



مجموعة اختبارات رياضيات مؤتمتة للبيكالوريا

بإشراف الأستاذ
عبد الحميد السيد

تمت بواسطة
مجموعة كبيرة من مدرسين الرياضيات بسورية



اختبارات مؤتمتة لرياضيات الكالوريا السورية



إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة وتنسيق الأساتذة

أمين الحمايك - حسام قاسم - صلاح سالم - محمد السيد علي - مصطفى الرزوق

مهند حرقة - نادر أبو مراس

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

هشام ديوب	محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
خالد شوقي الحداد	حسام خضر قاسم	نزيب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي
فادي طنوس	محمد نزيب جعفر	نادر أبو مراس	يوسف منصور	فادي محمد
محمد أحمد العيسى	مهند حرقة	علي جمول	أمين الحمايك	نركي طحاوي
عبد السلام حسن		صلاح سالم		مصطفى الرزوق



تم إنجاز هذا العمل بمساهمة عدد كبير من مدرسي الرياضيات في مجموعة خاصة

أتممة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الأول: الوحدة الأولى

اختبار المتاليات والإثبات بالتدرج

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة الأساتذة:


صلاح أحمد سالم مهند حربقة مصطفى الرزوق

تنسيق وإخراج: مصطفى الرزوق

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

زنب يوسف	محمد السيد علي	خالد الحداد	محي الدين إسماعيل
بشار كنعان	محمد أحمد العيسى	زكي طحاوي	يوسف منصور
أمير حايك	هيم ديبوب	محمد زين جعور	نادر أبوراس
فادي المحمد	فادي طنوس	مصطفى الرزوق	آدار كلابدون
عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	علي جمول	حسام قاسم




من أجل عدد حقيقي x لدينا الأعداد: $a = 2x + 2$ و $b = 6x - 3$ و $c = 4x$ بهذا الترتيب تشكل حدوداً متعاقبة لمتتالية حسابية، عندئذ قيمة x تساوي:							(1)
1	D	$\frac{4}{3}$	C	0	B	$\frac{3}{4}$	A
$2b = a + c \Rightarrow 2(6x - 3) = 2x + 2 + 4x \Rightarrow x = \frac{4}{3}$							رَدَّ
إعداد: أ. محي الدين إسماعيل			الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
و a و b و c أعداد حقيقية ولتكن $3c$ و $2b$ و a ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية تحقق $a.b.c = \frac{32}{3}$ عندئذ قيمة b هي:							(2)
2	D	8	C	$\sqrt{\frac{32}{3}}$	B	$\sqrt[3]{\frac{32}{3}}$	A
بما أن a و $2b$ و $3c$ ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية فإن:							نحو الحل
$4b^2 = 3a.c \Rightarrow 4b^3 = 3a.b.c$ $4b^3 = 3 \cdot \frac{32}{3} \Rightarrow b^3 = 8 \Rightarrow b = 2$							
إعداد: أ. أحمد الرفاعي			الجواب: D		كتابة: أ. صلاح سالم		
تتنسيق: د. مصطفى الرزوق							
$(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_0 = 6$, $u_3 = 384$, إن u_n يكتب بدلالة n بالشكل:							(3)
$u_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n$	D	$u_n = 6(4)^n$	C	$u_n = 6(3)^n$	B	$u_n = 6(2)^n$	A
$\frac{u_3}{u_0} = q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{384}{6} = 64 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow u_n = u_0 q^n \Rightarrow u_n = 6(4)^n$							رَدَّ
إعداد: أ. سمر الشهابي			الجواب: C		كتابة: أ. مهند حريقة		
تتنسيق: د. مصطفى الرزوق							
لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_{n+1} = (2\lambda - 1)u_n + 8$, $u_0 = 2$ فإن قيمة λ التي تجعل المتتالية ثابتة هي:							(4)
-2	D	-1	C	-3	B	2	A
$u_{n+1} = u_n = u_0 \Rightarrow 2 = 2(2\lambda - 1) + 8$							نحو الحل
$\lambda = -1$ ومنه نجد: $4\lambda = 2 - 6$							
إعداد: أ. علي جمول			الجواب: C		كتابة: أ. صلاح سالم		
تتنسيق: د. مصطفى الرزوق							


المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ هي متتالية:							(5)
متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة	A
 <p>المتتالية تآلفية وبالتالي بحساب حدين منها نجد:</p> $u_1 = \frac{1}{2}(2) - 3 = -2$ $u_2 = \frac{1}{2}(-2) - 3 = -4$ <p>فهي متناقصة تماماً</p>							الحل
إعداد: أ. زينب يوسف		الجواب: B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
تأمل المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = u_n + n - n!$ فإن هذه المتتالية:							(6)
متزايدة	D	متناقصة	C	ثابتة	B	غير مطردة	A
$u_{n+1} - u_n = n - n! \leq 0$ ومنه المتتالية متناقصة							الحل
إعداد: أ. فادي طنوس		الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 2 \cos^2 \frac{n}{2} - \cos n + 1$ هي متتالية:							(7)
متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة	A
$u_n = 2 \cos^2 \frac{n}{2} + 1 - \cos n = 2 \cos^2 \frac{n}{2} + 2 \sin^2 \frac{n}{2} = 2$							الحل
إعداد: أ. هيثم ديوب		الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق: $u_n = -(3)^n + n$ عندئذ يكون ناتج $u_{n+1} - u_n$ هو:							(8)
$3^n + 1$	B	$-(3)^n + 1$	C	$-2(3)^n + 1$	D	$2(3)^n + 1$	A
$u_{n+1} - u_n = -(3)^{n+1} + (n+1) + 3^n - n = -3(3)^n + 3^n + 1 = -2(3)^n + 1$							الحل
إعداد: أ. محسن القصير		الجواب: C			كتابة: أ. مهند حريقة		
تنسيق: د. مصطفى الرزوق							



<p>(9) المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية تحقق: $u_0 = -1$ وأيما كان n فإن $u_n \neq 0$ ولتكن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $v_n = \frac{1}{u_n} + 3$ حسابية أساسها 3 ، عندئذ يعطى u_n بدلالة n بالشكل:</p>							
$\frac{1}{3n+2} - 3$	D	$\frac{1}{3n+2}$	C	$\frac{1}{3n-1}$	B	$-\frac{1}{3n+1}$	A
<p>لدينا $v_0 = 2$ ومنه $v_n = 3n + 2$ لدينا $\frac{1}{u_n} = v_n - 3$ ومنه $u_n = \frac{1}{3n-1}$</p>							
إعداد: أ. خالد الحمد		الجواب: B		كتابة: أ. مهدي حريقة		تنسيق: د. مصطفى الرزوق	
<p>(10) المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n+2)(3-u_n)}{u_n+\sqrt{u_n+6}}$ ، إذا علمت أن $0 < u_n < 3$ عندئذ تكون المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$:</p>							
متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة	A
<p>$0 < u_n < 3 \Rightarrow \begin{cases} u_n + 2 > 0 \\ 3 - u_n > 0 \\ u_n + \sqrt{u_n + 6} > 0 \end{cases} \Rightarrow u_{n+1} - u_n > 0$ وبالتالي المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماماً</p>							
إعداد: أ. أمين الحايك		الجواب: A		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
<p>(11) نتأمل المتتاليتين $(T_n)_{n \geq 0}$ و $(S_n)_{n \geq 0}$ حيث: $T_0 = 1$ و $S_0 = 2$ ، ولتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $U_n = 3T_n + 5S_n$ ثابتة ، عندئذ U_{10} يساوي:</p>							
8	B	10	C	11	D	13	A
<p>بما أن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ ثابتة $U_{10} = U_0 = 3T_0 + 5S_0 = 13$</p>							
إعداد: أ. يوسف منصور		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
<p>(12) المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = 2 - u_n$ هي متتالية:</p>							
متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة	A
<p>$u_0 = 2, u_1 = 0, u_2 = 2, u_3 = 0, \dots$ $u_n = \begin{cases} 2 & n \text{ زوجي} \\ 0 & n \text{ فردي} \end{cases} \Leftrightarrow$ غير مطردة</p>							
إعداد: أ. عبد الحميد السيد		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			



<p>(13)</p> <p>متتالية حسابية فيها $u_2 = 11$ و $u_8 = 41$ عندئذ قيمة المجموع:</p> $S = u_1 + u_2 + u_3 + u_6 + u_8 + u_{10}$ <p>هي:</p>							
166	D	156	C	146	B	136	A
$S = 2u_2 + u_2 + 2u_8 + u_8 = 3u_2 + 3u_8 =$ $3(u_2 + u_8) = 3(11 + 41) = 156$							ل ق
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: C		إعداد: أ. آدار كلابدون			
<p>(14)</p> <p>متتالية هندسية أساسها 2 وفيها $u_0 = 3$ فإن قيمة المجموع:</p> $S_n = u_0 + u_2 + u_4 + \dots + u_{2n}$ <p>هو:</p>							
$1 - 4^n$	D	$-1 + (4)^n$	C	$1 - 4(4)^n$	B	$-1 + 4(4)^n$	A
$S_n = a \times \frac{1 - q^{\text{عدد الحدود}}}{1 - q}, \quad a = u_0 = 3, \quad q = 4, \quad \text{عدد الحدود} = \frac{2n - 0}{2} + 1 = n + 1$ $S_n = 3 \times \frac{1 - 4^{n+1}}{1 - 4} = -1 + 4(4)^n$							نحو الحل
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: A		إعداد: أ. فادي المحمد			
<p>(15)</p> <p>لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 7$, $u_{n+1} = au_n + b$ حيث $a \neq 1$ و $b \neq 0$</p> <p>إذا علمت أن: $u_n = 5(10)^n + 2$ فإن (a, b) يساوي:</p>							
(7,5)	D	(10,18)	C	(10, -18)	B	(5,2)	A
<p>الصيغة مألوفة حيث $a = 10$ ويبقى حساب b:</p> $\left. \begin{array}{l} u_1 = 10u_0 + b = 70 + b \\ u_1 = 5(10) + 2 = 52 \end{array} \right\} \Rightarrow 70 + b = 52 \Rightarrow b = -18$							نحو الحل
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: B		إعداد: أ. باسل سمير حسين			


(16) المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 2n + n(-1)^n$ هي متتالية:							
A	متزايدة تماماً	B	متناقصة تماماً	C	ثابتة	D	غير مطردة
$u_n = \begin{cases} 2n - n, & n \text{ فردي} \\ 2n + n, & n \text{ زوجي} \end{cases}$ <p>لدينا حالتين لحساب $A = u_{n+1} - u_n$:</p> <p>إما: $A = 3(n+1) - n = 2n + 3 > 0$</p> <p>أو: $A = (n+1) - 3n = -2n + 1 < 0$</p> <p>يتضح أنه عند الانتقال من حد دليله فردي إلى حد دليله زوجي تتزايد u_n وبالعكس تتناقص فهي غير مطردة.</p>							نحو الحل
إعداد: أ. خالد الحداد		الجواب: D		كتابة: أ. مهند حريقة		تنسيق: د. مصطفى الرزوق	
(17) من أجل كل عدد طبيعي إذا علمت أن:							
$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$ <p>فإن العدد $3^{33} - 2^{22}$ مضاعف للعدد:</p>							نحو الحل
A	4	B	27	C	23	D	11
$3^{33} - 2^{22} = (3^3)^{11} - (2^2)^{11} = 27^{11} - 4^{11} =$ $= (27 - 4)(27^{10} + 27^9 \times 4 + \dots + 4^{10}) =$ $= (23)(27^{10} + 27^9 \times 4 + \dots + 4^{10})$							نحو الحل
إعداد: د. مصطفى الرزوق		الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			


<p>(18) لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$, $u_0 = 2$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث $v_n = u_n + a$ فإن قيمة a التي تجعل $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية هي:</p>							A
-2	D	-1	C	-3	B	2	
<p> $v_{n+1} = u_{n+1} + a = \frac{1}{3}u_n + 2 + a = \frac{1}{3}(u_n + 6 + 3a)$ تكون $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية إذا كان $v_n = u_n + 6 + 3a$ ولدينا $v_n = u_n + a$ ومنه $v_n = u_n + 6 + 3a$ ومنه $2a = -6$ $a = -3$</p>							ب. الخلل
إعداد: أ. محمد السيد علي		الجواب: B		كتابة: أ. صلاح سالم		تنسيق: د. مصطفى الرزوق	
<p>(19) إن قيمة المجموع: $S = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \dots + 20$ يساوي:</p>							A
605	D	1200	C	3630	B	1210	
<p> المجموع هو مجموع حدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{6}$ وعدد الحدود: $n = \frac{20 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} + 1 = 120$ $S = \frac{a + \ell}{2} \times n = \frac{\frac{1}{6} + 20}{2} \times 120 = 1210$</p>							ب. الخلل
إعداد: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: A		كتابة: أ. صلاح سالم		تنسيق: د. مصطفى الرزوق	
<p>(20) a و b و c ثلاث حدود متعاقبة من متتالية حسابية متناقصة أساسها r وتحقق: $b^2 = ac + 4$ عندئذ أساسها r يساوي:</p>							A
-3	D	-1	C	2	B	-2	
<p> لدينا $a = b - r$ و $c = b + r$ نعوض في العلاقة المفروضة: $b^2 = (b - r)(b + r) + 4$ ومنه $b^2 = b^2 - r^2 + 4$ $r^2 = 4$ ومن نجد $\{r = 2, r = -2\}$ وبما أن ال متتالية متناقصة فالحل المقبول هو $r = -2$</p>							ب. الخلل
إعداد: أ. عدي الخميس		الجواب: A		كتابة: أ. صلاح سالم		تنسيق: د. مصطفى الرزوق	

$u_7 = \frac{1}{32}$ و $u_3 = \frac{1}{2}$ فيها $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية ليست مطردة، فإن الحد ذي الدليل n هو:						(21)	
$32 \left(\frac{-1}{4}\right)^n$	D	$4 \left(\frac{-1}{2}\right)^n$	C	$-4 \left(\frac{-1}{2}\right)^n$	B	$32 \left(\frac{1}{4}\right)^n$	A
 $q = \mp \frac{1}{2} \Leftrightarrow q^4 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow q^4 = \frac{1}{32} / \frac{1}{2} \Leftrightarrow q^4 = \frac{u_7}{u_3} \Leftrightarrow u_7 = u_3 \cdot q^4$ <p>وبما أن المتتالية ليست مطردة فإن $q = -\frac{1}{2}$ ومنه:</p> $u_n = u_3 \cdot q^{n-3} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-3} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} (-2)^3 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ $u_n = -4 \left(\frac{-1}{2}\right)^n$							نحو الحل
تتسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. صلاح سالم		الجواب: B		إعداد: أ. محمد غوش	
$(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q > 0$ وحدها البدء $u_0 = \frac{30}{7}$ ، إذا علمت أن:							(22)
$u_0 + u_1 + u_2 = 30$ فإن قيمة الأساس q تساوي:							
2	D	4	C	3	B	8	A
$u_0 + u_0q + u_0q^2 = 30 \Rightarrow u_0(1 + q + q^2) = 30$ $\frac{30}{7}(1 + q + q^2) = 30 \Rightarrow 1 + q + q^2 = 7$ <p>ومنه إما $q = -3$ (مرفوض) أو $q = 2$ (مقبول)</p>							نحو الحل
كتابة وتتسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: D		إعداد: أ. زكي طحاوي			
نتأمل المتتاليتين $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(s_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين تدريجياً وفق:							(23)
$s_{n+1} = \frac{2s_n + u_n}{3}, \quad s_0 = 4, \quad u_{n+1} = \frac{2u_n + s_n}{3}, \quad u_0 = 1$ <p>ونعرف المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ وفق $w_n = s_n - u_n$ فإن:</p>							
$w_{n+1} = 3w_n$	D	$w_{n+1} = w_n$	C	$w_{n+1} = -\frac{1}{3}w_n$	B	$w_{n+1} = \frac{1}{3}w_n$	A
$w_{n+1} = s_{n+1} - u_{n+1} = \frac{2s_n + u_n}{3} - \frac{2u_n + s_n}{3} = \frac{s_n - u_n}{3} = \frac{1}{3}w_n$							نحو الحل
تتسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. صلاح سالم		الجواب: A		إعداد: أ. مهند الشريف	

<p>(24) متتالية هندسية أساسها وحدها الأول $u_0 = 1$, $q = 2$ إذا علمت مجموع الحدود الآتية: $u_3 + u_4 + \dots + u_n = 248$ فإن قيمة n تساوي:</p>							A
8	D	7	C	6	B	5	A
 $\frac{u_3}{u_0} = q^3 = 2^3 \Rightarrow u_3 = 8$ <p>وإذا كان عدد الحدود هو r فإن: $8 \left(\frac{1-2^r}{1-2} \right) = 248$</p> <p>ولمعرفة n رتبة الحد الأخير لدينا علاقة عدد الحدود:</p> $r = n - m + 1 \Rightarrow 5 = n - 3 + 1 \Rightarrow n = 7$							الإجابة
تنسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. مهند حريقة		الجواب: C		إعداد: أ. نادر أبو راس	
<p>(25) لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{3^2}{5^3} + \dots + \frac{3^{n-1}}{5^n}$ عندئذ يكتب u_n بدلالة n:</p>							A
$\frac{2}{5} \left(1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right)$	D	$\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right)$	C	$\frac{1}{5} \left(1 - \left(\frac{3}{5} \right)^{n+1} \right)$	B	$\frac{1}{5} \left(1 + \left(\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right)$	A
 $u_n = \frac{1}{5} \left[1 + \frac{3}{5} + \frac{3^2}{5^2} + \dots + \frac{3^{n-1}}{5^{n-1}} \right]$ $u_n = \frac{1}{5} \left[1 + \left(\frac{3}{5} \right)^1 + \left(\frac{3}{5} \right)^2 + \left(\frac{3}{5} \right)^3 + \dots + \left(\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right]$ <p>ما بين قوسين هو مجموع حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ وعدد الحدود n</p> $u_n = \frac{1}{5} \frac{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{1}{5} \frac{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right]$							الإجابة
تنسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. صلاح سالم		الجواب: C		إعداد: أ. محمد أحمد العيسى	

$u_n = \frac{1}{v_n - 3}$ وفق المعرفة $(u_n)_{n \geq 0}$ ولتكن المتتالية $v_0 = 4$ وفيها 1 أساسها عندئذ يكتب المجموع $S = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$ بدلالة n بالشكل:							(26)
$\frac{n^2 - 1}{2}$	D	$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$	C	$\frac{n^2 + 3n + 8}{2}$	B	$\frac{(n+8)(n+1)}{2}$	A
 <p>أدينا:</p> $u_n = \frac{1}{v_n - 3}$ <p>ومنه:</p> $\frac{1}{u_n} = v_n - 3$ $S = v_0 - 3 + v_1 - 3 + \dots + v_n - 3$ $S = \frac{(v_0 + v_n)}{2} (n+1) - 3(n+1)$ $S = \frac{(v_0 + v_0 + nr)(n+1) - 6(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+8) - 6(n+1)}{2}$ $S = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$							المتتالية
تنسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. صلاح سالم		الجواب: C		إعداد: أ. عبدو عبدو	
نتأمل المتتالية $(x_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $x_n = 3n - 2^n$ إن قيمة المجموع:							(27)
$S = x_0 + x_1 + \dots + x_5$							تساوي:
-18	D	108	C	137/2	B	-13/2	A
 <p>نضع $t_n = 3n$ متتالية حسابية و $v_n = 2^n$ هي متتالية هندسية فيكون:</p> $S = t_0 + t_1 + \dots + t_5 - (v_0 + v_1 + \dots + v_5)$ $S = \frac{6}{2}(t_0 + t_5) - 2^0 \left(\frac{1 - 2^6}{1 - 2} \right)$ $S = 3(0 + 15) + 1 - 64 = 45 - 63 = -18$							المتتالية
تنسيق: د. مصطفى الرزوق		كتابة: أ. صلاح سالم		الجواب: D		إعداد: أ. محمود المحمود	

$u_2 \times u_4 = 5 \text{ و } u_1 + u_5 - u_3 = 3 \text{ ، تحقق: } r > 0$ <p>(28) متتالية حسابية أساسها $(u_n)_{n \geq 0}$ فإنها تعطى تدريجياً وفق:</p>							A
$u_{n+1} = u_n + 1$ $u_0 = -1$	D	$u_{n+1} = u_n + 2$ $u_0 = -3$	C	$u_{n+1} = u_n + 3$ $u_0 = 1$	B	$u_{n+1} = u_n + 4$ $u_0 = 3$	
$u_1 + u_5 - u_3 = 3 \Rightarrow u_0 + r + u_0 + 5r - u_0 - 3r = 3$ $u_0 = 3 - 3r \quad (*)$ $u_2 \times u_4 = 5 \Rightarrow (u_0 + 2r)(u_0 + 4r) = 0$ <p>بالاستفادة من العلاقة (*) نجد أن:</p> $(3 - r)(3 + r) = 5 \Rightarrow 9 - r^2 = 5$ $r^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} r = -2 & \text{مرفوض} \\ r = 2 & \text{مقبول} \end{cases}$ $u_0 = 3 - 3(2) = -3$ <p>ومنه $u_{n+1} = u_n + 2, u_0 = -3$</p>							A
إعداد: أ. محمد زين جعور		الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
<p>(29) متتالية معرفة بالشكل $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n, u_0 = 1, u_1 = 2$ فإذا علمت أن $u_2 = -1$ و $u_3 = 1$ فإن قيمة (a, b) هي:</p>							A
$\left(2, \frac{1}{3}\right)$	D	$\left(-\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$	C	$\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$	B	$\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$	
 $u_2 = au_1 + bu_0 \Rightarrow -1 = 2a + b$ $u_3 = au_2 + bu_1 \Rightarrow -a + 2b = 1$ $\begin{cases} 2a + b = -1 \\ -a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{5}, a = -\frac{3}{5}$							A
إعداد: أ. وائل عنيزان		الجواب: C		كتابة: أ. مهند حريقة			
إعداد: د. مصطفى الرزوق		تنسيق: د. مصطفى الرزوق					

<p>(30) $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة وفق $u_n = P(n)$ حيث $P(n)$ كثير حدود من الدرجة الثانية، ونعلم أنها تعطى تدريجياً بالشكل: $u_1 = -1$, $u_{n+1} = u_n + 2n$, عندها تكون عبارة u_n بدلالة n هي:</p>							
$2n^2 - 3n$	D	$n^2 + 2n - 4$	C	$n^2 - 2$	B	$n^2 - n - 1$	A
 <p> $u_n = an^2 + bn + c \Rightarrow u_{n+1} = a(n+1)^2 + b(n+1) + c$ $an^2 + 2an + a + bn + b + c = an^2 + bn + c + 2n$ $(2a + b)n + a + b + c = (b + 2)n + c$ بالمطابقة نجد: $2a + b = b + 2 \Rightarrow a = 1$ $a + b + c = c \Rightarrow b = -1$ $\Rightarrow u_n = n^2 - n + c$ ولأن: $u_1 = -1$ نجد: $-1 = 1 - 1 + c$ ومنه: $c = -1$ </p>							نحو الحل
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: A			إعداد: أ. مهند حريقة		



اختبارات مؤتمتة لرياضيات البكالوريا السورية



الجزء الأول : الوحدة الثانية

اختبار النهايات والاستمرار

إشراف الأستاذ : عبد الحميد السيد



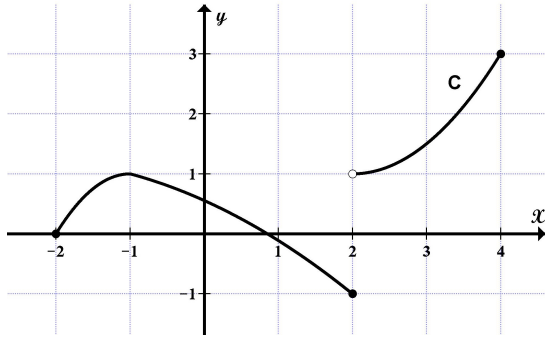
كتابة وتنسيق

الأستاذ : محمد السيد علي

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

حسام قاسم	محمد السيد علي	عبد الحميد السيد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
زينب يوسف	صفوح الأفندي	بشار كعاز	هيثم ديوب	خالد الحداد
عامر سيو	زكي طحاوي	يوسف منصور	فادي الحمد	نادر أبوراس
مهند حريقة	مصطفى الرزوق	أمين الحايك	فادي طنوس	محمد زين جعور
آدار كلابدون	صلاح سالم	عبد السلام حسن	محمد العيسى	علي جمول





في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f

المعرف على $I = [-2, 4]$

عندئذ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ تساوي :

1

1

D

0

C

-1

B

-2

A



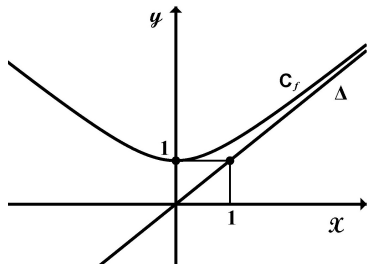
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$$

3, 1, 3

كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي

الجواب : B

إعداد : أ. عبد السلام زكريا



الشكل المجاور يمثل C_r الخط البياني للتابع f المعرف على \mathcal{R}

والمستقيم Δ مقارب مائل للخط C_r في جوار $+\infty$

عندئذ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ تساوي :

2

0

D

-1

C

2

B

1

A



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = m_{\Delta} = \frac{1-0}{1-0} = 1$$

3, 1, 3

كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي

الجواب : A

إعداد : أ. مضر الأحمد

نتأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathcal{R} \setminus \{-2, 2\}$:

x	$-\infty$	-2		0	2	$+\infty$							
$f'(x)$		-		-	0	+		+					
$f(x)$	1	\searrow	$-\infty$		$+\infty$	\searrow	$\frac{3}{2}$	\nearrow	$+\infty$		$-\infty$	\nearrow	1

إن عدد حلول المعادلة $f(x) - 1 = 0$ هو :

3

3

D

2

C

1

B

0

A



من جدول التغيرات نلاحظ أن المعادلة $f(x) = 1$ ليس لها حلول




3, 3




كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي

الجواب : A

إعداد : أ. أحمد الكليش

ليكن $E(X)$ الجزء الصحيح للعدد الحقيقي X عندئذ قيمة $E(2 - \pi)$ هي :						4	
-3	D	-2	C	-1	B	2	A
$E(2 - \pi) = -2$: منه نجد : $2 - \pi \approx 2 - 3.14 = -1.14$							$\frac{3}{3}$
إعداد : أ . حسن آصف سليمان		الجواب : C		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $f(x) - g(x) \geq 0$ بحيث g, f المعرفان على المجال $]2, +\infty[$ الخطان البيانيان للتابعين C_g, C_f عندئذ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ تساوي :						5	
$+\infty$	D	$-\infty$	C	0	B	-2	A
لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $g(x) \leq f(x)$ وحسب مبرهنة المقارنة الثالثة نجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$							$\frac{3}{3}$
إعداد : أ . علي فؤاد علي		الجواب : C		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			
ليكن f تابعاً معرفاً على \mathcal{R} وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2mx + 4}$ خطه البياني C عندئذ قيمة m ليكون المستقيم $\Delta: y = x + 1$ مقارباً مائلاً للخط C في جوار $+\infty$ هي :						6	
-1	D	0	C	1	B	2	A
 $x^2 - 2mx + 4 = x^2 - 2mx + m^2 - m^2 + 4 = (x - m)^2 + 4 - m^2$ ومنه المستقيم الذي معادلته $y = x - m$ مستقيماً مقارباً للخط البياني للتابع f في جوار $+\infty$ وبالمقارنة مع المستقيم $\Delta: y = x + 1$ نستنتج أن $m = -1$							$\frac{3}{1}$
إعداد : أ . محمد السيدعلي		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			
ليكن f تابعاً معرفاً على $]0, +\infty[$ إذا علمت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x] = 1 - \sqrt{2}$ عندئذ معادلة المستقيم المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$ هي :						7	
$y = -2x + 1 - \sqrt{2}$	D	$y = 2x + 1 + \sqrt{2}$	C	$y = -2x - 1 + \sqrt{2}$	B	$y = 2x + 1 - \sqrt{2}$	A
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x] = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 1 - \sqrt{2})] = 0$ ومنه معادلة المقارب المائل هي : $y = -2x + 1 - \sqrt{2}$							$\frac{3}{1}$
إعداد : أ . محمد زين جعور		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			

ليكن التابع f المعرفة على $I = [0, +\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{kx} & : 0 \leq x \leq 2 \\ x & : x > 2 \end{cases}$ حيث k عدد موجب تماماً عندئذ قيمة k التي تجعل f مستمراً على I هي :							8
$\sqrt{2}$	D	2	C	1	B	$\frac{1}{2}$	A
 <p>يكون التابع f مستمراً على I إذا كان مستمراً عند $x = 2$</p> $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= f(2) = \sqrt{2k} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{2k} = 2 \Rightarrow k = 2$							3 1
إعداد : أ . غياث منصور			الجواب : C		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		
ليكن f التابع المعرفة على $]-\infty, b[$ وفق : $f(x) = \frac{ax+3}{x-b}$ حيث a, b عدنان حقيقيان موجبان تماماً إذا علمت أن لخطه البياني مقاربين معادلتهما $x = 2$ و $y = 3$ عندئذ (a, b) تساوي :							9
$(1, 2)$	D	$(3, 1)$	C	$(2, 3)$	B	$(3, 2)$	A
 <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ ومنه نجد $y = a$ مقارب أفقي وبالتالي $a = 3$ $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$ ومنه $x = b$ مقارب شاقولي وبالتالي $b = 2$</p>							3 1
إعداد : أ . محمد جمال خطيب			الجواب : A		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		
C_r هو الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathcal{R} وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ إذا علمت أن C_r يقبل مقارباً مائلاً Δ في جوار $+\infty$ عندئذ معادلة المستقيم d المار بالنقطة $(2, 1)$ والذي يوازي Δ هي :							10
$y = x + 1$	D	$y = x + 3$	C	$y = 2x - 3$	B	$y = x - 1$	A
 <p>$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} = 1$ $d \parallel \Delta \Rightarrow m_d = m_\Delta \Rightarrow m_d = 1$ والمستقيم d يمر بالنقطة $(2, 1)$ ومعادلته من الشكل $y - y_0 = m(x - x_0)$ بالتعويض نجد : $d : y = x - 1$</p>							3 1
إعداد : أ . أمين الحايك			الجواب : A		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		

11	<p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathcal{R}^* وفق $f(x) = x+3 - \frac{1}{x}$ إذا علمت أن للخط C مقاربين مائلين d في جوار $+\infty$ و d' في جوار $-\infty$ عندئذ يتقاطع d و d' في النقطة :</p>							
A	(0,3)	B	(0,-3)	C	(-3,0)	D	(0,0)	
 <p>في جوار $+\infty$ يكون $d: y = x + 3$ في جوار $-\infty$ يكون $d': y = -x - 3$ وعند الحل المشترك للمعادلتين السابقتين نجد : $x + 3 = -x - 3$ ومنه نجد $x = -3$ و $y = 0$</p>								
إعداد : أ. محمد أحمد العيسى			الجواب : C			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		
12	<p>ليكن C_f الخط البياني لتابع f معرفة على \mathcal{R}_+^* إذا علمت أنه أيما كان $x > 0$ كان $-\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) - x \leq \frac{1}{x} + 1$ عندئذ C_f يقبل مقارباً مائلاً في جوار $+\infty$ معادلته :</p>							
A	$y = x - 1$	B	$y = -x + 1$	C	$y = x$	D	$y = x + 1$	
 <p>نعم أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-\frac{1}{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{1}{x} + 1) = 1$ وحسب مبرهنة الإحاطة يكون $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$ أي المستقيم الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C_f في جوار $+\infty$</p>								
إعداد : أ. رابعة سليمان			الجواب : D			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		
13	<p>ليكن f التابع المعرفة على \mathcal{R}^* وفق : $f(x) = 1 - x - \frac{1}{x}$ خطه البياني C إذا قطع المستقيم $\Delta: y = m$ الخط C في نقطتين فإن إحداثيي منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما :</p>							
A	$(\frac{m-1}{2}, m)$	B	$(\frac{m-1}{2}, \frac{m}{2})$	C	$(m-1, m)$	D	$(\frac{1-m}{2}, m)$	
 <p>$f(x) = m \Rightarrow 1 - x - \frac{1}{x} = m \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ للمعادلة جذران مختلفان : $x_1 + x_2 = \frac{-(m-1)}{1} = 1 - m$ ومنه نجد إحداثيي المنتصف $(\frac{1-m}{2}, m)$</p>								
إعداد : أ. زكي محمود طحاوي			الجواب : D			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		

<p>C_f هو الخط البياني للتابع f المعرف على \mathcal{R} وفق : $f(x) = x - 3 \cos \frac{x}{2}$</p> <p>إن C_f محدود بالمستقيمين اللذين معادلتهما :</p>					14		
<p>$y = x + 3$ $y = x + 1$</p>	D	<p>$y = x + 3$ $y = x + 5$</p>	C	<p>$y = x - 3$ $y = x - 5$</p>	B	<p>$y = x - 3$ $y = x + 3$</p>	A
<p>نظم أن $-1 \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1$ ومنه $-3 \leq -3 \cos \frac{x}{2} \leq 3$</p> <p>وبالتالي $x - 3 \leq x - 3 \cos \frac{x}{2} \leq x + 3$</p>					3, 1		
<p>إعداد : أ . مصطفى الرزوق</p>		<p>الجواب : A</p>		<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>			
<p>ليكن f التابع المعرف على \mathcal{R} وفق $f(x) = a + \frac{bx}{\sqrt{x^2 + 2}}$ حيث $a, b \in \mathcal{R}$ ، إذا علمت أن C الخط البياني للتابع f يقبل مقاربتين $d: y = 6$ في جوار $+\infty$ و $d': y = 2$ في جوار $-\infty$ عندئذٍ (a, b) تساوي :</p>					15		
<p>(4, 2)</p>	D	<p>(-4, 2)</p>	C	<p>(4, -2)</p>	B	<p>(3, 3)</p>	A
<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[a + \frac{bx}{\sqrt{x^2 + 2}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(a + \frac{b}{\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}}} \right) \Rightarrow a + b = 6 \dots (1)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[a + \frac{bx}{\sqrt{x^2 + 2}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(a - \frac{b}{\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}}} \right) \Rightarrow a - b = 2 \dots (2)$</p> <p>بجمع المعادلتين نجد : $a = 4$ ، نعوض في إحدى المعادلتين السابقتين نجد : $b = 2$</p>					3, 1		
<p>إعداد : أ . باسل سطمة</p>		<p>الجواب : D</p>		<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>			
<p>f تابع معرف على \mathcal{R} وفق : $f(x) = 2 + \frac{4}{x^2 + 4}$ عندئذٍ المستقر الفعلي للتابع f هو :</p>					16		
<p>[2, 3]</p>	D	<p>]2, 3[</p>	C	<p>[2, 3]</p>	B	<p>[0, 3]</p>	A
<p>$\forall x \in \mathcal{R} : x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow 0 < \frac{4}{x^2 + 4} \leq 1 \Rightarrow 2 < 2 + \frac{4}{x^2 + 4} \leq 3 \Rightarrow f(x) \in]2, 3[$</p> <p>ملاحظة : يمكن البحث عن المستقر الفعلي عن طريق دراسة تغيرات التابع</p>					3, 1		
<p>إعداد : أ . صفوح الأفندي</p>		<p>الجواب : D</p>		<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>			

17	ليكن f التابع المعرف على \mathcal{R}^* وفق : $f(x) = \frac{ 2x-1 - 1-3x }{x}$ ، عند دراسة نهاية f عند الصفر نجدها :						
A	0	B	1	C	2	D	غير موجودة
3, 1	في جوار الصفر نجد $2x-1 < 0$ و $1-3x > 0$ وبالتالي نجد : $1 = \frac{x}{x} = \frac{1-2x-(1-3x)}{x} = \frac{1-2x-1+3x}{x} = \frac{x}{x}$ ومنه $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$						
إعداد : أ . سومر سليمان		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		
18	ليكن التابع f المعرف على $\mathcal{R} \setminus \{3\}$ وفق : $f(x) = \frac{x-3}{ x-3 }$ عندئذٍ المستقر الفعلي للتابع f هو :						
A	$\{-3, 3\}$	B	$\{-1, 1\}$	C	$[-3, 3]$	D	$[-1, 1]$
3, 1	$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x-3} = 1 & : x > 3 \\ \frac{x-3}{3-x} = -1 & : x < 3 \end{cases}$						
إعداد : أ . سلمى عبدي		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		
19	ليكن f التابع المعرف على $\mathcal{R} \setminus \{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x}{2} + 1 - \frac{2}{x-1}$ خطه البياني C عندئذٍ عدد المقاربات للخط C هو :						
A	1	B	2	C	3	D	4
3, 1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ومنه $x = 1$ مقارب شاقولي $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \end{cases}$ لدينا $\Delta : y = \frac{x}{2} + 1$ مقارب مائل لأن $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$ ومنه للخط C مقارب شاقولي ومقارب مائل						
إعداد : أ . هيثم ديوب		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي		

20 عند البحث عن نهاية التابع المعطى بالعلاقة $f(x) = \sin(\frac{1}{x}) + \sin x$ عند $+\infty$ نجد أنها :

