاً

المخطط الشجري

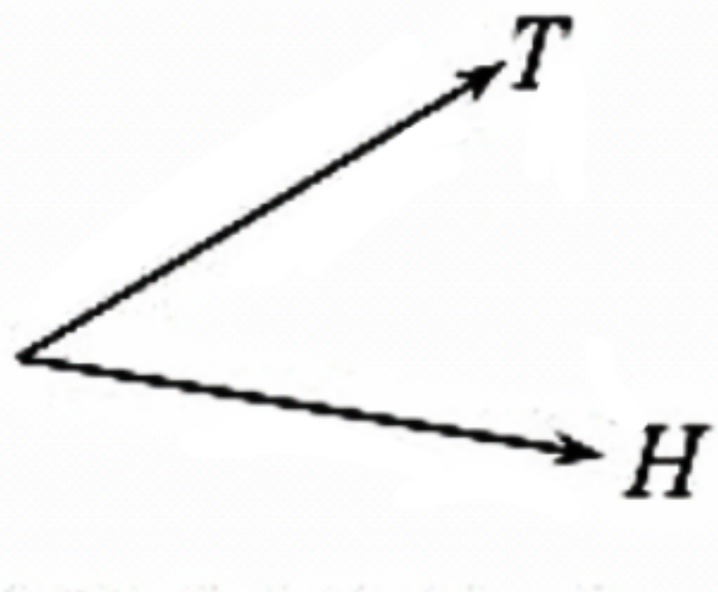
قد نعبر عن تجربة احتمالية بمخطط يسمى " **مخطط الشجرة** " والذي يكون عدد فروعه مساوياً لعدد النتائج البسيطة للتجربة الاحتمالية وفوق كل فرع يوضع إحتمال الحصول على الحدث البسيط الوامفق لذلك الفرع.

مره واحدة

ففي تجربة إلقاء قطعة نقود متجانسة فإن مخطط الشجرة لهذه التجربة يكون بالشكل:



شجرة محملة بالاحتمالات



شجرة النتائج الممكنة

ويكون احتمال وقوع حدث ما مثل A مســاوياً لمجموع احتمالات فروع الشجرة المؤدية لـ A.

مثـال

يحوي كيس 10كرات متماثلة، رقمت بالأرقام

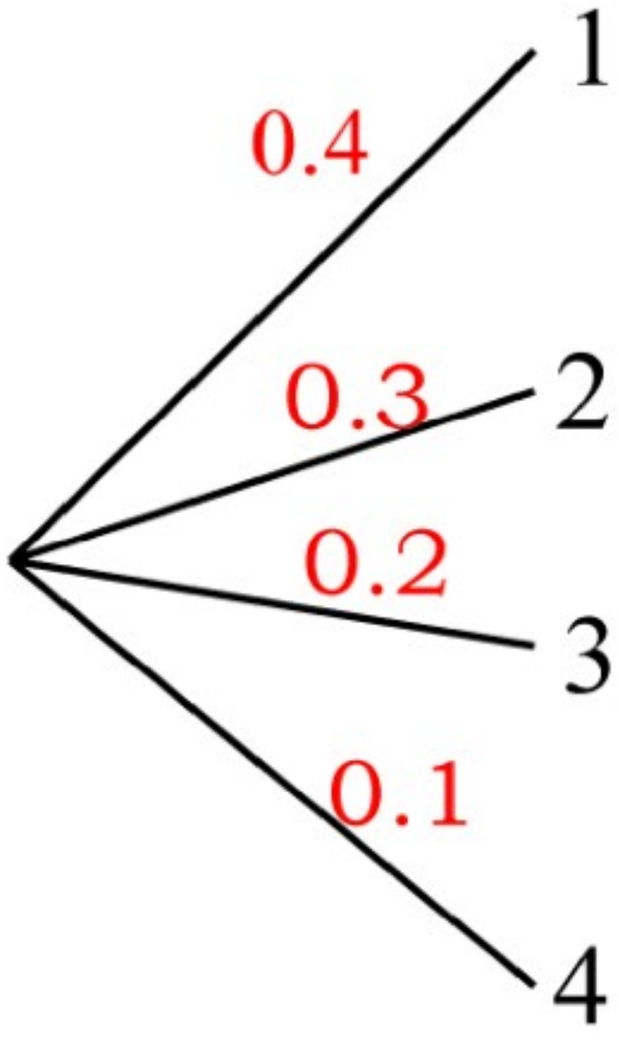
.4 , 3,3, 2, 2, 2,1,1,1,1

نسحب من الكيس عشوائياً كرة ونقرأ رقمها.

