



Grade :9

YAMAN ASFARI



تاسع سوريا 2025

- ملفات لشرح كامل المنهاج
- الإجابة على كافة الاستفسارات
- أتمتات متنوعة وملاحظات
- متابعة حتى يوم الامتحان



رياضيات-الصف التاسع-نظامي+أحرار شروحات كتاب الجبر

الدرس الثاني

الوحدة السادسة الأخيرة

(مبادئ الاحتمالات و الإحصاء)

2- أحداث متنافية

وأحداث متعاكسة:

المحتويات أ.ماهر بربر

1- تمهيد

✧ بعض العمليات على المجموعات أو الأحداث - مثال ✧

2- الحدثان المتنافيان - ملاحظات - أمثلة .

3- الحدثان المتعاكسان - ملاحظات - أمثلة .

4- حل سؤال دورة دمشق - حماه 2018

5- حل تدرّب وتحقق من فهمك ✧ ضمن الأمثلة ✧

الوحدة السادسة

مبادئ الاحتمال والإحصاء

مفهوم الاحتمال



أ. ماهر بربير

أحداث متنافية. أحداث متعاكسة



تجارب عشوائية مركبة

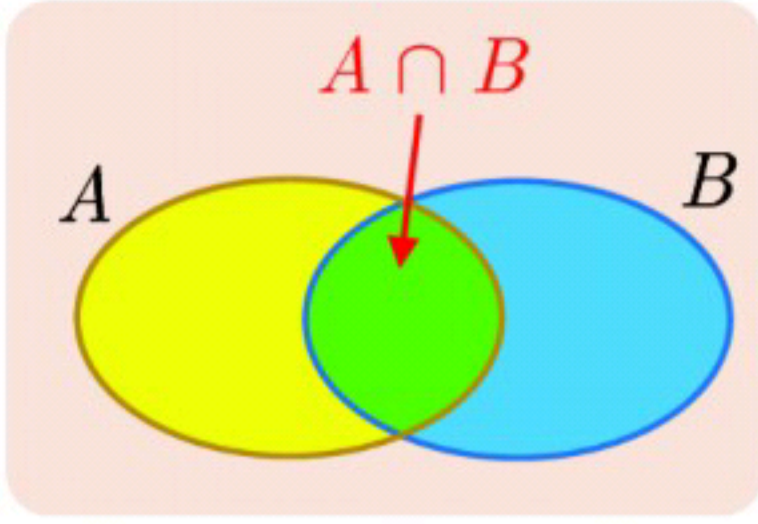


الوسيط والربيعات



تمهيد - « بعض العمليات على المجموعات أو الأحداث »

■ مجموعة العناصر المشتركة بين الحدثين « A و B » نرسم لها بالرمز



ويقرأ الرمز $A \cap B$

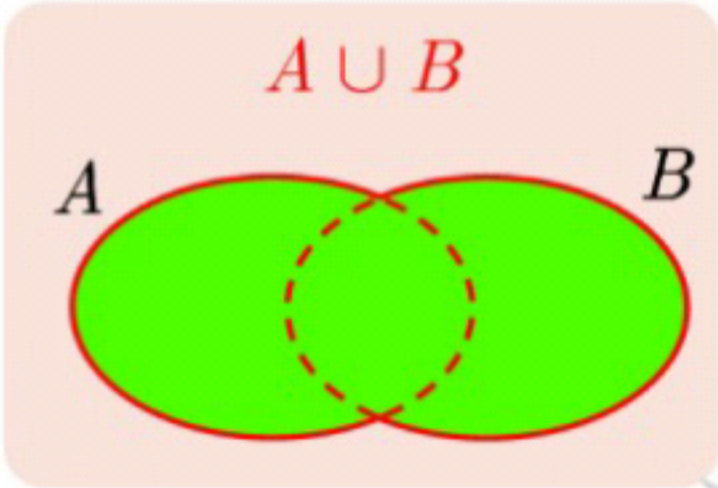
بلغة المجموعات : تقاطع المجموعتين « A و B »

