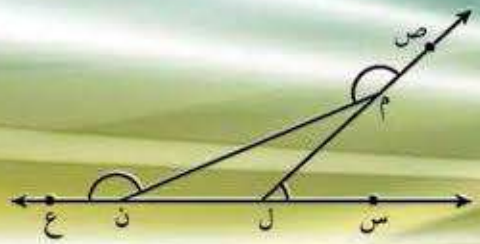
وزارة التربية

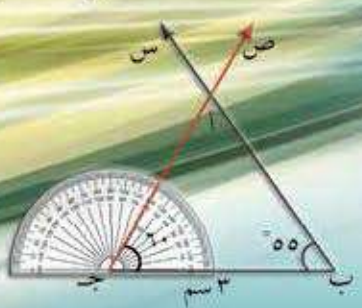
الرياضيات

Mathematics

الصف السابع - الجزء الثاني

حل الكتاب





كتاب الطالب

الطبعة الرابعة

٧

المرحلة المتوسطة

وزارة التربية

الرياضيات

Mathematics

الصف السابع - الجزء الثاني

لجنة تعديل كتاب الرياضيات للصف السابع

أ. نوال رجا منهل العنزي (رئيسًا)

أ. رباب أحمد أحمد أبو زيد

أ. علي أحمد عبدالله القبندي

أ. ميثة كريم صويان الفضلي

أ. مريم عفّاس الشحومي

أ. نداء محمد علي التحو

أ. نوال دهيش محسن العازمي

أ. منى عبدالرحمن جابر الحميدي

الطبعة الرابعة

١٤٣٨ - ١٤٣٩ هـ

٢٠١٧ - ٢٠١٨ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج

إدارة تطوير المناهج

الطبعة الأولى ٢٠١٠م
الطبعة الثانية ٢٠١٢م
الطبعة الثالثة ٢٠١٤م
٢٠١٦م
الطبعة الرابعة ٢٠١٧م

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ.حصة يونس محمد علي أ.فتحية محمود أبو زور

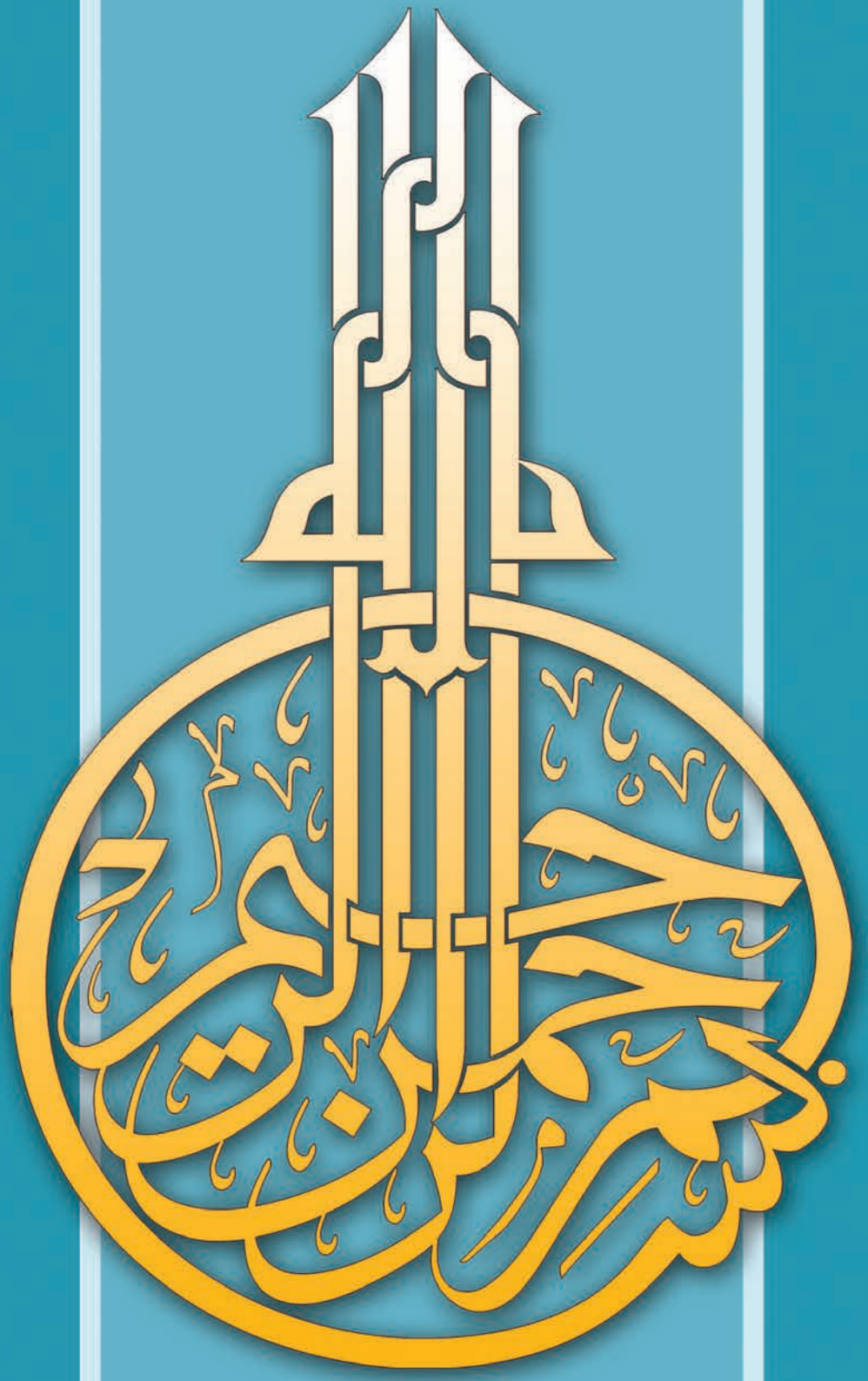
أ. حسين علي عبدالله

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف السابع

أ. منيرة عبدالرحمن البكر (رئيسًا)

د. محمد عبدالعاطي حجاج أ. غدير عيد إرتيبان العجمي

أ. يحيى عبدالسلام عقـل أ. نجيبة روضان عبيد الشمري


بسم الله الرحمن الرحيم

شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

تصـدير

لم يعد خافيًا على كلّ مهتمّ بالشأن التربوي الأهمّية القصوى للمناهج الدراسية، وذلك لأنّها ترتكز بطبيعتها على فلسفة المجتمع وتطلّعاته بالإضافة إلى أهداف النظام التعليمي والمنظومة التعليمية، لذلك نجد أنّ صناعة المنهج أصبحت من التحدّيات التي تواجه التربويين لارتباط ذلك بأسس فنّية ذات علاقة وثيقة في البنية التعليمية، مثل الأسس الفلسفية والتربوية والاجتماعية والثقافية، ومن هنا اكتسبت المناهج الدراسية أهمّيتها ومكانتها الكبرى.