A 0 B 1 C $+\infty$ D غير موجودة



بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(\frac{1}{x}) = 0$

فإن نهاية f تتوّل إلى نهاية التابع $x \mapsto \sin x$ وهذا التابع دوري وليس ثابتاً وبالتالي ليس له نهاية عند $+\infty$

كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي

الجواب : D

إعداد : أ . عبد الحميد السيد

21 ليكن f التابع المعرف وفق $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1} - |x|$ عندئذ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ تساوي :

A $-\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{3}{2}$ D $-\infty$



في جوار $-\infty$ يكون $|x| = -x$ ويصبح $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1} + x$ وعند إيجاد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ نحصل على عدم تعيين من الشكل $\infty - \infty$ لذلك نكتب :

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2 + 3x + 1} + x)(\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x)}{\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x} = \frac{3x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x}$$

$$= -\frac{x(3 + \frac{1}{x})}{x(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1)} = -\frac{3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1}$$

وبما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{3}{2}$

كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي

الجواب : A

إعداد : أ . ابتسام عيسى

22 إذا علمت أنّ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a x}{x \cdot \sin a x} = \frac{1}{6}$ (حيث a عدد حقيقي غير معدوم) فإن قيمة a تساوي :

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{3}$



(علماء أن : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cosh h}{h^2} = \frac{1}{2}$) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a x}{x \cdot \sin a x} = a \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1 - \cos a x}{(a x)^2}}{\frac{\sin a x}{a x}} = a \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{a}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي

الجواب : D

إعداد : أ . نادر أبوراس

23 ليكن f التابع المعرف على المجال $I = [-2, 0[$ وفق العلاقة $f(x) = (x + mE(x))^2$ حيث $E(x)$ يرمز إلى الجزء الصحيح للعدد x ، إن قيمة العدد الحقيقي m غير المعدوم التي تجعل f مستمراً عند -1 هي :

A	$-\frac{1}{2}$	B	$\frac{3}{2}$	C	$-\frac{2}{3}$	D	$-\frac{3}{2}$
---	----------------	---	---------------	---	----------------	---	----------------



$$E(x) = \begin{cases} -2 : x \in [-2, -1[\\ -1 : x \in [-1, 0[\end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (x - 2m)^2 : x \in [-2, -1[\\ (x - m)^2 : x \in [-1, 0[\end{cases}$$

f مستمراً عند -1 عندئذٍ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$

وبالتالي : $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1)$

ومنه $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x - 2m)^2 = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x - m)^2$

$$(-1 - 2m)^2 = (-1 - m)^2 \Rightarrow$$

$$1 + 4m + 4m^2 = 1 + 2m + m^2 \Rightarrow$$

$$3m^2 + 2m = 0 \Rightarrow m(3m + 2) = 0$$

إما $m = 0$ مرفوض ، أو $m = -\frac{2}{3}$ مقبول

إعداد : أ . عبد الله حناوي	الجواب : C	كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي
----------------------------	------------	-----------------------------------

نتأمل جدول التغيرات للتابع f المعرف على $\mathcal{R} \setminus \{1\}$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	\parallel	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow 1$

إن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[f(x)]$ تساوي :

A	$-\infty$	B	-1	C	$+\infty$	D	0
---	-----------	---	------	---	-----------	---	-----



وبما أن f تابع متزايد على المجال $]1, +\infty[$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1^-$

ومنه فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[f(x)] = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

إعداد : أ . خالد أحمد شوقي الحداد	الجواب : C	كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي
-----------------------------------	------------	-----------------------------------

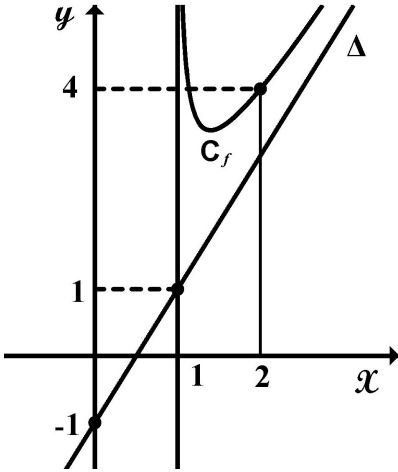
الشكل المجاور يمثل C_f الخط البياني للتابع f المعروف وفق :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{\sqrt{x-d}}$$

والمستقيم Δ مقارب مائل لخطه البياني في جوار $+\infty$

و $a, b, c, d \in \mathcal{R}$

عندئذٍ (a, b, c, d) تساوي :



25

(2, -1, 1, -1)

D

(2, -1, 2, 1)

C

(2, -1, 1, 1)

B

 $(\frac{1}{2}, -1, 2, 1)$

A

مجموعة التعريف : من الخط البياني $D_f =]1, +\infty[$ ومن قاعدة الربط $d = 1$ ومنه $D_f =]1, +\infty[$

المقارب المائل : من الخط البياني $m_\Delta = \frac{1+1}{1-0} = 2$ و يكون $\Delta : y = 2x - 1$



من قاعدة الربط $\Delta : y = ax + b$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{\sqrt{x-d}} = 0$

ومنه نجد : $a = 2, b = -1$

حيث $(2, 4) \in C_f$ $f(x) = 2x - 1 + \frac{c}{\sqrt{x-1}}$

$$f(2) = 4 \Rightarrow 4 - 1 + \frac{c}{1} = 4 \Rightarrow c = 1$$

وبالتالي نجد : عندئذٍ $(a, b, c, d) = (2, -1, 1, 1)$

26

كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي

الجواب : B

إعداد : أ . أنس البوشي

ليكن f التابع المعروف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$

عندئذٍ أصغر قيمة للعدد A الذي يحقق الشرط أيًا كان $x > A$ كان $f(x) \in]0.9, 1.1[$ هي :

26

9

D

29

C

81

B

100

A



$$|f(x) - c| < r \Rightarrow |f(x) - 1| < 0.1 \Rightarrow \left| \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right| < \frac{1}{10} \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 10 \Rightarrow \sqrt{x} > 9 \Rightarrow x > 81$$




ومنه $A = 81$

27

كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي

الجواب : B

إعداد : أ . عمر محمد

27	ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = 2 + (x^2 - x) \sin \frac{1}{x-1}$ عندئذٍ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي :					
A	1	B	-1	C	2	D
 <p>في حالة $x \neq 1$ لدينا $\sin \frac{1}{x-1} \leq 1$ ومنه : $f(x) - 2 \leq x^2 - x$ وبما أن $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - x) = 0$ فإنَّ : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$</p>						
إعداد : أ . محي الدين اسماعيل		الجواب : C			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي	
28	إذا علمت أنَّ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 2$ حيث $a, b \in \mathcal{R}$ عندئذٍ (a, b) تساوي :					
A	(4, 3)	B	(-4, 3)	C	(-4, -3)	D
 <p>بالقسمة الإقليدية نجد : $\frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = x + a + 3 + \frac{3a + b + 9}{x - 3}$ بما أن النهاية عدد حقيقي فإن : (1) $3a + b + 9 = 0$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3} [x + a + 3] = 2$ بالحل المشترك نجد : $a = -4$ و $b = 3$</p>						
إعداد : أ . علي الأحمدي		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي	
29	ليكن f كثير حدود من الدرجة n معرّف وفق : $f(x) = x^n + x^5 + x^3 + x + 1$ حيث $(n > 5)$ إذا كان n عدداً فردياً فإن عدد نقاط تقاطع الخط البياني للتابع f مع محور الفواصل هو :					
A	نقطة واحدة	B	نقطتان	C	ثلاث نقاط	D
 <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ وبالتالي f مستمر ومتزايد تماماً على \mathcal{R} وبالتالي للمعادلة $f(x) = 0$ حلٌ وحيد $f'(x) = nx^{n-1} + 5x^4 + 3x^2 + 1 > 0$ ($n-1$ عدد زوجي)</p>						
إعداد : أ . يوسف منصور		الجواب : A			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي	

ليكن f التابع المعرف على \mathcal{R}^* وفق : $f(x) = \frac{\sqrt{2-2\cos x}}{x}$ ، عند دراسة نهاية f عند الصفر نجدها :						30	
$+\infty$	D	$-\infty$	C	1	B	غير موجودة	A
<p>عند إيجاد نهاية f عند الصفر نحصل على حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$</p> <p>سندرس النهاية في جوار الصفر ونكتفي بالدراسة على $] -\pi, 0[\cup] 0, \pi[$:</p> $f(x) = \frac{\sqrt{2-2\cos x}}{x} = \frac{ 2\sin \frac{x}{2} }{x} = \begin{cases} -\frac{2\sin \frac{x}{2}}{x} : x \in]-\pi, 0[\\ \frac{2\sin \frac{x}{2}}{x} : x \in]0, \pi[\end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2\sin \frac{x}{2}}{x} = -\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = -1$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sin \frac{x}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = 1$ <p>مما سبق نجد $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ومنه النهاية غير موجودة</p>							
كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			الجواب : A		إعداد : أ . سوسن كنعان		



أتمتة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الثانية

اختبار وحدة الاشتقاق

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة:

م. حسام قاسم م. مهند حريقة د. مصطفى الرزوق

تنسيق وإخراج: المهندس حسام قاسم

ساعد في التنسيق الاستاذ نادر أبو راس

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

محمد السيد علي	أحمد أبو نوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
زينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي محمد	خالد الحداد	حسام قاسم
زكي طحاوي	فادي طنوس	محمد زين جعروور	نادر أبو راس
محمد العيسى	مهند حريقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح سالم	مصطفى الرزوق

1								f تابع معرف و اشتقاقي على R وفق : $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}$ عندئذ $f'(x)$ يساوي :											
A		B		C		D		E		A		B		C		D		E	
$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		$-\sin \frac{\pi}{2}$		$\sin \frac{\pi}{2}$											
إعداد : د. مصطفى الرزوق										الجواب : B									
كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم										تابع ثابت مشتقه صفر									



لحل

2								نعرف التابع f على R وفق : $f(x) = (2+x)(2-x)$ عندئذ يكون f متزايد تماماً على المجال:											
A		B		C		D		E		A		B		C		D		E	
$[+2, +\infty[$		$]0, +\infty[$		$] - \infty, +2[$		$] - \infty, 0]$		$[-2, +2]$											
إعداد : م نادر أبوراس										الجواب : D									
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة										$f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow f'(x) = -2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$									




لحل

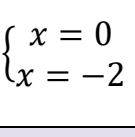
3								ليكن f تابعاً معرفاً واشتقاقياً على R^* وفق : $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ عندئذ قيمة $f'(\frac{1}{\pi})$ تساوي:											
A		B		C		D		E		A		B		C		D		E	
-1		$-\frac{1}{\pi}$		1		π		π^2											
إعداد : م محمد احمد العيسى										الجواب : E									
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة										$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} \Rightarrow f'(\frac{1}{\pi}) = -\pi^2(-1) = \pi^2$									

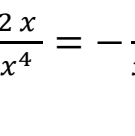



لحل





ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = x^3 - 7$								4	
إن معادلة المماس للخط C_f في النقطة منه التي ترتيبها (1) هي:									
$y = 12x - 23$	E	$y = 3x - 5$	D	$y = 12x - 25$	C	$y = 12x + 1$	B	$y = 12x - 2$	A
$y = 1 \Rightarrow 1 = x^3 - 7 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2,1)$ $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(2) = 12$ $\Delta: y = 12x - 23$									
كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			الجواب : E			إعداد: م هيثم ديوب			

ليكن f تابع معرف واشتقاقي على $R \setminus \{-1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$								5	
إن مجموعة جميع قيم x التي لعدم $f'(x)$ هي:									
{1,2}	E	{-2,1}	D	{0,2}	C	{-2,0}	B	{0,1}	A
$f'(x) = \frac{2x(x+1) - 1(x^2)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$									
كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			الجواب : B			إعداد: م محمد زين جعور			


f تابع اشتقاقي على R^* ومعطى وفق: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ عندئذ $x f'(x) = a f(x)$								6	
حيث a يساوي:									
2	E	1	D	$\frac{1}{2}$	C	-1	B	-2	A
$f'(x) = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}$ $x f'(x) = -\frac{2}{x^2} = -2f(x)$ $a = -2$									
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			الجواب : A			إعداد: م عبد الحميد السيد			


7								f و g تابعان معرفان واشتقاقيان على R حيث: $f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$ و $g(x) = f(-x) - f(x)$ عندئذ $g'(x)$ يساوي:											
A		B		C		D		E		2		-f'(x)		2f'(x)		-2f'(x)		0	
$g'(x) = -f'(-x) - f'(x) = -\frac{-x}{x^2+1} - \frac{x}{x^2+1} = 0$																			
إعداد: م. فادي طنوس						الجواب: E						كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق							


8								ليكن f تابع دوري معرف على R وفق: $f(x) = \sin\left(-\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$ فإن أصغر دور للتابع f هو:											
A		B		C		D		E		-8π		-4π		π/4		2π		8π	
$T = \frac{2\pi}{ a } = 8\pi$ ولدنيا $a = -\frac{1}{4}$ وبالتالي $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$																			
إعداد: م هبة مرهج						الجواب: E						كتابة وتنسيق: م مهند حريقة							

9								ليكن f تابع اشتقاقي على $]-1,1[$ و I يحقق: $f(0) = 0$, $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ عندئذ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ تساوي:											
A		B		C		D		E		-1		0		1		2		+∞	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = 1$																			
إعداد: م عدي الخميس						الجواب: C						كتابة وتنسيق: م مهند حريقة							




ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{4\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 4}$ وليكن b عدداً حقيقياً. إن قيمة b التي تجعل النقطة $A(4, b)$ مركز تناظر للخط البياني C هي :								10	
-8	E	-2	D	2	C	4	B	8	A
$f(x) + f(2x_0 - x) = 2y_0$ $x = 0 : f(0) + f(8 - 0) = 2b$ $-\frac{1}{4} + \frac{65}{4} = 2b \Rightarrow b = 8$									
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			الجواب: A			إعداد: م. أحمد ذياب الرفاعي			


ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق: $f(x) = x^2$ ولتكن النقاط A و B و D من C التي فواصلها على الترتيب هي: $1, -3, \alpha$ إن قيمة α التي تجعل المماس لـ C في النقطة D موازياً للمستقيم (AB) هي :								11	
9	E	3	D	1	C	-1	B	-2	A
$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{9 - 1}{-3 - 1} = -2, \quad f'(x) = 2x$ $f'(\alpha) = 2\alpha \Rightarrow 2\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = -1$									
كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			الجواب: B			إعداد: م عبد السلام زكريا			

g و h تابعان اشتقاقيان على R ويحققان: $g'(0) = -1, g(0) = 3, h'(0) = -1, h(0) = -1$ عندها تكون معادلة المماس للخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق: $f(x) = g(x).h(x)$ في النقطة التي فاصلتها صفر هي :								12	
$y = -3x - 2$	E	$y = -2x - 3$	D	$y = -2x + 3$	C	$y = 3x + 2$	B	$y = 2x - 3$	A
$f' = g'.h + h'.g \Rightarrow m = f'(0) = g'(0).h(0) + h'(0).g(0) = -2$ $f(0) = g(0).h(0) = -3 \Rightarrow T: y = -2x - 3$									
كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			الجواب: D			إعداد: م خالد العمر			

ليكن f التابع المعرف على $[1, \infty[$ وفق: $f(x) = -2x + 4\sqrt{x-1} + 1$. إن C_f الخط البياني للتابع f يقبل مماس أفقي في نقطة منه إحداثياتها:								13	
$(\frac{5}{4}, -\frac{5}{2})$	E	$(5, -1)$	D	$(1, -1)$	C	$(2, 1)$	B	$(2, -1)$	A
<p>الخط C_f يقبل مماس أفقي عندما $f'(x) = 0$</p> <p>f اشتقائي على $[1, \infty[$ و مشتقه:</p> $f'(x) = -2 + \frac{4}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow x = 2, \quad f(2) = 1$ <p>إذا نقطة التماس هي $(2, 1)$</p>								14	
إعداد: م . محسن قصير			الجواب : B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			


ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[-2, 3]$. عدد القيم الحدية التي يبلغها التابع f هو:								14	
								14	
5	E	4	D	3	C	2	B	1	A
يوجد ثلاث قيم حدية هي:								14	
<p>قيمة حدية صغرى محلياً $f(-2) = -2$</p> <p>قيمة حدية صغرى محلياً $f(1) = -1$</p> <p>قيمة حدية كبرى محلياً $f(3) = 3$</p>								14	
إعداد: م . حسن آصف سليمان			الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			

<p>15 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ عندئذٍ يقبل C مماسين أفقيين معادلتيهما :</p>									
$y = \frac{1}{2}$	E	$y = -2$	D	$y = 2$	C	$y = \frac{1}{2}$	B	$y = -2$	A
$y = -\frac{1}{2}$				$y = -\frac{1}{2}$				$y = \frac{1}{2}$	
<p>$f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$ $f'(x) = 0$ بما أن المماسات أفقية عندئذٍ ميلها معدوم</p> <p>$1 - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = f(-1) = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \Rightarrow y = f(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$</p>								<p>محل</p> 	
كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			الجواب : E			إعداد : م محمد حصريّة			

<p>16 لتكن التوابع f و g و h التي تحقق : $f(x) = h(g(x))$ وبفرض أن $h'(3) = -2$ و $g'(2) = -1$ و $g(2) = 3$ فإن $f'(2)$ تساوي :</p>									
3	E	2	D	-2	C	-3	B	-6	A
<p>$f'(x) = h'(g(x)) \cdot g'(x)$ $f'(2) = h'(g(2)) \cdot g'(2)$ $f'(2) = h'(3) \cdot (-1) = -2(-1) = 2$</p>								<p>محل</p> 	
كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			الجواب : D			إعداد : م سامر الجهماني			



$\sqrt{1+x^2} f'(x) = -f(x)$ و $f(0) = -1$ ويحقق R على f تابع معرف واشتقاقي على R إن قيمة $f''(0)$ تساوي :								17	
-2	E	$-\sqrt{2}$	D	-1	C	0	B	1	A
$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot f'(x) + \sqrt{1+x^2} f''(x) = -f'(x)$ $0 + 1 \cdot f''(0) = -f'(0)$ $\sqrt{1+(0)^2} f'(0) = -f(0) \Rightarrow f'(0) = -(-1) \Rightarrow f'(0) = 1$ $f''(0) = -1$								نشق طرفي المساواة نعوض $x = 0$	
كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			الجواب : C			إعداد : د محمد غوش			

$f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2+1}}$ ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف والاشتقاقي على R وفق العلاقة: حيث a و b عدنان حقيقيان. إذا علمت أن المماس T للخط C في النقطة $A(0,2)$ منه يعامد المستقيم الذي معادلته $d: y = -x$. فإن قيمة (a, b) هي :								18	
(2, -1)	E	(1,2)	D	(2,1)	C	(2,0)	B	(-1,2)	A
$b = 2$ ومنه نجد $f(0) = 2$ ميل المستقيم d هو $m = -1$ فيكون ميل T هو 1 ومنه نجد $f'(0) = 1$ $f'(x) = \frac{a\sqrt{x^2+1} - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(ax+b)}{x^2+1}$ $a = 1$ فنجد $x = 0$									
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة			الجواب : D			إعداد : م عبد الله حناوي			



<p>19 ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{1}{3}x + 1$ حيث $a, b \in R^*$. عندئذ C_f يقبل مماساً أفقياً وحيداً إذا كان:</p>									
$b = 2a$	E	$b^2 = 2a$	D	$b = a^2$	C	$b^2 = a$	B	$b = a$	A
<p>$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + \frac{1}{3}$ المماس أفقي $\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 3ax^2 + 2bx + \frac{1}{3} = 0$</p> <p>$\Delta = 4b^2 - 4a$</p> <p>حتى يقبل الخط C_f مماساً وحيداً يجب أن يكون $\Delta = 0$ ومنه: $4b^2 - 4a = 0 \Rightarrow b^2 = a$</p>									
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			الجواب: B			إعداد: م. يوسف منصور			

<p>20 عند استخدام التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.2)$ حيث f تابع معرف واشتقاقي على R وفق $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 3}$ نجد أنها تساوي:</p>									
1.1	E	0.9	D	0	C	-0.9	B	-1.1	A
<p>$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$, $f(1) = -1, f'(1) = \frac{1}{2}$</p> <p>$f(a+h) \approx f(a) + f'(a).h$</p> <p>$f(1.2) \approx -1 + \left(\frac{1}{2}\right)(0.2) = -0.9$</p>									
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			الجواب: B			إعداد: م. مروان بركة			

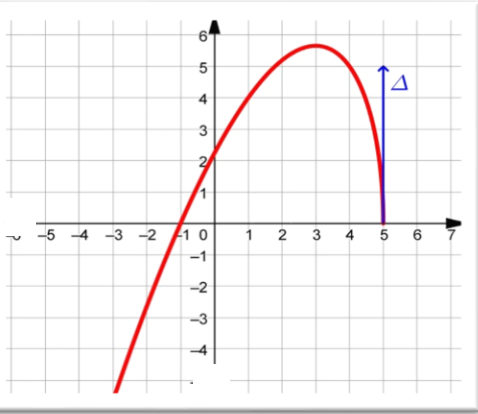

<p>21 نعرف التابع f على المجال $I =]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$ عندئذ $f'(x)$ يساوي:</p>									
$\frac{\sin x}{x}$	E	$\frac{\sin 2x}{2x}$	D	$\frac{\cos(2\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$	C	$\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	B	$\frac{\sin(2\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$	A
<p>$f'(x) = 2 \sin \sqrt{x} (\sin \sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} \right) = \frac{2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin(2\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$</p>									
كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			الجواب: A			إعداد: م فادي المحمد			


ليكن التابع f المعرف على $R \setminus \{0, \frac{\pi}{4} + \pi k : k \in Z\}$ وفق العلاقة :								22
$f(x) = \frac{(\sin x - \cos x)^2}{x \cdot \sin 2x - x}$								
عندئذ $f'(3)$ يساوي :								A
3	E	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{9}$	C	$-\frac{1}{9}$	B	
$f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}{x(\sin 2x - 1)} = \frac{1 - \sin 2x}{x(\sin 2x - 1)} = -\frac{1}{x}$ $f'(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{9}$								الحل
إعداد: م محمد السيد علي			الجواب : C			كتابة وتنسيق : م مهند حريقة		





f تابع معرف على R وفق : $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + 3x - 1$ حيث λ وسيط حقيقي.								23	
إن مجموعة قيم λ التي من أجلها يكون التابع f متزايد تماما على R هي :									
$[-3,3]$	E	$\mathbb{R} \setminus [-3,3]$	D	$]3, +\infty[$	C	$] -\infty, +\infty[$	B	$] -\infty, -3[$	A
f معرف واشتقاقي على R ومشتقه : $f'(x) = 3x^2 + 2\lambda x + 3$								الحل	
f متزايد تماما على $R \Leftrightarrow f'(x) \geq 0$									
بالتالي المعادلة $f'(x) = 0$ اما مستحيلة الحل أو لها جذر مضاعف									
$3x^2 + 2\lambda x + 3 = 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow \lambda^2 - 9 \leq 0 \Rightarrow \lambda \in [-3,3]$									
إعداد: م . بلال أبو حصيني			الجواب : E			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			



									24
<p>ليكن الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 5]$.</p> <p>Δ مماس شاقولي للخط البياني C_f عند 5 .</p> <p>عندئذ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{x-5}$ تساوي :</p>									
$+\infty$	E	5	D	0	C	-5	B	$-\infty$	A
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x-5} = -\infty$ <p>توضيح: لأن المماس شاقولي عند $x = 5$ فإن نهاية معدل التغير لانهاية. والاشارة سالبة لأن التابع متناقص بجوارها فالمشتق سالب.</p>									
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			الجواب: A			إعداد: م. زينب يوسف			

<p>C_f و C_g الخطان البيانيان للتابعين f و g المعرفان على R وفق:</p> $g(x) = x^2 - \frac{1}{2}x, \quad f(x) = \frac{1}{2}x^3$ <p>عندئذ C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً في نقطة منهما :</p>									25
$(-1, \frac{3}{2})$	E	$(-1, -\frac{1}{2})$	D	(2,1)	C	$(1, \frac{1}{2})$	B	(0,0)	
<p>بالتعويض نجد أن الخيارين A, B فقط فيهما نقاط مشتركة بين الخطين البيانيين:</p> <p>ولدينا $f'(x) = \frac{3}{2}x^2, g'(x) = 2x - \frac{1}{2}$</p> <p>باعتبار A نجد $f(0) = 0 = g(0)$ و $f'(0) = 0 \neq g'(0) = -\frac{1}{2}$</p> <p>فالخيار A خاطئ .. ولكن من أجل الخيار B نجد أن:</p> $f(1) = \frac{1}{2} = g(1), \quad f'(1) = \frac{3}{2} = g'(1)$									
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة			الجواب: B			إعداد : م صفوح الأفندي			

<p>26 ليكن التابع f المعرف على $R \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = ax + \frac{b}{x-1}$ حيث a و b عدنان حقيقيان إذا علمت أن C الخط البياني للتابع f يقبل مماساً موازياً للمستقيم d الذي معادلته $2x + y - 4 = 0$ في النقطة $A(2,5)$ ، فإن قيمة (a,b) هي :</p>								نحو الحل	
(4, -3)	E	(-1,7)	D	(2,1)	C	(3, -1)	B		(1,3)
<p>$A(2,5) \in C \Rightarrow f(2) = 5 \Rightarrow 2a + b = 5 \dots (1)$ $f'(x) = a - \frac{b}{(x-1)^2}$ ميل المستقيم d : $m = -2 \Rightarrow d: y = -2x + 4$ $f'(2) = m = -2 \Rightarrow a - b = -2 \dots (2)$ بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد : $3a = 3$ ومنه $a = 1$ بالتعويض في (1) نجد : $b = 3$</p>									
إعداد: م أحمد الكلش			الجواب : A			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			

<p>27 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ إن عدد المماسات T للخط C والمارة من النقطة $(1,3)$ يساوي :</p>								نحو الحل	
4	E	3	D	2	C	1	B		0
<p>نفرض فاصلة نقطة التماس a : $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^3}$ $f'(a) = -\frac{2}{(a-1)^3}$ $f(a) = \frac{1}{(a-1)^2}$ معادلة المماس للخط C : $T: y = f'(a)(x-a) + f(a)$ $T: y = -\frac{2}{(a-1)^3}(x-a) + \frac{1}{(a-1)^2}$ $3 = -\frac{2}{(a-1)^3}(1-a) + \frac{1}{(a-1)^2}$ $3 = \frac{2}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a-1)^2}$ $3(a-1)^2 = 3 \Rightarrow (a-1)^2 = 1 \Rightarrow a = 0, a = 2$ يوجد مماسين</p>									
<p>T مار من النقطة $(1,3)$ عندئذٍ :</p>									

إعداد: م عبد الرحمن الحصني	الجواب : C	كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم
----------------------------	------------	----------------------------------

في الشكل المجاور لدينا C الخط البياني للتابع f
المعرف على $R \setminus \{2\}$
و Δ المماس للخط C في النقطة $(-1, 0)$
اجب عن الأسئلة 28 - 29 - 30

إن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x))$ تساوي:

A	-∞	B	-2	C	1	D	2	E	+∞
---	----	---	----	---	---	---	---	---	----

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x)) = \lim_{X \rightarrow 2^-} f(X) = -\infty$

28

إن مجموعة تعريف التابع $g(x) = \sqrt{f(x)}$ هي:

A	R \setminus \{2\}	B] - ∞, -1[∪] 2, +∞[C] 2, +∞[
D] - ∞, -1] ∪] 2, +∞[E] 0, +∞[

يجب أن يكون $f(x) \geq 0$. من الخط البياني نجد أنه يقع فوق محور الفواصل على

] - ∞, -1] ∪] 2, +∞[

30

إن $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1}$ هي :

A	-∞	B	- $\frac{3}{2}$	C	- $\frac{2}{3}$	D	0	E	+∞
---	----	---	-----------------	---	-----------------	---	---	---	----

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = f'(-1) = m_{\Delta} = -\frac{2}{3}$

كتابة وتنسيق : م مهند حريقة	الجواب			إعداد: م خالد الحداد
	30	29	28	
	C	D	A	

أتمتة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الأول: الوحدة الثالثة

اختبار وحدة الاشتقاق

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة:




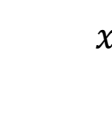
م. حسام قاسم م. مهند حريقة د. مصطفى الرزوق




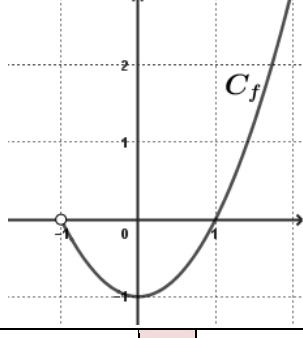


تنسيق وإخراج: م مهند حريقة - المهندس حسام قاسم



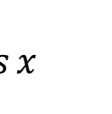
ساعد في التنسيق الاستاذ نادر أبو راس

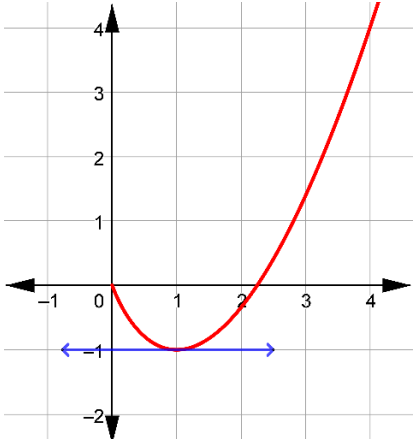
التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

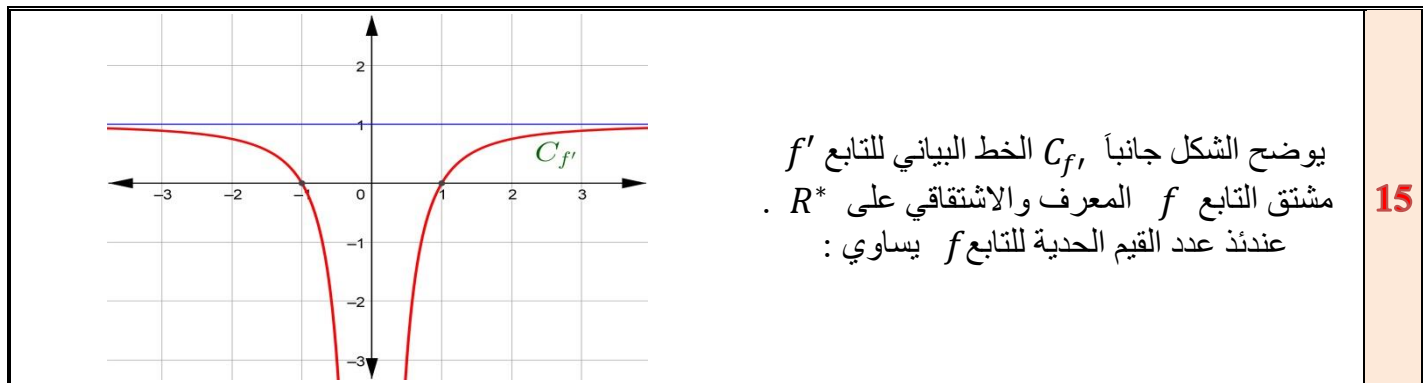
محمد السيد علي	أحمد أبو نوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
زينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي الحمد	خالد الحداد	حسام قاسم
زكي طحاوي	فادي طنوس	محمد زين جعرو	نادر أبو راس
محمد العيسى	مهند حريقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق

<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>3</td> <td>\searrow</td> <td>-1</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </tbody> </table>		x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	3	\searrow	-1	\nearrow	$+\infty$	<p>1</p> <p>نتأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R : فإن طول المتراجحة $f'(x) < 0$ هي:</p>
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	3	\searrow	-1	\nearrow	$+\infty$														
$]-\infty, +\infty[$	D	$]-1, 1[$	C	$]1, +\infty[$	B	$]-\infty, -1[$	A														
		<p>$f'(x) < 0$ على المجال $]-1, 1[$</p>					<p>2</p>														
<p>إعداد: م يوسف منصور</p>		<p>الجواب: C</p>			<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>																
		<p>2</p> <p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمستقيم d مماس للخط C في المبدأ إن قيمة $f'(0)$ هي:</p>					<p>3</p>														
1	D	$\frac{1}{2}$	C	0	B	-1	A														
		<p>المماس هو منصف الربع الأول وميله واحد وهي قيمة العدد المشتق</p>																			
<p>إعداد: م خالد الحداد</p>		<p>الجواب: D</p>			<p>كتابة وتنسيق: م مهند حريقة</p>																
<p>3</p> <p>إن معادلة المماس لمنحني التابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = x \cdot \sin x$ في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب هي:</p>		<p>3</p>																			
$y = 0$	D	$x = 0$	C	$y = 1$	B	$y = x$	A														
		<p>$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$, $f'(x) = \sin x + x \cos x \Rightarrow f'(0) = 0$ فتكون معادلة المماس $y = 0$</p>					<p>3</p>														
<p>إعداد: م مهند حريقة</p>		<p>الجواب: D</p>			<p>كتابة وتنسيق: م مهند حريقة</p>																

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف والاشتقاقي على R وفق : $f(x) = x^2 - 3x$ عندئذ C يقبل مماس في المبدأ معادلته :						4	
$y = 2x - 3$	D	$y = -3x$	C	$y = 3x$	B	$y = -3x + 2$	A
$f(0) = 0$ $f'(x) = 2x - 3$, $f'(0) = -3$ معادلة المماس للخط C في المبدأ : $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ $\Rightarrow y = -3x$						 	
إعداد: م زينب يوسف		الجواب : C		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
تابع معرف و اشتقاقي على R وفق : $f(x) = \sin x$ عندئذ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin \frac{\pi}{2}}{x - \frac{\pi}{2}}$ تساوي :						5	
3	D	2	C	1	B	0	A
$f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin \frac{\pi}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = f'(\frac{\pi}{2}) = 0$: حسب تعريف العدد المشتق عند $\frac{\pi}{2}$ نجد :							
إعداد: م صفوح الألفندي		الجواب : A		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
				تأمل جانباً C_f الخط البياني لتابع f معرف على $I =]-1, +\infty[$ عندئذ $f(I)$ يساوي :		6	
$[-1, 0]$	D	$[-1, +\infty[\setminus\{0\}$	C	$] -1, +\infty[$	B	$[-1, +\infty[$	A
$f(I) = [-1, +\infty[$							
إعداد: م فادي المحمد		الجواب : A		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \sqrt{3 + \sin x + \cos x}$ عندئذ $f'(0)$ يساوي :						7	
$\frac{1}{2}$	D	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	C	$\frac{1}{4}$	B	0	A
$f'(x) = \frac{\cos x - \sin x}{2\sqrt{3 + \sin x + \cos x}} \Rightarrow f'(0) = \frac{1 - 0}{2\sqrt{3 + 0 + 1}} = \frac{1}{4}$							
إعداد: م عمرو معدل		الجواب : B		كتابة وتنسيق : م مهند حريقة			

ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق : $f(x) = (\sqrt{x} - 1)^3$ والاشتقائي على $]0, +\infty[$ فإن $f'(x)$ يساوي :						8		
$\frac{3(\sqrt{x} - 1)^2}{2\sqrt{x}}$	D	$\frac{3(\sqrt{x} - 1)^2}{2x\sqrt{x}}$	C	$\frac{2(\sqrt{x} - 1)^2}{3\sqrt{x}}$	B	$\frac{3(\sqrt{x} + 1)^2}{2\sqrt{x}}$	A	
$f'(x) = 3 \times (\sqrt{x} - 1)^2 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$								
إعداد: م هشام مصطفى		الجواب : D		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم				
تابع اشتقائي على \mathbb{R} بحيث $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و $h(x) = f(3x)$ عندئذ $h'(x)$ يساوي :						9		
$\frac{1}{3x^2 + 1}$	D	$\frac{3}{x^2 + 3}$	C	$\frac{-1}{1 + 3x^2}$	B	$\frac{1}{3x^2 - 1}$	A	
$h'(x) = f'(3x) \times (3x)' = \frac{3}{3 + (3x)^2} = \frac{1}{1 + 3x^2}$								
إعداد: م. محي الدين اسماعيل		الجواب : D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق				
ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x^4 - 4x + 1$ إن عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ هو :						10		
3	D	2	C	1	B	0	A	
x	$-\infty$	1	$+\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $f'(x) = 4x^3 - 4$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 4 = 0$ $x = 1 \Rightarrow f(1) = -2$ من جدول التغيرات نجد أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلين في R			$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$-$	0	$+$				$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	$+\infty$				$+$	$+$
إعداد: م رياض الحسين		الجواب : C		كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم				
ليكن f تابع معرف على R وفق: $f(x) = \sin x$ وليكن $f^{(n)}$ المشتق من المرتبة n للتابع f على R . عندئذ المجموع : $f^{(2)}(\pi) + f^{(3)}(\pi) + f^{(4)}(\pi)$ يساوي :						11		
1	D	0	C	-1	B	-2	A	
$f'(x) = \cos x$ $f^{(2)}(x) + f^{(3)}(x) + f^{(4)}(x) = -\sin x - \cos x + \sin x = -\cos x$ $f^{(2)}(\pi) + f^{(3)}(\pi) + f^{(4)}(\pi) = -\cos \pi = 1$								
إعداد: م. محمد زين جعور		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق				

<p>ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ عندئذٍ إحدى النقاط التي يقبل فيها C_f مماساً موازياً للمستقيم $d: 2x + y = 0$ هي:</p>						12	
(2,3)	D	(-1,0)	C	(0,1)	B	$(4, \frac{5}{3})$	A
<p>ميل d هو $m = -2$ و بالتالي ميل المماس هو -2 ومنه يجب أن يكون $f'(x) = -2$</p> $-\frac{2}{(x-1)^2} = -2 \Rightarrow (x-1)^2 = 1$ <p>إما $x = 0$ والنقطة هي $(0, -1)$ أو $x = 2$ والنقطة هي $(2, 3)$</p>						م و ل	
إعداد: م شاكر كنجو		الجواب: D		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			
<p>في الشكل المجاور C_f الخط البياني لتابع f المعرفة والاشتقائي على $[0, +\infty[$ وفق:</p> $f(x) = ax + bx\sqrt{x}$ <p>إن قيم (a, b) تساوي:</p>				13			
				م و ل			
(2, -3)	D	(3, -2)	C	(-3, -2)	B	(-3, 2)	A
$\begin{cases} (1, -1) \in C_f \Rightarrow a + b = -1 \\ f'(x) = a + \frac{3}{2}b\sqrt{x}; f'(1) = 0 \Rightarrow a + \frac{3}{2}b = 0 \end{cases}$ <p>بالحل المشترك نجد $(a = -3, b = 2)$</p>						م و ل	
إعداد: م نادر أبوراس		الجواب: A		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			
<p>ليكن f التابع المعرفة والاشتقائي على \mathbb{R} وفق: $f(x) = x \cdot \cos x$ عندئذٍ فإن: $f''(x) + f(x)$ يساوي:</p>						14	
$-2 \cos x$	D	$2 \cos x$	C	$2 \sin x$	B	$-2 \sin x$	A
$f(x) = x \cdot \cos x$ $f'(x) = \cos x - x \sin x$ $f''(x) = -\sin x - \sin x - x \cos x$ $f''(x) + f(x) = -2 \sin x$						م و ل	
إعداد: م. أمين الحايك		الجواب: A		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			



يوضح الشكل جانباً $C_{f'}$ الخط البياني للتابع f' مشتق التابع f المعرف والاشتقائي على R^* . عندئذ عدد القيم الحدية للتابع f يساوي :

15

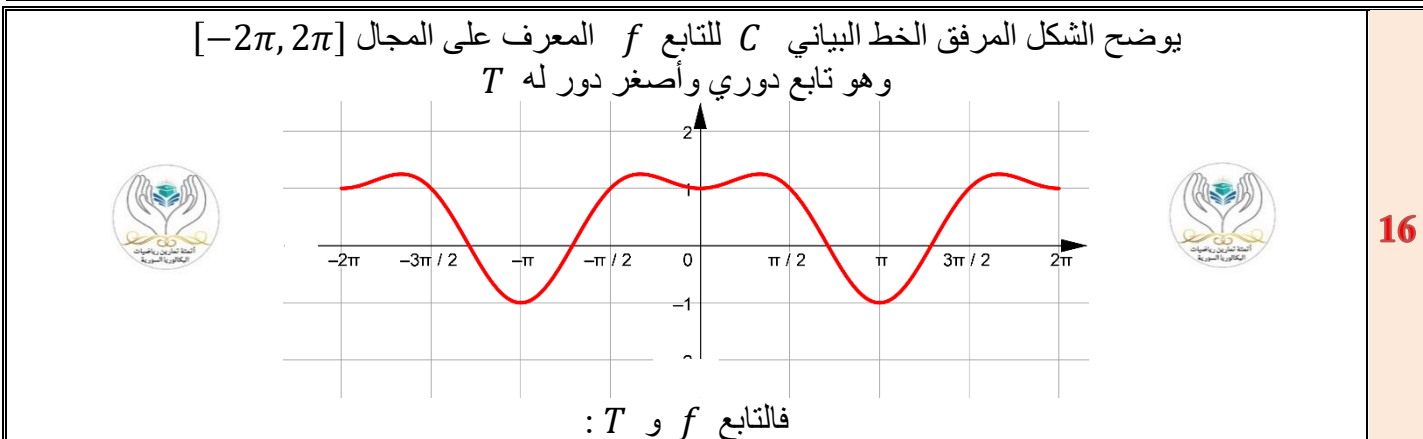
3	D	2	C	1	B	0	A
---	---	---	---	---	---	---	---

ينعدم المشتق عند $x = -1$ ويغير إشارته .