بلغة الأحداث : تقاطع الحدثين « A و B »

التقاطع $\cap \iff$ العناصر المشتركة بين المجموعتين (الحدثين)

■ مجموعة العناصر المشتركة وغير المشتركة بين المجموعتين « A و B »

نرسم لها بالرمز $A \cup B$ ويقرأ الرمز U



بلغة المجموعات : اجتماع المجموعتين « A و B »

وبلغة الأحداث : اجتماع الحدثين « A و B »

الاجتماع $\cup \iff$ العناصر المشتركة وغير المشتركة بين المجموعتين (الحدثين)

■ الحدث المُعاكس A', \bar{A} الحدث الذي يقع عندما لا يقع الحدث A

أي مجموعة نتائج التجربة التي لا تنتمي إلى المجموعة A .

ان مجموع احتمال أي حدث مع الحدث المتمم له هو 1
أي أن :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 100\% = 1$$

سنتحدث عن الحدثين المتعاكسين بالتفصيل في سياق الدرس

نتأمل المجموعة $\Omega = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

ليكن A الحدث الموافق للأعداد الزوجية في Ω و B الحدث الموافق للأعداد الفردية في Ω والحدث C الموافق لمضاعفات العدد 4 في Ω والحدث D الموافق للأعداد الأولية في Ω والحدث E الموافق للأعداد الأولية أو الأعداد الزوجية والحدث F الموافق للأعداد الأولية ومضاعفات العدد (4).

① اكتب أولاً عناصر المجموعات F, E, D, C, B, A

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$C = \{0, 4, 8\}, D = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$E = D \cup A = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$F = D \cap C = \phi = \{ \}$$

② اكتب بصيغة القائمة الأحداث الآتية:

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = \Omega$$

$$A \cap B = \phi = \{ \}, A \cap C = \{0, 4, 8\} = C$$

$$A \cup C = \{0, 2, 4, 6, 8\} = A$$

$$B \cup C = \{0, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$$

$$B \cap C = \phi = \{ \}$$

$$A' = \bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\} = B$$

$$E' = \{1, 9\}, D \cap E = \{2, 3, 5, 7\} = D$$

ثانياً: أحداث متنافية وأحداث متعاكسة

الحدثان المتنافيان

تعريف:

نقول عن حدثين أنهما **متنافيان** إذا استحال وقوعهما في آن معاً

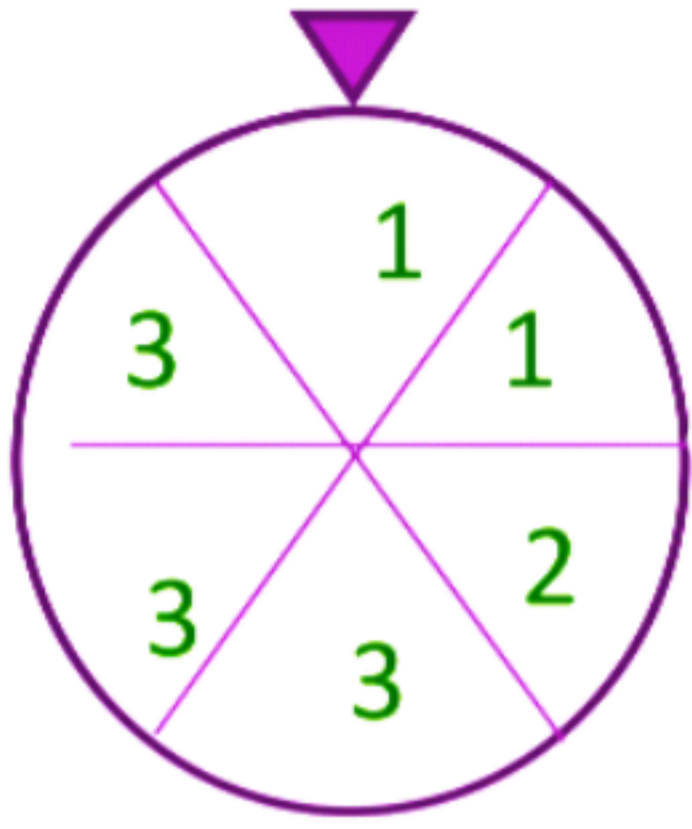
وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر ويتحقق مايلي:

$$A, B \text{ حدثان متنافيان} \iff A \cap B = \phi, A \cup B \neq \Omega$$

ملاحظة: (صح او خطأ + اختيار من متعدد)

إذا كان A و B حدثين متنافيين، كان احتمال «الحدث A أو B » مساوياً مجموع احتماليهما.

في تجربة الدولاب المرفق، نتأمل الحدثين:



A « ظهور الرقم 1 »

B « ظهور عدد زوجي »

$$\Omega = \{1, 1, 2, 3, 3, 3\}, A = \{1, 1\}, B = \{2\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$$

أ. ماهر بربر

$$A \cap B = \phi, A \cup B \neq \Omega \Rightarrow B, A \text{ حدثان متنافيان}$$

ملاحظة:

هذان الحدثان متنافيان. إذا احتمال ظهور 1 أو عدد زوجي

$$p(A) + p(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ يساوي}$$

لاحظ: بفرض D هو الحدث الدال على توقف إحدى قطاعات

الدولاب والتي تحمل عدد زوجي أو العدد 1 عند المعلم عندئذ فإن:

$$D = \{1, 1, 2\} \Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

نلقي حجر نرد متجانس ، أوجهه محملة بالأرقام

1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6

و نعرّف الأحداث الآتية:

A : ((ظهور عدد أصغر أو يساوي 2))

B : ((ظهور عدد أكبر تماماً من 4))

- الحدثان A و B متنافيان . لماذا؟

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 2\}, B = \{5, 6\} \Rightarrow$$

$$A \cap B = \phi, A \cup B \neq \Omega \Rightarrow B, A \text{ حدثان متنافيان}$$

- احسب احتمال A ثم احتمال B .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- احسب احتمال الحدث E : ((ظهور عدد n يحقق:

$$(n \leq 2 \text{ أو } n > 4)$$

طريقة أولى:

$$E = \{1, 2, 5, 6\}$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

طريقة ثانية:

أ. ماهر بربر

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

لأن الحدثين A و B متنافيان

$$P(E) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

إذا كان A و B حدثين متنافيين، كان احتمال «الحدث A أو B » مساوياً لمجموع احتماليهما.

الحدثان المتعاكسان

تعريف:

نقول عن حدثين أنهما **متعاكسان** إذا كان كل منهما يعاكس الآخر في حدوثه

الحدث **المعاكس** لحدث A هو الحدث الذي يتحقق إن لم يتحقق A . نرمز إليه بالرمز \bar{A} ونقول إن A و \bar{A} متعاكسان (كل منهما يعاكس الآخر) ويكون:

$$B, A \text{ حدثان متعاكسان} \Leftrightarrow A \cap B = \phi, A \cup B = \Omega$$

$$B, A \text{ حدثان متعاكسان} \Rightarrow P(A) + P(B) = 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} P(A) = 1 - P(B) \\ P(B) = 1 - P(A) \end{cases}$$

حالة خاصة للحدثين المتنافيين:

إذا كان A و B حدثان متنافيان وكان $P(A) + P(B) = 1$ عندئذٍ نقول عن A و B أنهما متعاكسان أي:

الحدثان المتعاكسان: هما حدثان متنافيان مجموع احتماليهما (1).