ونظرًا لهذه المكانة التي احتلّتها المناهج الدراسية، قامت وزارة التربية بعملية تطوير واسعة، استكمالًا لكلّ الجهود السابقة، حيث قامت بإعداد الكتب والمناهج الدراسية وفقًا للمعايير والكفايات سواء أكانت العامّة أم الخاصّة، وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون، ولتكون المناهج برؤيتها الجديدة ذات بعد عملي تطبيقي وظيفي يرتبط بقدرات المتعلّمين وسوق العمل ومتطلّبات المجتمع وغيرها من أبعاد المناهج التربوية، مع تأكيدنا بأنّ ذلك يأتي أيضًا اتّساقًا مع التطوّرات الحديثة، إن كانت في مجال الفكر التربوي والسلوك الإنساني أو القفزات المتسارعة في مجال التكنولوجيا، والتي أصبحت جزءًا لا يتجزّأ من حياة الإنسان، وأيضًا ما أملته التطوّرات الثقافية والحضارية المعاصِرة وانعكاساتها على الفكر ونمط العلاقات الإنسانية.

ونحن من خلال هذا الأسلوب نتطلّع إلى أن تساهم المناهج الدراسية في تحقيق أهداف دولة الكويت بشكل عامّ وأهداف النظام التعليمي بشكل خاصّ، والتي تأتي في طليعتها تنشئة أجيال مؤمنة بربّها مخلصة لوطنها تتمتّع بقدرات ومهارات عقلية ومهارية واجتماعية تجعل منهم مواطنين فاعلين ومتفاعلين، محافِظين على هويتهم الوطنية ومنفتحين على الآخر ومتقبّلينه مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسّك بمبادئ السلام والتسامح، والتي صارت من أهمّ متطلّبات الحياة المستقرّة الكريمة.

والله ولي التوفيق ،،،

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

المحتويات

الجزء الأول :

الوحدة الأولى : الأعداد الكلّية والأعداد العشرية

الوحدة الثانية : ضرب وقسمة الأعداد الكلّية والعشرية

الوحدة الثالثة : الأعداد الصحيحة

الوحدة الرابعة : القياس

الوحدة الخامسة : المجسّمات والقياس

الوحدة السادسة : علم الإحصاء واستخداماته في الحياة

الجزء الثاني :

الوحدة السابعة : الكسور والعمليات عليها

الوحدة الثامنة : هندسة المضلّعات

الوحدة التاسعة : هندسة التحويلات

الوحدة العاشرة : النسبة والتناسب

الوحدة الحادية عشرة : النسبة المئوية واستخداماتها

الوحدة الثانية عشرة : الاحتمال

محتوى الجزء الثاني

الوحدة السابعة : الكسور والعمليات عليها

الموضوع : مشاريع صغيرة

مشروع الوحدة السابعة ١٨

مخطَّط تنظيمي للوحدة السابعة ١٩

٧-١ فهم الكسور الاعتيادية وتبسيطها ٢٠

٧-٢ الكسور المركَّبة والأعداد الكسرية ٢٤

٧-٣ التحويل بين الكسور الاعتيادية والكسور العشرية ٢٨

٧-٤ المقارنة والترتيب ٣٢

٧-٥ جمع الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٣٦

٧-٦ طرح الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٤٠

٧-٧ حلّ المعادلات التي تشتمل على جمع وطرح الكسور الاعتيادية ٤٤

٧-٨ ضرب الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٤٨

٧-٩ قسمة الكسور الاعتيادية ٥٢

٧-١٠ قسمة الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٥٦

٧-١١ حلّ المعادلات التي تشتمل على ضرب وقسمة الكسور الاعتيادية ٦٠

٧-١٢ مراجعة الوحدة السابعة ٦٤

إختبار الوحدة السابعة ٦٧

الوحدة الثامنة : هندسة المضلّعات

الموضوع : طرق ومدن

	مشروع الوحدة الثامنة	٦٨
	مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة	٦٩
٨-١	المثلّث	٧٠
٨-٢	اِستكشاف خواصّ المثلّث	٧٤
٨-٣	الزاوية الخارجة للمثلّث	٨٠
٨-٤	رسم مثلّث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة	٨٤
٨-٥	رسم مثلّث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما	٨٨
٨-٦	رسم مثلّث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحدَّدة بهما	٩٢
٨-٧	المستقيمات المتوازية والزوايا	٩٦
٨-٨	الأشكال الرباعية	١٠٢
٨-٩	مراجعة الوحدة الثامنة	١٠٨
	اِختبار الوحدة الثامنة	١١٢

الوحدة التاسعة : هندسة التحويلات
الموضوع : فنون هندسية

مشروع الوحدة التاسعة ١١٤

مخطَّط تنظيمي للوحدة التاسعة ١١٥

٩-١ المستوى الإحداثي ١١٦

٩-٢ الانعكاس وخط التماثل ١٢٠

٩-٣ الإزاحة والتمثيل البياني للإزاحة ١٢٦

٩-٤ الدوران والتماثل الدوراني ١٣٢

٩-٥ مراجعة الوحدة التاسعة ١٣٦

اِختبار الوحدة التاسعة ١٣٨

الوحدة العاشرة : النسبة والتناسب
الموضوع : تجارة واقتصاد

مشروع الوحدة العاشرة ١٤٠

مخطَّط تنظيمي للوحدة العاشرة ١٤١

١٠-١ النسبة والنسب المتساوية ١٤٢

١٠-٢ المعدَّل ١٤٦

١٠-٣ التناسب ١٥٠

١٠-٤ حلّ التناسب ١٥٤

١٠-٥ الأشكال الهندسية المتشابهة ١٥٨

١٠-٦ مراجعة الوحدة العاشرة ١٦٢

اِختبار الوحدة العاشرة ١٦٤

الوحدة الحادية عشرة: النسبة المئوية واستخداماتها
الموضوع : مال وأعمال

مشروع الوحدة الحادية عشرة ١٦٦

مخطَّط تنظيمي للوحدة الحادية عشرة ١٦٧

١١-١ النسبة المئوية ١٦٨

١١-٢ ربط النسب المئوية بالكسور الاعتيادية والكسور العشرية ١٧٢

١١-٣ إيجاد النسبة المئوية لعدد ١٧٦

١١-٤ حلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية وتناسبات الزكاة - الميراث ١٨٠

١١-٥ مراجعة الوحدة الحادية عشرة ١٨٤

اِختبار الوحدة الحادية عشرة ١٨٦

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمال
الموضوع : أنشطة وألعاب مرحة

مشروع الوحدة الثانية عشرة ١٨٨

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية عشرة ١٨٩

١٢-١ مخطَّط الشجرة البيانية ومبدأ العدّ ١٩٠

١٢-٢ تجربة عشوائية : الأحداث والاحتمال ١٩٤

١٢-٣ الاحتمال ١٩٨

١٢-٤ نماذج هندسية للاحتمال ٢٠٤

١٢-٥ مراجعة الوحدة الثانية عشرة ٢٠٧

اِختبار الوحدة الثانية عشرة ٢٠٩

الوحدة السابعة

الكسور والعمليات عليها
Fractions and Operations on Them

مشاريع صغيرة
Small Projects

الكسور في حياتنا :

تُعتبَر الرياضيات دعامة الحياة المنظَّمة في عالمنا الحاضر ، وهي المساعِد للإنسان في حسم العديد من المسائل في حياتنا اليومية ، والكسور هي مفهوم العلاقة النسبية بين الجزء والكلّ ، ولها استخدامات كثيرة في التجارة والأحكام الشرعية وحساب المواريث .

أبو بكر الحصار هو عالم رياضيات مسلم ، وهو أوّل من أشار إلى استعمال الخط الأفقي للتعبير عن الكسور في القرن الثاني عشر الميلادي .