كما ينعدم عند $x = 1$ ويغير إشارته . لذا للتابع قيمتان حديتان

16

إعداد: م. نور الدين صندفي	الجواب: C	كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق
---------------------------	-----------	-------------------------------



فالتابع f و T :

16

فردى f $T = 2\pi$	D	فردى f $T = \pi$	C	زوجى f $T = \pi$	B	زوجى f $T = 2\pi$	A
------------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	------------------------	---

واضح من الرسم أن الخط C متناظر بالنسبة لمحور الترتيب ويكرر نفسه على مجال طوله 2π

17

إعداد: م عبد السلام حسن	الجواب: A	كتابة وتنسيق: م مهند حريقة
-------------------------	-----------	----------------------------

ليكن لدينا التابع f المعرف والاشتقائي على R وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + ax + b}$ حيث $a, b \in R^*$ فإن قيمة (a, b) التي لأجلها يكون التابع f قيمة حدية محلية تساوي 2 عند $x = -2$ هي:

$(-2, 4)$	D	$(2, 4)$	C	$(4, 8)$	B	$(-4, 8)$	A
-----------	---	----------	---	----------	---	-----------	---

$$f(-2) = 2 \Rightarrow \sqrt{4 - 2a + b} = 2 \Rightarrow 4 - 2a + b = 4 \Rightarrow b = 2a \dots (1)$$



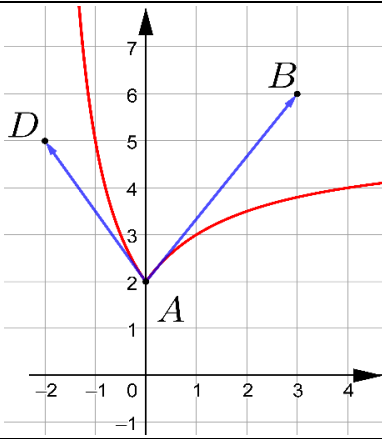

$$f'(x) = \frac{2x + a}{2\sqrt{x^2 + ax + b}}, \quad f'(-2) = 0$$







$$\frac{-4 + a}{2\sqrt{4 - 2a + b}} = 0 \Rightarrow -4 + a = 0 \Rightarrow a = 4$$


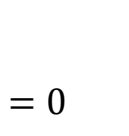

نعوض في (1) نجد: $b = 8$

18

إعداد: م باسل سطمة	الجواب: B	كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم
--------------------	-----------	---------------------------------

ليكن لدينا تابعان f و g معرفان واشتقاقيان على المجال $]0, +\infty[$ ولدينا $g(x) = f(\sqrt{x})$. فإذا علمت أن $g'(x) = \frac{x^2+2}{\sqrt{x}}$. عندئذٍ $f'(x)$ يساوي:					18		
$x^4 + 2$	D	$\frac{x^2 + 1}{2\sqrt{x}}$	C	$2x^4 + 4$	B	$\frac{x + 2}{\sqrt{x}}$	A
		$f(\sqrt{x}) = g(x) \Rightarrow f(x) = g(x^2)$ $f'(x) = 2x \cdot g'(x^2)$ $f'(x) = 2x \cdot \frac{x^4 + 2}{x} = 2x^4 + 4$				19	
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة		الجواب : B		إعداد : م يونس حمود			
		في الشكل المجاور C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R ولدينا:		$a = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ عندئذٍ تكون قيمة الجداء $a.b$ تساوي :		19	
$-\frac{1}{2}$	D	-1	C	-2	B	-4	A
		لدينا النقطتان $D(-2,5)$, $A(0,2)$		$a = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0^-) = \frac{2-5}{0+2} = -\frac{3}{2}$			
		لدينا النقطتان $B(3,6)$, $A(0,2)$		$b = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0^+) = \frac{2-6}{0-3} = \frac{4}{3} \Rightarrow a.b = -2$			
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة		الجواب : B		إعداد : م زكي طحاوي			
ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sin^4 x - \cos x$ إن التابع f هو تابع :					20		
زوجي ودوري دوره الاصغر 2π	D	فردى ودوري دوره الاصغر π	C	فردى ودوري دوره الاصغر 2π	B	زوجى ودوري دوره الاصغر π	A
$f(-x) = (\sin(-x))^4 - \cos(-x) = \sin^4 x - \cos x = f(x)$ زوجى لأن $f(x + \pi) = \sin^4(x + \pi) - \cos(x + \pi) = \sin^4 x + \cos x \neq f(x)$ 2π هو دوره						20	
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة		الجواب : D		إعداد : م محمد احمد العيسى			

21	<p>في معلم متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \sqrt{x}$ وليكن Δ المستقيم المماس لـ C_f في النقطة التي فاصلتها 4 منه . نعرف النقطتان $A(1, \alpha)$ و $B(2, 1)$. إن قيمة α التي تجعل المستقيمان Δ و (AB) متعامدان هي :</p>	
A	<p style="text-align: center;">-5 B -1 C 2 D 5</p>	
محلولة	<p style="text-align: center;"> اشتقائي على $]0, +\infty[$ ومشتقه : $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ </p> <p style="text-align: center;">$m_{\Delta} = f'(4) = \frac{1}{4}$, $m_{(AB)} = \frac{\alpha-1}{1-2} = 1 - \alpha$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta \perp (AB) \Leftrightarrow m_{\Delta} \times m_{(AB)} = -1 \Rightarrow \frac{1}{4}(1 - \alpha) = -1 \Rightarrow \alpha = 5$</p>	
إعداد: م . خضر سيفو	<p style="text-align: center;">الجواب: D</p>	<p>كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق</p>
22	<p>ليكن C_f الخط البياني لتابع f معرف واشتقائي على R ولتكن $\Delta : y - 2x = 3$ معادلة المماس للخط C_f في نقطة منه فاصلتها صفر . فإن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-3}{x}$ تساوي :</p>	
A	<p style="text-align: center;">-2 B -1 C $-\frac{1}{2}$ D 2</p>	
محلولة	<p style="text-align: center;"> من معادلة المماس $f(0) = 3$ و $f'(0) = m_{\Delta} = 2$ </p> <p style="text-align: center;">$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = 2$</p>	
إعداد: م علي جمول	<p style="text-align: center;">الجواب : D</p>	<p>كتابة وتنسيق : م مهند حريقة</p>
23	<p>ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = (m - 1)x^{n+1}$ حيث $n \in N$ و $m \in R \setminus \{1\}$ إذا علمت أن $f''(x) = -6x^2$ فإن قيمة (n, m) هي :</p>	
A	<p style="text-align: center;">$(3, -2)$ B $(3, \frac{1}{2})$ C $(3, -\frac{1}{2})$ D $(3, \frac{2}{3})$</p>	
محلولة	<p style="text-align: center;"> $f'(x) = (n + 1)(m - 1)x^n$ </p> <p style="text-align: center;">$f''(x) = n(n + 1)(m - 1)x^{n-1}$</p> <p style="text-align: center;">بالمطابقة مع عبارة $f''(x)$ نجد $n - 1 = 2$ ومنه $n = 3$</p> <p style="text-align: center;">$n(n + 1)(m - 1) = -6$</p> <p style="text-align: center;">$3(3 + 1)(m - 1) = -6 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$</p> <p style="text-align: center;">ملاحظة ((كان بالإمكان معرفة درجة التابع أنها من الدرجة الرابعة كون المشتق الثاني من الدرجة الثانية))</p>	
إعداد: م محمد نصر الله	<p style="text-align: center;">الجواب : B</p>	<p>كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم</p>

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k ; k \in Z \right\}$ وفق : $f(x) = a \tan x + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان إن قيمة (a, b) التي من أجلها يكون المستقيم $\Delta: y = x - \pi$ مماساً للخط C في النقطة التي فاصلتها π هي:						24	
(-1, -1)	D	(1,0)	C	(1, -1)	B	(2,0)	A
$x_0 = \pi \Rightarrow y_0 = \pi - \pi = 0 \Rightarrow$ نقطة التماس $(\pi, 0)$ $(\pi, 0) \in C \Rightarrow f(\pi) = 0$ $a \tan(\pi) + b = 0 \Rightarrow a(0) + b = 0 \Rightarrow b = 0$ $f'(x) = a(1 + \tan^2 x) \Rightarrow f'(\pi) = m_{\Delta} = 1$ $a(1 + \tan^2 \pi) = 1 \Rightarrow a(1 + 0) = 1 \Rightarrow a = 1$							
إعداد: م أنطوان جلوف		الجواب: C		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
التابع f معرف على \mathbb{R}_+ وفق : $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} \sin \frac{1}{x} & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ إن قيمة مشتق التابع f عند الصفر هي :						25	
sin 1	D	1	C	0	B	-1	A
$x > 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x} \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$ $-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow -\sqrt{x} \leq \sqrt{x} \sin \frac{1}{x} \leq \sqrt{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (-\sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x}) = 0$ حسب مبرهنة الإحاطة: $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \cdot \sin \frac{1}{x} = 0$ ومنه : $f'(0) = 0$							
إعداد: م. عبد الحميد السيد		الجواب: B		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
ليكن التابع f المعرف على المجال $I = [-1, 1]$ وفق : $f(x) = (x + 1)\sqrt{1 - x^2}$ عندئذ يكون للخط البياني C_f مماساً شاقولياً معادلته هي :						26	
$y = 0$	D	$x = 0$	C	$x = -1$	B	$x = 1$	A
من أجل $x = -1$ نجد أن $f(-1) = 0$ ويكون: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)\sqrt{1-x^2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{1-x^2} = 0$ أي أن f قابل للاشتقاق عند $x = -1$ ومن أجل $x = 1$ لدينا $f(1) = 0$ ويكون $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)\sqrt{1-x^2}}{x-1} =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x+1)\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x+1)\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = -\infty$ f مستمر عند $x = 1$ ولخطه البياني عندها مماس شاقولي							
إعداد: م صفوان شلار		الجواب: A		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $R \setminus \{-1\}$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		-1		$+\infty$	7	$+\infty$

أجب عن الأسئلة 27 - 28 - 29

مجموعة تعريف التابع $g(x) = \sqrt{f'(x)}$ هي:

27

$[1, +\infty[$	D	$] - \infty و -3]$	U	$[1, +\infty[$	C	$] - \infty, -3[$	U	$[1, +\infty[$	B	$] - \infty و -3[$	A
----------------	---	--------------------	---	----------------	---	-------------------	---	----------------	---	--------------------	---

يجب أن يكون $f'(x) \geq 0$. من الجدول نجد أن المتراحة محققة أيا كانت x تنتمي إلى: $] - \infty و -3]$ U $[1, +\infty[$ عدد حلول المعادلة $f^2(x) - 1 = 0$ هو:

28

1	D	2	C	3	B	4	A
---	---	---	---	---	---	---	---

المعادلة تكافئ $f^2(x) = 1$ وبالتاليإما $f(x) = 1$ ليس لها حلول. أو $f(x) = -1$ ولها حل وحيدعدد المماسات الأفقية للخط البياني للتابع f هو:

29

3	D	2	C	1	B	0	A
---	---	---	---	---	---	---	---

من سطر المشتق نجد أنه ينعدم مرتين فلخطه البياني مماسين أفقيين



كتابة وتنسيق: م مهند حريقة

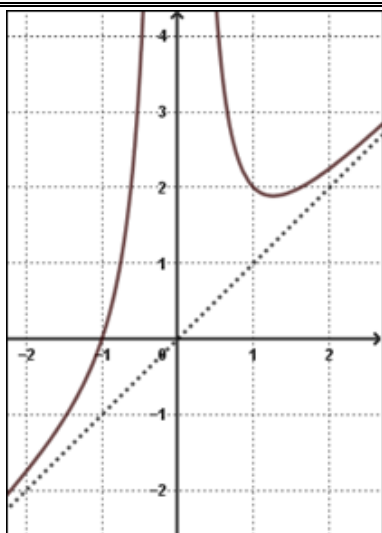
الجواب

29 28 27

C D C

إعداد: م هيثم ديوب

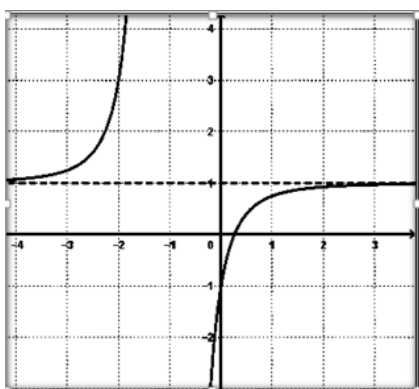




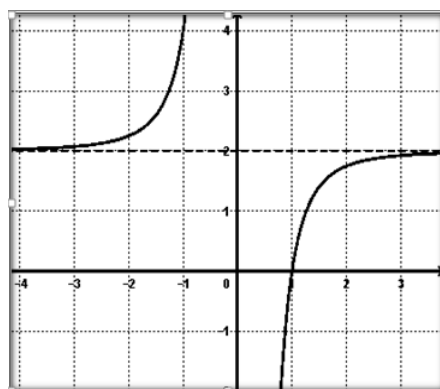
في الشكل المجاور C هو الخط البياني لتابع f
معرف واشتقاقي على $R \setminus \{0\}$
الخط البياني الذي يمثل التابع المشتق f' هو:



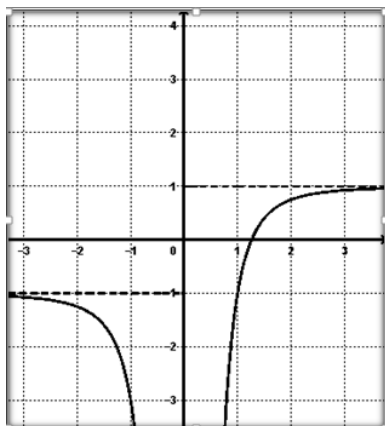
30



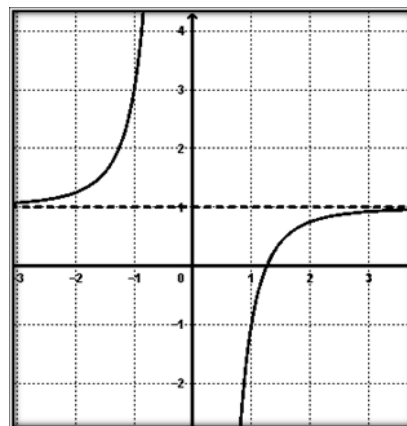
B



A



D



C

نلاحظ من الرسم أن C الخط البياني للتابع f يملك مماس أفقي في نقطة فاصلتها $\alpha \in]1,2[$

أي $f'(\alpha) = 0$ وهذا لا يتحقق في A و B

التابع f متزايد تماماً على المجال $]-\infty, 0[$ وبالتالي يجب أن يتحقق $f'(x) > 0$

وهذا لا يتحقق في D و E بالتالي الخيار الصحيح هو C

طريقة أخرى: C يقبل مقارب مائل معادلته $y = x$ في جوار $\pm\infty$ فيحقق $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - x) = 0$

وبالاشتقاق $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f'(x) - 1) = 0$ ومنه $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x) = 1$ أي أن الخط البياني للتابع المشتق يقبل

مقارب أفقي معادلته $y = 1$ نستبعد الخيارات التي لا تحقق ذلك ثم نتابع للوصول إلى الإجابة الصحيحة

لحل

إعداد: المهندس حسام قاسم

الجواب: C

كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم

أتمتة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الأول: الوحدة الرابعة

اختبار نهاية متتالية

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد




كتابة الأساتذة:

مصطفى الرزوق أمين الحايك

تنسيق وإخراج: أمين الحايك




التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة



فيصل خالد	أحمد أبو نبوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
بشار كعاز	صفوح الأفندي	هيثم ديوب	محمد السيد علي
فادي الحمد	خالد الحداد	حسام قاسم	زينب يوسف
فادي طنوس	محمد زين جعرور	نادر أبوراس	يوسف منصور
مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك	زكي طحاوي
عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق	محمد العيسى

<p>نتأمل متتاليتين $(x_n)_{n \geq 0}$ و $(y_n)_{n \geq 0}$ ، إذا كان $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n \cdot y_n = 3$ كانت $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$ تساوي:</p>							1
$+\infty$	D	3	C	$\frac{1}{3}$	B	0	A
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[(x_n \cdot y_n) \cdot \frac{1}{x_n} \right] = (3)(0) = 0$							م ت
إعداد: أ. طالب أسعد		الجواب: A			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
<p>عند دراسة تقارب المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ حيث: $u_n = \frac{5^{n-7^n}}{1-7^n}$ نجد أنها متقاربة من العدد:</p>							2
1	D	$\frac{1}{7}$	C	0	B	-1	A
 $u_n = \frac{\left(\frac{5}{7}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{7}\right)^n - 1} ; -1 < \frac{1}{7} < \frac{5}{7} < 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{7}\right)^n = 0 , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{7}\right)^n = 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{0 - 1}{0 - 1} = 1$							م ت
إعداد: أ. صفاء فزق		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
<p>لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{\sin n}{n}$ عندئذ تكون نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ هي:</p>							3
$+\infty$	D	2	C	0	B	-2	A
 $-1 \leq \sin n \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{n} \leq u_n \leq \frac{1}{n}$ <p>وبما أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n}\right) = 0$ فحسب مبرهنة الإحاطة يكون: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$</p>							م ت
إعداد: أ. حسين رشيد		الجواب: B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
<p>واحدة فقط من المتتاليات الآتية ليس لها نهاية:</p>							4
$v_n = (-2)^n$	D	$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$	C	$x_n = 4^n$	B	$w_n = 2^n - 1$	A
<p>المتتالية $v_n = (-2)^n$ هندسية وفيها $q = -2 < -1$ وبالتالي ليس لها نهاية</p>							م ت
إعداد: أ. وسام علي		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		




ليكن q عدداً حقيقياً يحقق $0 < q < 1$ ولتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$ إذا علمت أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ فإن q يساوي:							5
$\frac{3}{5}$	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{3}$	A
لدينا مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية أساسها q وعدد الحدود $n + 1$ ومنه: $u_n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ وبما أن: $0 < q < 1$ فإن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{1 - q} \Rightarrow \frac{1}{1 - q} = 3 \Rightarrow q = \frac{2}{3}$							6
إعداد: أ. محمد العاشق		الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = n^3 \sqrt{n}$ ، إن أصغر عدد طبيعي n_0 يحقق الشرط: من أجل كل $n > n_0$ فإن $u_n > 10^{12}$ هو:							6
10^9	D	10^8	C	10^6	B	10^4	A
$u_n > 10^{12} \Rightarrow n^3 \sqrt{n} > 10^{12} \Rightarrow n^4 > 10^{12 \times 3} \Rightarrow n > 10^9$ إن $n_0 = 10^9$							6
إعداد: أ. عبد الله حناوي		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
θ عدد حقيقي يحقق $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ و $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $u_n = 2 \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$ عندئذ نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$:							7
$+\infty$	D	2	C	1	B	0	A
$u_n = 2 \cos\left[\theta \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 ; -1 < \frac{1}{2} < 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2 \cos(0) = 2$							7
إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		






المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ معرفة عند كل عدد طبيعي $n \geq 1$ وفق:							8
$u_n = \sqrt{\frac{n}{n^3+1}} + \sqrt{\frac{n}{n^3+2}} + \sqrt{\frac{n}{n^3+3}} + \dots + \sqrt{\frac{1}{n^2+1}}$ <p>عندئذ تكون نهاية هذه المتتالية:</p>							
$+\infty$	D	1	C	$\frac{1}{2}$	B	0	A
<p>يساوي u_n مجموع n حداً أصغرها $\sqrt{\frac{1}{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n}{n^3+n}}$ وأكبرها $\sqrt{\frac{n}{n^3+1}}$، إذًا:</p> $n \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2+1}} \leq u_n \leq n \cdot \sqrt{\frac{n}{n^3+1}}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2}{n^2+1}} = 1$ $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \sqrt{\frac{n}{n^3+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^3}{n^3+1}} = 1$ <p>وبالتالي حسب مبرهنة الإحاطة</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$							
إعداد: أ. موسى حجيج/ أبو نزار			الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ تحقق: $u_n \geq \left(\frac{3}{2}\right)^n$ ، عندئذ تكون نهاية هذه المتتالية:							9
$+\infty$	D	1	C	$\frac{1}{2}$	B	0	
<p>لدينا: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n = +\infty$ لأنها متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{2} > 1$</p> <p>وبالتالي حسب مبرهنة المقارنة</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$							
إعداد: أ. خضر سيفو			الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
نتأمل المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{3}{n+1} - \frac{3}{n}$ إذا كان $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ عندئذ نهاية المتتالية $(S_n)_{n \geq 1}$:							10
$\frac{3}{2}$	D	0	C	$-\frac{3}{2}$	B	-3	
$S_n = \frac{3}{2} - \frac{3}{1} + \frac{3}{3} - \frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{3} + \dots + \frac{3}{n} - \frac{3}{n-1} + \frac{3}{n+1} - \frac{3}{n}$ $S_n = -3 + \frac{3}{n+1}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = -3$							
إعداد: أ. نادر أبو راس			الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبو راس		


<p>لتكن المتتاليتان $(x_n)_{n \geq 0}$ و $(y_n)_{n \geq 0}$ فيهما: $x_0 = 2$, $y_0 = 8$ ولتكن المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $w_n = x_n \cdot y_n$ إذا علمت أن المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ ثابتة، وأن المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 0}$ و $(y_n)_{n \geq 0}$ متجاورتان عندئذ فإن النهاية المشتركة لهما:</p>							11
2	D	3	C	4	B	8	A
 <p> $w_n = w_0 = x_0 \cdot y_0 = 16$ $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = L$ $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ $16 = L^2 \Rightarrow L = 4$ </p>							11
إعداد: أ. علي جمول			الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
<p>لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفتان وفق:</p> $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n = u_n + 4$ <p>إذا علمت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية، وأن: $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ عندئذ نهاية المتتالية $(s_n)_{n \geq 0}$:</p>							12
6	D	8	C	12	B	14	A
 <p> $v_0 = 2 + 4 = 6$ $v_1 = \left(\frac{1}{2}(2) - 2\right) + 4 = 3$ </p> $\Rightarrow q = \frac{v_1}{v_0} = \frac{1}{2}$ $s_n = 6 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 12 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right)$ <p>لدينا: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = 0$ لأنها متتالية هندسية وفيها $-1 < q = \frac{1}{2} < 1$ $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = 12$</p>							12
إعداد: أ. مروان بركة			الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		



ليكن a و b عددين يحققان $a < b < 0$ ولتكن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق:							13
$u_n = \frac{b^n - a^n}{b^n}$ <p>عندئذ نهاية المتتالية:</p>							
A	$-\infty$	B	0	C	$+\infty$	D	غير موجودة
 $u_n = 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^n ; \frac{a}{b} > 1 > 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^n = +\infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$							١٣
إعداد: أ. عبد الحميد السيد			الجواب: A		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق:							14
$u_n = \frac{n! + (-1)^n}{n!}$ <p>عندئذ نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$:</p>							
A	$-\infty$	B	0	C	1	D	غير موجودة
 $u_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n!} \Rightarrow u_n - 1 = \frac{(-1)^n}{n!}$ $\Rightarrow u_n - 1 = \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{n}$ <p>بما أن $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$</p> <p>وبالتالي حسب مبرهنة المقارنة $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$</p>							١٤
إعداد: أ. يوسف منصور			الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق:							15
$u_n = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 1}$ <p>عندئذ نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$:</p>							
A	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{2}$	C	0	D	$+\infty$
 $u_n = \frac{n(n+1)}{2n^2+2} = \frac{n^2+n}{2n^2+2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{2}$							١٥
إعداد: أ. زكي طحاوي			الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		



$\begin{cases} u_0 = 3, u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{u_{n+1}^2}{u_n} \end{cases}$ <p>لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً بالعلاقة: عندئذ تكون نهاية هذه المتتالية:</p>							16
$+\infty$	D	3	C	$\frac{1}{3}$	B	0	A
 <p>العلاقة $u_{n+2} = \frac{u_{n+1}^2}{u_n}$ تكافئ $u_{n+2} = u_{n+1} \cdot u_n$ إذاً المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها: $q = \frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{3} < 1$ وبالتالي: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$</p>							16
إعداد: أ. عمرو معدل		الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
<p>المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \dots + \frac{n}{5^n}$ إذا علمت أن: $n \leq 2^n$ عندئذ أصغر عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ من بين الأعداد الآتية هو:</p>							17
$\frac{4}{5}$	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{5}$	A
 <p>$u_n \leq \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{5}\right)^n$ $u_n \leq \frac{2}{5} \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{2}{3} \left[1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n\right]$ $u_n \leq \frac{2}{3}$</p>							17
إعداد: أ. رياض الزامل		الجواب: C			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
<p>لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق: $u_{n+1} = u_n - (u_n)^2$; $u_0 = \frac{1}{2}$ إذا علمت أن: $u_n \in]0,1[$ ، عندئذ نهاية هذه المتتالية:</p>							18
$+\infty$	D	1	C	$\frac{1}{2}$	B	0	A
 <p>$u_n \in]0,1[$ و $u_{n+1} - u_n = -(u_n)^2 < 0$ فالمتتالية متناقصة تماماً ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة نهايتها هو L هو حل المعادلة $f(x) = x$ $x - x^2 = x \Rightarrow x = 0$ مع ملاحظة أن التابع f مستمر عند 0 وبالتالي $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$</p>							18
إعداد: أ. رابعة سليمان		الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		

19	متتالية معرفة وفق: $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+\sqrt{n}}$ ، فإن نهاية هذه المتتالية:						
A	$-\infty$	B	-1	C	1	D	غير موجودة
م ت	 <p>زوجي n: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n+\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{\sqrt{n}}} = 1$</p> <p>فردى n: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n+1}{n+\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{\sqrt{n}}} = -1$</p> <p>بالتالي ليس للمتتالية نهاية</p>						
إعداد: أ. خالد العمر		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
20	لنكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق:						
A	4	B	3	C	2	D	$\sqrt{3}$
م ت	<p>إذا علمت أن $(u_n)_{n \geq 0}$ تحقق: $u_n < u_{n+1} < 4$</p> <p>عندئذ نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$:</p> <p>لدينا $u_n < u_{n+1}$ إذا المتتالية متزايدة تماماً وبالتالي فالمتتالية متقاربة ولدينا $u_n < 4$ إذا المتتالية محدودة من الأعلى</p> <p>إذا نهايتها حل المعادلة: $f(x) = x$</p> <p>شرط الحل $x \geq 0$ $\sqrt{2x+3} = x$ $(x \geq 0)$</p> <p>$2x+3 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$</p> <p>مرفوض $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$</p> <p>مع ملاحظة أن التابع f مستمر عند 3 وبالتالي $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$</p>						
إعداد: أ. محمد زين جعور		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			



اختبارات رياضيات مؤتممة للبكالوريا السورية

الجزء الأول: الوحدة الخامسة

اختبار وحدة التابع اللوغاريتمي النيبري

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد


كتابة الأساتذة:


صلاح أحمد سالم - عماد كنزو - أمين الحايك


تنسيق وإخراج: أ. أمين الحايك / أ. نادر أبو مراس


التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

فيصل خالد	أحمد أبو نبوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب	محمد السيد علي
فادي المحمد	خالد الحداد	حسام قاسم	نزيب يوسف
فادي طنوس	محمد نزين جعروم	نادر أبو مراس	يوسف منصور
مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك	نركي طحاوي
عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق	محمد العيسى

1	حل المعادلة $2\ln x - 3 = 0$ هو:						
A	\sqrt{e}	B	$\frac{3}{2}$	C	e	D	$e\sqrt{e}$
مؤتممة	 $\ln x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = e^{\frac{3}{2}} = e\sqrt{e}$						
إعداد: أ. محمد جمال الخطيب		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			

2	العدد: $L = \frac{1}{2}\ln(125) + 2\ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln\sqrt{5}$ يساوي:						
A	0	B	$\ln 5$	C	1	D	$\sqrt{5}$
مؤتممة	 $L = \frac{1}{2}\ln 5^3 - 2\ln 5 + \frac{1}{2}\ln 5$ $L = \frac{3}{2}\ln 5 - 2\ln 5 + \frac{1}{2}\ln 5 = 0$						
إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

3	ليكن المقدار $A = \ln(\sqrt{4+e} - 2)^4 + \ln(\sqrt{4+e} + 2)^4$ عندئذ قيمة A تساوي:						
A	2	B	4	C	8	D	16
مؤتممة	 $A = 4\ln(\sqrt{4+e} - 2) + 4\ln(\sqrt{4+e} + 2)$ $A = 4(\ln(\sqrt{4+e} - 2) \cdot (\sqrt{4+e} + 2))$ $A = 4\ln(4 + e - 4) = 4$						
إعداد: أ. رياض الحسين		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			

4	مجموعة تعريف التابع f المعطى وفق: $f(x) = \sqrt{\ln(2x-3)}$ هي:						
A	$\left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$	B	$] 2, +\infty [$	C	$\left[\frac{3}{2}, +\infty \right[$	D	$[2, +\infty [$
مؤتممة	 $\ln(2x-3) \geq 0$ $2x-3 \geq 1$ $2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$						
إعداد: أ. علي فؤاد علي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو			

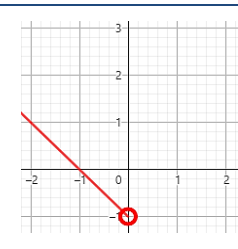
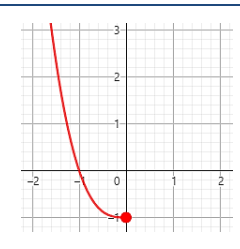
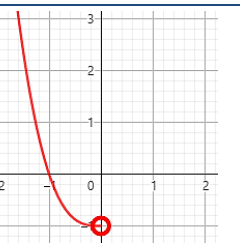
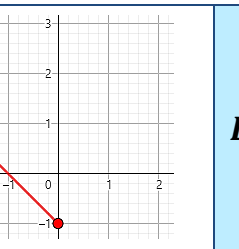


5	عند البحث عن حل المعادلة: $\ln^2 x - \ln x^2 + 1 = 0$ نجد أنه:						
A	غير موجود	B	$\frac{1}{e}$	C	1	D	e
	<p>شروط الحل $x > 0$</p> $\ln^2 x - 2 \ln x + 1 = 0$ $(\ln x - 1)^2 = 0$ $\ln x = 1 \Rightarrow x = e$						
	إعداد: أ. محمد المصري	الجواب: D			كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو		






6	ليكن التابع f المعرف والاشتقائي على $]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \ln(\ln \sqrt{x})$ عندئذ يعطى مشتقه $f'(x)$ بالصيغة:						
A	$\frac{1}{x \ln x}$	B	$\frac{1}{\sqrt{x} \ln x}$	C	$\frac{1}{x \ln \sqrt{x}}$	D	$\frac{1}{\sqrt{x} \ln \sqrt{x}}$
	<p> $f'(x) = \frac{(\ln \sqrt{x})'}{\ln \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{x} \ln \sqrt{x}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \ln \sqrt{x}}$ $f'(x) = \frac{1}{2x \ln \sqrt{x}} = \frac{1}{x \ln x}$ </p>						
	إعداد: أ. ربيع الشيخ عبيد	الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو		





7	في معلم متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، إن التمثيل البياني لمجموعة النقاط $M(x, y)$ التي تحقق العلاقة: $3 \ln(-x) = \ln(y + 1)$						
A		B		C		D	
	<p>الشرط $x < 0$ و $y > -1$ وهو محقق في الخيارين A و C والمعادلة تكتب بالشكل: $y = -x^3 - 1$ ومنه $\ln(-x^3) = \ln(y + 1)$</p>						
	إعداد: أ. عبد الله حناوي	الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		






تكن المعادلة $x^2 + 4x + \ln(m - 1) = 0$ إن قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة جذر مضاعف هي:					8		
$e^4 + 1$	D	$e^2 + 1$	C	$e^4 - 1$	B	$e^2 - 1$	A
 <p>شرط الحل $m > 1$ للمعادلة جذر وحيد $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ $16 - 4\ln(m - 1) = 0$ $\ln(m - 1) = 4 \Rightarrow m - 1 = e^4 \Rightarrow m = e^4 + 1$</p>							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: D		إعداد: أ. ياسر عبادي			


ليكن f تابعاً معرفاً واشتقاقياً على R_+^* وفق: $f(x) = \frac{\ln^2(x)}{x}$ إن مجموعة جميع قيم x التي تحقق المعادلة $f'(x) = 0$ هي:					9		
$\left\{\frac{1}{e}, e^2\right\}$	D	$\{2, e\}$	C	$\{1, e^2\}$	B	$\left\{\frac{1}{e^2}, 1\right\}$	A
 <p>$f'(x) = \frac{2 \ln(x) \cdot \left(\frac{1}{x}\right) x - \ln^2 x}{x^2} = \frac{\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x^2}$ $f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e^2 \end{cases}$</p>							
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو		الجواب: B		إعداد: أ. نورالدين صندفي			