نلقي حجر نرد متجانس ، أوجهه محملة بالأرقام

1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6

و نعرّف الأحداث الآتية:

I : ((ظهور عدد فردي))

J : ((ظهور عدد زوجي))

- الحدثان I و J متعاكسان. لماذا؟

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$I = \{1, 3, 5\}, J = \{2, 4, 6\} \Rightarrow$$

$$I \cap J = \phi, I \cup J = \Omega$$

I و J حدثان متعاكسان.

- احسب احتمال الحدث J بطريقتين مختلفتين.

طريقة أولى:

$$P(I) = \frac{n(I)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(J) = \frac{n(J)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

طريقة ثانية:

بما أن الحدثان I و J حدثان متعاكسان فإن:

$$P(I) + P(J) = 1 \Rightarrow$$

$$P(J) = 1 - P(I) \Rightarrow$$

$$P(J) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

طلب إضافي مع ملاحظة خطيرة

هل الحدثان J, I متنافيان؟

كنا قد عرفنا الحدثين المتعاكسين بأنهما حدثين متنافيين مجموع احتماليهما يساوي 1 .
يجب الانتباه جيدا الى هذه الملاحظة :

- الحدثان المتعاكسان هما متنافيان دوما .
والعكس غير صحيح بالضرورة .

ملاحظة أخرى

مجموع احتمالي الحدثين المتعاكسين هو 1 .
ولكن اذا كان مجموع احتمالي حدثين هو 1 فهذا لا يعني ان يكونا متعاكسين يرجى الانتباه

في تجربة إلقاء حجر نرد متجانس أوجد فضاء العينة:

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

ثم أحسب احتمالات الأحداث الآتية:

الحدث B: الحصول على عدد زوجي.

لدينا: $B = \{2,4,6\}$ عندئذ يكون: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

الحدث C: الحصول على عدد أولي.

لدينا: $C = \{2,3,5\}$ عندئذ يكون: $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

لاحظ معي مايلي ، ان مجموع احتمالي الحدثين السابقين هو 1 حيث:

$$P(B) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

هل نقول أنهما حدثان متعاكسان؟ لاحظ

$$B \cap C = \{2\} \neq \phi$$

اي ان A, B حدثان غير متعاكسين .
الخلاصه :

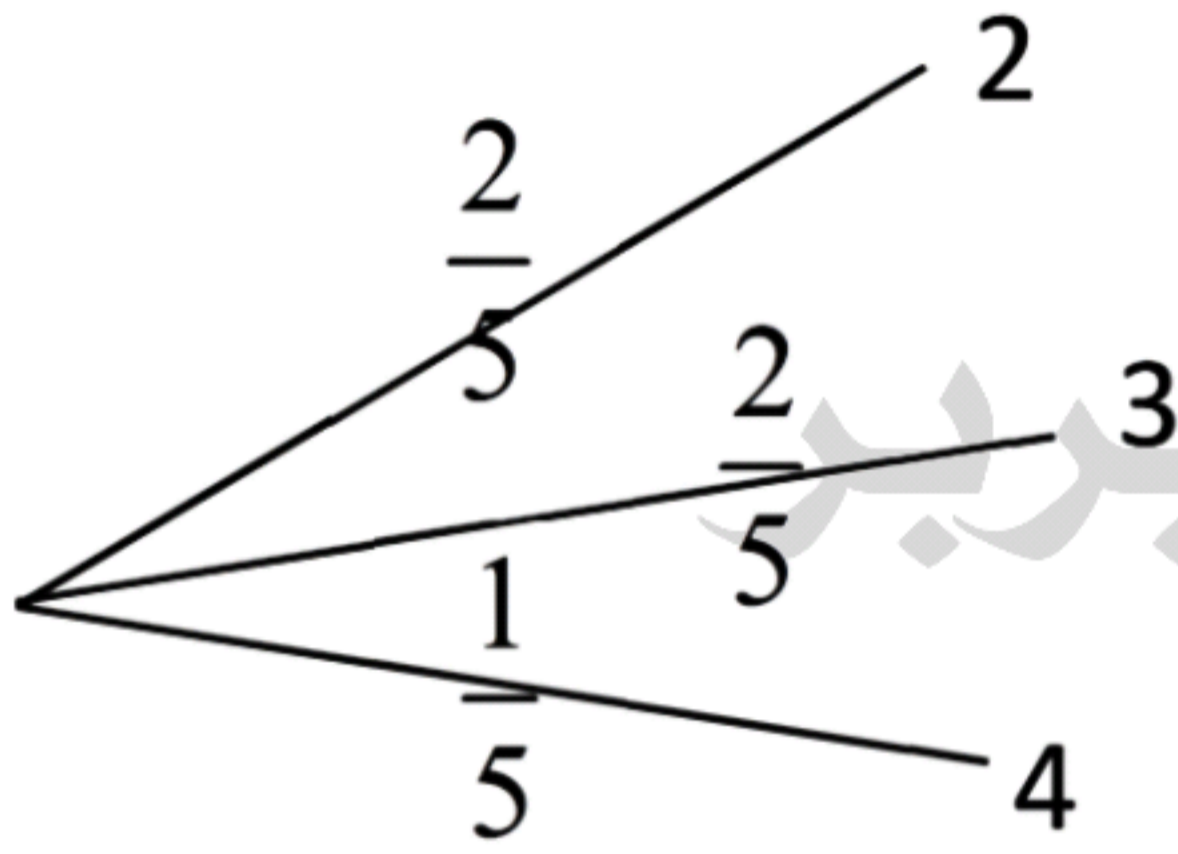
اذا كان A, B حدثان متعاكسان فإن مجموع احتماليهما هو 1
اما العكس غير صحيح بالضرورة

