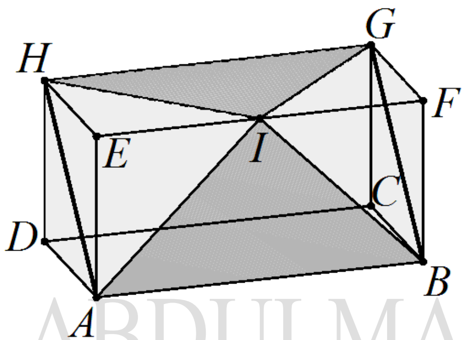

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 2$ و $AD = AE = 1$

النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[EF]$

نتخذ المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$. **المطلوب** :

1) عيّن إحداثيات النقاط A, B, H, G, I .

2) اكتب معادلة للمستوي $(ABGH)$.

3) احسب بعد النقطة I عن المستوي $(ABGH)$ ثم احسب حجم الهرم $I-ABGH$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة I و الذي يعامد المستوي $(ABGH)$.

5) لتكن J المسقط القائم للنقطة I على المستوي $(ABGH)$ أثبت أنّ J هي ذاتها مركز الرباعي $ABGH$.

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها I و تمس المستوي $(ABGH)$.

BAC MATHS

الحل :

1) $A(0,0,0)\ ,\ B(2,0,0)\ ,\ H(0,1,1)\ ,\ G(2,1,1)$

$I(1,0,1)$

2) $\overrightarrow{AB}(2,0,0)\ ,\ \overrightarrow{AH}(0,1,1)$

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم للمستوي $(ABGH)$ عندئذٍ :

$\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow 2a=0 \Rightarrow \boxed{a=0}$

$\vec{n}.\overrightarrow{AH}=0 \Rightarrow b+c=0 \Rightarrow b=-c$

باختيار $b=1$ نحصل على $\vec{n}(0,1,-1)$

الشكل العام لمعادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$

بالتعويض نحصل على $\boxed{(ABGH):\ y-z=0}$

3) $$dist_{(I,(ABGH))}=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$dist_{(I,(ABGH))}=\frac{|-1|}{\sqrt{0+1+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$V_{I-ABGH}=\frac{1}{3}S_{ABGH}.h$$

الرباعي $ABGH$ مستطيل مساحته $S=AB.AH=2\sqrt{2}$

$$V_{I-ABGH}=\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{2}{3}$$

4) نقبل $\vec{n}(0,1,-1)$ كشعاع موجّه للمستقيم d

$$d:\begin{cases}x=1\\ y=t & ;t\in\mathbb{R}\\ z=1-t\end{cases}$$

5) لنعوّض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي :

$$t-(1-t)=0 \Rightarrow 2t=1 \Rightarrow \boxed{t=\frac{1}{2}}$$

$$J(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$$

بفرض أنّ J' مركز المستطيل $ABGH$. إنّ J' هي منتصف القطر $[AG]$ و بالتالي

$$J'(\frac{x_A+x_G}{2},\frac{y_A+y_G}{2},\frac{z_A+z_G}{2})=(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$$

و هي ذاتها $J(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

6)

$$\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=r^2$$

$$\left(x_0,y_0,z_0\right)=(1,0,1)\ ,\ r=dist_{(I,(ABGH))}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-1\right)^2=\frac{1}{2}$$