مجموعة حلول المعادلة $\ln(x + 3) + \ln(x - 1) = \ln(2x + 6)$ حيث $x > 1$ هي:					10		
$\{-3, 3\}$	D	$\{3\}$	C	$\{2\}$	B	$\{2, 3\}$	A
 <p>$\ln((x + 3)(x - 1)) = \ln(2x + 6)$ $x^2 + 2x - 3 = 2x + 6$ $x^2 = 9$ مقبول $x = 3$, مرفوض $x = -3$</p>							
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو		الجواب: C		إعداد: أ. صفاء قزق			

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]-\infty, 2[\cup]4, \infty[$ وفق: $f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x-4}\right)$ إن قيمة b التي تجعل النقطة $A(3, b)$ مركز تناظر للخط C هي:					11		
2	D	1	C	0	B	-2	A
 <p>$f(x) + f(2x_0 - x) = 2y_0$ لدينا $x_0 = 3$ ولناخذ $x = 0 \in D$ $f(0) + f(6) = 2b \Rightarrow \ln\left(\frac{-2}{-4}\right) + \ln\left(\frac{4}{2}\right) = 2b$ $-\ln 2 + \ln 2 = 2b \Rightarrow \boxed{b = 0}$</p>							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: B		إعداد: أ. يونس حمود			

12	ليكن f التابع المعرف على $]0, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ فإن معادلة المماس الأفقي لخطه البياني هي :
A	$y = \frac{1}{e}$
B	$y = -\frac{1}{e}$
C	$y = -e$
D	$y = e$
13	 $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0$ $1 - \ln(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) = 1 \Rightarrow x = e$ $y = f(e) = \frac{1}{e}$
إعداد: أ. حيدرة زعبية	
الجواب: A	
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	

13	ليكن f تابعاً معرفاً واشتقاقياً على المجال $]1, +\infty[$ مشتقه: $f'(x) = \frac{1}{x \ln x}$ عندئذٍ مشتق التابع $g(x) = f(\sqrt{x})$ هو :
A	$g'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x} \ln x}$
B	$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \ln \sqrt{x}}$
C	$g'(x) = \frac{1}{2x \ln x}$
D	$g'(x) = \frac{1}{x \ln x}$
14	 $g'(x) = (\sqrt{x})' \cdot f'(\sqrt{x})$ $= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} \ln \sqrt{x}}$ $g'(x) = \frac{1}{x \ln x}$
إعداد: أ. موسى حجيج / أبو نزار	
الجواب: D	
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو	

14	إن عدد نقاط تقاطع الخط البياني الممثل للتابع f المعرف على R^* وفق: $f(x) = \ln x^4 - \ln x^2 - 2$ مع محور الفواصل يساوي :
A	1
B	2
C	3
D	4
15	 $f(x) = 0 \Rightarrow 2\ln x^2 - \ln x^2 = 2$ $\ln x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = e^2 \Rightarrow x = \pm e$
إعداد: أ. رامي شقرة	
الجواب: B	
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو	



لدينا في \mathcal{R}^2 جملة المعادلتين:					15		
$\begin{cases} \ln x \cdot \ln y = -2 \\ \ln x - \ln y = 3 \end{cases}$ إن إحدى القيم الممكنة للثنائية (x, y) لتكون حلاً للجملة السابقة هي:							
$(e^3, 1)$	D	$(e, \frac{1}{e^2})$	C	$(\sqrt{e}, \frac{1}{e^4})$	B	(e, \sqrt{e})	A
نفرض $\ln x = X$ و $\ln y = Y$ نعوض: $\begin{cases} X \cdot Y = -2 & (1) \\ X - Y = 3 & (2) \end{cases}$ نعوض (2) في (1) $X^2 - 3X + 2 = 0$ $(X - 1)(X - 2) = 0$ $\begin{cases} X = 1 \Rightarrow x = e, y = \frac{1}{e^2} \Rightarrow (e, \frac{1}{e^2}) \\ \text{أو } X = 2 \Rightarrow x = e^2, y = \frac{1}{e} \Rightarrow (e^2, \frac{1}{e}) \end{cases}$							
كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			الجواب: C		إعداد: أ. مصطفى الرزوق		

15



ليكن f التابع المعرف على $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x - \ln x} & : x > 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$ إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند الصفر هي:					16		
1	D	0	C	-1		B	-2
التابع f مستمر عند الصفر $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = m$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{x}{\ln x} - 1} = -1$ $\Rightarrow m = -1$							
كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			الجواب: B		إعداد: أ. صفوح الأفندي		


16





حلول المتراجحة $\ln x \cdot (\ln x - 1) < 0$ هي:					17		
$]0, 1[\cup]e, +\infty[$	D	$]0, \frac{1}{e}[$	C	$]\frac{1}{e}, 1[$		B	$]1, e[$
شرط الحل $x > 0$ $\ln x \cdot (\ln x - 1) < 0 \Rightarrow 0 < \ln x < 1$ $1 < x < e$							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			الجواب: A		إعداد: أ. خضر سيفو		


17





ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R_+^* وفق: $f(x) = \frac{a+b \ln(2x)}{4x^2}$ حيث $a, b \in R^*$ فإذا كان C يقبل مماساً أفقياً في نقطة منه $M\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ عندئذ قيمة (a, b) تساوي:					18		
(1, -2)	D	(1, 2)	C	(-1, -2)	B	(2, 4)	A
 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{a+0}{1} = 1 \Rightarrow a = 1$ $f'(x) = \frac{b\left(\frac{2}{2x}\right) \cdot (4x^2) - 8x \cdot (a + b \cdot \ln(2x))}{16x^4}$ $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2b-4}{1} = 0 \Rightarrow b = 2$							
إعداد: أ. محمد مصطفى اختيار		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = ax^2 + bx \ln x$ فإذا كان مماس C في نقطة منه $A(1, 1)$ يوازي المستقيم الذي معادلته $y = x - 2$ عندئذ قيمة (a, b) هي:					19		
(1, -1)	D	(2, -3)	C	(2, 1)	B	(1, 3)	A
 $A \in C \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow 1 = a + 0 \Rightarrow a = 1$ $m = 1 = f'(1)$ $f'(x) = 2ax + b \ln x + b \Rightarrow 1 = 2 + 0 + b \Rightarrow b = -1$							
إعداد: أ. عبدالله الكناوي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			


نهاية التابع f المعطى بالشكل: $f(x) = (x+1) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x+1}\right)$ عند $+\infty$ هي:					20		
1	D	0	C	-1	B	$-\infty$	A
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x+1}\right)}{\frac{1}{x+1}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$							
إعداد: أ. محمد الحموش		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			


إن التابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \ln x^2 - (\ln x)^2$ متزايدة تماماً على كامل المجال:					21		
$]0, e]$	D	$]e, +\infty[$	C	$\left[\frac{1}{2}, 2e\right[$	B	$]1, e^2[$	A
 $f'(x) = \frac{2x}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x} = \frac{2 - 2 \ln x}{x}$ <p>يكون متزايدة تماماً من أجل $2 - 2 \ln x \geq 0$ ومنه $\ln x \leq 1$ إذأ $x \leq e$</p>							
إعداد: أ. نادر أبو راس		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


<p>و a و b عدنان حقيقيان موجبان تماماً بحيث $a \cdot b > 2$ ويحققان</p> $\ln\left(a - \frac{2}{b}\right) + \ln\left(a + \frac{2}{b}\right) = \ln\left(\frac{3a}{b}\right)$ <p>عندها تكون قيمة الجداء $a \cdot b$ تساوي</p>						22	
5	D	4	C	3	B	2	A
 $\ln\left(a^2 - \frac{4}{b^2}\right) = \ln\left(\frac{3a}{b}\right)$ $a^2 - \frac{4}{b^2} = \frac{3a}{b}$ $a^2 b^2 - 4 = 3ab$ $a^2 b^2 - 3ab - 4 = 0$ $(ab + 1)(ab - 4) = 0$ $ab = 4$							23
كتابة وتنسيق: أ. مهدي حريفة			الجواب: C		إعداد: أ. مهدي حريفة		

<p>ليكن لدينا العددين</p> $a = \ln\left(\frac{e^2}{2e-1}\right) \quad \text{و} \quad b = \ln\left(\frac{2e+1}{4}\right)$ <p>بالمقارنة بين العددين a و b نجد أن:</p>						23	
$a = -b$	D	$a = b$	C	$a < b$	B	$a > b$	A
 $a - b = \ln\left(\frac{e^2}{2e-1}\right) - \ln\left(\frac{2e+1}{4}\right)$ $\ln\left(\frac{e^2}{2e-1} \times \frac{4}{2e+1}\right) = \ln\left(\frac{4e^2}{4e^2-1}\right) > 0$ <p>لأن $\frac{4e^2}{4e^2-1} > 1$ بالتالي $a > b$</p>							24
كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			الجواب: A		إعداد: أ. يوسف منصور		


<p>إذا كان $\log(a) = 2$ و $\log_a(b) = 2$ حيث $a \in \mathcal{R}_+^* \setminus \{1\}$ و $b \in \mathcal{R}_+^*$ عندئذٍ الثنائية (a, b) تساوي:</p>						24	
$(10^4, 10^3)$	D	$(10^4, 10^2)$	C	$(10^2, 10^4)$	B	$(10^2, 10^3)$	A
 $\log(a) = 2 \Rightarrow \frac{\ln a}{\ln 10} = 2 \Rightarrow \ln a = 2 \ln 10 \Rightarrow a = 10^2$ $\log_a(b) = 2 \Rightarrow \frac{\ln b}{\ln a} = 2 \Rightarrow \ln b = 2 \ln a \Rightarrow b = a^2 = 10^4$							25
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو			الجواب: B		إعداد: أ. حسن آصف سليمان		


25	ليكن f التابع المعرف على $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{1}{x \ln^3 x}$ عند حساب نهاية التابع f عند الصفر نجد أنها تساوي:
A	$-\infty$ B 0 C $\sqrt[3]{e^2}$ D $\frac{1}{27}$
25	 $f(x) = \frac{1}{x \ln^3 x} = \frac{1}{(\sqrt[3]{x} \ln x)^3} = \frac{1}{(\sqrt[3]{x} \cdot 3 \ln \sqrt[3]{x})^3} = \frac{1}{27(\sqrt[3]{x} \cdot \ln \sqrt[3]{x})^3}$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{27} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(\sqrt[3]{x} \cdot \ln \sqrt[3]{x})^3} = -\infty$
إعداد: أ. عمرو ماهر معدل	الجواب: A
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو	


26	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R_+^* وفق: $f(x) = \ln x$ إن مماس C في نقطة منه فاصلتها $2e$ يقطع محور الترتيب بنقطة ترتيبها يساوي:
A	-1 B $-\ln 2$ C $\ln 2$ D $1 + \ln 2$
26	 $f(2e) = \ln(2e) = \ln 2 + 1$ $f'(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(2e) = \frac{1}{2e}$ <p>وبالتالي معادلة المماس:</p> $y = f(2e) + f'(2e)(x - 2e)$ $y = \ln 2 + 1 + \frac{1}{2e}(x - 2e) = \ln 2 + \frac{1}{2e}x$ <p>المماس يقطع محور الترتيب $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \ln 2$</p>
إعداد: أ. غياث منصور	الجواب: C
كتابة وتنسيق: أ. عماد كزو	

27	ليكن التابع f المعرف على $]0, \infty[$ وفق: $f(x) = \frac{\ln(1+x) - (x \ln x)^2}{x}$ فإن نهاية هذا التابع عند الصفر هي:
A	$-\infty$ B -1 C 0 D 1
27	 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \text{ و } f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x} - \frac{(x \ln x)^2}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x \ln x)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \ln x}{\sqrt{x}} \right)^2 = 4 \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x} \ln \sqrt{x})^2 = 4(0)^2 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 - 0 = 1$
إعداد: أ. مازن علي	الجواب: D
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	



ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$ عندئذ الخط البياني C_g للتابع $g(x) = \ln(x-1) - \ln(x-3)$ هو:						28	
جزء من C_f على المجال $]-\infty, 1[$	D	جزء من C_f على المجال $]3, +\infty[$	C	نظير C_f بالنسبة لـ $(1,3)$	B	C_f	A
 $D_g =]3, +\infty[$ $g(x) = \ln(x-1) - \ln(x-3) = \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right) = f(x)$ <p>بالتالي C_g جزء من C_f على المجال $]3, +\infty[$</p>						29	
إعداد: أ. هيثم ديوب		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على \mathcal{N}^* وفق: $u_n = \ln\left(\frac{n \cdot e}{n+1}\right)$ وليكن: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ، عندئذ فإن S_n يساوي:						29	
$n + \ln(n+1)$	D	$n - \ln(n+1)$	C	$\ln(n+1)$	B	$-\ln(n+1)$	A
 $S_n = \ln\left(\frac{e}{2}\right) + \ln\left(\frac{2e}{3}\right) + \dots + \ln\left(\frac{(n-1) \cdot e}{n}\right) + \ln\left(\frac{n \cdot e}{n+1}\right)$ $S_n = \ln\left(\frac{e}{2} \times \frac{2e}{3} \times \dots \times \frac{(n-1) \cdot e}{n} \times \frac{n \cdot e}{n+1}\right)$ $S_n = \ln\left(e^n \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{(n-1)}{n} \times \frac{n}{n+1}\right)$ $S_n = \ln(e^n) + \ln\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{(n-1)}{n} \times \frac{n}{n+1}\right)$ $S_n = n + \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) = n - \ln(n+1)$						30	
إعداد: أ. علي جمول		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \ln(-x)$ إذا علمت أن C يقبل مماساً في النقطة $A(a, f(a))$ يمر من المبدأ عندئذ العدد الحقيقي a يساوي:						30	
e	D	$\frac{1}{e}$	C	$-\frac{1}{e}$	B	$-e$	A
 $f'(x) = \frac{1}{x}$ <p>والمماس يمر من المبدأ ومنه</p> $y = \frac{1}{a}(x-a) + \ln(-a)$ $0 = \frac{1}{a}(0-a) + \ln(-a) \Rightarrow \ln(-a) = 1 \Rightarrow \boxed{a = -e}$						31	
إعداد: أ. أحمد ذياب الرفاعي		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			

اختبارات رياضيات مؤتمتة للبكالوريا السورية

الجزء الأول: الوحدة السادسة

اختبار وحدة التابع الأسي

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة الأساتذة:

صلاح أحمد سالم - حسام قاسم - مهند حرقة

تنسيق وإخراج: المهندس حسام خضر قاسم

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة


محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
نرينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفتدي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي المحمد	خالد الحداد	حسام قاسم
نركي طحاوي	فادي طنوس	محمد نزين جعمور	نادم أبو مراس
محمد العيسى	مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق


1	عند حساب نهاية التابع $f(x) = x - 1 + e^{1-x}$ عند $-\infty$ كانت :						
A	$-\infty$	B	0	C	1	D	$+\infty$
نحو الحل	$f(x) = e^{-x}(xe^x - e^x + e)$ بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$						
إعداد: أ. محسن القصير		الجواب: D			كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم		


2	إن العدد $L = \frac{3 \ln 5}{5 \ln 3}$ يساوي :						
A	1	B	$\ln \frac{5}{3}$	C	$\frac{\ln 5}{\ln 3}$	D	$\ln 5 \cdot \ln 3$
نحو الحل	$L = \frac{e^{\ln 5 \cdot \ln 3}}{e^{\ln 3 \cdot \ln 5}} = 1$						
إعداد: أ. زكريا الزعبي		الجواب: A			كتابة وتنسيق: م. مهند حريقة		


3	ليكن التابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = e^x - \ln x - x$ فإن نهاية f عند $+\infty$ هي :						
A	$-\infty$	B	-1	C	0	D	$+\infty$
نحو الحل	$f(x) = x \left(\frac{e^x}{x} - \frac{\ln x}{x} - 1 \right)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$						
إعداد: أ. مرعي المصلح		الجواب: D			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


4	لتكن (E) المعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^x$ إن قيمة العدد الحقيقي a التي من أجلها يكون التابع $f(x) = ae^x$ حلاً للمعادلة (E) هي :						
A	-2	B	-1	C	1	D	2
نحو الحل	$y' = ae^x$ ومنه $y = ae^x$ $ae^x + ae^x = 2e^x$ إذن : $a = 1$						
إعداد: أ. مازن الزعبي		الجواب: C			كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم		


العبارة $F = 7^{-\frac{2}{\ln 7}}$ يمكن تبسيطها لتكتب وفق الصيغة:							5
e^7	D	e^2	C	$\frac{1}{e^2}$	B	$\frac{1}{e^7}$	A
$F = e^{\ln 7 \cdot \left(-\frac{2}{\ln 7}\right)} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$ 							لو لو
إعداد: أ. أنطوان جلوف		الجواب: B		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			


مجموعة تعريف التابع f المعطى وفق: $f(x) = \sqrt{\ln(e^x - 1)}$ هي:							6
$[\ln 2, +\infty[$	D	$]0, +\infty[$	C	$] \ln 2, +\infty[$	B	$[0, +\infty[$	A
$\begin{aligned} \ln(e^x - 1) &\geq 0 \\ e^x - 1 &\geq 1 \\ e^x &\geq 2 \\ x &\geq \ln 2 \end{aligned}$ 							لو لو
إعداد: أ. أحمد البنية		الجواب: D		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			


$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x)e^{-x}$ تساوي:							7
$+\infty$	D	e	C	1	B	$\frac{1}{e}$	A
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x)e^{-x} = \lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)t^{\frac{1}{t}} = e$ 							لو لو
إعداد: أ. محمود الأحمد		الجواب: C		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			


نهاية التابع $f(x) = x \left(1 - e^{\frac{1}{x}}\right)$ المعرف على R^* عند $+\infty$ هي:							8
e	D	1	C	0	B	-1	A
لدينا حالة عدم تعيين من الشكل $(0) (+\infty)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - e^t}{t} = -1$ 							لو لو
إعداد: أ. رابعة سليمان		الجواب: A		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			


9	لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ حيث : $u_n = \frac{1-n}{n \cdot e^n}$ نهايتها تساوي :						
A	-1	B	0	C	1	D	$+\infty$
الحل	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{n} - 1}{e^n} = 0$						
إعداد: أ. عبد الحميد السيد		الجواب: B			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


10	ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = e^x$ والتابع g المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $g(x) = \ln x$ عندها $(f \circ g)(x)$ تساوي :						
A	$-\frac{1}{x}$	B	$\frac{1}{x}$	C	$-x$	D	x
الحل	 $f(g(x)) = f(\ln x) = e^{\ln x} = x$						
إعداد: أ. حسام قاسم		الجواب: D			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


11	إن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}}$ تساوي :						
A	$\frac{1}{e}$	B	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	C	\sqrt{e}	D	e
الحل	 $\frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$ <p>نضع $\frac{1}{x+1} = t$ فيكون $x = \frac{1}{t} - 1$</p> $\frac{x}{2} = \frac{1}{2t} - \frac{1}{2}, x \rightarrow +\infty \Leftrightarrow t \rightarrow 0$ $L = \lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{2t} - \frac{1}{2}}$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$						
إعداد: أ. محمد مصطفى اختيار		الجواب: C			كتابة وتنسيق: م مهند حريقة		


12	مجموعة حلول المتراجحة : $9^x - \frac{3^x}{27} \geq 0$ هي :						
A	$[-3, +\infty[$	B	$] -9, -3[$	C	$] -\infty, -9]$	D	خالية
نحو الحل	$3^{2x} \geq 3^{-3} \times 3^x$ $2x \geq -3 + x$ $x \geq -3$ 						
إعداد: أ. هيثم ديوب		الجواب: A			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


13	ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x e^x - e^x$ وليكن جدول اطراده :																	
A	$(0, e)$	B	$(1, -1)$	C	$(0, -1)$	D	$(1, 0)$											
نحو الحل	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>m</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>\searrow</td> <td>n</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table> <p>عندئذ (m, n) تساوي :</p> $f'(x) = e^x + x e^x - e^x = x e^x$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0$ $f(0) = -1$ 						x	$-\infty$	m	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	\searrow	n	\nearrow
x	$-\infty$	m	$+\infty$															
$f'(x)$	-	0	+															
$f(x)$	\searrow	n	\nearrow															
إعداد: أ. محمد السيد علي		الجواب: C			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم													


14	لدينا في R^2 جملة المعادلتين : $\begin{cases} x + y = 0 & \dots (1) \\ e^x + e^{-y} = 4 & \dots (2) \end{cases}$ إن الحل الوحيد لجملة المعادلتين هو الثنائية (x, y) تساوي :						
A	$(\ln 2, -\ln 2)$	B	$(-\ln 2, \ln 2)$	C	$(0, 0)$	D	$(2, -2)$
نحو الحل	من (1) نجد $y = -x$ نعوض في (2) نجد $e^x + e^x = 4$ ومنه $e^x = 2$ بالتالي فإن $x = \ln 2$ 						
إعداد: أ. نادر أبو راس		الجواب: A			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


15	إذا علمت أن التابع $f(x) = xe^x$ حلاً للمعادلة التفاضلية $y' + 2y = (ax + b)e^x$ فإن الثنائية (a, b) تساوي :
A	(1, 2) B (1, 3) C (2, 1) D (3, 1)
مؤتمتة	$f'(x) = e^x + xe^x = (1 + x)e^x$ <p>نعوض f و f' في المعادلة التفاضلية $(1 + x)e^x + 2xe^x = (ax + b)e^x$</p> $(3x + 1)e^x = (ax + b)e^x$ <p>بالمطابقة نجد : $a = 3, b = 1$</p> 
إعداد: أ. أحمد الكش	الجواب : D
كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم	


16	ليكن التابع $f(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{2x}$ معرف على $]0, +\infty[$ ، فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ تساوي :
A	$\frac{1}{e}$ B e C e^2 D e^3
مؤتمتة	$f(x) = \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right]^2$ <p>نعلم أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e^2$</p> 
إعداد: أ. عبدالله الكناوي	الجواب : C
كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم	


17	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = (1 - x)e^x$ وليكن المستقيم الذي معادلته $d: y = \frac{1}{e}x + a$ حيث $a \in R$ إن قيمة a التي من أجلها يكون d مماساً لـ C في نقطة منه فاصتها لعدم $f''(x)$ هي:
A	$-\frac{3}{e}$ B $-\frac{1}{e}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{3}{e}$
مؤتمتة	$f'(x) = -e^x + e^x(1 - x) = -xe^x$ $f''(x) = -e^x - xe^x = -(1 + x)e^x$ $f''(x) = 0 \Rightarrow x = -1, f(-1) = \frac{2}{e}$ <p>نعوض في المماس d</p> $\frac{2}{e} = -\frac{1}{e} + a \Rightarrow a = \frac{3}{e}$ 
إعداد: أ. رزان البديوي	الجواب : D
كتابة وتنسيق: م. مهند حريقة	


ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = (x-1)^3 e^x$							18
إن عدد القيم الحدية المحلية للتابع f يساوي:							
3	D	2	C	1	B	0	A
$f'(x) = 3(x-1)^2 e^x + e^x(x-1)^3 = (x-1)^2(x+2)e^x$ ولأن $(x-1)^2 e^x \geq 0$ فإن إشارة $f'(x)$ تماثل إشارة $x+2$ الذي ينعدم عند $x = -2$ والمشتق يغير اشارته عندها .. لذلك له قيمة حدية واحدة							
إعداد: أ. نور الدين صندفي			الجواب: B		كتابة وتنسيق: م. مهند حريقة		

إن حلول المعادلة: $16^x - 6 \times 4^x + 8 = 0$ هي:							19
{ 1, 8 }	D	{ ln2, 1 }	C	{ 1/2, 4 }	B	{ 1/2, 1 }	
$4^{2x} - 6 \times 4^x + 8 = 0 \Leftrightarrow (4^x - 4)(4^x - 2) = 0$ إما $4^x - 4 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 4^1 \Leftrightarrow x = 1$ أو $4^x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^1 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$							
إعداد: أ. حسين رشيد			الجواب: A		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		

g تابع معرف على $[1, +\infty[$ ويحقق: $x \leq g(x) \leq x^2$ f و f تابع معرف على $[1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ عندئذ نهاية f عند $+\infty$ هي:							20
$+\infty$	D	2	C	1	B	0	
$\frac{x}{e^x} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{e^x}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ ومنه حسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$							
إعداد: أ. محي الدين إسماعيل			الجواب: A		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		

ليكن التابعان f و g المعرفان على R وفق:						21	
$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + a$ و $g(x) = 2x - e^x$							
إذا علمت أن خطيهما البيانيين متماسان في نقطة منهما، فإن قيمة العدد الحقيقي a تساوي:							
$\frac{3}{2}$	D	$\frac{1}{2}$	C	$-\frac{1}{2}$	B	$-\frac{3}{2}$	A
$f'(x) = g'(x) \Rightarrow e^{2x} = 2 - e^x \Rightarrow e^{2x} + e^x - 2 = 0$ $(e^x + 2)(e^x - 1) = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$ $f(0) = g(0) \Rightarrow \frac{1}{2} + a = -1 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$							
إعداد: أ. باسل سظمة		الجواب: A		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية $(\ln 3)y - y' = \ln 9$						22	
إذا علمت أن الخط البياني للتابع f الذي يمثل حل المعادلة يمر بالنقطة $(0,3)$							
عندئذٍ حل المعادلة التفاضلية هو:							
$y = 4(3^x) - 1$	D	$y = 2(3^x) + 1$	C	$y = 3^x + 2$	B	$y = 3^x - 2$	A
$y' = \ln 3 \cdot y - 2\ln 3$ $y = k e^{x \cdot \ln 3} - \frac{-2\ln 3}{\ln 3} = k 3^x + 2$							
إعداد: أ. عبد الرحمن الرفاعي		الجواب: B		كتابة وتنسيق: م مهند حريقة			

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:						23	
$f(x) = x - \ln(e^{3x} + 1)$ إن معادلة المقارب المائل للخط C بجوار $+\infty$ هي:							
$y = 3x$	D	$y = -2x$	C	$y = -x$	B	$y = x$	A
$f(x) = x - \ln[e^{3x}(1 + e^{-3x})] = x - 3x - \ln(1 + e^{-3x})$ $f(x) = -2x - \ln(1 + e^{-3x})$ بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-3x}) = \ln 1 = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x] = 0$ إذن $y = -2x$ هي معادلة المقارب المائل							
إعداد: أ. أحمد ذياب الرفاعي		الجواب: C		كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم			

24	<p>f تابع معرف على R وفق : $f(x) = (x^2 + 1)e^x$</p> <p>وخطه البياني C يقبل مماساً أفقياً T معادلته $y = \frac{2}{e}$</p> <p>إن C يقع بكامله فوق T في المجال :</p>																					
A	B	C	D	R] <td style="text-align: center;">]-1, +\infty[</td> <td style="text-align: center;">]-e, e[</td>]-1, +\infty[]-e, e[
نمو الحل	<p>$f'(x) = 2xe^x + e^x(x^2 + 1) = (x + 1)^2 e^x \geq 0$</p> <p>$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, f(-1) = \frac{2}{e}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">↗</td> <td style="text-align: center;">$\frac{2}{e}$</td> <td style="text-align: center;">↗</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f - y$</td> <td style="text-align: center;">⊖</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">⊕</td> </tr> </table> <p>من الجدول نلاحظ أن C فوق T على المجال $]-1, +\infty[$</p>						x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	+	$f(x)$	↗	$\frac{2}{e}$	↗	$f - y$	⊖	0	⊕
x	$-\infty$	-1	$+\infty$																			
$f'(x)$	+	0	+																			
$f(x)$	↗	$\frac{2}{e}$	↗																			
$f - y$	⊖	0	⊕																			
إعداد: أ. غياث منصور	الجواب: B			كتابة وتنسيق: م مهند حريقة																		



25	<p>ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{e^{-x}+2}{e^{-x}+1}$ ، نعلم أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ،</p> <p>عندها تكون أصغر قيمة للعدد A التي تحقق الشرط أيأ كان $x > A$ فإن $f(x) \in]1.9, 2.1[$ هي :</p>						
A	B	C	D	9	3ln2	2ln3	ln3
نمو الحل	<p>$f(x) - 2 < 0.1$</p> <p>$\left \frac{e^{-x} + 2}{e^{-x} + 1} - 2 \right < \frac{1}{10}$</p> <p>$\left \frac{-e^{-x}}{e^{-x} + 1} \right < \frac{1}{10}$</p> <p>$\frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} < \frac{1}{10}$</p> <p>$\frac{1}{e^x + 1} < \frac{1}{10}$</p> <p>$e^x + 1 > 10$</p> <p>$e^x > 9 \Rightarrow x > \ln 9 \Rightarrow x > 2\ln 3 \Rightarrow \boxed{A = 2\ln 3}$</p>						
إعداد: أ. وائل عيزان	الجواب: C			كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم			



	<p>26 يبين الشكل المجاور الخط C للتابع f المعروف على R وفق</p>								
	$f(x) = (ax - 1)e^{x-b}$								
	<p>حيث a, b عدنان حقيقيان فإن قيمة (a, b) هي :</p>								
$(\frac{2}{3}, 2 - 2\ln 3)$	D	$(1, 2 - \ln 2)$	C	$(2, 2)$	B	$(2, 0)$	A		
$f'(x) = ae^{x-b} + e^{x-b}(ax - 1)$ $f'(x) = e^{x-b}(a + ax - 1)$ $f'(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow a + a(-\frac{1}{2}) - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 2}$ $f(2) = 3 \Rightarrow (2a - 1)e^{2-b} = 3$ $3e^{2-b} = 3 \Rightarrow 2 - b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 2}$									نموذج الحل
كتابة وتنسيق : م. صلاح أحمد سالم			الجواب : B			إعداد : أ. وائل أبو الخير			

لتكن المعادلة التفاضلية $E: 3y' - y = x^2 - 3x + 2$								27
نفترض أن f كثير حدود من الدرجة الثانية يحقق E . عندئذٍ $f(x)$ يكتب بالشكل:								
$f(x) = -x^2 - 3x - 11$	B	$f(x) = x^2 + 9x + 25$						A
$f(x) = x^2 + 9x - 25$	D	$f(x) = -x^2 - 3x - 7$						C
بفرض $f(x) = ax^2 + bx + c$ وبالتالي $f'(x) = 2ax + b$								نموذج الحل
نعوض في E لنجد : $3(2ax + b) - (ax^2 + bx + c) = x^2 - 3x + 2$								
$-ax^2 + (6a - b)x + 3b - c = x^2 - 3x + 2$								
$\begin{cases} -a = 1 & a = -1 \\ 6a - b = -3 & \Rightarrow b = -3 \\ 3b - c = 2 & c = -11 \end{cases}$								
$f(x) = -x^2 - 3x - 11$								
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة			الجواب : B			إعداد : أ. ريم بوظان		

28	ليكن التابع f المعرفة على R^* وفق : $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$ إن معادلة المقارب المائل ل C بجوار $+\infty$ هي :
A	$y = x - 1$ B $y = -x + 1$ C $y = x + 1$ D $y = -x - 1$
الحل	$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$ $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^{\frac{1}{x}} - x)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} x (e^{\frac{1}{x}} - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \right) = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{e^t - 1}{t} \right) = 1$ <p>ومنه نجد $y = x + 1$ هي معادلة المقارب المائل</p>
إعداد: أ. باسل سمير الحسين	الجواب: C
كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم	

29	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق: $f(x) = x - 3 - \frac{3}{e^{x+1}}$ إن معادلة المستقيم المقارب المائل للخط C في جوار $-\infty$ هي :
A	$y = x$ B $y = 6 - x$ C $y = -x - 3$ D $y = x - 6$
الحل	<p>بما أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3}{e^{x+1}} = -3$ فإن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 3)] = -3$</p> <p>ومنه $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 6)] = 0$</p> <p>إذن : $y = x - 6$ معادلة المقارب المائل</p> <p>ملاحظة : يمكن الحل بالطريقة العامة بحساب a, b للمستقيم $y = ax + b$</p>
إعداد: أ. ماهر المحمد	الجواب: D
كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم	

30	ليكن التابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = (x - 2)e^x$ ، تابعه المشتق $f'(x) = (x - 1)e^x$ عندئذٍ جميع قيم العدد الحقيقي m التي تجعل للمعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين تنتمي إلى المجال :												
A	$] -e, 0[$ B $] e, +\infty[$ C $] 0, e[$ D $] -\infty, -e[$												
الحل	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x e^x - 2e^x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ <p>$f(1) = -e$ وبالتالي $x = 1$ ومنه $f'(x) = 0$</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$-e$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>حسب الجدول نجد للمعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين عندما $m \in] -e, 0[$</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	0	$-e$	$+\infty$
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	0	$-e$	$+\infty$										
إعداد: أ. رياض الزامل	الجواب: A												
كتابة وتنسيق: م. صلاح أحمد سالم													

اختبارات رياضيات مؤتممة للبكالوريا السورية

اختبار وحدة التكامل والتوابع الأصلية

الجزء الأول: الوحدة السابعة

الإشراف العام

الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة: أ. صلاح أحمد سالم - أ. أمين الحايك

تنسيق وإخراج: أ. أمين الحايك - أ. نادر أبو مراس

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
نزيب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي المحمد	خالد شوقي الحداد	حسام خضر قاسم
نركي طحاوي	فادي طنوس	محمد نزين جعمور	نادر أبو مراس
محمد احمد العيسى	مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الزنروق

1	إن التابع الأصلي F للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* وفق: $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$ والذي يحقق $F(1) = 2$ هو				
A	$x^3 + \frac{1}{x} + x + 1$	B	$x^3 - \frac{1}{x} + x + 1$	C	$x^3 + \frac{1}{x} + x + 2$
D	$x^3 - \frac{1}{x} + x + 2$				
$F(x) = x^3 - \frac{1}{x} + x + k$ $F(1) = 2 \Rightarrow 2 = 1 - 1 + 1 + k \Rightarrow k = 1$ $F(x) = x^3 - \frac{1}{x} + x + 1$					
إعداد: أ. صفوح الأفندي		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك	



بكالوريا
سورية

2	بفرض G و F تابعان أصليان للتابع f نفسه على المجال $I =]0, +\infty[$ فإذا كان $F(x) = \ln x$ فإن $G(x)$ يمكن أن يكون:												
A	$1 - \ln x$	B	$\ln(2x) - 1$	C	$\ln x^2$								
D	$\ln^2 x$												
لدينا $f(x) = F'(x) = \frac{1}{x}$ ومشتقات التوابع ضمن الخيارات هي													
<table border="1"> <thead> <tr> <th>D</th> <th>C</th> <th>B</th> <th>A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{2 \ln x}{x}$</td> <td>$\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$</td> <td>$\frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$</td> <td>$-\frac{1}{x}$</td> </tr> </tbody> </table>						D	C	B	A	$\frac{2 \ln x}{x}$	$\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$	$\frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$
D	C	B	A										
$\frac{2 \ln x}{x}$	$\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$	$\frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$										
إعداد: أ. فادي طنوس		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك									



بكالوريا
سورية

3	إن قيمة التكامل: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 \sin(x) \cdot \sin(3x) dx$ تساوي:				
A	-1	B	0	C	1
D	2				
<p>نعلم أن: $2 \sin a \cdot \sin b = \cos(a - b) - \cos(a + b)$</p> $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2(2 \sin(3x) \cdot \sin(x)) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2(\cos(2x) - \cos(4x)) dx$ $= 2 \left[\frac{1}{2} \sin(2x) - \frac{1}{4} \sin(4x) \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \left[\sin(2x) - \frac{1}{2} \sin(4x) \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$ $= \left[\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin(\pi) \right) - \left(\sin(0) - \frac{1}{2} \sin(0) \right) \right]$ $= \left[\left(1 - \frac{1}{2}(0) \right) - (0 - 0) \right] = 1$					
إعداد: أ. أمين الحايك		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك	



بكالوريا
سورية

4	إن قيمة $I = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx$ تساوي :				
A	$2(e - e^2)$	B	$2(e^2 - e)$	C	$2(e^2 + e)$
D	$e^2 - e$				
$I = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx = 2 [e^{\sqrt{x}}]_1^4 = 2(e^2 - e)$					
إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	



بكالوريا
سورية

A	1	B	2	C	3	D	4
	<p>ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $]-\frac{1}{a}, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{a}{\sqrt{ax+1}}$ ، حيث $a \neq 0$ ، إذا كانت مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 0$ تساوي (2) فإن قيمة العدد الحقيقي a هي:</p>						
	$\int_0^1 \frac{a}{\sqrt{ax+1}} dx = 2 \Rightarrow [2\sqrt{ax+1}]_0^1 = 2$ $\sqrt{a+1} - 1 = 1 \Rightarrow \sqrt{a+1} = 2$ $a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$						
	إعداد: أ. علي أحمد شقوف		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	