مغلف يحوي 5 بطاقات متماثلة كتبت عليها الأرقام : 2, 2, 3, 3, 4
نسحب من المغلف عشوائياً بطاقة واحدة ونسجل رقمها :

(1) ارسم شجرة الإمكانيات وزود فروعها باحتمالات النتائج الممكنة .

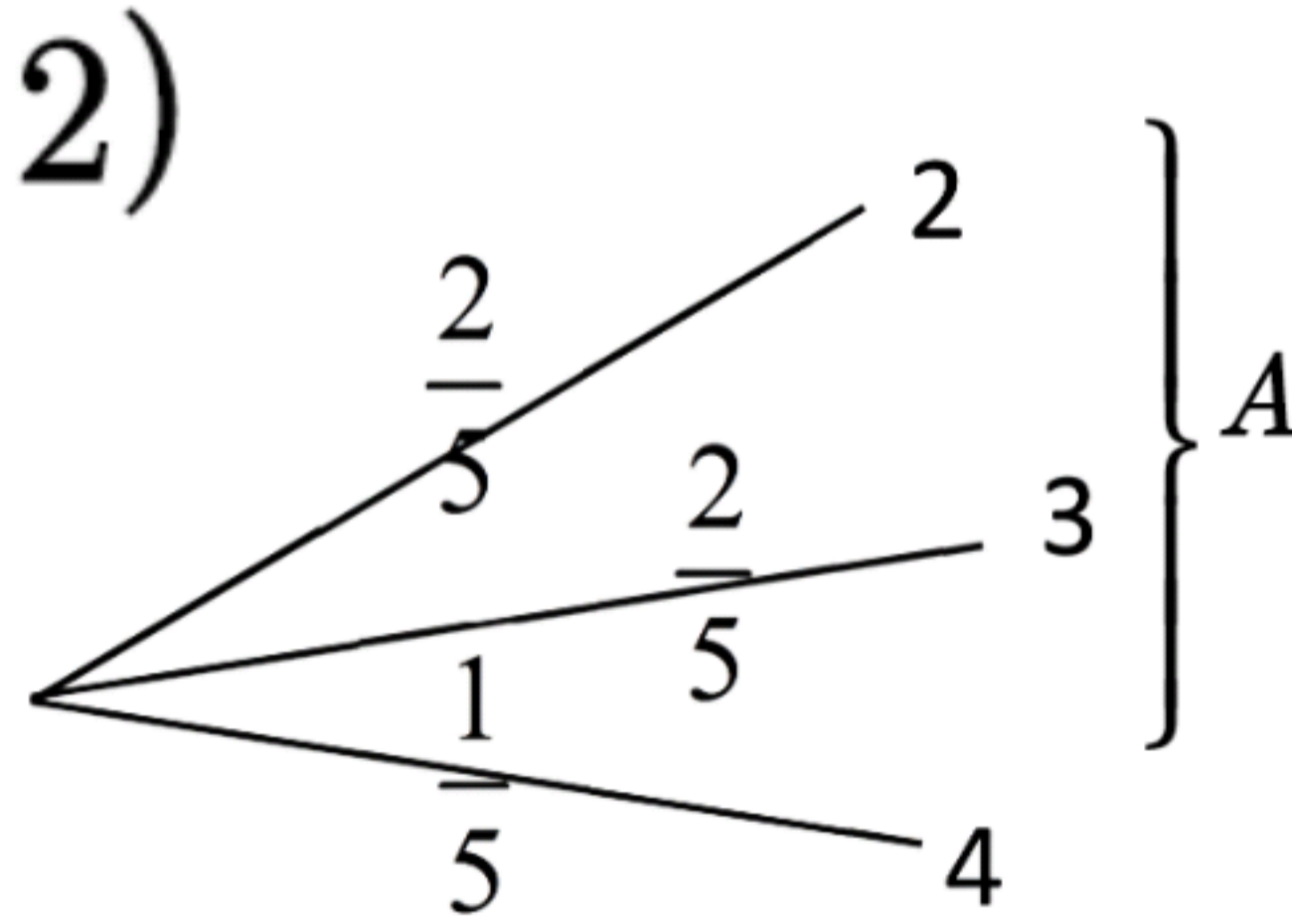
(2) الحدث A هو ظهور بطاقة تحمل رقماً أصغر تماماً من 4 ، احسب $P(A)$.

(3) الحدث \bar{A} هو الحدث المعاكس للحدث A ، احسب $P(\bar{A})$.



$$P(2) = \frac{2}{5}, P(3) = \frac{2}{5}$$

$$P(4) = \frac{1}{5}$$