1) ارسم شجرة الإمكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج بصيغة كسور عشرية.

2) احسب احتمال الحدث A: «سحب كرة رقمها على 2 الأقل.

1)



$$P(1)=\frac{n(1)}{n(\Omega)}=0.4$$

$$P(2)=\frac{n(2)}{n(\Omega)}=0.3$$

$$P(3)=\frac{n(3)}{n(\Omega)}=0.2$$

$$P(4)=\frac{n(4)}{n(\Omega)}=0.1$$

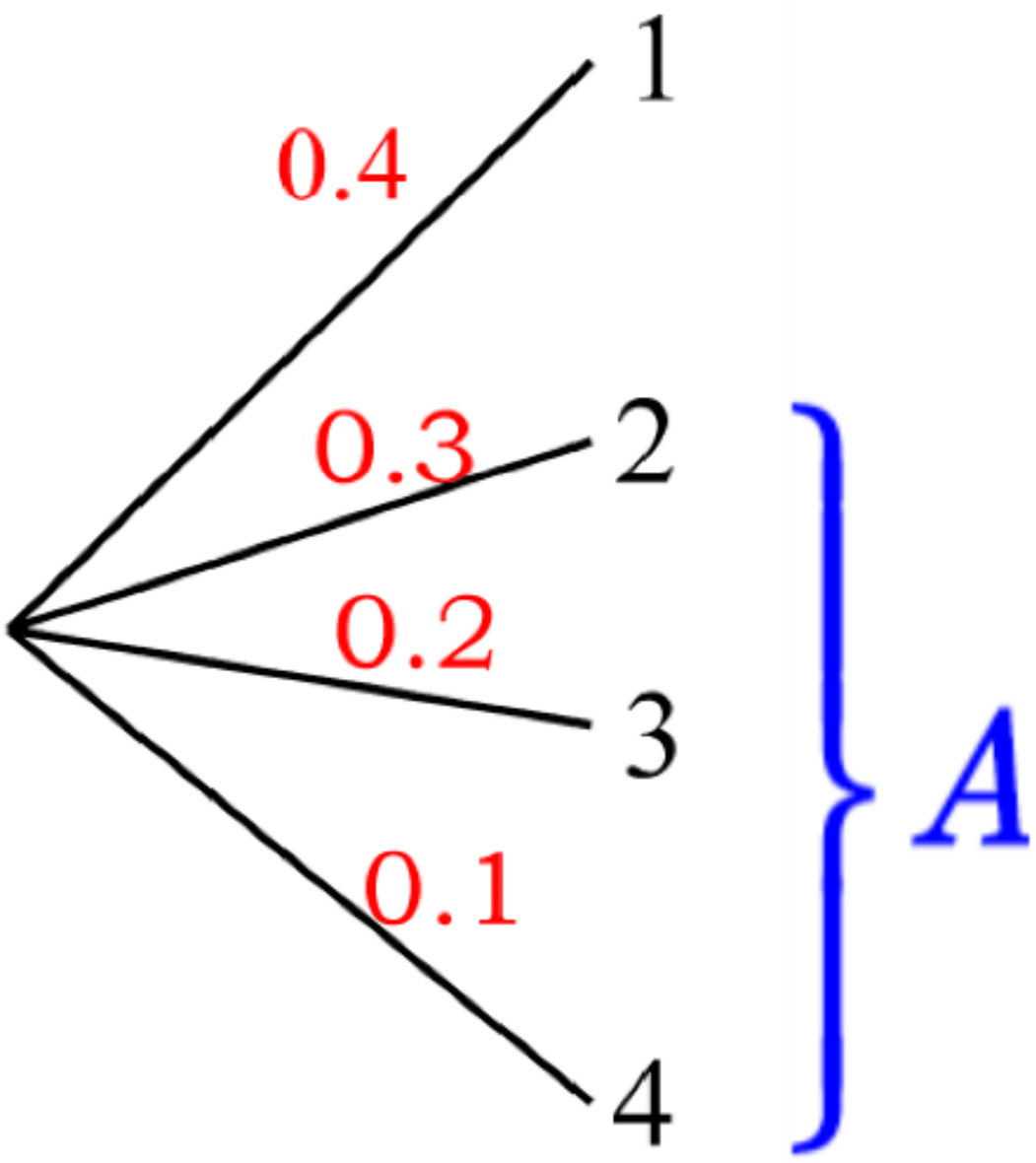
2) $A=\{2,2,2,3,3,4\}\Rightarrow$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{10}=0.6$$