بكالوريا
سورية

A	1	B	C	e	D	e+1					
	<p>ليكن f تابعاً معرفاً على \mathbb{R} وفق: $f(x) = x + 2 - x \cdot e^x$ وليكن $\Delta: y = x + 2$ مقارباً مائلاً للخط البياني للتابع C_f عند $-\infty$. عندئذ مساحة السطح المحصور بين C_f ومقاربه Δ ضمن المجال $[0, 1]$ تساوي:</p>										
	<p>ضمن المجال $[0, 1]$ يكون $f(x) - y_\Delta = -x \cdot e^x \leq 0$</p> $S = \int_0^1 (y_\Delta - f(x)) dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$u = x$</td> <td>$v' = e^x$</td> </tr> <tr> <td>$u' = 1$</td> <td>$v = e^x$</td> </tr> </table> $S = [x \cdot e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = [x \cdot e^x - e^x]_0^1$ $S = (e - e) - (0 - 1) = 1$							$u = x$	$v' = e^x$	$u' = 1$	$v = e^x$
$u = x$	$v' = e^x$										
$u' = 1$	$v = e^x$										
	إعداد: أ. رزان البديوي		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم					



بكالوريا
سورية

A	ln3	B	3ln2	C	2ln3	D	3ln3
	<p>إن قيمة التكامل:</p> $\int_{-1}^1 \frac{3x-2}{(x-2)(x+2)} dx$						
	<p>نبحث عن ثابتين A و B يحققان: $3x - 2 = A(x - 2) + B(x + 2)$</p> <p>نعوض في طرفي المعادلة $x = -2$ نجد: $A = 2$</p> <p>نعوض في طرفي المعادلة $x = 2$ نجد: $B = 1$</p> $\int_{-1}^1 \frac{3x-2}{(x-2)(x+2)} dx = \int_{-1}^1 \frac{2}{x+2} dx + \int_{-1}^1 \frac{1}{x-2} dx =$ $= [2\ln(x+2)]_{-1}^1 + [\ln(2-x)]_{-1}^1$ $= 2\ln3 - \ln3 = \ln3$						
	إعداد: أ. نادر أبو راس		الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك	



بكالوريا
سورية

8	إذا كان $\int_0^2 \frac{a}{x+1} dx = \ln 9$ فإن قيمة العدد الحقيقي a تساوي:						
A	$\ln 3$	B	2	C	$2 \ln 3$	D	3
ق	$\int_0^2 \frac{a}{x+1} dx = \ln 9 \Rightarrow a[\ln(x+1)]_0^2 = \ln 9$ [0,2] على المجال $x+1 > 0$ $a(\ln 3 - \ln 1) = \ln 3^2 \Rightarrow a \ln 3 = 2 \ln 3 \Rightarrow \boxed{a = 2}$						
إعداد: أ. منال وردة		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		
9	ليكن $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx$ و $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4} dx$. إن قيمة $I - 3J$ تساوي:						
A	$\ln 5$	B	$\ln 15$	C	$\ln 16$	D	$\ln 4$
ق	$I - 3J = \int_0^{\ln 16} \left[\frac{e^x + 3}{e^x + 4} - 3 \frac{1}{e^x + 4} \right] dx = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x + 4} dx$ $= [\ln(e^x + 4)]_0^{\ln 16} = \ln 20 - \ln 5$ $I - 3J = \ln \frac{20}{5} = \ln 4$						
إعداد: أ. ماهر المحمد		الجواب: D			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		
10	إن قيمة التكامل المحدد $I = \int_0^\pi 3 \cos x \cdot \sin 2x \cdot dx$ تساوي:						
A	-4	B	-2	C	0	D	4
ق	$I = 3 \int_0^\pi \cos x \cdot (2 \sin x \cos x) dx$ $= 6 \int_0^\pi \sin x \cdot (\cos x)^2 dx = -6 \int_0^\pi (\cos x)' \cdot (\cos x)^2 dx$ $I = -6 \left[\frac{1}{3} \cos^3 x \right]_0^\pi = -2[\cos^3 x]_0^\pi$ $= -2(\cos^3 \pi - \cos^3 0) = -2(-1 - 1) = 4$						
إعداد: أ. فادي المحمد		الجواب: D			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		
11	ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $[0, 1]$ وفق: $f(x) = x \cdot \sqrt{1-x}$ عندما يدور C دورة كاملة حول محور الفواصل يولد مجسماً دورانياً حجمه V يساوي :						
A	$\frac{\pi}{12}$	B	$\frac{\pi}{6}$	C	π	D	2π
ق	$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ $V = \pi \int_0^1 x^2 \cdot (1-x) dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1$ $V = \pi \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - (0) \right] = \frac{\pi}{12}$						
إعداد: أ. نور الدين صندفي		الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		

12	إذا كان $\int_a^b f(x) dx = a + 2b$ وبفرض أن a, b عدنان حقيقيان مختلفان فإن $\int_a^b (f(x) + 5) dx$ يساوي:
A	$a + 2b + 5$
B	$6a - 3b$
C	$7b - 4a$
D	$7b - 5a$

بحسب خواص التكامل المحدد فإن:

$$\int_a^b (f(x) + 5) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b 5 dx$$

$$= a + 2b + [5x]_a^b$$

$$= a + 2b + (5b - 5a) = 7b - 4a$$

إعداد: أ. خالد العمر

الجواب: C

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم



بكالوريا
سورية

13	ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على $I = [-1, 1]$ والمرسوم في الشكل المجاور وفق: $f(x) = \min((x-1)^2, (x+1)^2)$ عندئذ قيمة $\int_{-1}^1 f(x) dx$ يساوي:
A	$\frac{3}{2}$
B	$\frac{2}{3}$
C	$\frac{1}{2}$
D	$\frac{1}{3}$

إعداد: أ. رياض الزامل

الجواب: B

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم



بكالوريا
سورية

14	ليكن f تابعاً معرفاً على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ خطه البياني C_f ليكن S السطح المحصور بين C_f ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = 2$ عندئذ حجم الجسم الدوراني الناتج عن دوران S حول محور الفواصل دورة كاملة يساوي:
A	$\pi \left(\frac{3}{2} - \ln 2 \right)$
B	$\pi \left(\frac{1}{2} - 2 \ln 2 \right)$
C	$\pi (3 - \ln 2)$
D	$\pi \left(\frac{3}{2} - 2 \ln 2 \right)$

إعداد: أ. أنطوان جلوف

الجواب: D

كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك



بكالوريا
سورية



15 إن قيمة التكامل $I = \int_{-1}^1 (2x - 4 - x + 3) dx$ تساوي:							A
-2	D	-1	C	1	B	2	A
<p>لدينا $2x - 4 < 0$ على المجال $[-1, 1]$ & وكذلك $x + 3 > 0$ على المجال $[-1, 1]$ وعليه يكون : $I = \int_{-1}^1 ((-2x + 4) - (x + 3)) dx$</p> $I = \int_{-1}^1 (-3x + 1) dx = \left[-\frac{3}{2}x^2 + x \right]_{-1}^1$ $= \left(-\frac{3}{2} + 1 \right) - \left(-\frac{3}{2} - 1 \right) = 2$							
إعداد: أ. موسى حبيج		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			
16 العدد $I = \int_0^1 \frac{2x}{(x+1)^2} dx$ يساوي :							A
$2\ln 2 + 1$	D	$2\ln 2 - 1$	C	$\ln 2 + 1$	B	$\ln 2$	A
$I = \int_0^1 \frac{2x + 2 - 2}{(x+1)^2} dx = \int_0^1 \left(\frac{2}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx$ $= \left[2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} \right]_0^1 = (2\ln 2 + 1) - (2\ln 1 + 2)$ $I = 2\ln 2 - 1$							
إعداد: أ. أحمد الكلش		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم			
17 بفرض g تابع اشتقاقي على \mathbb{R} ولدينا $J = \int_{-1}^1 (x^2 - 1) \cdot g'(x) dx = 2$ بالاستفادة من التكامل بالتجزئة نستنتج أن قيمة $I = \int_{-1}^1 x \cdot g(x) dx$ تساوي:							A
2	D	1	C	-1	B	-2	A
<p>من J:</p> $\begin{array}{l l} u = x^2 - 1 & v' = g'(x) \\ \hline u' = 2x & v = g(x) \end{array}$ $J = [(x^2 - 1) \cdot g(x)]_{-1}^1 - 2 \int_{-1}^1 x \cdot g(x) dx$ $2 = [(0) - (0)] - 2I$ $I = -1$							
إعداد: أ. غيث شمسو		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			



ليكن f تابعاً معرفاً على \mathbb{R} وفق $f(x) = e^x \cdot \ln(1 + e^{-x})$ ويحقق العلاقة $f(x) - f'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$		18
حيث f' التابع المشتق للتابع f على \mathbb{R} . عندئذ أحد التوابع الأصلية للتابع f على \mathbb{R} يعطى بالصيغة:		
$F(x) = \ln(1 + e^x) + e^x \cdot \ln(1 + e^{-x})$	B	$F(x) = \ln(1 + e^x) + e^{-x}$
$F(x) = \ln(1 + e^x) + e^{-x} \cdot \ln(1 + e^{-x})$	D	$F(x) = \ln(1 + e^x) - e^x \cdot \ln(1 + e^{-x})$
$f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} + f'(x)$ $F(x) = \ln(1 + e^x) + f(x)$ $F(x) = \ln(1 + e^x) + e^x \cdot \ln(1 + e^{-x})$		
إعداد: أ. محمد المصري	الجواب: B	كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك
ليكن f تابعاً معرفاً على \mathbb{R} وفق $f(x) = x \cdot \cos x$ ويحقق العلاقة $f(x) + f''(x) = -2\sin x$		19
حيث f'' المشتق الثاني للتابع f على \mathbb{R} . عندئذ للتابع f تابع أصلي F على \mathbb{R} يعطى بالصيغة:		
$F(x) = \cos x + \sin x$	B	$F(x) = -\cos x + x \cdot \sin x$
$F(x) = \cos x + x \cdot \sin x$	D	$F(x) = \cos x - x \cdot \sin x$
$F(x) + f'(x) = 2\cos x$ $F(x) + \cos x - x \cdot \sin x = 2\cos x$ $F(x) = \cos x + x \cdot \sin x$		
إعداد: أ. حسن علي سليمان	الجواب: D	كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك
ليكن التابع $f(x) = e^x$ خطه البياني C_f و $g(x) = e^{-x}$ خطه البياني C_g		20
عندئذ مساحة السطح المحصور بين C_f و C_g والمستقيمين $x = 0$ و $x = 1$ تساوي:		
$\frac{(e-1)^2}{e}$	D	$\frac{e-1}{e}$
$\frac{(e-1)^2}{2}$	B	$\frac{e-1}{2}$
$f(x) - g(x) \geq 0$ ونعلم أن $e^x \geq e^{-x}$ ضمن المجال $[0, 1]$ ومنه $e^x - e^{-x} \geq 0$ ومنه $f(x) - g(x) \geq 0$ $S = \int_0^1 (f(x) - g(x)) \cdot dx = \int_0^1 (e^x - e^{-x}) \cdot dx = [e^x + e^{-x}]_0^1$ $S = e + e^{-1} - 2 = \frac{e^2 - 2e + 1}{e} = \frac{(e-1)^2}{e}$		
إعداد: أ. عبد الله الكناوي	الجواب: D	كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك



اختبارات مؤتمتة لرياضيات البكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الأولى

اختبار الأشعة في الفراغ

إشراف المهندس: عبد الحميد السيد

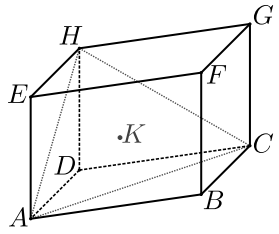
كتابة الأستاذة:



أمين الحايك مهند حريقة مصطفى الرزوق

تنسيق وإخراج: أمهند حريقة

التدقيق العلمي واللغوي




خالد الحداد	عبد الحميد السيد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
زينب يوسف	يوسف منصور	حسام قاسم	محمد السيد علي
زكي طحاوي	هيثم ديوب	فادي المحمد	نادر أبوراس
مصطفى الرزوق	أمين حايك	صفوح الأفندي	محمد زين جعور
بشار كنعان	محمد العيسى	علي جمول	مهند حريقة
آدار كلابدون	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	فادي طنوس

1	قيمة a (غير المعدومة) التي تجعل الشعاعين: $\vec{u}(-1, a, -1)$ و $\vec{v}(4, -8, 2a)$ مرتبطان خطياً هي:						
A	1	B	2	C	4	D	$-\frac{1}{4}$
لحل	لكي يكون الشعاعان مرتبطان خطياً يجب أن يتحقق:						
	$-\frac{1}{4} = \frac{a}{-8} = \frac{-1}{2a} \Rightarrow a = 2$						
	إعداد: أ. ريم فطامة		الجواب: B		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
2	لدينا النقاط: $F(a, b, 4)$ و $B(2, -1, 3)$ و $A(3, 5, 2)$. إن قيمة a و b التي تجعل النقاط A و B و F على استقامة واحدة هي:						
A	$a = 3$ $b = -5$	B	$a = 2$ $b = 1$	C	$a = 1$ $b = -7$	D	$a = 5$ $b = -1$
لحل							
	$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AF}(a-3, b-5, 2) \\ \overrightarrow{AB}(-1, -6, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a-3}{-1} = \frac{b-5}{-6} = \frac{2}{1} \Rightarrow a = 1, b = -7$						
	إعداد: أ. محمد جمال الخطيب		الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		
3	 ACH مثلث متوازي سطوح فيه K مركز ثقل المثلث ACH إذا علمت ان النقاط D, K, F تقع على استقامة واحدة. عندئذ يوجد عدد حقيقي α تتحقق من أجله العلاقة $\overrightarrow{KD} = \alpha \overrightarrow{DF}$ قيمه هي:						
A	$-\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	C	-3	D	$-\frac{1}{3}$
لحل							
	بما أن K مركز ثقل المثلث AHC عندها أيأ كانت D من الفراغ $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} = 3 \overrightarrow{DK} \Rightarrow \overrightarrow{DF} = -3 \overrightarrow{KD} \Rightarrow \overrightarrow{KD} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{DF}$						
	إعداد: أ. نادر أبوراس		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		
4	احداثيات النقطة M التي تقع على محور الرواقم والمتساوية البعد عن النقطتين $B(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 0)$, $A(1, 1, 2)$ هي:						
A	$M(0, 0, 1)$	B	$M(0, 0, 2)$	C	$M(0, 0, -2)$	D	$M(0, 0, -1)$
لحل							
	لأنها على محور الرواقم تكون احداثياتها بالشكل $M(0, 0, z)$ ولأنها متساوية البعد عن B و A يكون $MA^2 = MB^2$ $1 + 1 + (z - 2)^2 = 2 + 8 + z^2 \Rightarrow z = -1$						
	إعداد: أ. رشا سقور		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		

5	هرم رباعي رأسه E ، إذا علمت أن العدد الدال على حجم الهرم يساوي العدد الدال على مساحة قاعدته . فإن ارتفاعه يساوي:					
A	1	B	2	C	3	D
لحل	 $v = s$ $\frac{1}{3}s \cdot h = s \Rightarrow \frac{1}{3}h = 1 \Rightarrow h = 3$					
إعداد: أ. صفوح الأفندي		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
6	إذا كانت النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط $(A, 1)$, $(B, -1)$, $(C, 2)$ فإن قيمة العدد الحقيقي k الذي يحقق العلاقة: $\vec{GC} = k \cdot \vec{AB}$ هي:					
A	$\frac{1}{2}$	B	$-\frac{1}{2}$	C	2	D
لحل	 <p>من الفرض نجد أن:</p> $\vec{GA} - \vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$ $\vec{BA} + 2\vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{GC} = \frac{1}{2}\vec{AB}$					
إعداد: أ. شذى مقاد		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
7	إذا علمت أن النقطة $B(-1, 3, 3)$ تنتمي إلى الكرة التي مركزها $A(2, 3, \alpha)$ ونصف قطرها 3 عندئذ فإن:					
A	$\alpha = -3$	B	$\alpha = 3 - 2\sqrt{2}$	C	$\alpha = 3$	D
لحل	 $BA = R$ $\sqrt{9 + 0 + (\alpha - 3)^2} = 3 \Rightarrow 9 + (\alpha - 3)^2 = 9$ $(\alpha - 3)^2 = 0 \Rightarrow \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha = 3$					
إعداد: أ. مازن الزعبي		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		
8	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتين $A(1, 2, -1)$, $C(0, 1, 1)$ عندئذ تكون إحداثيات النقطة B نظيرة النقطة A بالنسبة إلى C هي:					
A	$(1, 0, -3)$	B	$(1, 0, 3)$	C	$(-1, 0, 3)$	D
لحل	 $x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 0 = \frac{1 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = -1$ $y_C = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 0$ $z_C = \frac{z_A + z_B}{2} \Rightarrow 1 = \frac{-1 + z_B}{2} \Rightarrow z_B = 3$					
إعداد: أ. سلمى عبدو		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		



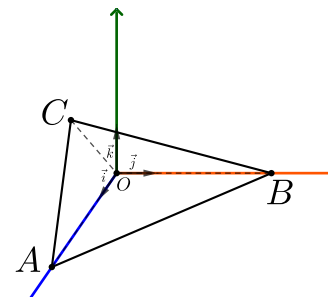

<p>9 إن مجموعة نقاط الفراغ $M(x, y, z)$ التي تحقق العلاقة $y^2 + z^2 - \frac{2}{5}x^2 = 0$ و $0 \leq x \leq 5$ تمثل مخروطاً. نصف قطر قاعدته يساوي:</p>							9
$\sqrt{10}$	D	$\sqrt{5}$	C	5	B	2	A
<p>المعادلة من الشكل: $y^2 + z^2 - \frac{r^2}{h^2}x^2 = 0$ نلاحظ أن $\frac{r^2}{h^2} = \frac{2}{5}$... ولأن الارتفاع هو $h = 5$ يكون $\frac{r^2}{25} = \frac{2}{5}$ ومنه يكون $r^2 = 10$ ومنه $r = \sqrt{10}$</p>							نموذج الحل
إعداد: أ. سومر سليمان		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			
<p>10 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. إن معادلة الأسطوانة التي مركزي قاعدتيها النقطتين $A(2, 0, 0)$ و $B(5, 0, 0)$ وتمر بالنقطة $C(3, 4, 3)$ هي:</p>							10
$y^2 + z^2 = 25$ $0 \leq x \leq 5$	D	$y^2 + z^2 = 9$ $2 \leq x \leq 5$	C	$y^2 + z^2 = 25$ $2 \leq x \leq 5$	B	$x^2 + z^2 = 25$ $2 \leq y \leq 5$	A
<p>محورها AB على محور الفواصل، ولدينا $C'(3, 0, 0)$ هي مسقط C على الفواصل ومنه يكون نصف قطرها هو $CC' = 5$ وبالتالي معادلتها هي: $y^2 + z^2 = 25$ والشرط $2 \leq x \leq 5$</p>							نموذج الحل
إعداد: أ. حسان داوود		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			
<p>11 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط $D(0, 4, 5)$, $C(4, 3, 5)$, $B(10, 4, 3)$. إن إحداثيات النقطة $A(x, y, z)$ التي تجعل D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المنقطة (A, B, C) هي:</p>							11
$(1, 5, -4)$	D	$(1, 5, 4)$	C	$(1, -7, 4)$	B	$(-1, 5, 4)$	A
<p>$\begin{cases} x_D = \frac{-2x_A + x_B - 2x_C}{-2 + 1 - 2} \Rightarrow \frac{-2x_A + 10 - 8}{-3} = 0 \Rightarrow x_A = 1 \\ y_D = \frac{-2y_A + y_B - 2y_C}{-2 + 1 - 2} \Rightarrow \frac{-2y_A + 4 - 6}{-3} = 4 \Rightarrow y_A = 5 \\ z_D = \frac{-2z_A + z_B - 2z_C}{-2 + 1 - 2} \Rightarrow \frac{-2z_A + 3 - 10}{-3} = 5 \Rightarrow z_A = 4 \end{cases}$</p>							نموذج الحل
إعداد: أ. إبراهيم الأحمد		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			


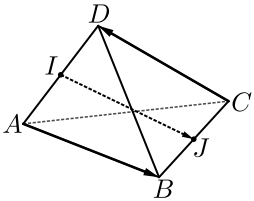



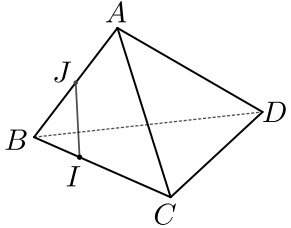
<p>$ABCD$ رباعي وجوه. فيه النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABC. عندئذ مجموعة نقاط الفراغ M المحققة للعلاقة: $\ 2\vec{MB} + 2\vec{MA} + 2\vec{MC}\ = \ 3\vec{MD} - \vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\$ هي كرة مركزها E ونصف قطرها هو:</p>							12
$\frac{1}{6}ED$	D	$\frac{1}{3}ED$	C	$\frac{1}{2}ED$	B	ED	A
<p> $\ 2(\vec{MB} + \vec{MA} + \vec{MC})\ = \ 3\vec{MD} - (\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC})\$ $2\ 3\vec{ME}\ = \ 3(\vec{MD} - \vec{ME})\$ $6ME = 3ED \Rightarrow ME = \frac{1}{2}ED$</p>							نحو الحل
إعداد: أ. حسن آصف سليمان		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			
<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقاط $A(1, 0, 2)$ و $B(-1, 1, 3)$ ولتكن M نقطة تقاطع المستوي المحوري لـ $[AB]$ مع محور الترتيب. عندئذ تكون احداثيات M هي:</p>							13
$(3, 0, 3)$	D	$(0, 0, 3)$	C	$(0, 3, 0)$	B	$(0, -1, 0)$	A
<p> احداثيات M هي بالشكل $M(0, y, 0)$ ولأنها من المستوي المحوري لـ $[AB]$ يكون: $MA^2 = MB^2 \Rightarrow (1)^2 + y^2 + (2)^2 = (-1)^2 + (1 - y)^2 + (3)^2$ $y^2 + 5 = 1 + y^2 - 2y + 1 + 9 \Rightarrow y = 3$</p>							نحو الحل
إعداد: أ. مضر الأحمد		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			
<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعرف النقطة $A(5, 2, 1)$ ، ولتكن B مسقط A على المستوي xoy ، ولتكن C مسقط B على محور الفواصل. عندئذ يكون طول القطعة المستقيمة AC هو:</p>							14
$\sqrt{3}$	D	$\sqrt{5}$	C	$\sqrt{2}$	B	1	A
<p> مسقط A على المستوي xoy هي $B(5, 2, 0)$ ومسقط B على الفواصل هي: $C(5, 0, 0)$ $AC = \sqrt{0 + 4 + 1} = \sqrt{5}$</p>							نحو الحل
إعداد: أ. نور الدين صندفي		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			


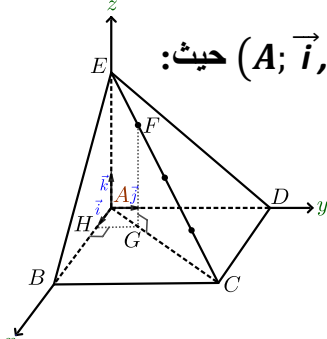



15	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط: $A(5, 0, 0)$ و $B(1, 2, 2\sqrt{5})$ و $C(x, y, z)$ تنتمي لدائرة كبرى من كرة S معادلتها: $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25$ عندئذ إحداثيات C ليكون المثلث ABC قائم في A هي:						
A	$(-5, 0, 0)$	B	$(3, 4, 0)$	C	$(-4, -3, 0)$	D	$(-1, -2, -2\sqrt{5})$
١٥	المثلث ABC قائم في A ورؤوسه تنتمي لدائرة كبرى من الكرة S إذاً $[BC]$ قطراً لها ، أي C نظيرة B بالنسبة للمبدأ، وبالتالي $C(-1, -2, -2\sqrt{5})$						
إعداد: أ. ربيع الشيخ عبيد	الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق				
16	ليكن α عدد حقيقي، ولنتأمل النقاط الثلاث $A(1, 3, -1)$ و $B(2, 5, 2)$ و $C(3, 4, \alpha)$. إن قيمة العدد الحقيقي α التي تجعل المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A هي:						
A	-3	B	1	C	2	D	3
١٦	لدينا $\vec{AC}(2, 1, \alpha + 1)$ و $\vec{AB}(1, 2, 3)$ ، وبما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A فإن: $AB^2 = AC^2 \Rightarrow 1 + 4 + 9 = 4 + 1 + (\alpha + 1)^2$ (مقبول) $\alpha + 1 = 3 \Rightarrow \alpha = 2$ $(\alpha + 1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 1 = 3 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + 1 = -3 \Rightarrow \alpha = -4 \end{cases}$						
إعداد: أ. صلاح أحمد السالم	الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق				
17	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط $A(2, 1, -1)$ ، $B(5, 2, 1)$ ، $C(0, 0, 2)$ والتي تشكل رؤوس مثلث متساوي الساقين رأسه A . عندئذ فإن إحداثيات النقطة D التي تجعل $ABDC$ معيناً هي:						
A	$(-3, -1, 4)$	B	$(3, 1, 4)$	C	$(3, 1, 0)$	D	$(-3, -1, 0)$
١٧	بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A إذاً كي يكون الرباعي $ABDC$ معيناً يكفي أن يكون متوازي الأضلاع: أي: $\vec{CD} = \vec{AB}$ حيث $D(x, y, z)$ $(x, y, z - 2) = (3, 1, 2)$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z - 2 = 2 \Rightarrow z = 4 \end{cases}$						
إعداد: أ. هيثم ديوب	الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك				

$\vec{AM} = \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{DC}$: العلاقة تحقق النقطة M هرم $A - BCDE$ عندئذ فإن النقطة M تنتمي إلى المستوي:							18
(ADE)	D	(ACD)	C	(ABC)	B	(ABE)	A
 $\vec{AM} = \vec{AD} + \vec{DC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$ $\vec{AM} = \vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$ ومنه نجد أن الأشعة \vec{AC} , \vec{AB} , \vec{AM} مرتبطة خطياً. وبالتالي النقطة M تنتمي إلى المستوي (ABC)							لوجز
إعداد: أ. محمد السيد علي		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			
$2\vec{AK} = \vec{CB} + \vec{CA} + 3\vec{AG}$ إن قيم α و β و γ التي تجعل K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: (G, γ) , (C, β) , (B, α) هي:							19
$\alpha = 1$ $\beta = -2$ $\gamma = 3$	D	$\alpha = -1$ $\beta = -2$ $\gamma = 3$	C	$\alpha = -1$ $\beta = -2$ $\gamma = -3$	B	$\alpha = -1$ $\beta = 2$ $\gamma = 3$	A
 $2\vec{AK} = \vec{CB} + \vec{CA} + 3\vec{AG}$ $2\vec{AK} = \vec{CK} + \vec{KB} + \vec{CK} + \vec{KA} + 3\vec{AK} + 3\vec{KG}$ $\vec{KB} - 2\vec{KC} + 3\vec{KG} = \vec{0}$							لوجز
إعداد: أ. صفاء فزق		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			
 في معلم متجانس للفراغ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط: . $C(2, 0, z)$ و $B(0, y, 0)$ و $A(4, 0, 0)$ المثلث OAC متساوي الأضلاع وحجم الهرم $OACB$ يساوي $4\sqrt{3}$ عندئذ قيمة كل من z و y هي:							20
$y = 3$ $z = 2\sqrt{3}$	D	$y = 4$ $z = 2$	C	$y = 4$ $z = 2\sqrt{3}$	B	$y = 3$ $z = \sqrt{3}$	A
 المثلث OAC متساوي الأضلاع ومنه: $z_c^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow z_c = 2\sqrt{3}$ $v = 4\sqrt{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4} \right) y \Rightarrow 1 = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3$							لوجز
إعداد: أ. مهند حريفة		الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			

<p>بفرض النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, 1)$, $(B, 2)$, $(C, 3)$, فإن القيمة الممكنة للثلاثية (α, β, γ) التي تجعل النقطة B مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (G, γ) , (C, β) , (A, α) يمكن أن تكون:</p>							21
(3, 1, 6)	D	(1, 3, -6)	C	(1, -3, 6)	B	(1, 3, 6)	A
 $\vec{GA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GC} = \vec{0}$ $\vec{GB} + \vec{BA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GB} + 3\vec{BC} = \vec{0}$ $6\vec{GB} + \vec{BA} + 3\vec{BC} = \vec{0}$ $\vec{BA} + 3\vec{BC} - 6\vec{BG} = \vec{0}$							لوح لحل
إعداد: أ. عمر إبراهيم		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			
<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0, m, 0)$, $B(7, 0, 9)$ والشعاغان: $\vec{v}(4, -2, 5)$ و $\vec{u}(1, 4, 2)$ فإن قيمة m التي تجعل الأشعة \vec{v} , \vec{u} , \vec{AB} مرتبطة خطياً تساوي:</p>							22
1	D	-2	C	3	B	2	A
<p>تكون الأشعة \vec{v} , \vec{u} , \vec{AB} مرتبطة خطياً إذا وفقط إذا وجد عدنان حقيقيان α و β يحققان:</p> $\vec{AB} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v} \Rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ -m \\ 9 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \begin{cases} 7 = \alpha + 4\beta & (1) \\ -m = 4\alpha - 2\beta & (2) \\ 9 = 2\alpha + 5\beta & (3) \end{cases}$ <p>بالحل المشترك بين (1) و (3) نجد أن: $\alpha = \frac{1}{3}$ و $\beta = \frac{5}{3}$ نعوض في (2) نجد:</p> $-m = 4 \left(\frac{1}{3} \right) - 2 \left(\frac{5}{3} \right) = -2 \Rightarrow m = 2$							لوح لحل
إعداد: أ. أمجد شاليش		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			
<p>$ABCD$ رباعي وجوه فيه I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$ ان قيمة (α, β) التي تحقق العلاقة $\vec{IJ} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{CD}$ هي:</p>							23
							
$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right)$	D	$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$	C	$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right)$	B	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$	A
 $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AB} + \vec{BJ} \dots \dots (1)$ $\vec{IJ} = \vec{ID} + \vec{DC} + \vec{CJ} \dots \dots (2)$ <p>بالجمع نجد: $2\vec{IJ} = \vec{AB} + \vec{DC}$ ومنه $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{DC}$</p>							لوح لحل
إعداد: أ. أحمد ذياب الرفاعي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			

	<p>رابعي وجوه. فيه النقطة J منتصف $[BA]$ والنقطة I تحقق العلاقة $\vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ ولنتأمل في المعلم الكيفي $(B; \vec{BC}, \vec{BD}, \vec{BA})$ النقطة $M(1, m, 0)$ حيث m عدد حقيقي. عندئذ تكون قيمة m التي تجعل المستقيم (IJ) يوازي المستوي (ADM) هي:</p>	24		
-1	D	1	C	A
<p>$A(0, 0, 1), D(0, 1, 0), M(1, m, 0), I\left(\frac{1}{3}, 0, 0\right), J\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$</p> $\vec{IJ} = \alpha \vec{AM} + \beta \vec{AD} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ m \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{cases} \alpha = -\frac{1}{3} \\ \alpha m + \beta = 0 \\ -\alpha - \beta = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>مما سبق نجد $\alpha = -\frac{1}{3}$ و $\beta = -\frac{1}{6}$ وبالتالي تكون $m = -\frac{1}{2}$</p>				
كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة	الجواب: B	إعداد: أ. عبد الرحمن الحصني		
<p>في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقطتين: $A(1, 0, 2)$ و $B(-1, 2, 2)$ عندئذ: معادلة الكرة التي مركزها M ونصف قطرها OA حيث M مركز الأبعاد المتناسبة لـ: $(1, 1)$ و $(2, 2)$ هي:</p>				
$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{5}$	B	$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z - 2)^2 = 5$	A	
$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z + 2)^2 = 5$	D	$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z - 2)^2 = 25$	C	
<p>$M\left(\frac{-1+2}{3}, \frac{2+0}{3}, \frac{2+4}{3}\right) \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 2\right)$</p> $R = OA = \sqrt{5}$ <p>وبالتالي معادلة الكرة: $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z - 2)^2 = 5$</p>				
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق	الجواب: A	إعداد: م. رزان البديوي		

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $D(5, -2, 2), C(-1, 0, 0), B(2, -1, 1), A(1, -3, 2)$ إذا علمت أن المستقيمين $(AB), (DC)$ متقاطعان، فإن القيم الممكنة للثلاثية (α, β, γ) والتي تجعل النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(C, \gamma), (B, \beta), (A, \alpha)$ قد تكون:</p>	<p>26</p>						
<p>$(2, 0, -1)$</p>	<p>D</p>	<p>$(-1, 2, 0)$</p>	<p>C</p>	<p>$(0, -1, 2)$</p>	<p>B</p>	<p>$(0, 2, -1)$</p>	<p>A</p>
	<p>بما أن المستقيمين $(AB), (DC)$ متقاطعان فإن النقاط A و B و C و D تقع في مستو واحد وبالتالي الأشعة \vec{DA} و \vec{DB} و \vec{DC} مرتبطة خطياً أي تحقق:</p> $\vec{DC} = a \vec{DA} + b \vec{DB} \Rightarrow \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \begin{cases} -6 = -4a - 3b & (1) \\ 2 = -a + b & (2) \\ -2 = -b & (3) \end{cases}$ <p>من (3) نجد أن $b = 2$ نعوض في (2) فنجد أن: $a = 0$ وهما تحققان المعادلة (1) وبالتالي: $\vec{DC} = 0 \cdot \vec{DA} + 2\vec{DB}$ ومنه: $0 \cdot \vec{DA} + 2\vec{DB} - \vec{DC} = \vec{0}$ وبالتالي النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(C, -1), (B, 2), (A, 0)$</p>	<p>27</p>					
<p>إعداد: أ. زكي طحاوي</p>	<p>الجواب: A</p>	<p>كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك</p>					
 <p>هرم $EABCD$ رأسه E وقاعدته مستطيل ومزود بمعلم متجانس للفراغ $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث: $\vec{AE} = 4\vec{k}$ و $\vec{AD} = 5\vec{j}$ و $\vec{AB} = 3\vec{i}$ ونكتن G مسقط F على $ABCD$ و H مسقط G على $[AB]$. فإن طول $[FH]$ هو:</p>	<p>27</p>						
<p>$\frac{13}{4}$</p>	<p>D</p>	<p>$\frac{13}{16}$</p>	<p>C</p>	<p>$\frac{19}{4}$</p>	<p>B</p>	<p>$\frac{5}{4}$</p>	<p>A</p>
	<p>ومن الفرض لدينا: $4\vec{CF} = 3\vec{CE}$، بفرض $F(x, y, z)$ فإن:</p> $4(x - 3, y - 5, z) = 3(-3, -5, 4)$ $\begin{cases} 4x - 12 = -9 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \\ 4y - 20 = -15 \Rightarrow y = \frac{5}{4} \\ 4z = 12 \Rightarrow z = 3 \end{cases} \Rightarrow F\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 3\right)$ <p>ومنه:</p> <p>G مسقط F على $ABCD$ $G\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 0\right)$ H مسقط G على $[AB]$ $H\left(\frac{3}{4}, 0, 0\right)$</p> $FH = \sqrt{\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(0 - \frac{5}{4}\right)^2 + (0 - 3)^2} = \frac{13}{4}$	<p>27</p>					
<p>إعداد: أ. نور خزام</p>	<p>الجواب: D</p>	<p>كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق</p>					

	<p>مكعب $ABCDEFGH$ فيه O نقطة تقاطع قطريه $[AG]$ و $[BH]$. عندئذ المستوي (HOA) يقطع المستوي (BGD) بالمستقيم:</p>					28	
(BG)	D	(BH)	C	(AG)	B	(BD)	A
		$(HOA) \subset (HGBA)$ $(HGBA) \cap (BGD) = (BG)$					١ ٢
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: D			إعداد: أ. يوسف منصور		
	<p>رابعي وجوه $ABCD$ تنتمي الى الحرف $[AB]$ و N تنتمي الى الحرف $[AC]$ ، G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المتقلة: $(C, 2)$ و $(B, 1)$ و (A, a) و $(D, 3)$ وهي أيضاً مركز ثقل المثلث DMN. عندئذ a يساوي:</p>					29	
3	D	2	C	$\frac{3}{2}$	B	1	A
		<p>G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(D, 3)$ و (A, a) و $(B, 1)$ و $(C, 2)$ إذن: $(G, 6 + a)$ G مركز ثقل المثلث DMN إذن: $(D, 3)$ و $(M, 3)$ و $(N, 3)$ و بالتالي: $6 + a = 9$ ومنه: $a = 3$</p>					١ ٢
كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		الجواب: D			إعداد: أ. عبد الحميد السيد		
	<p>مكعب $ABCDEFGH$ فيه النقطة I منتصف $[BC]$ والنقطة J منتصف $[DC]$ عندئذ قيمة α ، β المحققة للعلاقة: $\vec{JH} = \alpha \vec{EI} + \beta \vec{EG}$ هي:</p>					30	
$\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 1$	D	$\alpha = 1$ $\beta = \frac{1}{2}$	C	$\alpha = -1$ $\beta = \frac{-1}{2}$	B	$\alpha = -1$ $\beta = \frac{1}{2}$	A
		<p>$\vec{JH} = \vec{ME}$ حيث M منتصف $[AB]$ $\vec{JH} = \vec{MI} + \vec{IE} = \frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{IE} = \frac{1}{2} \vec{EG} + \vec{IE}$ $\vec{JH} = -\vec{EI} + \frac{1}{2} \vec{EG} \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$ و $\alpha = -1$ ملاحظة: يمكن الحل باستخدام معلم متجانس</p>					١ ٢ ٣ ٤
كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		الجواب: A			إعداد: أ. رياض الحسين		