$$P(A) = P(2) + P(3) \\ = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

or

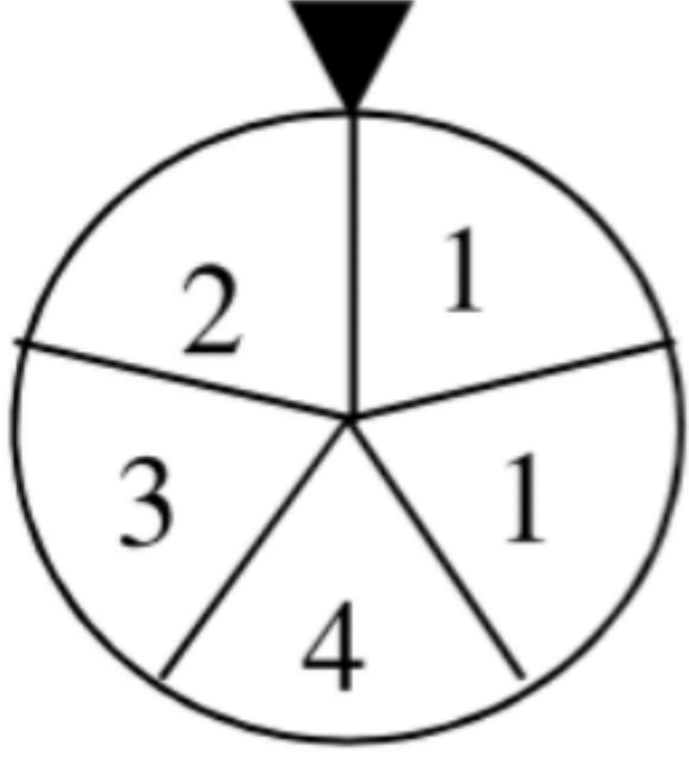
$$A = \{2, 2, 3, 3\} \Rightarrow$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{5}$$

$$3) \underbrace{A, \bar{A}}_{\text{متعاكسان}} \quad P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{or } \bar{A} = \{4\} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{1}{5}$$