مشروع الوحدة : (مطوية الكسور)

قُمْ أنت وزملاؤك بإعداد مطوية متضمّنة كسورًا من عدّة مصادر ، مثل (القرآن الكريم، السنّة النبوية ، العناصر في الحياة) ، وأرفِق صورًا للكسور التي استخدمتها ، ثمّ ارسم صورة توضيحية للكسور .

@MidNight_Documents
@MidNight_Math

محتوى الجزء الثاني

الوحدة السابعة : الكسور والعمليات عليها

الموضوع : مشاريع صغيرة

مشروع الوحدة السابعة ١٨

مخطّط تنظيمي للوحدة السابعة ١٩

٧-١ فهم الكسور الاعتيادية وتبسيطها ٢٠

٧-٢ الكسور المركّبة والأعداد الكسرية ٢٤

٧-٣ التحويل بين الكسور الاعتيادية والكسور العشرية ٢٨

٧-٤ المقارنة والترتيب ٣٢

٧-٥ جمع الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٣٦

٧-٦ طرح الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٤٠

٧-٧ حلّ المعادلات التي تشتمل على جمع وطرح الكسور الاعتيادية ٤٤

٧-٨ ضرب الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية ٤٨

٧-٩ قسمة الكسور الاعتيادية ٥٢

٧-١٠ قسمة الكسور في صورتيـ

٧-١١ حلّ المعادلات التي تشتـ

٧-١٢ مراجعة الوحدة السابعة.

إختبار الوحدة السابعة.

MidNight Math_6 MidNight Math_7

شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

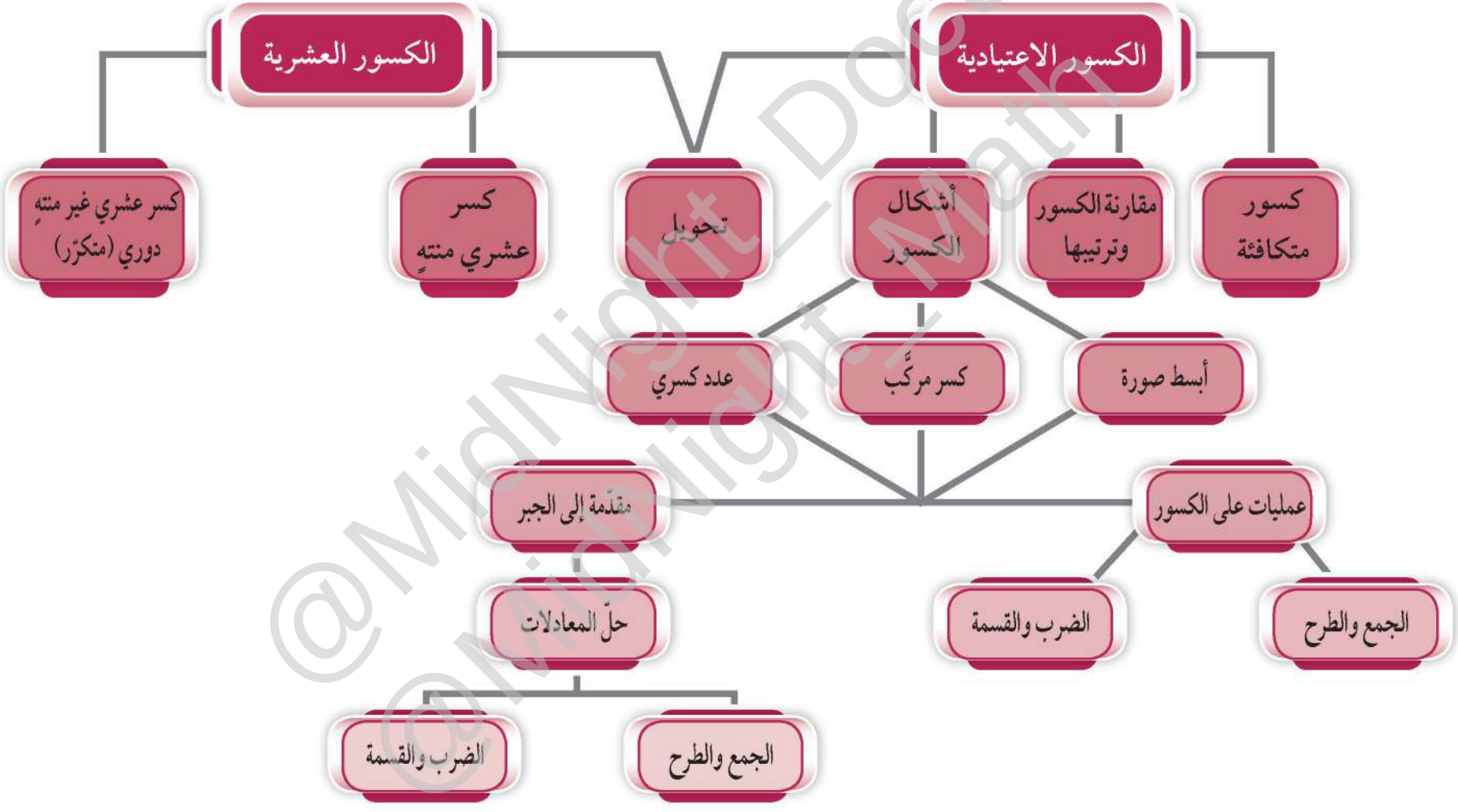
ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

MidNight Math_6 MidNight Math_7

@MidNight_Document @MidNight_Math

مخطَّط تنظيمي للوحدة السابعة



@MidNight_Document
@MidNight_Math

١-٧ فهم الكسور الاعتيادية وتبسيطها
Understanding and Simplifying Fractions

العبارات والمفردات :
كسر
Fraction
بسط
Numerator
مقام
Denominator
كسور متكافئة
Equivalent Fractions

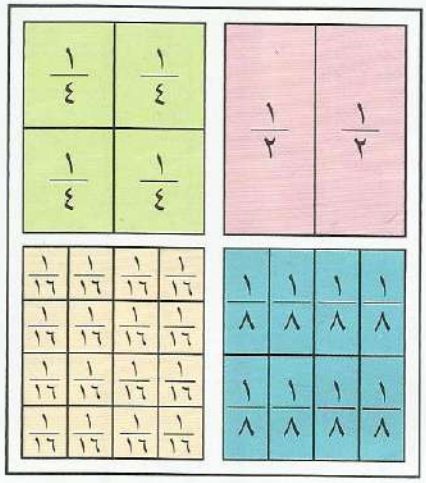
سوف تتعلّم : استخدام الكسور الاعتيادية التي تعبّر عن الأعداد كأجزاء متساوية من الكلّ وكيفية تبسيطها.

نشاط :

اِشتركت نادية في معرض المشاريع الصغيرة، واحتاجت لعرض مجموعتها إلى ٤ ألواح متطابقة من الورق المقوّى .

اِستخدِم ٤ أوراق ملوّنة ، وساعِدْ نادية على تنفيذ مشروعها . بحيث :

- يُقسَّم اللوح الأوّل إلى جزأين متطابقين .
- يُقسَّم اللوح الثاني إلى ٤ أجزاء متطابقة .
- يُقسَّم اللوح الثالث إلى ٨ أجزاء متطابقة .
- يُقسَّم اللوح الرابع إلى ١٦ جزءًا متطابقًا .