اختبارات مؤتمتة لمنهاج رياضيات البكالوريا السورية

اختبار وحدة الجداء السلمي في الفراغ

الجزء الثاني - الوحدة الثانية

الإشراف العام: الأستاذ عبد الحميد السيد

ساعد في الإشراف الأساتذة:





أ. خالد الحداد - أ. يوسف منصور - أ. هيثم ديوب

كتابة وتنسيق وإخراج:


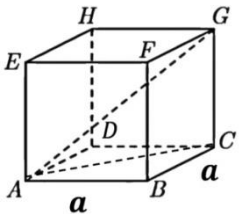

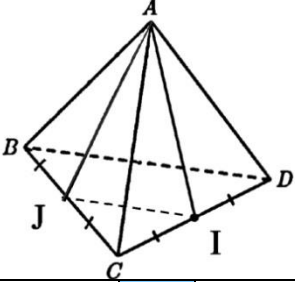
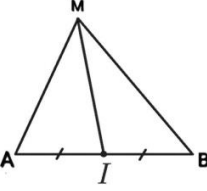
الأستاذ: نادر أبو راس





لجنة التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة:



محمد السيد علي	أحمد أبو نبوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
زينب يوسف	فادي الحمد	صفوح الأفندي	حسام قاسم
أمين الحايك	زكي طحاوي	فادي طنوس	محمد زين جعور
بشار كنعان	علي جمول	مهند حريقة	مصطفى الرزوق
نادر أبو راس	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	محمد أحمد العيسى


	<p>إذا علمت أن الشعاعين \vec{u} و \vec{v} متعامدان و $\ \vec{v}\ = 1$ و $\ \vec{u}\ = \sqrt{3}$ عندئذ فإن قيمة $\ \vec{u} + \vec{v}\$ تساوي:</p>	1					
2	D	$2\sqrt{2}$	C	4	B	5	A
<p>نحو الحل</p> $0 = \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\ \vec{u} + \vec{v}\ ^2 - \ \vec{u}\ ^2 - \ \vec{v}\ ^2) \Rightarrow \ \vec{u} + \vec{v}\ ^2 = \ \vec{u}\ ^2 + \ \vec{v}\ ^2$ $\ \vec{u} + \vec{v}\ ^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow \ \vec{u} + \vec{v}\ = 2$							
كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		الجواب: D			إعداد: م. مريم زرزور		
	<p>في مستو P إذا علمت أن الشعاع $\vec{C'D'}$ المسقط القائم لـ \vec{CD} على (AB) وأن $\ \vec{AB}\ = 5$ و $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = -10$ عندئذ فإن قيمة $\ \vec{C'D'}\$ تساوي:</p>	2					
2	D	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{5}$	B	$\frac{1}{10}$	A
<p>نحو الحل</p> $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'} = -10 \Rightarrow \ \vec{AB}\ \cdot \ \vec{C'D'}\ \cdot \cos \pi = -10 \Rightarrow \ \vec{C'D'}\ = 2$							
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب: D			إعداد: م. علي جمول		
	<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا الشعاعان $\vec{u}(2, -1, 1)$ و $\vec{v}(1, -1, 0)$ إن قيمة الزاوية الهندسية θ بين الشعاعين \vec{u} و \vec{v} تكون:</p>	3					
$\frac{\pi}{3}$	D	$\frac{\pi}{4}$	C	$\frac{\pi}{6}$	B	0	A
<p>نحو الحل</p> $\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\ \vec{u}\ \cdot \ \vec{v}\ } = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$							
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب: B			إعداد: م. ابتسام عيسى		
	<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1, 2, 1)$, $B(2, a, 1)$, $C(2, 2, 2)$ إذا علمت أن قياس الزاوية $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ فإن قيم a الموافقة تساوي:</p>	4					
{-1, -3}	D	{1, -3}	C	{-1, 2}	B	{1, 3}	A
<p>نحو الحل</p> $\vec{AC} = (1, 0, 1), \vec{AB} = (1, a-2, 0)$ $\cos \widehat{BAC} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\ \vec{AB}\ \cdot \ \vec{AC}\ } \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{1+(a-2)^2} \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2+2(a-2)^2}}$ $\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2+2(a-2)^2} \Rightarrow 2+2(a-2)^2 = 4 \Rightarrow a-2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 1 \end{cases}$							
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب: A			إعداد: م. وائل عنيزان		

5	ABDC متوازي أضلاع فيه $AC = 4$ و $AB = 3$ والزاوية $\theta = \widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ فتكون قيمة AD تساوي						
A	$\sqrt{37}$	B	5	C	$\sqrt{13}$	D	$\sqrt{7}$
ل	<p>بما أن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع فهو يحقق $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$ نربع :</p> $AD^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ $AD^2 = AB^2 + AC^2 + 2 AB \cdot AC \cdot \cos \theta$ $AD^2 = 3^2 + 4^2 + 2 (3)(4) \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 37 \Rightarrow AD = \sqrt{37}$						ل
إعداد : م. عمرو معدل		الجواب A:		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			
6	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(6, 0, 0), B(0, 6, 0), C(0, 0, 3)$ إذا علمت أن $K(1, \alpha, \beta)$ هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC فإن قيم (α, β) تساوي:						
A	$(1, -2)$	B	$(1, 2)$	C	$(2, 1)$	D	$(-1, 2)$
ل	<p>بما أن K هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC فإن $\vec{AC} \cdot \vec{BK} = 0$ و $\vec{AB} \cdot \vec{CK} = 0$:</p> $\begin{cases} \vec{AC} \cdot \vec{BK} = -6 + 0 + 3\beta = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{CK} = -6 + 6\alpha + 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{cases}$						ل
إعداد : م. عبد الله الكناوي		الجواب B:		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			
7	إذا علمت أن $\ \vec{u}\ = 3$ و $\ \vec{v}\ = 2$ وأن $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$ عندئذ فإن قيمة المقدار $\ \vec{u} - 2\vec{v}\ $ تساوي :						
A	0	B	2	C	3	D	5
ل	$\ \vec{u} - 2\vec{v}\ ^2 = \ \vec{u}\ ^2 - 4 \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} + 4\ \vec{v}\ ^2 \Rightarrow \ \vec{u} - 2\vec{v}\ ^2 = 9 - 16 + 4(4) = 9$ $\Rightarrow \ \vec{u} - 2\vec{v}\ = 3$						ل
إعداد : م. محمد زين جعور		الجواب C:		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			
8	نتأمل في الشكل جانبا $A - BCDE$ هرم ارتفاعه 2 D هو المسقط القائم ل A على المستوي $(BCDE)$ إذا كانت M نقطة من المستوي $(BCDE)$ فإن قيمة الجداء $\vec{MA} \cdot \vec{AD}$ تساوي						
A	-4	B	-2	C	0	D	2
ل	<p>أياً كانت M من مستوي القاعدة فإن مسقط الشعاع \vec{MA} على الارتفاع (AD) هو \vec{DA}</p> $\vec{MA} \cdot \vec{AD} = \vec{DA} \cdot \vec{AD} = -AD^2 = -4$						ل
إعداد : م. علي حسن		الجواب A:		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			

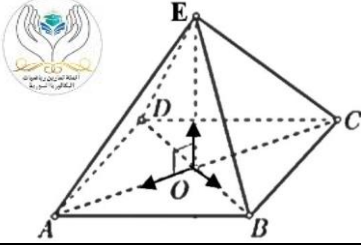
		<p>9</p> <p>نتأمل الشكل جانبا $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a إذا علمت أن: $\vec{AG} \cdot \vec{AC} = 8$ فان قيمة a الموافقة:</p>	<p>9</p>				
<p>$\frac{1}{2}$</p>	<p>D</p>	<p>$\sqrt{2}$</p>	<p>C</p>	<p>2</p>	<p>B</p>	<p>$2\sqrt{2}$</p>	<p>A</p>
<p>\vec{AC} المسقط القائم لـ \vec{AG} على المستقيم (AC)</p> <p>$\vec{AG} \cdot \vec{AC} = \vec{AC} \cdot \vec{AC} = AC^2 = (a^2 + a^2) = 2a^2 = 8 \Rightarrow a = 2$</p>							<p>١ ٢</p>
<p>كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس</p>		<p>الجواب: B</p>			<p>إعداد: م. رابعة سليمان</p>		
		<p>10</p> <p>نتأمل رباعي الوجوه المنتظم $ABCD$ طول حرفه 2 إن قيمة الجداء السلمي $\vec{AI} \cdot \vec{AJ}$ تساوي:</p>					<p>10</p>
<p>$\frac{2\sqrt{3}}{4}$</p>	<p>D</p>	<p>$\frac{5}{4}$</p>	<p>C</p>	<p>$\frac{3}{2}$</p>	<p>B</p>	<p>$\frac{5}{2}$</p>	<p>A</p>
<p>من علاقة المتوسط نعوض:</p> <p>$\vec{AI} \cdot \vec{AJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC}) = \frac{1}{4}(\vec{AB} \cdot \vec{AD} + \vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AC} \cdot \vec{AD} + \vec{AC} \cdot \vec{AC})$</p> <p>$= \frac{1}{4}(2 \times 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} + 2 \times 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} + 2 \times 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} + 2^2) = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$</p>							<p>١ ٢</p>
<p>كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس</p>		<p>الجواب: A</p>			<p>إعداد: م. أنس البوشي</p>		
	<p>11</p> <p>نتأمل نقطتين B و A من الفراغ بحيث $AB = 5$ ولتكن I منتصف $[AB]$ في حالة M نقطة ما من الفراغ فإن الجداء السلمي $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$ يساوي:</p>					<p>11</p>	
<p>$MI^2 - 25$</p>	<p>D</p>	<p>$MI^2 - \frac{25}{4}$</p>	<p>C</p>	<p>$25 - MI^2$</p>	<p>B</p>	<p>$\frac{25}{4} - MI^2$</p>	<p>A</p>
<p>$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = (\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot (\vec{MI} + \vec{IB}) = (\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot (\vec{MI} - \vec{IA})$</p> <p>$= MI^2 - IA^2 = MI^2 - \frac{25}{4}$</p>							<p>١ ٢</p>
<p>كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس</p>		<p>الجواب: C</p>			<p>إعداد: م. مروان بركة</p>		

	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن Σ مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + k = 0$ حيث k عدد حقيقي إن مجموعة قيم العدد k التي تجعل Σ تمثل مجموعة خالية هي :						12
	$]0, +\infty[$	B	$]5, +\infty[$	C	$]-\infty, 0[$	D	$]-\infty, 5[$
بالإتمام لمربع كامل : $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5 - k$ مجموعة النقاط M تمثل مجموعة خالية عندما $5 - k < 0$ وبالتالي $5 < k$						12 12	
إعداد : م. حسن آصف سليمان		الجواب : B		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			
	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن Σ مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 9 = 0$ فهي تمثل :						13
	$(0, -3, 0)$	A	كرة مركزها	B	مجموعة خالية		
$(0, 3, 0)$	C	نقطة وحيدة	D	نقطة وحيدة $(0, -3, 0)$			
$x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 9 = 0$ $x^2 + y^2 + 6y + 9 + z^2 - 9 + 9 = 0$ $x^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 0$ مجموعة النقاط Σ تمثل نقطة وحيدة $(0, -3, 0)$						13 13	
إعداد : م. زينب يوسف		الجواب : D		كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			
	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستوي P الذي معادلته: $P: x - 2y + 2z + \lambda = 0$ (حيث λ عدد حقيقي موجب تماما) والكرة S التي معادلته : $S: x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ إذا علمت أن المستوي P يمس الكرة S عندئذ قيمة λ تساوي :						14
	1	B	2	C	4	D	6
من معادلة الكرة S نصف قطرها $R = 2$ ومركزها $A(0, 0, 1)$ وبما أن المستوي P يمس الكرة S يكون $dist(A, P) = R \Rightarrow \frac{ 0 + 0 + 2 + \lambda }{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 2 \Rightarrow \lambda + 2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -8 \text{ مرفوض} \\ \lambda = 4 \text{ مقبول} \end{cases}$						14 14	
إعداد : م محمد أحمد العيسى		الجواب : C		كتابة وتنسيق : م نادر أبوراس			
	في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(2, 0, -1)$ و $B(0, 4, 3)$ و $M(x, y, z)$ إذا علمت أن $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ فإن مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ تمثل كرة مركزها ونصف قطرها هما :						15
	$R = \sqrt{3}, (1, 2, 1)$	A	$R = 3, (-1, 2, 1)$	B	$R = 3, (-1, -2, -1)$	C	$R = 3, (1, 2, 1)$
مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ تمثل كرة قطرها $[AB]$ مركزها N منتصف $[AB]$ أي $N(1, 2, 1)$ $\vec{AB}(-2, 4, 4) \Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4+16+16}}{2} = 3$						15 15	
إعداد : م محمد حصرية		الجواب : D		كتابة وتنسيق : م نادر أبوراس			

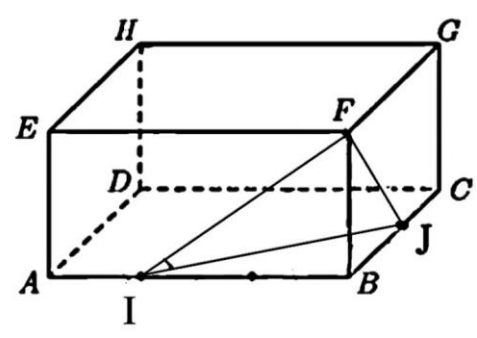
		في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ إن الكرة التي مركزها $(1,1,0)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{2}$ تقطع محور الفواصل في نقطتين البعد بينهما يساوي:					16
1	D	$\sqrt{2}$	C	2	B	$2\sqrt{2}$	A
معادلة الكرة: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ نعوض بالمعادلة $y = z = 0$ $(x-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2, 0, 0) \text{ و } O(0, 0, 0) \Rightarrow OA = 2$							المحل
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب B:			إعداد: م. سلمى عبود		
في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا الكرة S التي مركزها $A(2,-1,3)$ وتمر من النقطة $N(-2,1,1)$ إن معادلة المستوي المماس للكرة S في النقطة N هي:		17					
$2x - y + 2z + 4 = 0$		B	$2x - y + z + 4 = 0$			A	
$2x - y - 3z + 8 = 0$		D	$2x + y - z = 0$			C	
المستوي يمس الكرة في $N(-2, 1, 1)$ ويقبل $\vec{NA}(4, -2, 2)$ ناظما له نجد معادلته: $4(x+2) - 2(y-1) + 2(z-1) = 0 \Rightarrow 2x - y + z + 4 = 0$							المحل
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب A:			إعداد: م. هشام التركماني		
		في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن المستويان: $P: (\sqrt{2} - a)x + y + az - 3 = 0$ $Q: (\sqrt{2} + a)x + 6y - az + 1 = 0$ حيث (a عدد حقيقي موجب تماما) عندئذ إن قيمة a التي تجعل المستويين متعامدين تساوي:					18
$\sqrt{2}$	D	2	C	4	B	5	A
$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Rightarrow (\sqrt{2} - a, 1, a) \cdot (\sqrt{2} + a, 6, -a) = 0$ $\Rightarrow 2 - a^2 + 6 - a^2 = 0 \Rightarrow -2a^2 = -8 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ مرفوض} \\ a = 2 \text{ مقبول} \end{cases}$							المحل
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب C:			إعداد: م. أحمد الشيخ عيسى		
في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطة $M(3,3,3)$ والمستويين المتعامدين: $P: 2x + y + 2z - 6 = 0$ و $Q: 2x - 2y - z + 6 = 0$ عندئذ بُعد M عن المستقيم Δ الفصل المشترك للمستويين P و Q هو:		19					
$\sqrt{5}$	D	$\sqrt{10}$	C	$2\sqrt{5}$	B	10	A
$d_1 = \text{dist}(M, P) = \frac{ 6 + 3 + 6 - 6 }{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{9}{3} = 3$ $d_2 = \text{dist}(M, Q) = \frac{ 6 - 6 - 3 + 6 }{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{3}{3} = 1$ $l = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$							المحل
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب C:			إعداد: م. بشار كنعان		

	<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويان P و Q معادلتهما $P: 2x - y + 2z + 7 = 0$ $Q: -x + \frac{1}{2}y - z + 1 = 0$</p> <p>إذا علمت أن المستويين متوازيان فإن البعد بينهما يساوي:</p>	20					
7	D	5	C	3	B	1	A
<p>عندئذ بعد $M(0, 0, 1)$ عن المستوي P يساوي البعد بين المستويين لأنهما متوازيين</p> $dist(M, P) = \frac{ 0 + 0 + 2 + 7 }{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{9}{3} = 3$							<p>١ ٢</p>
كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس		الجواب: B			إعداد: م يوسف منصور		
<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ إن معادلة المستوي R المار من النقطتين $B(1,0,0)$، $A(2,0,1)$ والعمودي على المستوي $P: x + y - z + 2 = 0$ هي :</p>							21
$x - 2y - z + 3 = 0$		B	$2x - y + z - 2 = 0$				A
$-x + 2y + z + 1 = 0$		D	$x + y + 2z - 4 = 0$				C
<p>بفرض $\vec{n}(a, b, c)$ ناظما للمستوي المطلوب، $\vec{n}_p(1, 1, -1)$ و $\vec{BA}(1, 0, 1)$ نختار $c = 1$ نجد $a = -1$ و $b = 2$</p> $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{n}_p = 0 \Rightarrow a + b - c = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{BA} = 0 \Rightarrow a + c = 0 \end{cases}$ <p>المستوي يمر من $B(1, 0, 0)$ ويقبل $\vec{n}(-1, 2, 1)$ ناظما له</p> $-(x - 1) + 2(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Rightarrow -x + 2y + z + 1 = 0$							<p>١ ٢</p>
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب: D			إعداد: م. أماني الحسين		
<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويان P و Q معادلتهما $P: x - y + 3z - 5 = 0$ $Q: 3x + y + z + 1 = 0$</p> <p>إن معادلة المستوي R المار من النقطة $M(2,5,-2)$ والعمودي على المستويين P و Q هي :</p>							22
$x + y - 4z - 15 = 0$		B	$-x + 2y + z - 6 = 0$				A
$-x + 2y + z + 5 = 0$		D	$x - 2y - z = 0$				C
<p>المستويان متقاطعان</p> <p>بتعويض $z = t$ وكتابة المعادلتين بالشكل $\begin{cases} x - y = -3t + 5 \\ 3x + y = -t - 1 \end{cases}$ وبالحل المشترك لجملة المعادلتين بدلالة t نجد الفصل المشترك $(\Delta): \{M(-t + 1, 2t - 4, t); t \in \mathbb{R}\}$ والمستوي R يمر بالنقطة $M(2, 5, -2)$ فنجد معادلته :</p> $R: -1(x - 2) + 2(y - 5) + 1(z + 2) = 0 \Rightarrow R: -x + 2y + z - 6 = 0$							<p>١ ٢</p>
كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس		الجواب: A			إعداد: م. محمد مصطفى اختيار		

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,0)$ والمستوي $P: x + y - z - 1 = 0$ إذا علمت أن المسقط القائم للنقطة A على المستوي P هو النقطة $A'(x,y,z)$ فإن إحداثياتها هي :</p>				23				
$(1,1,1)$	D	$(1,1,-1)$	C	$(2,1,2)$	B	$(0,0,-1)$	A	
<p>لدينا $\overline{AA'} = \lambda \cdot \vec{n}_P$ مرتبطان خطياً أي</p> $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-2 \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \lambda + 2 \\ y = \lambda + 2 \\ z = -\lambda \end{cases}$ <p style="text-align: center;">$\lambda + 2 + \lambda + 2 + \lambda - 1 = 0$</p> <p style="text-align: center;">نجد $\lambda = -1$ وبالتالي إحداثيات المسقط $A'(1, 1, 1)$</p>								23
إعداد: م محي الدين إسماعيل		الجواب: D		كتابة وتنسيق: م نادر أبوراس				

<p>نتأمل في الشكل جانبا $E - ABCD$ هرم منتظم رأسه E مركز قاعدته O هو مبدأ المعلم المتجانس $(O; \frac{1}{2}\overline{OA}, \frac{1}{2}\overline{OB}, \frac{1}{4}\overline{OE})$ إن معادلة المستوي (DCE) هي :</p>				24	
					
$2x + y - z + 4 = 0$	B	$3x - 2y + z - 4 = 0$	A		
$2x + y + 3z - 2 = 0$	D	$-2x - 2y + z - 4 = 0$	C		
<p>$E(0, 0, 4)$, $D(0, -2, 0)$, $C(-2, 0, 0)$ $\overline{DE}(0, 2, 4)$, $\overline{DC}(-2, 2, 0)$</p> <p>بفرض $\vec{n}(a, b, c)$ ناظماً له :</p> $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{DE} = 0 \Rightarrow 2b + 4c = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{DC} = 0 \Rightarrow -2a + 2b = 0 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">نختار $C = 1$ نجد $a = -2$ و $b = -2$ المستوي يمر من $E(0, 0, 4)$ ويقبل $\vec{n}(-2, -2, 1)$ ناظماً له</p> $-2(x - 0) - 2(y - 0) + 1(z - 4) = 0 \Rightarrow -2x - 2y + z - 4 = 0$				24	
إعداد: م. حسان داوود		الجواب: C		كتابة وتنسيق: م. نادر أبوراس	



	<p>$AB C D E F G H$ متوازي مستطيلات فيه:</p> <p>$A E = 1$ و $B C = 2$ و $A B = 3$</p> <p>والنقطتان I تحقق $\vec{A I} = \frac{1}{3} \vec{A B}$ و J منتصف $[B C]$</p> <p>وليكن المعلم المتجانس $(A; \frac{1}{3} \vec{A B}, \frac{1}{2} \vec{A D}, \vec{A E})$</p> <p>فان قيمة $\widehat{S i n F I J}$ تساوي:</p>							
$\frac{1}{5}$	D	$\frac{3}{5}$	C	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$	A	
<p>لدينا: $I(1, 0, 0), J(3, 1, 0), F(3, 0, 1)$</p> <p>$\vec{I J}(2, 1, 0) \Rightarrow \ \vec{I J}\ = \sqrt{5}$</p> <p>$\vec{I F}(2, 0, 1) \Rightarrow \ \vec{I F}\ = \sqrt{5}$</p> $\cos \widehat{F I J} = \frac{\vec{I J} \cdot \vec{I F}}{\ \vec{I J}\ \cdot \ \vec{I F}\ } = \frac{4 + 0 + 0}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \widehat{S i n F I J} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$								الحل
كتابة وتنسيق : م. نادر أبوراس			الجواب : C		إعداد : م. هيثم ديوب			



أتمتة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الثالثة

اختبار المستقيمات والمستويات في الفراغ

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد


كتابة الأساتذة:


مصطفى الرزوق أمين الحايك


تنسيق وإخراج: أمين الحايك

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

فيصل خالد	أحمد أبو نبوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب	محمد السيد علي
فادي الحمد	خالد الحداد	حسام قاسم	زينب يوسف
فادي طنوس	محمد زين جعور	نادر أبوراس	يوسف منصور
مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك	زكي طحاوي
عبد السلام حسن	صلاح سالم	مصطفى الرزوق	محمد العيسى

<p>ABC مثلث والنقطة E تقع في المستوي (ABC) وتحقق:</p> $\vec{AE} - 3\vec{AB} + 4\vec{AC} = \vec{0}$ <p>وهي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(C, c), (B, b), (A, a)$ عندئذ إحدى القيم الممكنة للثلاثية (a, b, c) تساوي:</p>							1
(2,3,-4)	D	(-4,3,2)	C	(1,3,-4)	B	(3,2,-4)	A
 <p>$\vec{AE} = 3\vec{AB} - 4\vec{AC}$</p> <p>$E$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(A, 2)$ أي $(A, 1 - (3 - 4)), (C, -4), (B, 3)$</p>							الحل
إعداد: أ. مهرا ن زنيبه		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		

<p>المستقيم d معرف وسيطيا وفق: $t \in \mathbb{R}$; $\begin{cases} x = at - 1 \\ y = 3t + 2 \\ z = 2t \end{cases}$ و يمر بالنقطة $A(-2,5,2)$ فتكون قيمة a</p>							2
1	D	0	C	-1	B	-2	A
 <p>$z_A = 2t \Rightarrow 2 = 2t \Rightarrow t = 1$</p> <p>$x_A = at - 1 \Rightarrow -2 = a(1) - 1 \Rightarrow a = -1$</p>							الحل
إعداد: أ. محسن الحسين		الجواب: B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط: $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 1)$. إن بعد النقطة O عن المستوي (ABC) يساوي:</p>							3
$\frac{3}{2}$	D	1	C	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{2}$	A
 <p>بفرض $dist(O, (ABC)) = h$ ولدينا: $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ فإن:</p> $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow h = \frac{2}{3}$							الحل
إعداد: د. محمد غوش		الجواب: B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		




<p>4</p> <p>$ABCD$ رباعي وجوه. G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: $(A, 2), (B, 2), (C, 2), (D, 3)$ والنقطة M مركز ثقل المثلث ABC عندئذ تكون قيمة العدد الحقيقي a التي تحقق: $\overrightarrow{MG} = a\overrightarrow{MD}$ تساوي:</p>							
2	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{3}$	A
<p>حسب الخاصة التجميعية G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقتين $(D, 3)$ و $(M, 6)$.</p> <p>$\overrightarrow{MG} = \frac{3}{3+6}\overrightarrow{MD} \Rightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MD}$</p>							
إعداد: أ. مازن علي		الجواب: A		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق			


<p>5</p> <p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المثلث ABC حيث $A(1, 0, -4), B(1, -1, -2), C(3, 2, 2)$ إن أحد التمثيلات الوسيطة للمستقيم Δ المنطبق على المتوسط النازل من B على الضلع $[AC]$:</p>							
$\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1; t \in [0, +\infty[\\ z = t - 1 \end{cases}$	B	$\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1; t \in \mathcal{R} \\ z = t - 1 \end{cases}$	A				
$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 2; t \in \mathcal{R} \\ z = -t + 1 \end{cases}$	D	$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = -2t; t \in [0, 1] \\ z = -t - 4 \end{cases}$	C				
<p>لدينا النقطة $I(2, 1, -1)$ منتصف $[AC]$ وبالتالي شعاع توجيه المستقيم Δ يكون: $\overrightarrow{BI}(1, 2, 1)$ و $t \in \mathcal{R}$</p>							
إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


<p>6</p> <p>في معلم متجانس $(O; \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}, \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ معادلة المستوي (ABC) قد تكون:</p>							
$3x + 2y + z - 1 = 0$	B	$2x + 3y + 6z - 6 = 0$	A				
$x + y - z - 3 = 0$	D	$x + y + z - 2 = 0$	C				
<p>لدينا: $A(3, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 1)$ معادلة المستوي (ABC): $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ وبالتالي $2x + 3y + 6z - 6 = 0$</p>							
إعداد: أ. يوسف منصور		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويات الثلاثة P_1 و P_2 و P_3 التي معادلاتها:						7
$P_3: -x + y + 2z = 3$, $P_2: -x + y - 2z = -2$, $P_1: x - y + 2z = 1$						
عند دراسة الوضع النسبي لهذه المستويات نجد أن مجموعة النقاط المشتركة بينها تمثل:						A
نقطة وحيدة	B	المستوي P_1	C	مجموعة خالية	D	
واضح أن المستويين P_1 و P_2 متوازيان تماماً (غير منطبقين)						الحل والجواب
وبالتالي فإن مجموعة النقاط المشتركة بين المستويات الثلاث هي مجموعة خالية						
إعداد: أ. مصطفى الرزوق		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويان:						8
$Q: y + z - 2 = 0$, $p: x + 2z + 1 = 0$						
إن التمثيل الوسيط للفصل المشترك للمستويين P , Q يمكن أن يكون:						A
$\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t \end{cases}$	B	$\begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t \end{cases}$				
$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 1 \\ z = t \end{cases}$	D	$\begin{cases} x = -t + 2 \\ y = -2t - 1 \\ z = t \end{cases}$				C
 <p>$P \Rightarrow x = -2z - 1$ $Q \Rightarrow y = -z + 2$ نفرض $z = t$ فيكون التمثيل الوسيط للفصل المشترك:</p> $\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t \end{cases}$						الحل
إعداد: أ. خالد الحداد		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		



في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستويات الثلاثة P_1 و P_2 و P_3 التي معادلاتها:							9
$P_3: x + y - z = 3$, $P_2: y + z = 2$, $P_1: x + z = 1$							
تقاطع هذه المستويات بنقطة إحداثياتها:							A
(1,2,0)	D	(2,3,-1)	C	(0,1,2)	B	(-2,-1,3)	
 $P_1 \Rightarrow x = 1 - z$ $P_2 \Rightarrow y = 2 - z$ $1 - z + 2 - z - z = 3 \Rightarrow z = 0$ بالتعويض في P_3 نجد أن: $z = 0$ وبالتالي: $x = 1$, $y = 2$							A
إعداد: أ. فادي المحمد		الجواب: D			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن المستوي P الذي معادلته: $P: x + y - z + 1 = 0$							10
وليكن المستقيم d المار من النقطة $A(1,2,3)$ ويعامد المستوي P عندئذ فإن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d يعطى بالشكل:							
$\begin{cases} x = 1 \\ y = t + 1 \\ z = 4t + 3 \end{cases} ; t \in \mathcal{R}$		B	$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = -t + 3 \end{cases} ; t \in \mathcal{R}$				A
$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = -t - 1 \end{cases} ; t \in \mathcal{R}$		D	$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = -t + 3 \end{cases} ; t \in \mathcal{R}$				C
شعاع توجيه المستقيم d هو ناظم المستوي P حيث $\vec{n}(1,1,-1)$ والمستقيم d يمر من النقطة $A(1,2,3)$ وبالتالي:							A
 $(d) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = -t + 3 \end{cases} ; t \in \mathcal{R}$							
إعداد: أ. هيثم ديوب		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		



<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل المستوي P المعطى بالمعادلة:</p> $P: 2x - 2y + \alpha z + 3 = 0$ <p>والمستقيم d المعطى بالتمثيل الوسيطى:</p> $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ <p>إن قيمة العدد الحقيقي α التي يكون من أجلها المستقيم d موازياً للمستوي P هي:</p>							11
4	D	2	C	-2	B	-4	A
<p>بما أن المستقيم d يوازي المستوي P عندئذ \vec{v}_d شعاع توجيه المستقيم d يتعامد مع \vec{n}_P ناظم المستوي P</p> $\left. \begin{array}{l} \vec{v}_d(1, -1, 2) \\ \vec{n}_P(2, -2, \alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{v}_d = 0$ $\Rightarrow (2)(1) + (-2)(-1) + (2)(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = -2$							نحو الحل
إعداد: أ. عبدالله مصطفى حناوي			الجواب: B		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا المستقيم d المعطى بالتمثيل الوسيطى:</p> $d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t - 2 \\ z = 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ <p>والمستوي P المعطى بالمعادلة: $P: 2x + ay - z + b = 0$ حيث a و b عدنان حقيقيان .</p> <p>إذا علمت أن المستقيم d محتوى بالمستوي P فإن الثنائية (a, b) تساوي:</p>							12
(1,0)	D	(-1,0)	C	(-1,4)	B	(0,1)	A
<p>نعوض d في P:</p> $2t + 2 + at - 2a - 3t + b = 0$ $(a - 1)t + b - 2a + 2 = 0 \xrightarrow{\text{بالمطابقة}} \begin{cases} a - 1 = 0 \\ b - 2a + 2 = 0 \end{cases}$ <p>بالحل المشترك نجد $a = 1$ و $b = 0$</p>							نحو الحل
إعداد: أ. باسل سطمة			الجواب: D		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		



<p>13 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الكرة S التي معادلتها $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ تقطع المستوي P الذي معادلته $2x + y - 2z + d = 0$ وفق دائرة نصف قطرها $r = \sqrt{3}$ عندئذ تكون إحدى قيم d هي:</p>							
A	-7	B	-1	C	0	D	1
<p>مركز الكرة $A(0,0,2)$ ونصف قطرها $R = 2$</p> $dist(A, P) = \frac{ 0 + 0 - 4 + d }{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{ d - 4 }{3}$ $R^2 = [dist(A, P)]^2 + r^2 \Rightarrow 4 = \frac{(d - 4)^2}{9} + 3 \Rightarrow (d - 4)^2 = 9$ <p>إما $d = 1$ أو $d = 7$</p>							
إعداد: أ. أحمد ذياب الرفاعي		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		

<p>14 ليكن المستقيمان:</p> $\Delta: \begin{cases} x = -6s + 2 \\ y = 2s + 1 \\ z = -14s + m \end{cases} ; s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = 3t - 4 \\ y = -t + 3 \\ z = 7t - 5 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ <p>عندئذ قيمة m التي تجعل المستقيمين منطبقين هي:</p>							
A	-9	B	-2	C	3	D	9
<p>نأخذ نقطة من d من أجل $t = 0$ فتكون $(-4, 3, -5)$ نعوض في Δ:</p> $x = -6s + 2 \Rightarrow -4 = -6s + 2 \Rightarrow s = 1$ $z = -14s + m \Rightarrow -5 = -14(1) + m \Rightarrow m = 9$							
إعداد: أ. حسن علي سليمان		الجواب: D			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		



نتأمل المستقيمين:							15
$d: \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 3t - 4 \\ z = -t + 1 \end{cases} : t \in \mathbb{R}, \quad d': \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = 3s + a \\ z = s - 2 \end{cases} : s \in \mathbb{R}$							
إن قيمة a التي تجعل المستقيمين d' و d متقاطعين هي:							A
1	D	-1	C	-2	B	-3	
بالحل المشترك لمعادلتي المستقيمين نجد:							16
$t - 1 = 2s - 1 \quad (1)$							
$3t - 4 = 3s + a \quad (2)$							
$-t + 1 = s - 2 \quad (3)$							
بجمع (1) و(3) نجد:							
$-3s = -3 \Rightarrow s = 1$							
نعوض في (1) نجد: $t = 2$ وبالتالي حسب (2): $a = -1$							
إعداد: أ. موسى حجيج / أبو نزار		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		

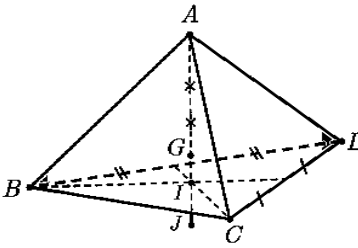

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.							16
نعرف المستوي $P: x + y + z - 1 = 0$ والكرة S التي مركزها $A(-2,0,0)$							
إذا كان المستوي P يقطع الكرة S في دائرة مركزها H . فإن إحداثيات H هي:							
(2,1,-2)	D	(1,0,0)	C	(-1,1,1)	B	(0,2,2)	A
H هي المسقط القائم لـ A على P :							16
$d \perp P \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_P = (1,1,1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = t \\ z = t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$							
نعوض d في P فنجد $t = 1$ إذا $H(-1,1,1)$							
إعداد: أ. نور الدين صندفي		الجواب: B			كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		



17	<p>$ABCD$ رباعي وجوه والنقطة G هي مركز ثقل المثلث BCD</p> <p>والنقطة K منتصف $[AB]$</p> <p>ولتكن النقطة H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة</p> <p>$(D, 2), (C, 2), (B, 3), (A, 1)$</p> <p>عندئذ النقطة H تحقق العلاقة: $\vec{KH} = \lambda \cdot \vec{KG}$ عندئذ قيمة λ هي:</p>						
	A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{3}{4}$	D
18	<p>النقطة K منتصف $[AB]$ فهي مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B, 1)$ و $(A, 1)$</p> <p>النقطة G مركز ثقل المثلث BCD فهي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(D, 2)$ و $(C, 2)$ و $(B, 2)$</p> <p>النقطة H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D, 2), (C, 2), (B, 2), (B, 1), (A, 1)$</p> <p>حسب الخاصية التجميعية تكون H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(K, 2)$ و $(G, 6)$</p> <p>وبالتالي: $\vec{KH} = \frac{6}{6+2} \vec{KG} = \frac{3}{4} \vec{KG}$</p>						
	إعداد: أ. فادي طنوس		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك	

18	<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ كرة مركزها $A(1, -3, 0)$ وتمس المستوي: $P: x - 2y + z = 1$</p> <p>عندئذ إحداثيات نقطة التماس هي:</p>						
	A	$(0, -1, -1)$	B	$(1, 1, -1)$	C	$(2, -5, 1)$	D
19	<p>بفرض النقطة B نقطة التماس وبالتالي يكون $(AB) \perp P$</p> <p>وبالتالي ناظم المستوي $(1, -2, 1)$ هو شعاع توجيه المستقيم (AB) وبالتالي نجد:</p> $(AB): \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -2t - 3 \\ z = t \end{cases} : t \in \mathcal{R}$ <p>نعوض المعادلات الوسيطة للمستقيم في معادلة المستوي نجد:</p> $(t + 1) - 2(-2t - 3) + (t) = 1 \Rightarrow t = -1$ <p>وبالتالي إحداثيات النقطة $B: (0, -1, -1)$</p>						
	إعداد: أ. محمد السيد علي		الجواب: A			كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك	