في الشكل المجاور دولاب متجانس مقسم إلى خمسة أقسام متساوية، ندور هذا الدولاب وبعد أن يستقر نقرأ العدد المكتوب الذي يستقر عليه المعلم.

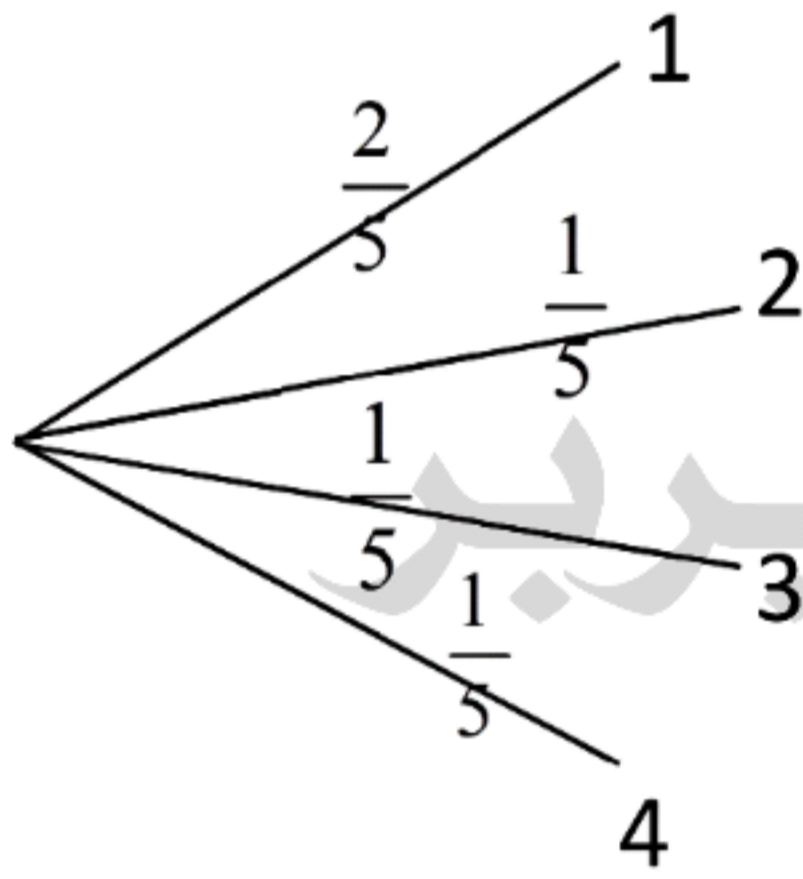


A حدث ظهور العدد 1 ، B حدث ظهور عدد زوجي.

(1) ارسم شجرة الامكانات مزوداً فروعها باحتمالات النتائج الممكنة.

(2) احسب احتمال الحدث A ثم احتمال الحدث B .

(3) هل الحدثان A و B متنافيان مبرراً إجابتك؟



$$P(1) = \frac{2}{5}, P(2) = \frac{1}{5}$$

$$P(3) = \frac{1}{5}, P(4) = \frac{1}{5}$$

2)

$$A = \{1, 1\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$$

$$B = \{2, 4\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$$

وهما حدثان متنافيان
لأن وقوع أحدهما
ينفي وقوع الآخر
حيث:

$$A \cap B = \phi, A \cup B \neq \Omega$$