اللوازم :
- مقصّ .
- أوراق ملوّنة .

لاحظ أنّ :

المنطقة التي تمثل $\frac{٢}{٤}$ تنطبق تمامًا على المنطقة التي تمثل $\frac{١}{٢}$

إذًا $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

وكذلك المنطقة التي تمثل $\frac{٤}{٨}$ تنطبق تمامًا على المنطقة التي تمثل $\frac{١}{٢}$

إذًا $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

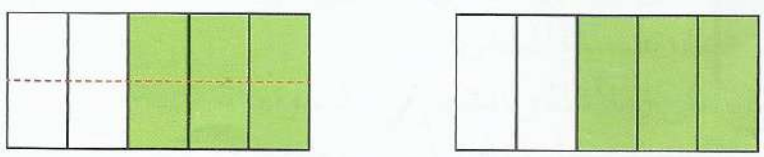
ولذلك $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٤}$ تُسمّى كسورًا متكافئة .

تذكَّرْ أنّ:
- الكسر يصف جزءًا من الكلّ عندما يُجزَّأ الكلّ إلى أجزاء متساوية .
- البسط هو : العدد الذي يوضّح عدد الأجزاء من العدد الكلّي .
- المقام هو : العدد الذي يوضّح العدد الكلّي للأجزاء .

الكسور المتكافِئة : هي كسور تمثّل المقدار نفسه من الكل .

لاحظ أنّ :

الأجزاء المظلَّلة في كلا الرسمين تمثّل المقدار نفسه من الكل .



$\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٦}{١٠}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

يمكنك أن تحصل على صورة أخرى للكسر ، وذلك بإحدى الطريقتين :

• الطريقة الأولى :

$$\frac{٢}{٤} = \frac{٢ \times ١}{٢ \times ٢}$$

• الطريقة الثانية :

$$\frac{١}{٢} = \frac{٣ \div ٣}{٣ \div ٦}$$

معلومات مفيدة:
تُستخدَم الكسور في المتاجر لتيسير شراء السلع بكمّيات ملائِمة .

لاحِظ أنّ :
عندما تضرب بسط ومقام الكسر في عدد غير الصفر تحصل على كسر آخر مكافِئ له . وكذلك عند القسمة ، نقسم البسط والمقام على عدد غير الصفر في آنٍ واحد لنحصل على كسر آخر مكافىء له .

تذكَّرْ أنّ:
العامل المشترَك الأكبر لعددين هو أكبر عامل يقبل كلا العددين القسمة عليه بدون باقٍ .

تدرّب (١) :
تدّخر منال $\frac{٣}{٩}$ من مصروفها الشهري لشراء هديّة لوالدتها . أُكتب كسرين مكافِئين يمثّلان ما تدّخره منال من مصروفها .

$$\frac{٣}{٩} = \text{.....}$$

تبسيط الكسور

مثال (١) :
ضَع الكسر $\frac{٢٤}{٦٠}$ في أبسط صورة :

الحلّ:

قالت لولوة :

$$\frac{٢٤ \div ٢}{٦٠ \div ٢} = \frac{١٢}{٣٠}$$

الكسر $\frac{١٢}{٣٠}$ ليس في أبسط صورة

$$\frac{١٢ \div ٦}{٣٠ \div ٦} = \frac{٢}{٥}$$

$\frac{٢٤}{٦٠}$ في أبسط صورة هو $\frac{٢}{٥}$

قالت إسراء:

أوجِد ع . م . أ للعددين ٢٤ ، ٦٠

$٢٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣$

$٦٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٥$

ع . م . أ $= ٢ \times ٢ \times ٣ = ١٢$

وبالتالي :

$$\frac{٢٤}{٦٠} = \frac{٢٤ \div ١٢}{٦٠ \div ١٢} = \frac{٢}{٥}$$

ملاحظة :
حصلنا على الكسر في أبسط صورة في خطوة واحدة عندما قسمنا كلًّا من البسط والمقام على العامل المشترَك الأكبر ع . م . أ

@MidNight_Document @MidNight_Math

تدرّب (٢)

أُكتب كلّ كسر ممّا يلي في أبسط صورة :

أ) $\frac{٥}{٤٠} = \frac{٥ \div ٥}{٤٠ \div ٥} = \frac{١}{٨}$

ب) $\frac{٧}{٢١} = \frac{٧ \div ٧}{٢١ \div ٧} = \frac{١}{٣}$

جـ) $\frac{١٢}{١٨} = \frac{١٢ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{٢}{٣}$

د) $\frac{٣٦}{٤٥} = \frac{٣٦ \div ٩}{٤٥ \div ٩} = \frac{٤}{٥}$

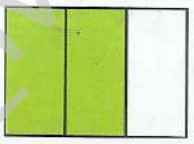
فكّر وناقِش

وضِّح لماذا لا يمكن تبسيط الكسور التالية ؟ لأنه ليس لهم عوامل مشتركة سوى الواحد الصحيح وبالتالي لا يمكن تبسيط أو اختصار هذه الكسور في أبسط صورة

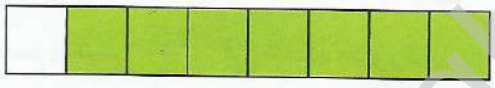
$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٢}{١٧}$ ، $\frac{١١}{١٣}$

تمرين

١) ما الكسر الدالّ على الجزء المظلَّل من كلّ منطقة ؟ أعطِ كسرًا مكافِئًا لهذا الكسر :

أ) 

$\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$

ب) 

$\frac{٧}{٨} = \frac{١٤}{١٦}$

٢) أوجِد كسرين اعتياديين مكافِئين لكلّ من الكسور التالية :

أ) $\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٩}{١٥}$

ب) $\frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤} = \frac{١٠}{٤٠}$

جـ) $\frac{١}{٦} = \frac{٢}{١٢} = \frac{٣}{١٨}$

د) $\frac{١٢}{١٤} = \frac{٦}{٧} = \frac{٢٤}{٢٨}$

هـ) $\frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥} = \frac{٢٠}{٥٠}$

و) $\frac{٤}{٩} = \frac{٨}{١٨} = \frac{١٤}{٧}$

٣) أوجِد العامل المشترَك الأكبر (ع. م. أ) لكلّ زوج من الأعداد التالية :

أ) ٨ ، ٤ — ٨ = ٤ × ٢ ، ٤ = ٢ × ٢ × ١ ، ع.م.أ = ٤

ب) ١٢ ، ١٥ — ع.م.أ = ٣

جـ) ٤٨ ، ١٦ — ٤٨ = ١٦ × ٣ ، ع.م.أ = ١٦

د) ٤٩ ، ٣٥ — ٣٥ = ٧ × ٥ ، ٤٩ = ٧ × ٧ ، ع.م.أ = ٧

هـ) ٧ ، ٣ — ٣ = ٣ × ١ ، ٧ = ٧ × ١ ، ع.م.أ = ١

و) ١٤ ، ٢٨ — ٢٨ = ٢ × ١٤ ، ١٤ = ٧ × ٢ ، ع.م.أ = ١٤

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ ضَعِ الكسور الاعتيادية التالية في أبسط صورة :