	<p>$ABCD$ رباعي وجوه مركز ثقله G</p> <p>I مركز ثقل المثلث BCD والنقطتان G و J متناظرتان بالنسبة إلى I</p> <p>قيمة α لتكون النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة</p> <p>$(D, 1), (C, 1), (B, 1), (A, \alpha)$</p>						19
	$\frac{-1}{5}$	D	$\frac{-2}{5}$	C	$\frac{-5}{3}$	B	$\frac{-3}{5}$
	<p>من الشكل لدينا: $\vec{AJ} = \frac{5}{4}\vec{AI}$</p> <p>وبالتالي النقطة J: مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(I, 5)$ و $(A, -1)$</p> <p>وبما أن النقطة I مركز ثقل المثلث BCD نضرب الأتقال بـ $\frac{3}{5}$</p> <p>فتكون النقطة J: مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(I, 3)$ و $(A, -\frac{3}{5})$</p> <p>وبالتالي $\alpha = \frac{-3}{5}$</p>						20
	إعداد: أ. رياض الحسين		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		

<p>في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن لدينا تمثيلاً وسيطياً للقطعة المستقيمة $[AB]$:</p> $[AB] \begin{cases} x = 2t - 2 \\ y = 4t + \frac{3}{2} \\ z = 4t \end{cases} ; t \in [0, 1]$ <p>فإن معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي:</p>						20
$x + 2y + 2z - 20 = 0$	B	$x + 2y + 2z = 0$	A			
$x + 2y + 2z - 5 = 0$	D	$x + 2y + 2z - 10 = 0$	C			
<p>نوجد إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة $[AB]$ ثم إحداثيات M منتصف $[AB]$.</p> $t = 0 \Rightarrow A \left(-2, \frac{3}{2}, 0 \right)$ $t = 1 \Rightarrow B \left(0, \frac{11}{2}, 4 \right)$ $\Rightarrow M \left(-1, \frac{7}{2}, 2 \right), \quad \vec{AB}(2, 4, 4) \Rightarrow \vec{n}(1, 2, 2)$ <p>ومنه معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي:</p> $1(x + 1) + 2\left(y - \frac{7}{2}\right) + 2(z - 2) = 0$ $x + 2y + 2z - 10 = 0$ <p>ملاحظة: يمكن إيجاد إحداثيات النقطة M بتعويض $t = \frac{1}{2}$ في التمثيل الوسيطي للقطعة المستقيمة $[AB]$ ثم نتابع الحل.</p>						20
إعداد: أ. يونس حمود		الجواب: C		كتابة وتنسيق: د. مصطفى الرزوق		

اختبارات رياضيات مؤتممة للبكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الرابعة

اختبار وحدة الأعداد العقدية

إشراف الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة الأساتذة:

مهند حربقة - أمين الحايك


تنسيق وإخراج: أمين الحايك / نادر أبو مراس


التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة


فيصل خالد	أحمد أبو نبوت	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
بشار كنعان	صفوح الأفتدي	هيثم ديوب	محمد السيد علي
فادي المحمد	خالد الحداد	حسام قاسم	نزيب يوسف
فادي طنوس	محمد نزين جعمور	نادر أبو مراس	يوسف منصور
مهند حربقة	علي جمول	أمين الحايك	نركي طحاوي
عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق	محمد العيسى


1	نتأمل عدداً عقدياً $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$ عندئذٍ z^{12} يساوي:						
A	-1	B	-i	C	1	D	i
الحل	$z^{12} = \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{12} = \cos 4\pi + i \sin 4\pi = 1$						
إعداد: أ. خضر سيفو		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		
2	إذا كان العدد العقدي $1 - i$ أحد جذور كثير الحدود: $P(z) = z^4 - 3z^3 - 2z^2 + 10z - 12$ فإن أحد الأعداد العقدية الآتية يكون أيضاً جذراً لـ $P(z)$						
A	2 - i	B	-1 + i	C	-1 - i	D	1 + i
الحل	<p>بما أن أمثال كثير الحدود أعداد حقيقية فإن جذوره تكون مترافقة فيكون الجذر الثاني هو $1 + i$</p>						
إعداد: أ. شاكر كنجو		الجواب: D			كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		
3	حل المعادلة: $2i - iz = 1 + \sqrt{3}i - i$ بالمجهول العقدي z هو:						
A	1 - 2i	B	-1 - 2i	C	1 + 2i	D	-1 + 2i
الحل	$\begin{aligned} -2i + i \bar{z} &= \sqrt{1+3} - i \\ i \bar{z} &= 2 + i \\ \bar{z} &= 1 - 2i \Rightarrow z = 1 + 2i \end{aligned}$						
إعداد: أ. حسام حسن		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		
4	ليكن لدينا العدد العقدي $z = 1 - i$ عندئذٍ قيمة $Im\left(\frac{1}{z}\right)$ هي:						
A	$-\frac{1}{2}i$	B	$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{2}$	D	+1
الحل	$\bar{z} = 1 + i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ $Im\left(\frac{1}{z}\right) = -\frac{1}{2}$						
إعداد: أ. ضحى جناد		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة		





في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} الحل المشترك لجملة المعادلتين:				5			
$-z + z' = 2 + 3i \quad (1)$ $3z - z' = -2 + i \quad (2)$							
$z = 4i$ $z' = 2 + 5i$	D	$z = 2i$ $z' = 2 + 5i$	C	$z = 4i$ $z' = 2 + 7i$	B	$z = 2i$ $z' = 2 + i$	A
 <p>بجمع (1) مع (2) نجد: $2z = 4i \Rightarrow z = 2i$ نعوض في (1) $-2i + z' = 2 + 3i \Rightarrow z' = 2 + 5i$</p>							الحل
إعداد: أ. حسين رشيد		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


إن العدد $z = 2\sin\theta e^{i\theta}$ يمثل عدداً عقدياً مكتوباً بالشكل الآسي من أجل θ تنتمي للمجال:				6			
$]0, \pi[\quad D \quad \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[\quad C \quad \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right] \quad B \quad \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \quad A$							
 <p>يجب أن يكون $\sin\theta > 0$ أي $\theta \in]0, \pi[$</p>							الحل
إعداد: أ. احمد ذياب الرفاعي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			

العدد العقدي $z = i + \frac{3+i}{1+i}$ يساوي:				7			
$2 - i \quad D \quad i \quad C \quad 2 + 2i \quad B \quad 2 \quad A$							
 $z = i + \frac{(3+i)(1-i)}{2} = i + \frac{3 - 3i + i + 1}{2}$ $z = i + 2 - i = 2$							الحل
إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


في حالة $k \in \mathbb{Z}$ و $\theta \neq \pi(1 + 2k)$ يكون العدد العقدي $z = \frac{2i \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{e^{-i\frac{\theta}{2}} + e^{i\frac{\theta}{2}}}$ مساوياً لـ:				8			
$-1 \quad D \quad 1 \quad C \quad i \quad B \quad -i \quad A$							
 $z = \frac{2i \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{2 \cos \frac{\theta}{2}} = i$							الحل
إعداد: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


في المستوي المزود بمعلم متجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$ ، ليكن العدد العقدي الممثل بالنقطة $A(2, -3)$ عندئذ يكون العدد العقدي $z = 3 - yi$ يساوي:						9	
$-3 + 2i$	D	3	C	$-2i$	B	$2 - i$	A
 $z = 3 - (2 - 3i)i$ $= -2i - 3 + 3$ $z = -2i$						10	
كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك		الجواب : B		إعداد : أ. محمد أحمد العيسى			


في حالة $\theta \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ و $k \in \mathbb{Z}$ فإن العدد العقدي $z = \frac{1 + \cos(2\theta) + i \cdot \sin(2\theta)}{2\cos(\theta) \cdot e^{i\theta}}$ يساوي:						10	
$-i$	D	i	C	-1	B	1	A
 $z = \frac{1 + e^{2i\theta}}{2\cos(\theta) \cdot e^{i\theta}} = \frac{e^{i\theta} \cdot (e^{i\theta} + e^{-i\theta})}{2\cos(\theta) \cdot e^{i\theta}}$ $= \frac{2\cos(\theta)}{2\cos(\theta)} = 1$						10	
كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك		الجواب : A		إعداد : أ. هيثم ديوب			

العدد العقدي $z = \frac{i}{\cos x - i \sin x}$ يكتب بالشكل:						11	
$-\sin x + i \cos x$	B		$\cos x + i \sin x$		A		
$\cos x - i \sin x$	D		$\sin x - i \cos x$		C		
 $z = \frac{i(\cos x + i \sin x)}{\cos^2 x + \sin^2 x} = i(\cos x + i \sin x)$ $z = -\sin x + i \cos x$						10	
كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك		الجواب : B		إعداد : أ. فادي المحمد			





12	لتكن المعادلة $iz^2 + pz - q = 0$ إذا علمت أن العددين $z_2 = 1 - i$, $z_1 = 2i$ جذران للمعادلة. فإن قيمة p و q هي:
A	$p = 1 + i$ $q = 2 - 2i$
B	$p = 1 - i$ $q = 2 - 2i$
C	$p = 1 - i$ $q = 2 + 2i$
D	$p = 1 - i$ $q = 1 + i$
ملاحظة	 $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow 1 + i = -\frac{p}{i} \Rightarrow -p = -1 + i \Rightarrow p = 1 - i$ $z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 + 2i = -\frac{q}{i} \Rightarrow -q = -2 + 2i \Rightarrow q = 2 - 2i$
إعداد : أ. عبد الله الكناوي	الجواب : B
كتابة وتنسيق : أ. مهند حريقة	


13	لتكن الأعداد العقدية: $z_3 = -2i$ و $z_2 = 1 + 3i$ و $z_1 = 1 + 2i$ عندئذ فإن: $argz_1 + argz_2 + argz_3$ يساوي:
A	$-\frac{\pi}{4}$
B	0
C	$\frac{\pi}{4}$
D	$\frac{\pi}{2}$
ملاحظة	 $argz_1 + argz_2 + argz_3 = arg(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$ $= arg[(1 + 2i) \cdot (1 + 3i) \cdot (-2i)]$ $= arg[(-5 + 5i) \cdot (-2i)]$ $= arg(10 + 10i) = \frac{\pi}{4}$
إعداد : أ. نادر أبو راس	الجواب : C
كتابة وتنسيق : أ. نادر أبو راس	


14	ليكن z عدد عقدي. إن عدد الحلول المختلفة للمعادلة: $iz^4 + 2z^2 - i = 0$ يساوي:
A	0
B	1
C	2
D	4
ملاحظة	 <p>معادلة مضاعفة التربيع فيها: $\Delta = 4 - 4(i) \cdot (-i) = 0$</p> $z^2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2i} = i$ $z^2 = e^{\frac{\pi}{2}i} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = e^{\frac{\pi}{4}i} \\ z_2 = e^{\frac{5\pi}{4}i} \end{cases}$
إعداد : أ. خالد أحمد شوقي الحداد	الجواب : C
كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك	



15						في مجموعة الأعداد العقدية إذا كان لدينا : $\theta = \arg(1 + 3i) - \arg(3 - i)$ فإن قياس الزاوية θ يمكن أن يكون :	
$\frac{\pi}{2}$	D	$\frac{\pi}{4}$	C	0	B	$-\frac{\pi}{2}$	A
 $\theta = \arg\left(\frac{1 + 3i}{3 - i}\right) = \arg\left(\frac{(1 + 3i)(3 + i)}{9 + 1}\right)$ $\theta = \arg\left(\frac{10i}{10}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$						15	
إعداد : أ. يوسف منصور		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك			

16						طويلة العدد العقدي $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i} e^{i\frac{\pi}{6}}$ تساوي :	
$\sqrt{2}$	D	1	C	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{1}{2}$	A
 $ z = \frac{ 1 + \sqrt{3}i }{ 1 + i } e^{i\frac{\pi}{6}} = \frac{2}{\sqrt{2}} (1) = \sqrt{2}$						16	
إعداد : أ. أمين الحايك		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك			

17						إن حل المعادلة : $2z - \bar{z} = 3 - 3i$ في \mathbb{C} هو :	
$z = 2 - i$	D	$z = 3 + i$	C	$z = 3 - i$	B	$z = 2$	A
 <p>نفرض : $z = x + yi$ فيكون $\bar{z} = x - yi$ وبالتالي:</p> $2(x + yi) - (x - yi) = 3 - 3i$ $x + 3yi = 3 - 3i$ $x = 3, \quad y = -1$						17	
إعداد : أ. محمد السيد علي		الجواب : B		كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك			


18						ليكن العدد العقدي $z = e^{i\theta}$ بفرض n عدد طبيعي فإن المقدار : $(z)^n + (\bar{z})^n$ يساوي :	
$\cos(n\theta)$	D	0	C	$i\sin(n\theta)$	B	$2\cos(n\theta)$	A
 $(z)^n + (\bar{z})^n = e^{in\theta} + e^{-in\theta} = 2\cos(n\theta)$						18	
إعداد : أ. رياض الحسين		الجواب : A		كتابة وتنسيق : أ. أمين الحايك			





لتكن في \mathbb{C} المعادلة: $z^3 - 2iz^2 - z + 2i = 0$ إذا علمت أن المعادلة السابقة تقبل حلاً تخيلياً بحتاً فإن هذا الحل هو:						19	
i	D	$2i$	C	$-i$	B	$-2i$	A
<p>طريقة أولى (الطريقة العامة): بفرض $z = bi$ الحل التخيلي البحت: (بالتعويض)</p> $-b^3i + 2b^2i - bi + 2i = 0$ $-b^3 + 2b^2 - b + 2 = 0$ $b^2(-b + 2) - b + 2 = 0 \Rightarrow (-b + 2)(b^2 + 1) = 0$ $b = 2 \Rightarrow z = 2i$ <p>طريقة ثانية (طريقة خاصة):</p> $z(z^2 - 1) - 2i(z^2 - 1) = 0 \Rightarrow (z^2 - 1)(z - 2i) = 0$ <p>بالتالي $z = 2i$</p> <p>ملاحظة: طريقة الدليل لا تصلح لهذا التمرين</p>						20	
إعداد: أ. علي جمول			الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		

ليكن z_1 و z_2 و z_3 ثلاثة أعداد عقدية تحقق: $z_1 + z_2 + z_3 = 2$ و $ z_1 = z_2 = z_3 = 2$ عندها تكون قيمة المقدار $\frac{4}{z_1} + \frac{4}{z_2} + \frac{4}{z_3}$ تساوي:						20	
8	D	6	C	4	B	2	A
<p>نعلم أن $z ^2 = z \cdot \bar{z}$ ومنه $\frac{ z ^2}{z} = \bar{z}$ بالتالي:</p> $\frac{4}{z_1} + \frac{4}{z_2} + \frac{4}{z_3} = \frac{ z_1 ^2}{z_1} + \frac{ z_2 ^2}{z_2} + \frac{ z_3 ^2}{z_3} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3$ $= \overline{z_1 + z_2 + z_3} = \bar{2} = 2$						20	
إعداد: أ. محمد العاشق			الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. مهدي حريقة		


الشكل الأسّي للعدد العقدي $z = e^{i\frac{\pi}{4}} - 1$ هو:						21	
$2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{\frac{9\pi}{8}i}$	D	$2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{\frac{9\pi}{8}i}$	C	$2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{\frac{5\pi}{8}i}$	B	$2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{\frac{5\pi}{8}i}$	A
$z = e^{i\frac{\pi}{8}}(e^{i\frac{\pi}{8}} - e^{-i\frac{\pi}{8}}) = 2i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{i\frac{\pi}{8}}$ $= 2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{i\frac{\pi}{2}}e^{i\frac{\pi}{8}} = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{\frac{5\pi}{8}i}$						21	
إعداد: أ. محمد غوش			الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. مهدي حريقة		


في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} ليكن z عدد عقدي ويحقق: $z = 1 + i + i^2 + \dots + i^{50}$ عندها تكون $arg(z)$ تساوي:						22	
$\frac{3\pi}{2}$	D	$\frac{\pi}{2}$	C	$\frac{\pi}{3}$	B	$\frac{\pi}{4}$	A
 <p>z هو عبارة عن مجموع لحدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها i وعدد حدودها 51</p> $z = a \frac{1 - q^n}{1 - q} \Rightarrow z = 1 \frac{1 - i^{51}}{1 - i} = \frac{1 - i^{48} i^3}{1 - i} = \frac{1 + i}{1 - i}$ $z = \frac{(1 + i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{2i}{2} = i \Rightarrow arg(z) = arg(i) = \frac{\pi}{2}$							
إعداد: أ. يونس حمود		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			


في المجموعة \mathbb{C} إن المعادلة: $z^2 + \alpha z + 13 + i = 0$ تقبل حلاً $z = 1 + 2i$ ، ومنه فإن قيمة العدد العقدي α تساوي:						23	
$3 - 5i$	D	$-13 + i$	C	$1 + 2i$	B	$-4 + 3i$	A
 <p>نعوض الحل:</p> $(1 + 2i)^2 + \alpha(1 + 2i) + 13 + i = 0$ $1 + 4i - 4 + \alpha(1 + 2i) + 13 + i = 0$ $\alpha(1 + 2i) = -10 - 5i$ $\alpha = \frac{-10 - 5i}{1 + 2i} = \frac{(-10 - 5i)(1 - 2i)}{1 + 4} = \frac{(-2 - i)(1 - 2i)}{5}$ $\alpha = -2 + 4i - i - 2 = -4 + 3i$							
إعداد: أ. فاطم يونس		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			


مجموعة النقاط $M(z)$ من المستوي العقدي، التي يحقق العدد العقدي $z = x + iy$ الممثل لها العلاقة $ z - \bar{z} = 2$ هي:						24
محور الفواصل	B	المستقيم $d: y = 2$				A
محور الترتيب	D	اجتماع المستقيمين $d_2: y = -1$ و $d_1: y = 1$				C
 <p>العلاقة $z - \bar{z} = 2$ تكافئ $2yi = 2$ وبالتالي $y = 1$ إما $y = 1$ أو $y = -1$</p>						
إعداد: أ. فادي طنوس		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك		





25	مجموعة النقاط $M(z)$ من المستوي العقدي، والتي يحقق العدد العقدي z الممثل لها الشرط: المقدار $\bar{z}(i+z)$ حقيقي. هي:						
A	دائرة	B	قطع زائد	C	محور الفواصل	D	محور الترتيب
	 $\begin{aligned}\bar{z}(i+z) &= \bar{z}(i+z) \\ z(-i+\bar{z}) &= i\bar{z}+z\cdot\bar{z} \\ -iz+z\cdot\bar{z} &= i\bar{z}+z\cdot\bar{z} \\ -iz &= i\bar{z} \Rightarrow \bar{z} = -z\end{aligned}$						
إعداد: أ. مصطفى الرزوق		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

26	إن مجموعة النقاط $M(z)$ التي يمثلها العدد $z = x + iy$ والمحقق للشرط: $ z + \bar{z} ^2 - z - \bar{z} ^2 = 4$ تمثل منحنيًا معادلته $x^2 - y^2 = a$ حيث تكون قيمة a هي:						
A	-1	B	1	C	2	D	4
	 $\begin{aligned} 2x ^2 - 2iy ^2 &= 4 \\ 4x^2 - 4y^2 &= 4 \\ x^2 - y^2 &= 1\end{aligned}$						
إعداد: أ. مهند حريقة		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			

27	ليكن $a = e^{\frac{2\pi i}{7}}$. نضع $z = a - a^6$ عندئذ يمكن كتابة z بالشكل:						
A	$2\cos\frac{2\pi}{7}$	B	$\cos\frac{2\pi}{7}$	C	$2\sin\frac{2\pi}{7}$	D	$2i\sin\frac{2\pi}{7}$
	 $\begin{aligned}z &= a - \frac{a^7}{a} = a - \frac{e^{2\pi i}}{a} = a - \frac{1}{a} = a - a^{-1} \\ &= e^{\frac{2\pi i}{7}} - e^{-\frac{2\pi i}{7}} = 2i\sin\frac{2\pi}{7}\end{aligned}$						
إعداد: أ. محمد حصريّة		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. مهند حريقة			

28	إن معادلة مجموعة النقاط $M(z)$ التي يحقق العدد العقدي $z = x + yi$ الذي يمثلها الشرط: $z^2 - \bar{z}^2 = 4i$ هي:						
A	$x = 1$	B	$y = 1$	C	$x \cdot y = -1$	D	$x \cdot y = 1$
	 $\begin{aligned}(z - \bar{z}) \cdot (z + \bar{z}) &= 4i \\ (2iy) \cdot (2x) &= 4i \\ x \cdot y &= 1\end{aligned}$						
إعداد: أ. صفوح الأفندي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

إذا كان $w = x + yi$ عدداً عقدياً يحقق: $Re(w) > 0$ ، وإذا علمت أن w جذر تربيعي للعدد $z = 3 - 4i$ ، فإن $\frac{5}{w}$ يساوي:						29	
$1 - 2i$	D	$2 - i$	C	$1 + 2i$	B	$2 + i$	A
 $w^2 = z \Rightarrow w^2 = z $ $x^2 + y^2 = 5 \quad (1)$ $x^2 - y^2 = 3 \quad (2)$ $x \cdot y = -2 \quad (3)$ <p>بجمع (1) و (2) نجد:</p> $2x^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} \text{نعوض في (3)} \\ \text{إما } x = 2 \longrightarrow y = -1 \\ \text{أو } x = -2 \longrightarrow y = 1 \end{cases}$ <p>وبالتالي $w = 2 - i$ (مع ملاحظة أن $Re(w) > 0$)</p> $\frac{5}{w} = \frac{5}{2 - i} = \frac{5(2 + i)}{5} = 2 + i$							
إعداد: أ. محمد زين جعور		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			

في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} إذا كان z_1 و z_2 جذرا المعادلة: $iz^2 + z - 1 = 0$ فإن المجموع $\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1}$ يساوي:						30	
i	D	$-i$	C	-1	B	1	A
 $\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} = \frac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 \cdot z_2} = \frac{\overline{z_1 + z_2}}{z_1 \cdot z_2} = \overline{\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1 \cdot z_2}\right)}$ <p>من المعادلة نجد:</p> $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{i} = i$ $z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{i} = i$ $\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} = \overline{\left(\frac{i}{i}\right)} = \overline{(1)} = 1$							
إعداد: أ. عبد الحميد السيد		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. أمين الحايك			



اختبارات مؤتمتة لرياضيات البكالوريا السورية



الجزء الثاني : الوحدة الخامسة.

اختبار وحدة تطبيقات الأعداد العقدية

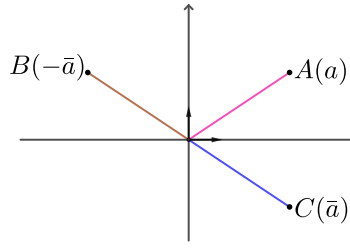
إشراف الأستاذ : عبد الحميد السيد




كتابة وتنسيق





الأستاذ : محمد السيد علي

التدقيق العلمي واللغوي الأساتذة

خالد الحداد	محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
حسام قاسم	زينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
محمد زين جعور	زكي طحاوي	يوسف منصور	فادي الحمد	نادر أبوراس
علي جمول	مهند حريقة	مصطفى الرزوق	أمين الحايك	فادي طنوس
	صلاح أحمد سالم	عبد السلام حسن	محمد العيسى	

<p>1 في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقطة M يمثلها العدد العقدي $z = -3 - 2i$ عندها يكون العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تناظر محوره محور الترتيب هو :</p>							1
$-3 - 2i$	D	$3 - 2i$	C	$3 + 2i$	B	$-3 + 2i$	A
<p>بنغير إشارة القسم الحقيقي نجد : $z' = 3 - 2i$</p>							1
إعداد : أ. عهد كبيبو		الجواب : C			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		
<p>2 نزود المستوي العقدي بمعلم متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، ولتكن النقطتان A و B اللتان يمثلهما العدان العقديان a و b على الترتيب ، بحيث $b = -\bar{a}$ ، عندها تكون B نظيرة A بالنسبة إلى :</p>							2
محور الفواصل	B	محور الترتيب	C	مبدأ الإحداثيات	D	منصف الربع الأول	A
<p>الحل هندسياً</p>							1
							
إعداد : أ. باسل سمير حسين		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		
<p>3 لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي z تقع في الربع الثاني حيث $arg(z) = \theta$ عندئذ النقطة M' التي يمثلها العدد العقدي $z' = -2iz$ تقع في الربع :</p>							3
الأول	B	الثاني	C	الثالث	D	الرابع	A
<p>وبالتالي M' تقع في الربع الأول</p>							1
$arg(z') = arg(-2iz)$ $= arg(-2i) + arg(z) = -\frac{\pi}{2} + \theta$							
إعداد : أ. خالد العمر		الجواب : A			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		
<p>4 في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقطتين A و B اللتين يمثلهما العدان $a = -i$ و $b = \bar{a}$ عندئذ العدد العقدي c الممثل للنقطة C التي تجعل ABC مثلثاً متساوي الأضلاع مباشراً يساوي :</p>							4
$-\sqrt{3}$	D	$\sqrt{3}$	C	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	A
<p>يكون المثلث ABC مثلثاً متساوي الأضلاع إذا كان $c - a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b - a)$ ومنه :</p>							1
$c + i = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2i) \Rightarrow c + i = i - \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{c = -\sqrt{3}}$							
إعداد : أ. سوسن كنعان		الجواب : D			كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي		

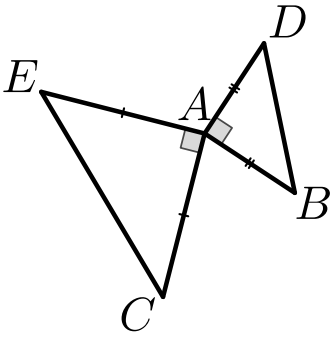

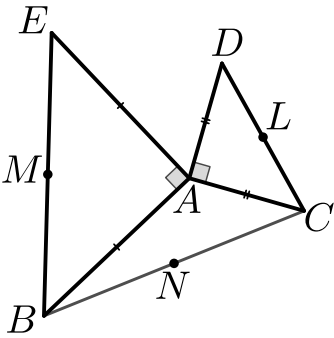

<p>نزود المستوي العقدي بمعلم متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ولتكن A و B و C النقاط الموافقة للأعداد العقدية $z_C = -i(z_B - z_A)$ ، فإذا علمت أن $z_C = -i(z_B - z_A)$ بالترتيب ، فإن $\theta = (\vec{u}, \overline{AB})$. فإن (\vec{u}, \overline{OC}) تساوي :</p>							5
$-\frac{\pi}{2} + \theta$	D	$\frac{\pi}{2} + \theta$	C	$-\frac{\pi}{2} - \theta$	B	$\frac{\pi}{2} - \theta$	A
 $\arg(z_C) = \arg[-i(z_B - z_A)]$ $(\vec{u}, \overline{OC}) = \arg(-i) + \arg(z_B - z_A) = -\frac{\pi}{2} + \theta$							5
إعداد : أ . أحمد ذياب الرفاعي		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			
<p>لتكن النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 2$ و $b = 1 - i$ و $c = 1 + i$ ولتكن C صورة B وفق دوران مركزه A وزاويته θ عندئذ الزاوية θ تساوي :</p>							6
$\frac{\pi}{2}$	D	$\frac{\pi}{4}$	C	$-\frac{\pi}{4}$	B	$-\frac{\pi}{2}$	A
 $c - a = e^{i\theta}(b - a)$ $e^{i\theta} = \frac{c - a}{b - a} = \frac{-1 + i}{-1 - i} = \frac{(-1 + i)(-1 + i)}{1 + 1}$ $= \frac{1 - 2i - 1}{2} = -i$ <p>وبالتالي $\theta = -\frac{\pi}{2}$</p>							5
إعداد : أ . ماهر المحمد		الجواب : A		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			
<p>لتكن النقاط A و B و C و D التي تمثلها الأعداد العقدية $d = 2i$ و $c = i$ و $b = \sqrt{3} - i$ و $a = \sqrt{3} + i$ قيمة العدد الحقيقي λ التي تجعل النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(A, 1), (B, -1), (C, \lambda)$ هي :</p>							7
2	D	1	C	-1	B	-2	A
 $d = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{\alpha + \beta + \gamma}$ $2i = \frac{\sqrt{3} + i - \sqrt{3} + i + \lambda i}{1 - 1 + \lambda} \Rightarrow 2i = \frac{(2 + \lambda)i}{\lambda}$ $2\lambda = 2 + \lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 2}$							5
إعداد : أ . رزان البديوي		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي			

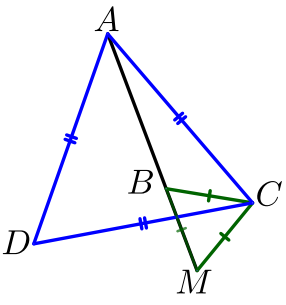

<p>لتكن A و B نقطتين من المستوى العقدي المزود بمعلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ يمثلهما العدنان العقديان $Z_B = 3 - i$ و $Z_A = 1$</p> <p>بفرض C صورة B وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$</p> <p>عندئذٍ العدد العقدي Z_D الممثل للنقطة D الذي يجعل الرباعي $ABDC$ مربعاً هو :</p>						8			
3i	D	5 + i	C	4 + i	B	4	A		
<p></p> <p>$z_C - z_A = i(z_B - z_A)$</p> <p>$z_C - 1 = i(3 - i - 1) \Rightarrow z_C = 2 + 2i$</p> <p>يكون $ABDC$ مربعاً إذا كان $z_{\overline{CD}} = z_{\overline{AB}}$</p> <p>$z_D - z_C = z_B - z_A \Rightarrow z_D - 2 - 2i = 3 - i - 1 \Rightarrow z_D = 4 + i$</p>						9			
<p>كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي</p>						إعداد : أ. رياض الحسين		الجواب : B	
<p>نتأمل معلماً متجانساً $(O; \vec{u}, \vec{v})$ في المستوى العقدي . والنقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = x + iy$ و b و c بالترتيب ، ولتكن B صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $(-\frac{\pi}{2})$ و C نظيرة B بالنسبة لمحور الفواصل عندئذٍ c يساوي :</p>						9			
$y - ix$	D	$y + ix$	C	$x - iy$	B	$x + iy$	A		
<p></p> <p>$b = e^{-\frac{\pi}{2}i}a \Rightarrow b = -i(x + iy) = -ix + y$</p> <p>$c = \bar{b} = y + ix$</p>						9			
<p>كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي</p>						إعداد : أ. بشار هلال		الجواب : C	
<p>في المستوى العقدي المزود بمعلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، إن مجموعة النقاط $M(z)$ المحققة للعلاقة :</p> <p>$2iz - 2 + 2i = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ تمثل دائرة مركزها Ω ونصف قطرها r حيث :</p>						10			
$\Omega(1, 1), r = 4$	D	$\Omega(-1, -1), r = 4$	C	$\Omega(-1, -1), r = 8$	B	$\Omega(1, 1), r = 8$	A		
<p></p> <p>$2i(z + i + 1) = \sqrt{32 + 32}$</p> <p>$2i \cdot z + i + 1 = 8$</p> <p>$2 z + i + 1 = 8$</p> <p>$z - (-1 - i) = 4$</p>						10			
<p>كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي</p>						إعداد : أ. حسام حسن		الجواب : C	
<p>ليكن العدد العقدي $z_A = 2 - i$ الذي يمثل النقطة A وليكن العدد العقدي z_B الذي يمثل النقطة B صورة النقطة A وفق تناظر مركزي مركزه $I(2, 1)$ عندئذٍ z_B يساوي :</p>						11			
$2 - 3i$	D	$-2 - 3i$	C	$2 + 3i$	B	$-2 + 3i$	A		
<p></p> <p>بما أن B صورة النقطة A وفق تناظر مركزي مركزه I فإن I منتصف $[AB]$</p> <p>$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \Rightarrow z_B = 2z_I - z_A$</p> <p>$z_B = 2(2 + i) - 2 + i$</p> <p>ومنه $z_B = 2 + 3i$</p>						11			
<p>كتابة وتنسيق : أ. محمد السيد علي</p>						إعداد : أ. حسين رشيد		الجواب : B	

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ إذا كانت $M'(z')$ صورة $M(z)$ وفق دوران R معطى بالصيغة $Z' = iZ + 4 + 4i$ فإن مركز الدوران Ω هو النقطة :</p>							12
(2, 4)	D	(1, 4)	C	(0, 4)	B	(0, 1)	A
<p>طريقة ثانية : بفرض العدد العقدي الممثل للنقطة Ω عندنا</p> $z' - 4i = iz + 4$ $z' - 4i = i(z - 4i)$ $R(\Omega) = \Omega \Rightarrow \omega = i\omega + 4 + 4i$ $(1 - i)\omega = 4(1 + i)$ $(1 + i)(1 - i)\omega = 4(1 + i)^2$ $\omega = 4i$							الحل
إعداد : أ . محي الدين إسماعيل		الجواب : B			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي		
<p>في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لدينا النقطتان A و B اللتان يمثلهما العددان العقديان $a = 3 + i$ و $b = -1 + 2i$ ، والنقطة C مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المتثلتين $(A, 2)$ و $(B, -1)$ ، إن النقطة B صورة النقطة A وفق تحاكٍ مركزه C ونسبته k تساوي :</p>							13
2	D	$\frac{1}{2}$	C	$-\frac{1}{2}$	B	-2	A
<p>الحل</p> $c = \frac{2(3 + i) - (-1 + 2i)}{2 - 1} = 7$ $b - c = k(a - c) \Rightarrow k = \frac{-1 + 2i - 7}{3 + i - 7} = \frac{-8 + 2i}{-4 + i} = 2$							الحل
إعداد : أ . غياث منصور		الجواب : D			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي		
<p>ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين مباشر التوجيه A و B و C توافق بالترتيب الأعداد العقدية a و b و c التي ترتبط بالعلاقة :</p>							14
$a = (c - b) + i(c + b)$	B	$a = \frac{1}{2}[(c + b) + i(c - b)]$					A
$a = \frac{1}{2}[(c - b) + i(c + b)]$	D	$a = (c + b) + i(c - b)$					C
<p>الحل</p> $c - a = i(b - a) \Rightarrow c - a = -ia + ib$ $(1 - i)a = c - ib \Rightarrow (1 + i)(1 - i)a = (1 + i)(c - ib)$ $2a = c - ib + ic + b \Rightarrow a = \frac{1}{2}[(c + b) + i(c - b)]$							الحل
إعداد : أ . محمد مصطفى اختيار		الجواب : A			كتابة وتنسيق : أ . محمد السيدعلي		



<p>في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$</p> <p>لتكن النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = -1 + i$ و $b = 2 + \lambda i$ و $c = -2 + 2i$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$. عندئذ قيمة λ التي تجعل A و B و C على استقامة واحدة هي :</p>							15
4	D	2	C	-2	B	-3	A
<p>لكي تكون A و B و C على استقامة واحدة يجب أن تتحقق العلاقة</p> $z_{\overline{AB}} = k z_{\overline{AC}} ; \lambda \in \mathbb{R}$ $b - a = k(c - a) \Rightarrow 3 + (\lambda - 1)i = k(-1 + i)$ $\Rightarrow 3 + (\lambda - 1)i = -k + ik$ <p>ومنه $k = -3$ و $\lambda - 1 = k$ وبالتالي نجد $\lambda = -2$</p>							16
إعداد : أ . رياض الزامل		الجواب : B		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي			
<p>تأمل الشكل حيث α و β هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overline{OA}, \overline{OC})$, $(\overline{AB}, \overline{AC})$ بالترتيب عندئذ $\alpha + \beta$ يساوي :</p>							16
$\frac{\pi}{4}$	D	$\frac{\pi}{3}$	C	$\frac{5\pi}{12}$	B	$\frac{\pi}{2}$	A
<p>الشعاع \overline{OC} يمثله العدد العقدي $3 + i = \sqrt{10}e^{i\alpha}$</p> <p>الشعاع \overline{AC} يمثله العدد العقدي $2 + i = \sqrt{5}e^{i\beta}$</p> $\sqrt{10}e^{i\alpha} \times \sqrt{5}e^{i\beta} = (3 + i)(2 + i) = 6 + 3i + 2i - 1$ $\sqrt{50}e^{i(\alpha+\beta)} = 5 + 5i$ $e^{i(\alpha+\beta)} = \frac{5 + 5i}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$							17
إعداد : أ . محمد السيد علي		الجواب : D		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي			
<p>ليكن $AC'C$ و ABB' مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين ومباشرين</p> <p>نتأمل معلماً متجانساً مباشراً، مبدؤه A. وليكن b و c العددان العقديان الممثلان لـ B و C</p> <p>عندها العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[C'B']$ يعطى بالصيغة :</p>							17
$\frac{b+c}{2}i$	D	$\frac{b-c}{2}i$	C	$\frac{b+c}{2}$	B	$\frac{b-c}{2}$	A
$m = \frac{b' + c'}{2} = \frac{ib - ic}{2} = \frac{b - c}{2}i$							17
إعداد : أ . مهند حريفة		الجواب : C		كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي			