طريقة اولى

أ.ماهر بربر

طريقة ثانية



ويكون احتمال وقوع حدث ما مثل A

مســاوياً لمجموع احتمالات فروع

الشجرة المؤدية لـ A.

$$P(A) = P(2) + P(3) + P(4)$$

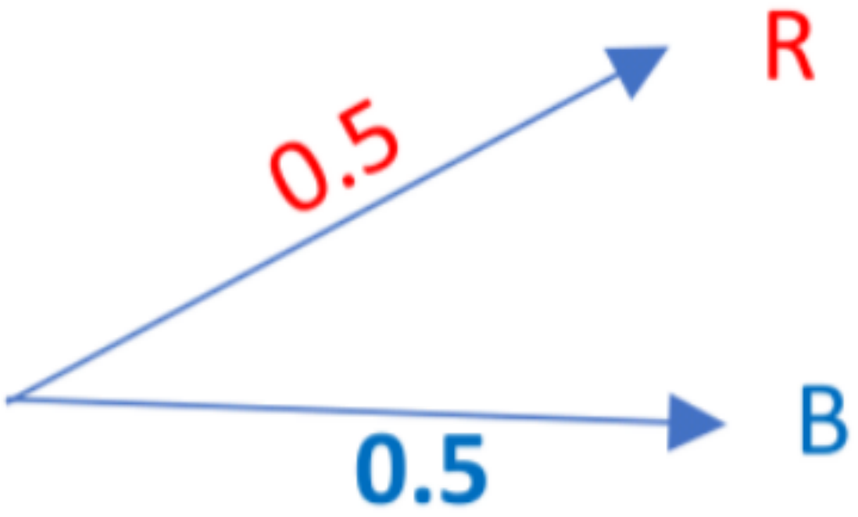
$$= 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6$$

أ.ماهر بربر

مثــال

تحوي جرة 4كرات متماثلة، اثنتان حمراوان (R)، واثنتان زرقاوان (B).

نسحب من الجرة عشوائياً كرةً ونتفقد لونها .ارسم شجرة الإمكانات لهذه اللعبة وزود فروعها بالاحتمالات.



$$p(R) = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$p(B) = \frac{2}{4} = 0.5$$

في تجربة احتمالية مكررة عدداً كبيراً من المرات ، يكون احتمال حدث قريباً جداً من التكرار النسبي لهذا الحدث (أحتمال وقوع الحدث مره واحدة مضروبا بعدد تكرار التجربة الاحتمالية).

مثلاً : إذا ألقينا عشوائياً قطعة نقود متجانسة مره واحده كان احتمال ظهور الكتابة 0.5

وإذا ألقيناها 1000 مرة فإننا سنحصل على عدد قريب من كتابة $1000 \times 0.5 = 500$

(قد لانحصل بالضرورة على 500 كتابة)

تحقق من فهمك

1- أي المواقف الآتية هو تجربة احتمالية؟

الحصول على علامة جيدة في امتحان مادة الرياضيات.

هذه ليست تجربة احتمالية ، فهي تعتمد على الجهد و الدراسة .

الحصول على الحذاء الذهبي في أحد دوريات كرة القدم.

يعطى الحذاء الذهبي للهداف

و بالتالي هو ليس تجربة احتمالية.

إلقاء حجر نرد ذي وجهين حمراوين و وجهين زرقاوين و وجهين بيضاوين.

هي تجربة احتمالية حيث لا نعلم ما هي النتيجة التي سنحصل عليها مسبقاً.