أ $\frac{٧ \div ٧}{١٤ \div ٧} = \frac{١}{٢}$

ب $\frac{٥ \div ٥}{٢٥ \div ٥} = \frac{١}{٥}$

جـ $\frac{٢٠ \div ١٠}{٣٠ \div ١٠} = \frac{٢}{٣}$

د $\frac{٦ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{١}{٣}$

هـ $\frac{١٢ \div ١٢}{٣٦ \div ١٢} = \frac{١}{٣}$

و $\frac{٨ \div ٢}{١٠ \div ٢} = \frac{٤}{٥}$

ز $\frac{٦ \div ٢}{٨ \div ٢} = \frac{٣}{٤}$

ح $\frac{٢١ \div ٧}{٣٥ \div ٧} = \frac{٣}{٥}$

ط $\frac{٣ \div ٣}{١٨ \div ٣} = \frac{١}{٦}$

ي $\frac{١١ \div ١١}{٤٤ \div ١١} = \frac{١}{٤}$

ك $\frac{٣ \div ٩}{١٥ \div ٣} = \frac{٣}{٥}$

ل $\frac{٨ \div ٢٤}{٨ \div ٦٤} = \frac{٣}{٨}$

٥ زجاج النافذة الموضَّحة على شكل مربّعات متطابقة بعضها أبيض ، وبعضها الآخر ملوَّن .

أ أُكتب في صورة كسر اعتيادي ما يمثّله عدد مربّعات الزجاج الملوَّن إلى العدد الكلّي للمربّعات الزجاجية ، واكتب كسرًا مكافِئًا له .

$\frac{٦ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{١}{٣}$

ب أُكتب في صورة كسر اعتيادي ما يمثّله عدد مربّعات الزجاج الأبيض إلى العدد الكلّي للمربّعات الزجاجية ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة .

$\frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢-٧ الكسور المركَّبة والأعداد الكسرية
Improper Fractions and Mixed Numbers

سوف تتعلّم : كيفية تحويل العدد الكسري إلى كسر مركَّب والعكس .

العبارات والمفردات :
كسر مركَّب
Improper Fraction
عدد كسري
Mixed Number

تذكَّرْ أنّ :
- الكسر المركَّب هو كسر اعتيادي بسطه أكبر من مقامه أو يساويه ($\frac{٢٠}{٩}$ كسر مركَّب) .
- العدد الكسري يتكوّن من عدد كلّي غير صفري وكسر اعتيادي ($٣\frac{٤}{٥}$ عدد كسري) .

نشاط :

قام مجموعة من المتعلّمين بإعداد تصاميم لأشكال هندسية ، وتمّ توزيع نماذج من مصوّرات تمثل مضلعات مختلفة على المتعلّمين في مجموعات لتنفيذ التصاميم كالآتي :

المجموعة	التصميم المطلوب	الأجزاء المتاحة	الجزء الواحد	كسر مركَّب	عدد كسري
المجموعة الأولى			$\frac{١}{٦}$	$\frac{٧}{٦}$	$١\frac{١}{٦}$
المجموعة الثانية			$\frac{١}{٣}$	$\frac{٥}{٣}$	$١\frac{٢}{٣}$
المجموعة الثالثة			$\frac{١}{٢}$	$\frac{٥}{٢}$	$٢\frac{١}{٢}$

أكمِل الجدول وأجِب عن الأسئلة التالية :

أ هل يمكن كتابة أيّ كسر مركَّب على صورة عدد كسري ؟

لا ، لأنه في حالة كان البسط يساوي المقام يكتب في صورة عدد صحيح
أو في حالة كان البسط يقبل القسمة على المقام

ب هل يمكن إعادة كتابة أيّ عدد كسري في صورة كسر مركَّب ؟ فسِّر إجابتك .

نعم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تعلَّم :

الكسور الاعتيادية

كسر اعتيادي أصغر من ١

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٤}{٨}$ ، .....

كسر اعتيادي أكبر من أو يساوي ١

يُكتَب على صورتين

كسر مركَّب

$\frac{٥}{٥}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٩}{٥}$ ، $\frac{١٢}{٨}$ ، $\frac{١٤}{٧}$ ، .....

عدد كسري

$٧\frac{١}{٢}$ ، $٥\frac{٣}{٤}$ ، $٩\frac{١}{٦}$ ، .....

كتابة كسر مركَّب في صورة عدد كسري

مثال (١) :

ضع $\frac{١١}{٤}$ في صورة عدد كسري :

٢ والباقي ٣

٤) ١١

الحلّ :

$\frac{١١}{٤} = ١١ \div ٤ = ٢$ والباقي ٣

وبالتالي $\frac{١١}{٤} = ٢\frac{٣}{٤}$

تدرَّب (١) :

اُكتب في صورة عدد كسري ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $\frac{١٤}{٣} = ٤\frac{\square}{٣}$

ب $\frac{٢٦}{٩} = ٢\frac{٨}{\square}$

جـ $\frac{٢١}{٦} = ٣\frac{\square}{٦}$

د $\frac{٣٥}{٤} = ٨\frac{\square}{٤}$

هـ $\frac{٣٣}{٨} = ٤\frac{\square}{٨}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكِّر وناقِش

هل يمكن أن يساوي كسر مركَّب عددًا كلّيًّا ؟ وضِّح إجابتك بمثال . نعم

$\frac{٢٥}{٥} = ٥$

كتابة عدد كسري في صورة كسر مركَّب

مثال (٢) :

أُكتب $٤\frac{٣}{٥}$ في صورة كسر مركَّب :

إليك طرائق الحل

• **الطريقة الأولى :**

$٤\frac{٣}{٥} = ٤ + \frac{٣}{٥}$

$= \frac{٢٠}{٥} + \frac{٣}{٥}$

$= \frac{٢٣}{٥}$

• **الطريقة الثانية :**

$٤\frac{٣}{٥} = \frac{(٥ \times ٤) + ٣}{٥}$

$= \frac{٢٣}{٥}$

وبالتالي $٤\frac{٣}{٥} = \frac{٢٣}{٥}$

تدرّب (٢) :

أُكتب في صورة كسر مركَّب :

أ) $١\frac{٢}{٣} = \frac{\square}{٣}$ ، $\square = ٥$

ب) $١٣\frac{١}{٢} = \frac{\square}{٢}$ ، $\square = ٢٧$

جـ) $٤\frac{٥}{٥} = \frac{\square}{٥}$ ، $\square = ٢٥$

د) $٤\frac{٢}{٧} = \frac{\square}{٧}$ ، $\square = ٣٠$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٣) : تقييم تحصيلي

أُكتب كلّ عدد كسري في صورة كسر مركَّب ،
واكتب كلّ كسر مركَّب في صورة عدد كسري .