	<p>ليكن ABD ، AEC مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين . نتأمل معلماً مباشراً مبدؤه النقطة A ، ونفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B, 2), (D, 2), (C, 1), (E, 1)$ ونرمز للأعداد العقدية a, b, c, d, e التي تمثل النقاط A, B, C, D, E عندئذ النسبة $\frac{c}{b}$ تساوي :</p>	<p>18</p>					
<p>$2i$</p>	<p>D</p>	<p>$\frac{1}{2}i$</p>	<p>C</p>	<p>$-\frac{1}{2}i$</p>	<p>B</p>	<p>$-2i$</p>	<p>A</p>
	$a = \frac{2b + c + 2d + e}{6} \Rightarrow 2b + 2d + c + e = 0$ $\Rightarrow 2b + 2(ib) + c - ic = 0$ $c(1 - i) = -2b(1 + i) \Rightarrow c(1 - i)(1 + i) = -2b(1 + i)^2$ $2c = -2b(2i) \Rightarrow \frac{c}{b} = -2i$						<p>2 3</p>
<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>		<p>الجواب : A</p>		<p>إعداد : أ . صلاح أحمد سالم</p>			
	<p>نتأمل في المستوي ABC مثلثاً مباشراً التوجيه كئيفياً وليكن AEC ، AEB مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين M, N, L منتصفات القطع المستقيمة $[EB], [BC], [DC]$ على الترتيب عند كتابة الأعداد d, e, m, n, ℓ التي تمثل النقاط D, E, M, N, L بدلالة العددين b, c الممثلين للنقطتين C و B نجد أن النسبة $\frac{m-n}{\ell-n}$ تساوي :</p>	<p>19</p>					
<p>$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$</p>	<p>D</p>	<p>$1 + i$</p>	<p>C</p>	<p>$-i$</p>	<p>B</p>	<p>i</p>	<p>A</p>
	$D \text{ صورة } C \text{ بدوران ربع دورة مباشرة حول } A \text{ ومنه } d = ic$ $E \text{ صورة } B \text{ بدوران ربع دورة غير مباشرة حول } A \text{ ومنه } e = -ib$ $m = \frac{b + e}{2} = \frac{b - ib}{2}, n = \frac{b + c}{2}, \ell = \frac{c + d}{2} = \frac{c + ic}{2}$ $\frac{m - n}{\ell - n} = \frac{b - ib - b - c}{c + ic - b - c} = \frac{-c - ib}{-b + ic} = \frac{i(-b + ic)}{-b + ic} = i$						<p>2 3</p>
<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>		<p>الجواب : A</p>		<p>إعداد : أ . صفوح الأفندي</p>			

	<p>ADC ، AEC مثلثان متساويا الأضلاع والنقاط A و B و M على استقامة واحدة نتأمل معلماً مباشراً مبدؤه النقطة C ، عند حساب العدد العقدي $z_D - z_M$ بدلالة z_A و z_B نستنتج أن أحد قياسات الزاوية $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MD})$ يساوي :</p>	<p>20</p>					
<p>$\frac{\pi}{2}$</p>	<p>D</p>	<p>$\frac{\pi}{3}$</p>	<p>C</p>	<p>$\frac{\pi}{4}$</p>	<p>B</p>	<p>$\frac{\pi}{6}$</p>	<p>A</p>
	<p>$z_D = e^{\frac{\pi}{3}i} z_A$ ومنه $\frac{\pi}{3}$ وزاويته C بدوران مركزه A صورة D $z_M = e^{\frac{\pi}{3}i} z_B$ ومنه $\frac{\pi}{3}$ وزاويته C بدوران مركزه B صورة M $z_D - z_M = e^{\frac{\pi}{3}i} (z_A - z_B) \Rightarrow \frac{z_D - z_M}{z_A - z_B} = e^{\frac{\pi}{3}i}$ وبالتالي $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MD}) = \frac{\pi}{3}$</p>	<p>20</p>					
<p>كتابة وتنسيق : أ . محمد السيد علي</p>		<p>الجواب : C</p>		<p>إعداد : أ . فادي طنوس</p>			

اختبارات رياضيات مؤتمتة للبكالوريا السورية

اختبار وحدة التحليل التوافقي

الجزء الثاني: الوحدة السادسة

الإشراف العام

الأستاذ: **عبد الحميد السيد**

كتابة وتنسيق وإخراج

الأستاذ: **نادر أبو راس**

التدقيق العلمي واللغوي الأستاذة:


محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
نرينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي المحمد	خالد الحداد	حسام خضر قاسم
نركي طحاوي	فادي طنوس	محمد نرين جعمور	نادر أبو راس
محمد احمد العيسى	مهند حريقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق


1	إن قيمة المجموع: $S_n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{n} + \binom{n+1}{n}$ تساوي:				
A	$n + 3$	B	$3n + 3$	C	$2n + 2$
	D	$2n + 3$			
المحلولة	<p>من الخاصية: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ نجد $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1}$</p> <p>نعوض في المجموع S_n قيم الحدود نجد: $S_n = 1 + n + 1 + n + 1 = 2n + 3$</p>				
	إعداد: أ. أدهم الحلقي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

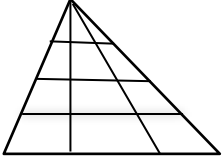

2	إن جميع حلول المعادلة: $\binom{12}{2n-1} = \binom{12}{n+1}$ بحيث $n \in \mathbb{N}^*$ هي:				
A	$\{2, 4\}$	B	$\{3, 5\}$	C	$\{3, 4\}$
	D	$\{1, 2\}$			
المحلولة	<p>من الخاصية: $\binom{n}{r} = \binom{n}{p} \Rightarrow \begin{cases} r = p \\ r + p = n \end{cases}$ نجد:</p> <p>أما $2n - 1 = n + 1 \Rightarrow n = 2$</p> <p>أو $2n - 1 + n + 1 = 12 \Rightarrow n = 4$</p>				
	إعداد: أ. مهند حريقة		الجواب: A		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

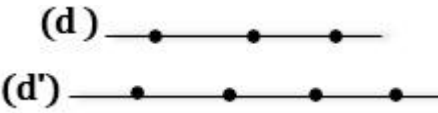

3	إن قيمة المجموع $\binom{18}{8} + \binom{18}{9}$ تساوي:				
A	$\binom{18}{10}$	B	$\binom{19}{9}$	C	$\binom{18}{7}$
	D	$\binom{19}{8}$			
المحلولة	<p>من الخاصية: $\binom{n}{r-1} + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r}$ نجد المجموع يساوي $\binom{19}{9}$</p>				
	إعداد: أ. علي جمول		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

4	قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق المساواة $4 \binom{n+2}{3} = 7 \cdot P_n^2$ تساوي:				
A	2	B	3	C	4
	D	5			
المحلولة	<p>شرط الحل: $n \geq 2$</p> <p>$4 \frac{(n+2)(n+1)n}{3 \times 2 \times 1} = 7n(n-1)$</p> <p>$\Rightarrow 2n^2 - 15n + 25 = 0$,</p> <p>مقبول $n = 5$, مرفوض $n = \frac{10}{4}$, $\Delta = 25 \Rightarrow$</p>				
	إعداد: أ. محمد مصطفى اختيار		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

5	يحتوي منشور $(x^3 + \frac{1}{x^2})^n$ على حد ثابت (مستقل عن x) إذا كان العدد الطبيعي n مضاعفا للعدد :						
A	2	B	3	C	4	D	5
	$T_r = \binom{n}{r} (x^3)^{n-r} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = \binom{n}{r} (x)^{3n-5r}$						
	الحد الثابت يوافق $r = \frac{3n}{5} \Leftrightarrow 3n - 5r = 0$ وكون r عدد طبيعي فإن n مضاعف للعدد 5						
	إعداد : أ. ابتسام عيسى		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

6	استنتاجا من منشور $(1 + 5x)^n$ فإن قيمة المجموع :						
A	5 ⁿ	B	6 ⁿ	C	7 ⁿ	D	8 ⁿ
	$S_n = \binom{n}{0} \cdot (5)^0 + \binom{n}{1} \cdot (5)^1 + \binom{n}{2} \cdot (5)^2 + \dots + \binom{n}{n} \cdot (5)^n$						
	$(1 + 5x)^n = \binom{n}{0} (1)^n \cdot (5x)^0 + \binom{n}{1} \cdot (5x)^1 + \binom{n}{2} \cdot (5x)^2 + \dots + \binom{n}{n} \cdot (5x)^n$						
	نلاحظ المجموع S_n هو المنشور نفسه لو عوضنا $x = 1$ عندها نجد : $S_n = (1 + 5)^n = 6^n$						
	إعداد : أ. محمود صديق		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

7	ننأمل الشكل المرسوم جانبا:						
A	12	B	18	C	20	D	24
							
	إن عدد المثلثات المرسومة في الشكل يساوي:						
	$\text{عدد المثلثات} = \binom{4}{1} \binom{4}{2} = 4 \times 6 = 24$						
	إعداد : أ. علي الطريف		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

8	ننأمل الشكل المجاور: لدينا نقاط موزعة على مستقيمين متوازيين						
A	12	B	18	C	30	D	60
							
	عندما نصل بين كل ثلاث نقاط لنحصل على مثلث						
	فإن عدد المثلثات التي نحصل عليها بهذا الأسلوب يساوي:						
	$\text{عدد المثلثات} = \binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{2} = 18 + 12 = 30$						
	إعداد : أ. خلدون شاهين		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

9	تحتوي واجهة احدى المدارس 6 نوافذ وكل نافذة يمكن أن تكون مفتوحة أو مغلقة عندئذ تظهر النوافذ لأي مشاهد للواجهة بعدد طرائق يساوي:	
A	6	B
	32	C
	36	D
	64	
	كل نافذة سوف تظهر بحالتين, عندئذ عدد الطرائق $64 = 2^6$	
	إعداد: أ. حسن علي سليمان	الجواب: D
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس	

10	صندوق يحوي n كرة نسحب من الصندوق كرتين على التوالي دون إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة, إذا علمت ان عدد النتائج الكلية للسحب هو 6 فان عدد الكرات n يساوي:	
A	2	B
	3	C
	4	D
	5	
	عدد النتائج الكلية للسحب $P_n^2 = 6 \Rightarrow$	
	$n(n-1) = 6 \Rightarrow n^2 - n - 6 = 0 \Rightarrow (n-3)(n+2) = 0 \Rightarrow n = 3$	
	إعداد: أ. مازن الزعبي	الجواب: B
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس	

11	يلتقي n صديق في حفل ويصافح كل شخص منهم الأشخاص الآخرين مرة واحدة فقط, اذا علمنا أن عدد المصافحات يساوي 28 فان عدد الأصدقاء n يساوي:	
A	8	B
	9	C
	10	D
	12	
	عدد المصافحات $= \binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow$	
	$n^2 - n = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow (n-8)(n+7) = 0 \Rightarrow n = 8$	
	إعداد: أ. محمود الفارس	الجواب: A
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس	

12	لدينا n شخص, اذا تم تشكيل لجنة مكونة من مدير ونائب مدير وأمين سر من هؤلاء الأشخاص بشرط أن المدير شخص معين و علمنا أن عدد طرائق تشكيل اللجنة يساوي 12 فان عدد الأشخاص n يساوي:	
A	5	B
	6	C
	8	D
	12	
	طرائق اختيار أمين السر \times طرائق اختيار نائب المدير \times طرائق اختيار المدير = عدد طرائق تشكيل اللجنة	
	$12 = 1 \times (n-1) \times (n-2)$	
	$n^2 - 3n + 2 = 12 \Rightarrow n^2 - 3n - 10 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+2) = 0 \Rightarrow n = 5$	
	إعداد: أ. ريم بوظان	الجواب: A
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس	

13	صندوق يحوي 7 كرات متماثلة تحمل الأرقام: 1,2,3,4,5,6,7 نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة. ان عدد النتائج الممكنة التي يظهر فيها العدد 7 يساوي:
A	70
B	80
C	90
D	100
	عدد النتائج المطلوبة = $P_1^1 \times P_6^2 \times 3 = 1 \times 6 \times 5 \times 3 = 90$
	إعداد: أ. شاكر كنجو
	الجواب: C
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

14	لتكن المجموعة من الأعداد: $S = \{1,2,3,\dots,15\}$ ان عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من S ومجموعهما زوجي يساوي:
A	49
B	56
C	98
D	105
	مجموع العديدين زوجي: يوافق أما العديدين زوجيين معا أو فرديين معا عدد المجموعات = $\binom{7}{2} + \binom{8}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} + \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 21 + 28 = 49$
	إعداد: أ. عبد الله الكناوي
	الجواب: A
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

15	لتكن المجموعة من الأعداد: $S = \{1,2,3,\dots,9\}$ إن عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاثة عناصر من S ومجموعها زوجي يساوي:
A	34
B	44
C	82
D	84
	مجموع الاعداد زوجي ويوافق اما الثلاثة زوجية أو أحدهما زوجي والآخرين فرديين عدد المجموعات = $\binom{4}{3} + \binom{5}{2} \binom{4}{1} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} + \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 4 = 4 + 40 = 44$
	إعداد: أ. ياسر عبادي
	الجواب: B
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

16	في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة على سبعة أسئلة من عشرة , فاذا كان الشرط أن يجيب عن أربعة أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمسة الأولى عندئذ عدد طرائق اختياره للأسئلة يساوي:
A	60
B	70
C	90
D	120
	اما يختار أربعة أسئلة من الخمسة الأولى ثم ثلاثة من الخمسة الباقية بطرائق عددها: $\binom{5}{4} \binom{5}{3} = 50$ أو يختار الأسئلة الخمسة الأولى ثم يختار سؤالين من الخمسة الباقية بطرائق عددها: $\binom{5}{5} \binom{5}{2} = 10$ عدد الطرائق الكلية = $50 + 10 = 60$
	إعداد: أ. عبد الرحمن الرفاعي
	الجواب: A
	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

17	يوجد في إحدى المدارس (7) مدرسين و (5) مدرسات وأحد المدرسين أخ لإحدى المدرسات يراد تشكيل لجنة مكونة من (3) أعضاء على أن تحوي اللجنة مدرسين ومدرسات، وبشرط أن لا يجتمع المدرس وأخته معا بنفس اللجنة ، عندئذ عدد تلك اللجان يساوي:						
	A	70	B	105	C	165	D
17	$= (7)(5) + (7)(5) = 70 + 105 = 175$ $= (2) \binom{10}{1} = 1 \times 10 = 10$ $= 175 - 10 = 165$						
	إعداد: أ. عبد الحميد السيد		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

18	لتكن المجموعة: $S = \{0,1,2,3,4\}$ ان عدد طرائق تشكيل عدد زوجي مؤلف من ثلاث منازل أرقامها مختلفة من المجموعة S يساوي:																				
	A	12	B	18	C	30	D	48													
18	<table border="1"> <thead> <tr> <th>عدد الطرائق</th> <th>المئات</th> <th>العشرات</th> <th>الأحاد</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(3) \times (4) \times (1) = 12$</td> <td>3 (طرائق)</td> <td>4 (طرائق)</td> <td>1 (طريقة)</td> <td>0 = الآحاد</td> </tr> <tr> <td>$(3) \times (3) \times (2) = 18$</td> <td>3 (طرائق)</td> <td>3 (طرائق)</td> <td>2 (طريقة)</td> <td>0 \neq الآحاد</td> </tr> </tbody> </table> $= 12 + 18 = 30$						عدد الطرائق	المئات	العشرات	الأحاد		$(3) \times (4) \times (1) = 12$	3 (طرائق)	4 (طرائق)	1 (طريقة)	0 = الآحاد	$(3) \times (3) \times (2) = 18$	3 (طرائق)	3 (طرائق)	2 (طريقة)	0 \neq الآحاد
	عدد الطرائق	المئات	العشرات	الأحاد																	
	$(3) \times (4) \times (1) = 12$	3 (طرائق)	4 (طرائق)	1 (طريقة)	0 = الآحاد																
$(3) \times (3) \times (2) = 18$	3 (طرائق)	3 (طرائق)	2 (طريقة)	0 \neq الآحاد																	
إعداد: أ. عهد كبيبو		الجواب: C		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس																	

19	لتكن المجموعة من الأعداد: $S = \{1,2,3,\dots,15\}$ ان عدد المجموعات الجزئية المؤلفة من عنصرين من S ومجموعهما من مضاعفات العدد 3 يساوي:						
	A	15	B	35	C	45	D
19	$A_0 = \{3,6,9,12,15\}$ باقي القسمة على العدد 3 يساوي صفر $A_1 = \{1,4,7,10,13\}$ باقي القسمة على العدد 3 يساوي واحد $A_2 = \{2,5,8,11,14\}$ باقي القسمة على العدد 3 يساوي اثنان ويكون اختيار عديدين مجموعهما مضاعفا للعدد 3: إما من المجموعة A_0 ويوافق $\binom{5}{2} = 10$ أو اختيار احد العديدين من A_1 والثاني من A_2 ويوافق $5 \times 5 = 25$ عدد المجموعات $= 10 + 25 = 35$						
	إعداد: أ. نادر أبوراس		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

20	ان رقم منزلة العشرات للعدد $(11)^{15}$ يساوي:						
A	0	B	1	C	5	D	6
$(11)^{15} = (1 + 10)^{15} = \binom{15}{0} (1)^{15} \cdot (10)^0 + \binom{15}{1} (1)^{14} \cdot (10)^1 + \binom{15}{2} (1)^{13} \cdot (10)^2 + \dots$ $= 1 + 150 + 10500 + \dots$ <p>نلاحظ ناتج جمع أول حدين 151 ،</p> <p>و باقي الحدود من مضاعفات العدد 100 مجموعها لن يؤثر في رقمي الآحاد والعشرات وستكون العشرات 5</p>							
إعداد : أ. حسن آصف سليمان		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

21	ليكن كثير الحدود: $f(x) = (1 + 2x)^5 + (1 + ax)^4$ بحيث $a \in \mathcal{R}^*$ إذا علمت أن أمثال x في كثير الحدود تساوي 2 فإن قيمة a تساوي :						
A	-4	B	-2	C	2	D	4
$(1 + 2x)^5 = T_0 + T_1 + \dots + T_5 \quad T_r = \binom{5}{r} (1)(2x)^r$ $(1 + ax)^4 = T'_0 + T'_1 + \dots + T'_4 \quad T'_r = \binom{4}{r} (1)(ax)^r$ <p>الحد الذي يحوي x في كثير الحدود $f(x)$ هو:</p> $T_1 + T'_1 = \binom{5}{1} (1)(2x)^1 + \binom{4}{1} (1)(ax)^1 = 10x + 4ax$ <p>ومنه نجد أمثال x هو المقدار $10 + 4a$ ومن فرض المسألة لدينا : $10 + 4a = 2$ ومنه نجد $a = -2$</p>							
إعداد : أ. خضر سيفو		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

22	إن حل المعادلة : $\frac{1}{\binom{n}{2}} + \frac{1}{\binom{n}{3}} = \frac{1}{\binom{n}{4}}$ حيث n عدد طبيعي هو :						
A	4	B	5	C	7	D	9
<p>لدينا $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ وشرط الحل: $n \geq 4$ عندئذ :</p> $\frac{1}{\binom{n}{2}} + \frac{1}{\binom{n}{3}} = \frac{1}{\binom{n}{4}} \Rightarrow \frac{(n-2)!2!}{n!} + \frac{(n-3)!3!}{n!} = \frac{(n-4)!4!}{n!}$ $\Rightarrow (n-2)(n-3)(n-4)!2! + (n-3)(n-4)! \times 3 \times 2! = (n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!$ $\Rightarrow (n-2)(n-3) + 3(n-3) = 4 \times 3$ $\Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 12 \quad \Rightarrow \quad n^2 - 2n - 15 = 0$ $\Rightarrow (n-5)(n+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ مقبول} \\ n = -3 \text{ مرفوض} \end{cases}$							
إعداد : أ. محمد قرنداش		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

اختبارات رياضيات مؤتمنة للبكالوريا السورية

اختبار وحدة الاحتمالات

الجزء الثاني: الوحدة السابعة

الإشراف العام

الأستاذ: عبد الحميد السيد

كتابة وتنسيق وإخراج:

أ. صلاح أحمد سالم - أ. نادر أبو مراس

التدقيق العلمي واللغوي الأستاذة:

محمد السيد علي	فيصل خالد	مروان بركة	محي الدين إسماعيل
نرينب يوسف	بشار كنعان	صفوح الأفندي	هيثم ديوب
يوسف منصور	فادي المحمد	خالد شوقي الحداد	حسام خضر قاسم
نركي طحاوي	فادي طنوس	محمد نرينب جعرومر	نادر أبو مراس
محمد احمد العيسى	مهند حرقة	علي جمول	أمين الحايك
	عبد السلام حسن	صلاح أحمد سالم	مصطفى الرزوق

1	يحتوي صندوق على خمس كرات متماثلة تحمل الأرقام 0, 0, 1, 1, 2 ، نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين معاً وليكن X متحولاً عشوائياً يقرن بكل نتيجة سحب جداء رقمي الكرتين المسحوبتين، إن قيمة $P(X = 0)$ تساوي:						
A	$\frac{1}{10}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{3}{5}$	D	$\frac{7}{10}$
الحل	الجداء صفر يوافق إما الكرتين (تحملان الرقم صفر) أو (تحملان رقمين أحدهما صفر)						
	$P(X = 0) = \frac{\binom{2}{2} + \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{7}{10}$						
	إعداد: أ. نور الدين صندفي		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		

2	يحتوي صندوق على خمس كرات متماثلة مرقمة من 1 حتى 5 ، نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة ، إن احتمال أن يكون مجموع أرقام الكرات المسحوبة هو عدد فردي يساوي:						
A	$\frac{27}{125}$	B	$\frac{36}{125}$	C	$\frac{39}{125}$	D	$\frac{63}{125}$
الحل	الحالات التي يكون عندها المجموع فردي هي: (فردية، فردية، فردية) أو (فردية، زوجية، زوجية)						
	$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times 3 = \frac{63}{125}$						
	إعداد: أ. محمد قرنداش		الجواب: D		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		

3	نادٍ رياضي يضم 30 لاعباً ، يوجد من بين هؤلاء n سباحاً حيث $n \geq 2$ نختار عشوائياً لاعبين من النادي فإذا علمت ان احتمال أن يكون اللاعبان سباحين يساوي $\frac{1}{29}$ فإن عدد السباحين في النادي هو:						
A	12	B	6	C	5	D	2
الحل	S : حدث اللاعبان سباحين						
	$P(S) = \frac{\binom{n}{2}}{\binom{30}{2}} = \frac{1}{29} \Rightarrow \frac{n(n-1)}{30 \times 29} = \frac{1}{29} \Rightarrow n^2 - n - 30 = 0$						
	$\Rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \text{ مقبول} \\ n = -5 \text{ مرفوض} \end{cases}$						
	إعداد: أ. مازن الزعبي		الجواب: B		كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		



إذا علمت أن $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{5}{12}$ و $P(A B') = \frac{1}{2}$ ، فإن $P(A)$ يساوي:							4
$\frac{3}{4}$	D	$\frac{7}{12}$	C	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{5}{12}$	A
$P(A) = P(A B).P(B) + P(A B').P(B')$ $P(A) = P(A \cap B) + P(A B').P(B')$ $P(A) = \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$							لو لو
إعداد: أ. محمد حصريّة		الجواب: C			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		

A و B حدثان مرتبطان بتجربة عشوائية يحققان:							5
$P(B) = \frac{1}{3} \quad , \quad P(A) = \frac{1}{4}$							
فإذا علمت أن A و B مستقلان احتمالياً ، فإن $P(A \cup B)$ يساوي :							
$\frac{2}{3}$	D	$\frac{7}{12}$	C	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{6}$	A
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{2}$							لو لو
إعداد: أ. محمود الفارس		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس		


ليكن X متحولاً عشوائياً يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية ، فإذا كان تباينه $V(X) = \frac{2}{3}$ وتوقعه الرياضي $E(X) = 2$ فإن عدد الاختبارات (n) في التجربة يساوي:							6
5	D	4	C	3	B	2	A
$\left. \begin{aligned} E(X) = 2 = np \\ V(X) = \frac{2}{3} = npq \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2q = \frac{2}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3} \Rightarrow p = \frac{2}{3}$ $2 = n \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow n = 3$							لو لو
إعداد: أ. محمد السيد علي		الجواب: B			كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		





7	يحتوي صندوق على (3) كرات حمراء و (2) كرة بيضاء نسحب عشوائياً كرتين معاً . وليكن X متحول عشوائي يأخذ القيمة (-1) عند ظهور كرتين من نفس اللون. والقيمة (1) فيما عدا ذلك. عندئذٍ التوقع الرياضي يساوي:	
A	$-\frac{1}{5}$	
B	$\frac{1}{5}$	
C	$\frac{2}{5}$	
D	$\frac{3}{5}$	
7	$P(X = -1) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{5}$ $P(X = 1) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ $E(X) = (-1) \times \left(\frac{2}{5}\right) + (1) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5}$	
إعداد : أ. وائل عنيزان	الجواب: B	كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

8	يحتوي صندوق أربع كرات حمراء وست كرات بيضاء عند سحب كرة حمراء ينال اللاعب نقطتين وعند سحب كرة بيضاء يخسر اللاعب نقطة واحدة ، يسحب اللاعب عشوائياً كرتين على التوالي دون إعادة . احتمال أن يحصل اللاعب على نقطة واحدة فقط يساوي:	
A	$\frac{6}{15}$	
B	$\frac{7}{15}$	
C	$\frac{8}{15}$	
D	$\frac{1}{3}$	
8	يحصل اللاعب على نقطة واحدة فقط عند سحب كرة بيضاء وكرة حمراء وليكن الحدث A .	
	$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times 2 = \frac{8}{15}$	
إعداد : أ. ابتسام عيسى	الجواب: C	كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

9	صندوق يحتوي n كرة سوداء و ثلاث كرات حمراء و كرتين بيضاوين ، نسحب عشوائياً كرتين معاً من الصندوق ، فإذا علمت أن احتمال ظهور كرتين حمراوين يساوي $\frac{1}{12}$ فإن قيمة n تساوي:	
A	3	
B	4	
C	8	
D	13	
9	$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{n+5}{2}} = \frac{1}{12} \Rightarrow \binom{n+5}{2} = 12 \binom{3}{2} \Rightarrow \frac{(n+5)(n+4)}{2 \times 1} = 12(3)$ $\Rightarrow n^2 + 9n - 52 = 0 \Rightarrow (n+13)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ مقبول} \\ n = -13 \text{ مرفوض} \end{cases}$	
إعداد : أ. يونس حمود	الجواب: B	كتابة وتنسيق: أ. نادر أبوراس

10	صندوقان متماثلان يحتوي الصندوق الأول كرة حمراء وكرة سوداء ويحتوي الصندوق الثاني على كرة حمراء وكرتين سوداوين ، نختار عشوائياً أحد الصندوقين ونسحب منه كرة واحدة عشوائياً . فإذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء . فإن احتمال أن تكون من الصندوق الأول يساوي:
A	$\frac{1}{6}$ B $\frac{2}{5}$ C $\frac{3}{5}$ D $\frac{3}{7}$
الحل	<p>نرمز ب U_1 : الصندوق الأول و U_2 : الصندوق الثاني R: الحدث الكرة حمراء ، B: الحدث الكرة سوداء</p> <p>$P(U_1 R) = \frac{P(U_1 \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}$</p> <p>$= \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$</p> 
إعداد: أ. مرعي المصلح	الجواب: C
كتابة وتنسيق: أ. نادر أبو راس	

11	يمثل الجدول المجاور القانون الاحتمالي لمتحول عشوائي X . فإذا علمت أن توقعه الرياضي $E(X) = 1.3$ فعندئذ قيمة a تساوي:
A	0.01 B 0.1 C 0.2 D 0.4
الحل	<p>$a + b + 0.3 + 0.2 = 1 \Rightarrow a + b = 0.5$ (*)</p> <p>$E(X) = 0(a) + 1(b) + 2(0.3) + 3(0.2) = 1.3$</p> <p>ومنه $b = 0.1$ $\xleftarrow{\text{بالتعويض في (*)}}$ $a = 0.4$</p> 
إعداد: أ. تميم العلي	الجواب: D
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	

12	نتأمل ثلاث قطع من النقود متماثلة ، نرمز لها بالرمز (C_3, C_2, C_1) ، القطعتان C_2, C_1 متوازنتان أما C_3 فهي غير متوازنة واحتمال ظهور الوجه H فيها يساوي $\frac{1}{3}$ ، نلقي قطع النقود الثلاث مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على الوجه H مرة واحدة على الأقل هو:
A	$\frac{1}{12}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{2}{3}$ D $\frac{5}{6}$
الحل	<p>نفرض A حدث الحصول على H مرة واحدة على الأقل</p> <p>$A' = \{(T, T, T)\}$ الحدث المتمم</p> <p>$P(A') = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = \frac{5}{6}$</p> 
إعداد: أ. يوسف منصور	الجواب: D
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم	

13	في مدرستنا يمارس 70% من طلبتها لعبة الشطرنج . ونعلم أن مدرستنا تضم نسبة 40% من الإناث ، وأن 80% منهن يلعبن الشطرنج. نختار أحد الطلبة بطريقة عشوائية، إذا علمت أنه ذكر فإن احتمال أن يكون ممن لا يمارسون لعبة الشطرنج يساوي:
A	$\frac{11}{30}$
B	$\frac{19}{30}$
C	$\frac{11}{50}$
D	$\frac{19}{50}$

الحدث M : الطالب ذكر ، الحدث F : الطالب أنثى ، الحدث T : الطالب يمارس اللعبة

$P(T') = 1 - P(T) = 0.3$
 $0.3 = 0.4 \times 0.2 + 0.6 \times P$
 $0.6P = 0.3 - 0.08$
 $P = \frac{0.22}{0.6} = \frac{11}{30}$

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

إعداد: أ. أحمد ذياب الرفاعي

الجواب: A

14	صندوق يحوي أربع كرات حمراء مرقمة بالأرقام 1, 1, 1, 2 وثلاث كرات زرقاء مرقمة بالأرقام 1, 1, 2 نسحب من الصندوق كرتين على التوالي دون إعادة فإذا علمت أن مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 2. فإن احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان حمراوين يساوي :
A	$\frac{1}{5}$
B	$\frac{3}{5}$
C	$\frac{3}{10}$
D	$\frac{1}{10}$

نفرض الحدث A : الحصول على كرتين حمراوين ، الحدث B : الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 2

$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{2}{6}}{\frac{5}{7} \times \frac{4}{6}} = \frac{\frac{6}{42}}{\frac{20}{42}} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

إعداد: أ. حسين رشيد

الجواب: C


15	يدرس 45% من طلاب الصف اللغة الإنكليزية (E) ، ويدرس 25% منهم اللغة الروسية (R) ، ويدرس 10% منهم اللغتين في أن معاً . اخترنا طالباً عشوائياً ، عندئذ احتمال انه لا يدرس أيّاً من اللغتين يساوي:
A	$\frac{1}{5}$
B	$\frac{2}{5}$
C	$\frac{3}{5}$
D	$\frac{4}{5}$


$P(E' \cap R') = P(E \cup R)' = 1 - P(E \cup R)$
 $= 1 - [P(E) + P(R) - P(E \cap R)]$
 $= 1 - \left[\frac{45}{100} + \frac{25}{100} - \frac{10}{100} \right] = 1 - \frac{60}{100}$
 $P(E' \cap R') = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$


كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

إعداد: أ. محمد المصري

الجواب: B

يحتوي صندوق على ست كرات متماثلة ، ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين وكرة واحدة بيضاء.							16
نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إعادة . فإن احتمال سحب كرتين من اللون ذاته يساوي:							
$\frac{11}{20}$	D	$\frac{7}{10}$	C	$\frac{13}{20}$	B	$\frac{13}{60}$	A
$A = \{(R, R, R'), (B, B, B')\}$ $P(A) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times 3 + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{4} \times 3 = \frac{9}{20} + \frac{1}{5} = \frac{13}{20}$							 ملاحظة يمكن الحل باستخدام الترتيب
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: B			إعداد: أ. ياسر عبادي		

صندوق يحوي ست بطاقات مرقمة بالأرقام 2, 3, 5, 6, 8, 9							17
عند السحب عشوائياً لبطاقة واحدة خمس مرات على التوالي مع الإعادة في كل مرة . فيكون احتمال الحصول على بطاقة تحمل رقماً من مضاعفات العدد 3 ثلاث مرات فقط هو:							
$\frac{5}{8}$	D	$\frac{5}{16}$	C	$\frac{5}{32}$	B	$\frac{5}{36}$	A
$q = \frac{1}{2}$ ومنه $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $n = 5$ تجربة برنولية : $P(X = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$							 تجربة برنولية :
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: C			إعداد: أ. محي الدين اسماعيل		

يحتوي صندوق على n كرة ($n \geq 5$) . منها كرة واحدة بيضاء وكرتان حمراوان والباقي خضراء .							18
نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين على التوالي دون إعادة . فإذا كان احتمال ظهور كرتين من اللون ذاته يساوي $\frac{1}{3}$ ، فإن عدد الكرات n يساوي:							
8	D	7	C	6	B	5	A
$\frac{1}{3} = \frac{2}{n} \times \frac{1}{n-1} + \frac{n-3}{n} \times \frac{n-4}{n-1}$ $\Rightarrow n^2 - n = 6 + 3(n^2 - 7n + 12)$ $\Rightarrow n^2 - n = 3n^2 - 21n + 42 \Rightarrow n^2 - 10n + 21 = 0$ $(n-7)(n-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \text{ مقبول} \\ n = 3 \text{ مرفوض} \end{cases}$							 ملاحظة
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: C			إعداد: أ. بلال أبو حصيني		

<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>	<p>لدينا أربع خانات تملأ كل خانة بأحد الأرقام 0, 1, 2 بشكل عشوائي ان احتمال تواجد الصفر في خانتي متجاورتين فقط يساوي :</p>				19		
$\frac{24}{81}$	D	$\frac{12}{81}$	C	$\frac{8}{81}$	B	$\frac{4}{81}$	A
<p>لدينا ثلاث حالات موضحة بالأشكال</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">0 0</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">0 0</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">0 0</div> </div> <p>عدد طرق ملء الخانات في تلك الحالات : $n(A) = 3 \times (1 \times 1 \times 2 \times 2) = 12$ عدد الطرق الكلية لملء أربع خانات هو: $n(\Omega) = 3^4 = 81$ إذاً الاحتمال المطلوب يساوي: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{81}$</p>							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: C			إعداد: أ. فادي طنوس		

<p>صندوقان A, B الصندوق A يحوي (كرتين حمراوين ، كرة خضراء) والصندوق B يحوي (كرة حمراء ، كرة خضراء) . نسحب كرة واحدة عشوائياً من الصندوق A ونضعها في الصندوق B ثم نسحب كرة عشوائياً من الصندوق B ، عندئذ احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من اللون ذاته يساوي :</p>							20
$\frac{8}{9}$	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{5}{9}$	B	$\frac{4}{9}$	A
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: left;"> <p>$\frac{2}{3}$ R</p> <p>$\frac{1}{3}$ G</p> <p>$\frac{1}{3}$ R</p> <p>$\frac{2}{3}$ G</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B) (A)</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p>$P(E) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$</p> </div> </div>							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: C			إعداد: أ. هيثم ديوب		

<p>صندوق يحوي على كرة زرقاء وكرتين حمراوين . نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته. ونعرف متحول عشوائي X يدل على عدد مرات السحب . عندئذ $P(X = 2)$ يساوي :</p>							21
$\frac{1}{3}$	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{1}{6}$	B	$\frac{1}{2}$	A
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: left;"> <p>$\frac{2}{3}$ R</p> <p>$\frac{1}{3}$ B</p> <p>$\frac{1}{2}$ R</p> <p>$\frac{1}{2}$ B</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p>$P(X = 2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$</p> </div> </div>							
كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم		الجواب: C			إعداد: أ. فادي المحمد		

صندوق يحوي 2 كرة حمراء وكرة واحدة سوداء. نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها مجدداً للصندوق ثم نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق. ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق مجدداً. إن احتمال ظهور كرة سوداء في المرة الثانية يساوي:

22

A $\frac{2}{15}$ B $\frac{4}{15}$ C $\frac{3}{10}$ D $\frac{2}{3}$

$P(B_2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

إعداد: أ. نادر أبو راس

الجواب: C

يتطلب نقل كمية من الرمل مرحلتين A, B على التوالي. تستغرق المرحلة A عدداً عشوائياً من الساعات X وتستغرق المرحلة B عدداً عشوائياً من الساعات Y . جدول القانون الاحتمالي لكل منهما.

23

x_i	1	2
$P(X = x_i)$	0.7	0.3

y_i	1	2	3
$P(Y = y_i)$	0.1	0.5	0.4

المتحولان العشوائيان Y, X مستقلان احتمالياً.

عندئذ احتمال أن يستغرق انجاز المهمة ثلاث ساعات على الأقل يساوي:

A 0.07 B 0.27 C 0.38 D 0.93

$P(E') = P(X = 1 \cap Y = 1) = P(X = 1) \cdot P(Y = 1)$

$P(E') = 0.7 \times 0.1 = 0.07 \Rightarrow P(E) = 1 - P(E') = 1 - 0.07 = 0.93$

كتابة وتنسيق: أ. صلاح أحمد سالم

إعداد: أ. علي جمول

الجواب: D

الجدول المجاور يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X, Y)

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.1	0.2	0.1
2	0.3	0.1	0.2

بفرض: $P(Y = 2) = P(B)$, $P(X = 1) = P(A)$

فإن $P(A \cup B)$ يساوي:

24

A 0.2 B 0.4 C 0.5 D 0.7

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = P(X = 1 \cap Y = 2) = 0.2$

$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.2 = 0.5$

كتابة وتنسيق: أ. نادر أبو راس

إعداد: أ. غياث منصور

الجواب: C