2- نلقي حجر نرد متجانس أوجهه الستة مرقمة بالأرقام 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6

- انسخ و أكمل:

يوجد 1 إمكانية (إمكانيات) من أصل 6 إمكانية (إمكانيات) للحصول على الرقم 5

يوجد 3 إمكانية (إمكانيات) من أصل 6 إمكانية (إمكانيات) للحصول على رقم فردي

أ ماهر بربر

- احسب احتمال كل من الحدثين:

A : ((الحصول على الرقم 5))

$$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}, A=\{5\} \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}$$

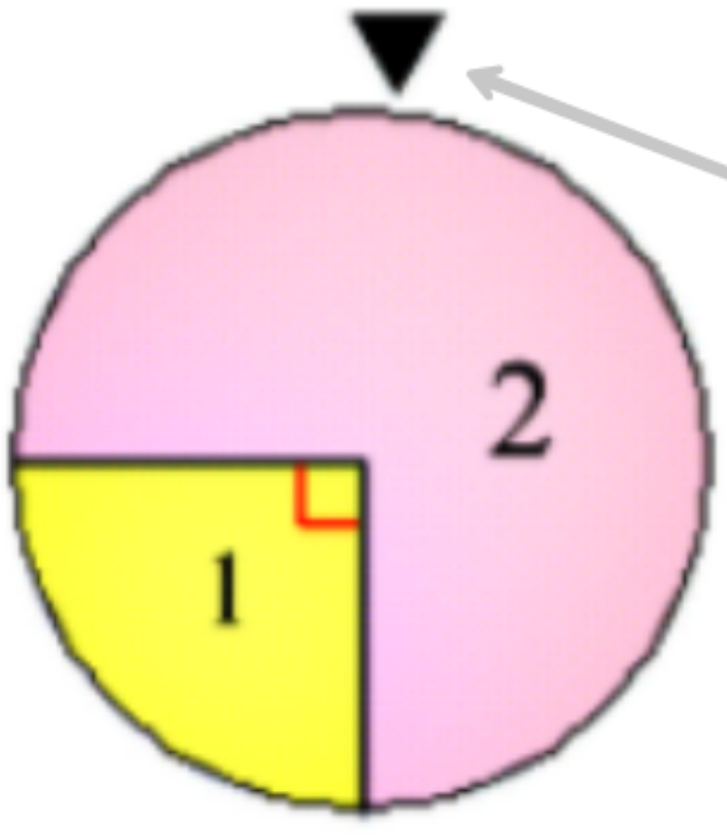
B : ((الحصول على رقم زوجي))

$$B=\{2,4,6\} \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

أ.ماهر بربر

تدرب

ندور هذا الدولاب المتجانس ، و بعد أن يستقر ، نقرأ الرقم المكتوب في القطاع الدائري الذي يشير إليه المعلم .

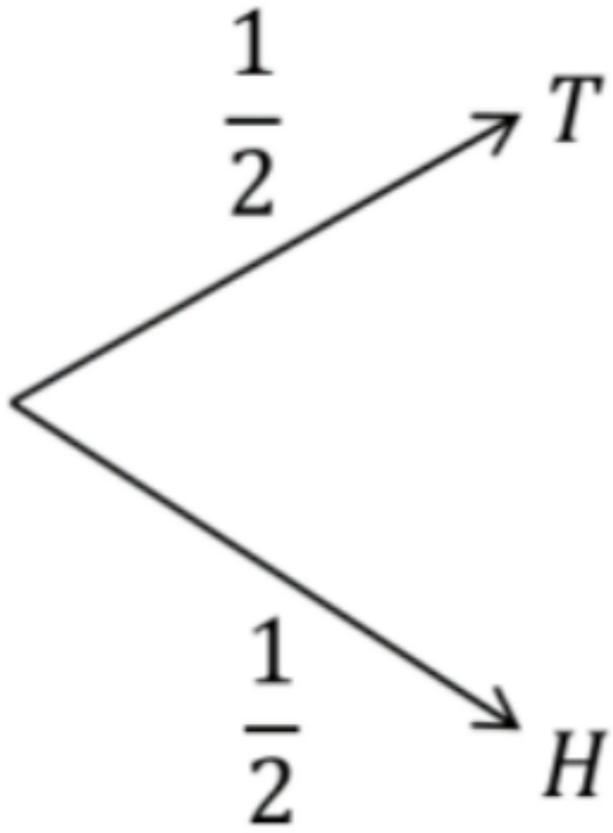


ارسم شجرة الإمكانات لهذه التجربة و زود فروعها بالاحتمالات.