أ تستهلك عملية غسل الأطباق في أحد المنازل $٢٥\frac{٢}{٣}$ لترًا من المياه ..... = $\frac{٧٧}{٣}$

ب تنساب المياه بمعدَّل $٣\frac{٧}{٨}$ لتراتٍ كلّ دقيقة ..... = $\frac{٣١}{٨}$

جـ حوض أسماك يمتلئ بـ $\frac{٢٨}{٥}$ لتر من المياه ..... $٥\frac{٣}{٥}$

تمـــرَّنْ :

١ أُكتب في صورة كسر مركَّب :

أ $٨\frac{١}{٢}$ = ... $\frac{١٧}{٢}$	ب $٧\frac{٥}{٩}$ = ... $\frac{٦٨}{٩}$	جـ $٣\frac{١}{٣}$ = ... $\frac{١٠}{٣}$
د $٦\frac{٢}{٥}$ = ... $\frac{٣٢}{٥}$	هـ $٢\frac{٤}{٥}$ = ... $\frac{١٤}{٥}$	و $٦\frac{١}{٣}$ = ... $\frac{١٩}{٣}$
ز $٤\frac{٨}{٩}$ = ... $\frac{٤٤}{٩}$	ح $٥\frac{٦}{١١}$ = ... $\frac{٦١}{١١}$	ط $١\frac{٨}{٨}$ = ... $\frac{١٦}{٨}$

٢ أُكتب في صورة عدد كسري :

أ $\frac{١٠}{٣}$ = ... $٣\frac{١}{٣}$	ب $\frac{١٤}{٥}$ = ... $٢\frac{٤}{٥}$
جـ $\frac{١٥}{٨}$ = ... $١\frac{٧}{٨}$	د $\frac{١٣}{٢}$ = ... $٦\frac{١}{٢}$
هـ $\frac{٢٩}{٣}$ = ... $٩\frac{٢}{٣}$	و $\frac{٣٩}{٩}$ = ... $٤\frac{٣}{٩} = ٤\frac{١}{٣}$
ز $\frac{٢٥}{١١}$ = ... $٢\frac{٣}{١١}$	ح $\frac{١٨}{١٦}$ = ... $١\frac{٢}{١٦} = ١\frac{١}{٨}$

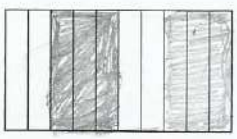
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣-٧ التحويل بين الكسور الاعتيادية والكسور العشرية
Converting Fractions and Decimals

سوف تتعلّم : التحويل بين الكسور من الصورة الاعتيادية إلى الصورة العشرية والعكس .

نشاط :

- مثِّل $\frac{٣}{٥}$ على شبكة العشرة .



شبكة العشرة

اكتب الكسر الممثَّل على الشبكة في الصورة العشرية ..... $\frac{٦}{١٠}$ = ٠,٦

- مثِّل $\frac{٣}{٤}$ على شبكة المئة .

شبكة المئة

اكتب الكسر الممثَّل على الشبكة في الصورة العشرية ..... $\frac{٧٥}{١٠٠}$ = ٠,٧٥

- هل يمكن تمثيل $\frac{١}{٤}$ على شبكة العشرة ؟ فسِّر ذلك .

الكسور الاعتيادية والكسور العشرية صورتان مختلفتان لنفس الكسر لكتابة بعض الأعداد المحصورة بين الأعداد الكلّية .

تدرّب (١) :

١ أُكتب في الصورة العشرية :

أ $\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥}$ ..... $\frac{٥}{١٠}$

ب $\frac{٣}{٢٥} = \frac{٣ \times ٤}{٢٥ \times ٤}$ ..... $\frac{١٢}{١٠٠}$

العبارات والمفردات :

كسر عشري منتهٍ
Terminating Decimal

كسر عشري دوري (متكرّر)
Repeating Decimal

معلومات مفيدة :

يستخدم المسافرون العلاقة بين الكسور الاعتيادية والكسور العشرية ، عند تحويل العملات .

اللوازم :

- شبكة العشرة .
- شبكة المئة .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تذكَّرْ أنّ:
$10 = 5 \times 2$
$100 = 25 \times 4$
$1000 = 125 \times 8$

٢ أُكتب كلًّا من الكسور العشرية التالية في صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة :

أ $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ ..... | ب $0,013 = \frac{13}{1000}$ .....

مثال (١) :

أ ضَعْ $\frac{3}{8}$ في صورة كسر عشري :

• الطريقة الأولى :

$$\begin{array}{r|l} 0,375 & \\ \hline 8 & 3,000 \\ & -24 \\ \hline & 60 \\ & -56 \\ \hline & 40 \\ & -40 \\ \hline & 00 \end{array}$$

لاحظ أنّ القسمة "منتهية"

$\frac{3}{8} = 0,375$

• الطريقة الثانية :

$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$

ويُسمّى $0,375$ كسرًا عشريًّا منتهيًا .

ب أُكتب $\frac{4}{11}$ في صورة كسر عشري :

$$\begin{array}{r|l} 0,3636 & \\ \hline 11 & 4,0000 \\ & -33 \\ \hline & 70 \\ & -66 \\ \hline & 40 \\ & -33 \\ \hline & 70 \end{array}$$

لاحِظ أنّ القسمة "غير منتهية".
والأرقام في الناتج تتكرّر بنمط معيَّن.

وبالتالي $\frac{4}{11} \approx 0,3636\ldots$

$= 0,\overline{36}$

ويُسمّى $0,\overline{36}$ كسرًا عشريًّا دوريًّا (متكرّرًا) .

تدرّب (٢) :

أُكتب الكسور الاعتيادية التالية في صورة كسور عشرية ، وحدِّد ما إذا كان هذا الكسر منتهيًا أم دوريًّا :

أ $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$ ..... | ب $\frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0,52$ ..... | جـ $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$ .....

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٣) :

ضَعْ في الصورة الاعتيادية في أبسط صورة :

أ ٠,٣ = $\frac{٣}{١٠}$	ب ٠,٢٧ = $\frac{٢٧}{١٠٠}$
جـ ٠,١٥١ = ...	د ٠,٦ = ...
هـ ٠,٣٦ = ...	و ٠,١٠٥ = ...

تدرّب (٤) :

يستخدم العامل مجموعة مكاييل في محلّات العصير

تتّسع لـ $\frac{١}{٤}$ كوب ، $\frac{١}{٣}$ كوب ، $\frac{٢}{٥}$ كوب .

حوِّل هذه السعات إلى كسور عشرية :

.....

.....

فكِّر وناقِش

هل ٠,$\overline{٣}$ = ٠,٣٣ ؟ فسِّر إجابتك .

.....

تمـــرَّنْ :

١ أكمل كلًّا ممّا يلي :

أ ٠,$\overline{٦}$ = ...

ب ٠,$\overline{١٤}$ = ...

جـ ٠,٥$\overline{٨}$ = ...

د ٠,$\overline{٨٢٧}$ = ٠,٨٢٧٢٧٢٧...

هـ ٠,$\overline{٣٤٥}$ = ...