نأخذ بالاعتبار أنَّ مساحة الجزء الملون بالزهر تساوي ثلاثة أمثال مساحة الجزء الملون بالأصفر .

$\mathbb{P}(1)=\frac{1}{4}=0.25$ و $\mathbb{P}(2)=\frac{3}{4}=0.75$.

- ارسم شجرة الإمكانات للعبة إلقاء قطعة نقد متجانسة ، محملاً فروعها باحتمال ظهور الكتابة T و الشعار H.



$$P(H) = \frac{1}{2}$$

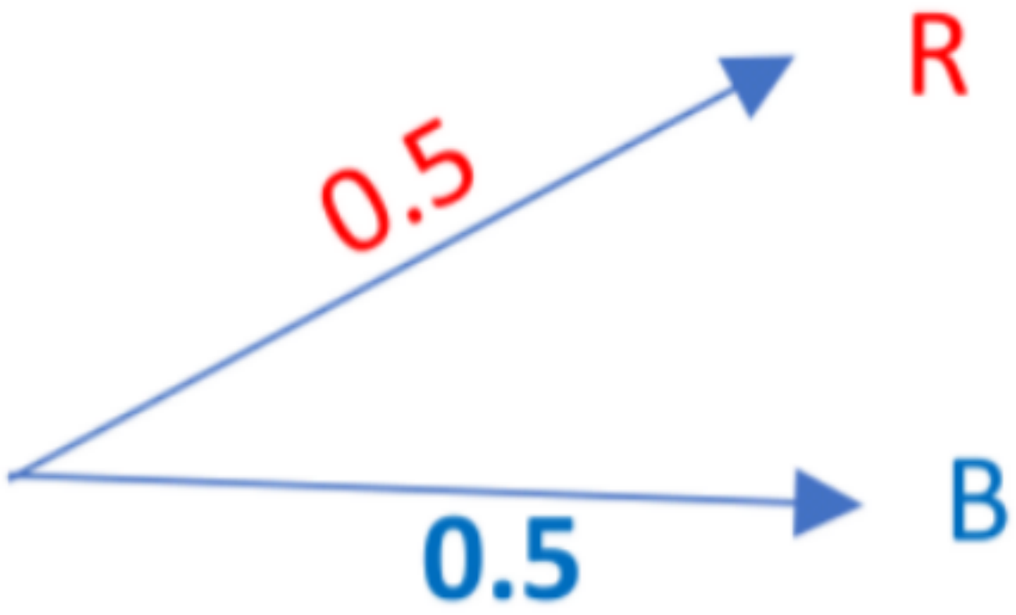
$$P(T) = \frac{1}{2}$$

- تحوي جرة أربع كرات متماثلة ، اثنتان حمراوان (R) ، و اثنتان زرقاوان (B).

ماهر بربر

نسحب من الجرة عشوائياً كرة و نتفقد لونها

ارسم شجرة الإمكانات لهذه التجربة و زود فروعها بالاحتمالات.



$$\boldsymbol{p(R) = \frac{2}{4} = 0.5}$$

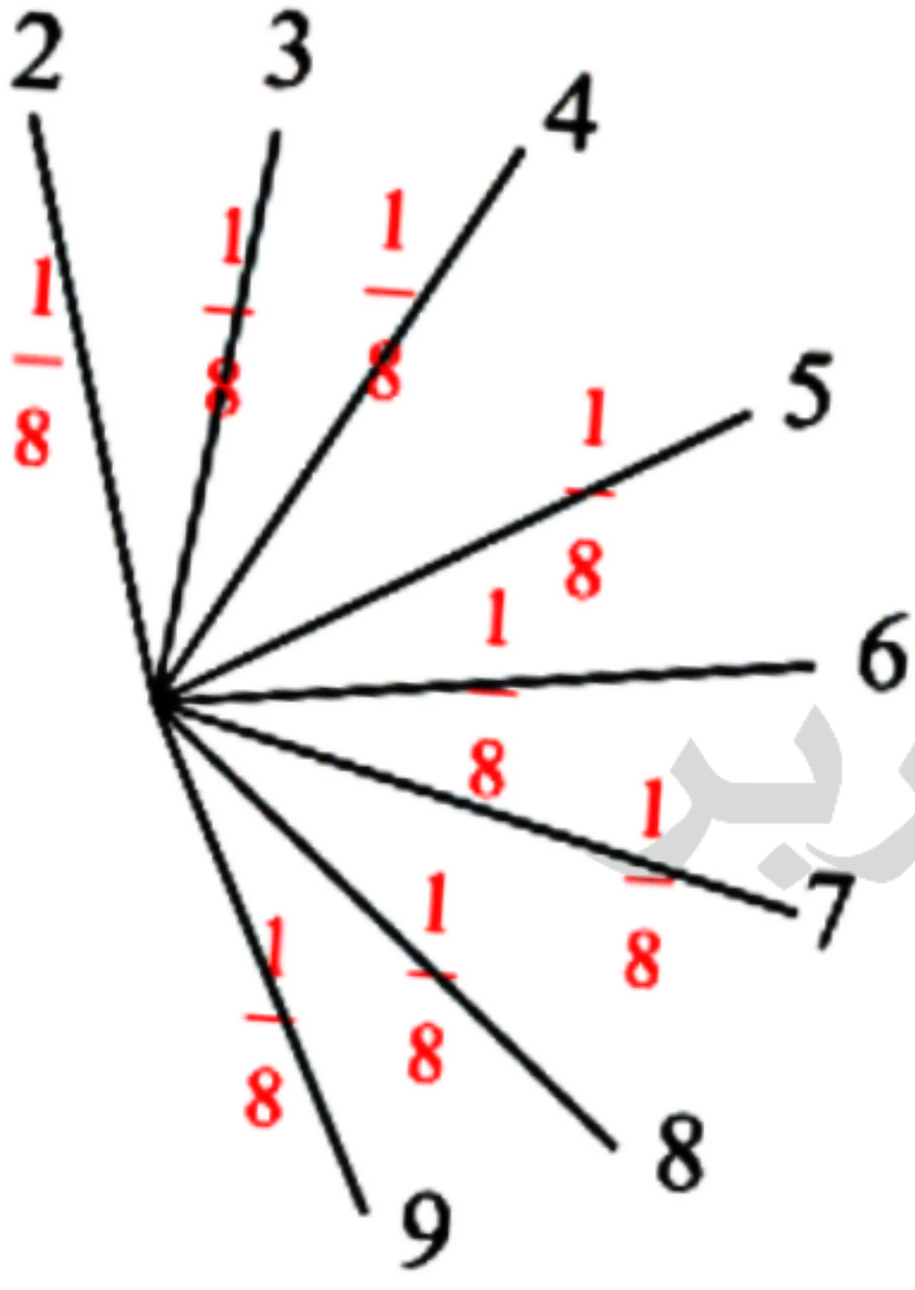
$$\boldsymbol{p(B) = \frac{2}{4} = 0.5}$$

- نضع في كيس 8 كرات متماثلة كتبت عليها الأرقام :

$$9,8,7,6,5,4,3,2$$

نسحب من الكيس عشوائياً واحدة من تلك الكرات،

- ارسم شجرة الإمكانات و وضع الاحتمالات على فروعها



$$P(2)=\frac{1}{8}, P(3)=\frac{1}{8}$$

$$P(4)=\frac{1}{8}, P(5)=\frac{1}{8}$$

$$P(6)=\frac{1}{8}, P(7)=\frac{1}{8}$$

$$P(8)=\frac{1}{8}, P(9)=\frac{1}{8}$$

أ. ماهر بربر

- ما احتمال الحصول على كرة تحمل رقماً فردياً؟

بفرض A هو الحدث الدال على الحصول عل كرة تحمل رقم فردى عندئذ يكون

$$A=\{3,5,7,9\} \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

- ما احتمال الحصول على كرة تحمل رقماً زوجياً؟

بفرض B هو الحدث الدال على الحصول على كرة تحمل رقم زوجى عندئذ يكون

$$B=\{2,4,6,8\} \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$