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢ أُكتب كلّ كسر اعتيادي في الصورة العشرية ، ثمّ حدِّد ما إذا كان منتهيًا أم دوريًّا:

أ $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠}$ ، ٠٫٤ ، منتهي

ب $\frac{٢}{١١}$ = ٠٫١٨ ، دوري

جـ $\frac{٤٧}{٢٥} = \frac{٢٨}{١٠٠}$ = ٠٫٢٨ ، منتهي

د $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ = ٠٫٦ ، دوري

هـ $\frac{٥}{٢٠} = \frac{٢٥}{١٠٠}$ = ٠٫٢٥ ، منتهي

و $\frac{٩}{٤٠} = \frac{٢٢٥}{١٠٠٠}$ = ٠٫٢٢٥ ، منتهي

ز $\frac{٧}{٩}$ = ٠٫٧ ، دوري

ح $\frac{٣}{٨} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠}$ = ٠٫٣٧٥ ، منتهي

ط $\frac{١٩}{٢٠} = \frac{٩٥}{١٠٠}$ = ٠٫٩٥ ، منتهي

٣ أُكتب كلّ كسر عشري في صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة :

أ ٠٫٣ = $\frac{٣}{١٠}$

ب ٠٫٢٥ = $\frac{٢٥}{١٠٠} = \frac{١}{٤}$

جـ ٠٫٤ = $\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

د ٠٫١١ = $\frac{١١}{١٠٠}$

هـ ٠٫٣٥ = $\frac{٣٥}{١٠٠} = \frac{٧}{٢٠}$

و ٠٫٦٤ = $\frac{٦٤}{١٠٠} = \frac{١٦}{٢٥}$

ز ٠٫٥٦ = $\frac{٥٦}{١٠٠} = \frac{١٤}{٢٥}$

ح ٠٫١٢٥ = $\frac{١٢٥}{١٠٠٠} = \frac{١}{٨}$

ط ٠٫١٣١ = $\frac{١٣١}{١٠٠٠}$

٤ اِشترى سيف بعض أنواع الخضار لعمل سلطة ، وكانت أوزان أصناف الخضروات كالآتي :
٠٫٥ كجم ، ٠٫٢٥ كجم ، ٠٫٣٧٥ كجم .

أُكتب الأوزان السابقة في صورة كسور اعتيادية في أبسط صورة :

٠٫٥ = $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٠٫٢٥ = $\frac{٢٥}{١٠٠} = \frac{١}{٤}$

٠٫٣٧٥ = $\frac{٣٧٥}{١٠٠٠} = \frac{٣}{٨}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-٧ المقارنة والترتيب
Comparing and Ordering

سوف تتعلّم : مقارنة الكسور والأعداد الكسرية وترتيبها .

تمرين (١) ص ٣٤ هندسه

العبارات والمفردات :
مقام مشترك
Common Denominator

نشاط :

أنهى محمّد المشروع الخاصّ بمادّة الرياضيات في $\frac{٣}{٥}$ من الوقت المخصَّص للمشروع ، وأنهى راشد المشروع نفسه في $\frac{٧}{١٠}$ من الوقت المخصَّص له .

أيّهما كان الأسرع في إنهاء المشروع ؟

لمعرفة الأسرع في إنهاء المشروع قارن بين $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{١٠}$

أوجِد (م. م. أ) للمقامات

م. م. أ للعددين ٥ ، ١٠ هو ١٠

$\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠}$

أُكتب كسرًا مكافِئًا لكلّ من الكسرين

$\frac{٧}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

قارِن بين البسطين

$\frac{٧}{١٠}$ ⑦ $\frac{٦}{١٠}$

إذًا $\frac{٧}{١٠}$ ⑦ $\frac{٣}{٥}$

نلاحظ أنّ :

محمد هو الأسرع في إنهاء المشروع لأنّه استغرق وقتًا أقلّ من راشد .

تذكَّرْ أنّ:
- المضاعَف المشترَك الأصغر (م. م. أ) هو أصغر عدد غير الصفر يكون مضاعَفًا لعددين مختلفين أو أكثر.
- إذا كان الكسران لهما المقام نفسه، فإنّ الكسر الذي بسطه أكبر يكون هو الأكبر.
$\frac{٣}{٥} < \frac{١}{٥}$
- إذا كان الكسران لهما البسط نفسه ، فإنّ الكسر الذي مقامه أكبر يكون هو الأصغر.
$\frac{٧}{١٢} > \frac{٧}{٩}$

لاحظ أنّ:

إحدى طرق المقارنة هي إيجاد كسور مكافئة لها المقام نفسه ، وعندئذ نقارن بين بسوط الكسور .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

قارِن باستخدام (> أو < أو =):

أ) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٧}{٨}$ (م. م. أ للعددين ٦، ٨ هو ٢٤)

$\frac{٢٠}{٢٤}$ (<) $\frac{٢١}{٢٤}$

$\frac{٥}{٦}$ (<) $\frac{٧}{٨}$

ب) $٣\frac{٢}{٩}$ ، $٣\frac{١}{٦}$ (م. م. أ للعددين ٦، ٩ هو ١٨)

$٣\frac{٤}{١٨}$ (>) $٣\frac{٣}{١٨}$

$٣\frac{٢}{٩}$ (>) $٣\frac{١}{٦}$

تدرّب (٢) :

ضَعْ (> أو < أو =) لتحصل على عبارة صحيحة :

أ) $\frac{١}{٤}$ (<) $\frac{٥}{١٦}$ ب) $\frac{٣}{٧}$ (<) $\frac{٧}{٣}$

جـ) $\frac{٥}{٨}$ (>) $\frac{٥}{١٢}$ د) $٩\frac{١}{٣}$ (=) $٩\frac{٣}{٩}$

يمكنك توظيف ما تعلّمته في المقارنة بين الكسور لترتيبها .

مثال :

رتب الكسور $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$ تصاعديًّا :

الحلّ :

م. م. أ للأعداد ٢ ، ٣ ، ٦ هو ٦

$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$

وبما أنّ $\frac{٣}{٦} < \frac{٤}{٦} < \frac{٥}{٦}$ ، فإنّ الترتيب التصاعدي هو $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٦}$

تدرّب (٣) :

رتِّب الكسور $\frac{٢}{٣}$ ، ٠,٤ ، $\frac{١}{٢}$ تنازليًّا :

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكّر وناقِش

بما أنّ ٥ > ٤ ، فهل $\frac{٥}{٨} > \frac{٤}{٣}$ ؟ فسّر إجابتك .

تمـــرَّن :

١ أُكتب المضاعف المشترَك الأصغر (م. م. أ) للمقامات لكلّ ممّا يلي :

أ) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$

ب) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٧}{١٦}$

جـ) $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٤}{٦}$

د) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٦}{٧}$

٢ قارِن باستخدام (> أو < أو =) لكلّ ممّا يلي :

أ) $\frac{١}{٥}$ (<) $\frac{٥}{٦}$

ب) $٥\frac{٣}{٧}$ (<) $٥\frac{٢}{٧}$

جـ) $\frac{٤}{٩}$ (<) $\frac{٤}{٧}$

د) $\frac{٢}{٣}$ (=) $\frac{٨}{١٢}$

هـ) ٠,٦ (<) $\frac{٦}{٨}$

و) $\frac{٣}{٧}$ (<) $\frac{٦}{٣}$

ز) $١\frac{٧}{٦}$ (=) $٢\frac{١}{٦}$

ح) $\frac{٥}{٨}$ (<) $\frac{١٠}{٢٤}$

ط) $\frac{٣}{١٥}$ (<) $\frac{٦}{٩}$

ي) ٢,٢٥ (=) $٢\frac{١}{٤}$

ك) $\frac{٧}{١١}$ (>) $\frac{٢}{٣}$

ل) $\frac{٨}{٥}$ (<) $\frac{١٣}{٩}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ رتِّب تصاعديًّا :

أ $\frac{٣}{١١}$ ، $\frac{١١}{٣}$ ، $\frac{١٢}{١٢}$

ب $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، ٠,٧٥ ، $\frac{١}{٣}$

٤ رتِّب تنازليًّا :

أ $\frac{١٢}{٥}$ ، ٢,٦ ، $\frac{١٩}{٢٠}$ ، $٢\frac{١}{٤}$

ب $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٣ ، $\frac{١}{٤}$

٥ في أحد الاختبارات أجاب محمّد عن $\frac{٥}{٦}$ من مجموع الأسئلة إجابات صحيحة ، في حين أجاب خالد عن $\frac{٧}{٩}$ من مجموع الأسئلة إجابات صحيحة ، فأيّهما سيحصل على أعلى درجة في الاختبار ؟

٦ مع شيماء خيط طوله $٣\frac{٥}{٨}$ مترًا ، فهل معها ما يكفي لإنجاز حياكة قميص يحتاج إلى ٣,٥ متر من هذا الخيط ؟

٧ في أحد الاحتفالات ، باعت دانة $\frac{٣}{٦}$ من التذاكر ، وباعت لطيفة $\frac{٢}{٨}$ من هذه التذاكر ، في حين باعت مها باقي التذاكر . من باع أكثر ، دانة أم لطيفة ومها معًا ؟ فسِّر إجابتك .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥-٧ جمع الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية
Adding Fractions in their Common and Decimal Form

سوف تتعلّم : كيفية جمع الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية .

معلومات مفيدة :
يحتاج المزارعون إلى جمع الأعداد الكسرية عند وزن المحاصيل الزراعية وذلك استعدادًا لبيعها .

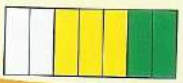
نشاط :

يجمع سالم الموادّ المستهلَكة لإعادة تدويرها ، فجمع في أحد الأيّام $\frac{٢}{٣}$ كجم زجاجات فارغة ، $\frac{١}{٤}$ كجم علب ألومينيوم فارغة ، **ما وزن ما جمعه سالم ؟**

من السهل أن تجمع الكسور التي لها المقامات نفسها لأنّها تعبّر عن أجزاء متطابقة من الوحدة ، ولكن يختلف الوضع عندما تتعامل مع الكسور ذات المقامات المختلفة لأنّها تمثّل أجزاء غير متطابقة من الوحدة .

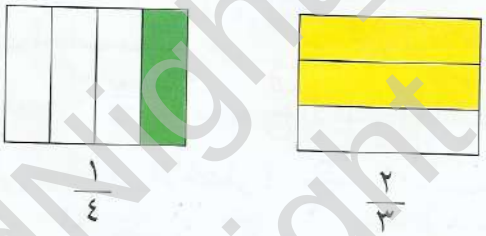
تذكَّرْ أنّ:
- عند جمع كسرين اعتياديين متّفقي المقام ، فإنّنا نجمع البسوط فقط والمقام لا يتغيّر .

$\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٥}{٧}$

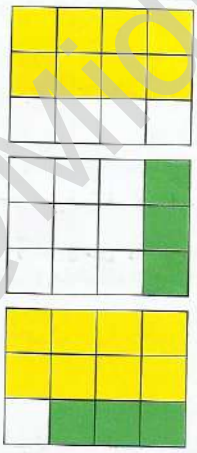


وزن ما جمعه سالم :

$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٤}$



لكي نجمع الكسور ذات المقامات المختلفة ، نحتاج إلى إيجاد كسر آخر مكافئ لكل منها بحيث يكون لها المقام نفسه .



$\frac{٢}{٣} = \frac{\quad}{١٢} = \frac{٨}{١٢}$

$\frac{١}{٤} = \frac{\quad}{١٢} = \frac{٣}{١٢}$

$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٤} = \frac{٨}{١٢} + \frac{٣}{١٢}$

إذًا وزن ما جمعه سالم = $\frac{١١}{١٢}$ كجم

@MidNight_Document
@MidNight_Main

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥}$

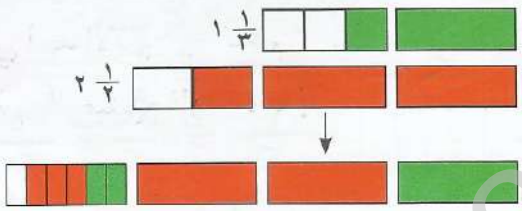
ب $\frac{٢}{٩} + \frac{٧}{٩} = \frac{٩}{٩} = ١$

جـ $\frac{١}{٦} + \frac{٢}{٧} = \frac{٧}{٤٢} + \frac{١٢}{٤٢} = \frac{١٩}{٤٢}$

د $٠,٧ + \frac{٢}{٣} = \frac{٧}{١٠} + \frac{٢}{٣} = \frac{٢١}{٣٠} + \frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٤١}{٣٠} = ١\frac{١١}{٣٠}$

مثال :

أوجد ناتج $١\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٢}$



الحلّ :

م. م. أ للمقامين ٣ ، ٢ هو ٦

$١\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٢} = ١\frac{٢}{٦} + ٢\frac{٣}{٦} = ٣\frac{٥}{٦}$

ملاحظة :

إذا كان ناتج جمع الأجزاء الكسرية كسرًا مركّبًا ، يمكنك أن تعيد تسميته كعدد كسري مرّة أخرى ، وأن تجمع الأعداد الكلّية معًا .

تدرّب (٢) :

أوجِد الناتج ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $٩\frac{١}{٤} + ٢\frac{٥}{٦}$

م. م. أ للعددين ٤ ، ٦ هو ١٢

$٩\frac{٣}{١٢} + ٢\frac{١٠}{١٢} = ١١\frac{١٣}{١٢} = ١٢\frac{١}{١٢}$

ب $٤\frac{٣}{٥} + ٧,٩$

طريقة أخرى

$٤,٦ + ٧,٩ = ١٢,٥$

$٤\frac{٣}{٥} + ٧\frac{٩}{١٠} = ١١\frac{١٥}{١٠} = ١٢\frac{٥}{١٠} = ١٢\frac{١}{٢}$

تدرّب (٣) :

تقوم عائشة بمهمّتين بعد عودتها من المدرسة ، فهي ترتّب غرفتها مدّة $\frac{٣}{٤}$ ساعة وتمضي $\frac{١}{٢}$ ساعة في قراءة جزء من القرآن الكريم . فما الوقت الذي تمضيه عائشة في إنجاز المهمّتين ؟

١ الوقت الذي تمضيه عائشة في انجاز المهمتين

$\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٤} = \frac{٥}{٤} = ١\frac{١}{٤}$ ساعة

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكِّر وناقِش

هل يمكنك إجراء المقارنة التالية ذهنيًّا ؟ فسِّر إجابتك .

$\frac{٧}{٢} + \frac{٥}{٣}$ ☐ ٨

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج ، ثم ضَعْه في أبسط صورة :

أ $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥} =$

ب $\frac{١}{٩} + \frac{٥}{٦} =$

جـ $\frac{٣}{٢٠} + ٠,٧٥ =$

د $\frac{٥}{٧} + \frac{٥}{١٤} =$

هـ $٣٦ + ١٥\frac{١}{٥} =$

و $٩\frac{٦}{٧} + ٤,٢ =$

ز $٥\frac{٢}{٣} + \frac{٢}{٧} =$

ح $١٢,٧ + ٣\frac{٥}{٨} =$

ط $١١\frac{٣}{٨} + ٧\frac{٣}{٤} =$

ي $١٥\frac{١}{٢} + ٣\frac{٢}{٩} + ٧\frac{١}{٦} =$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢ باع تاجر $٦\frac{٣}{٤}$ لترًا من الزيت ، ثمّ باع ٤,٨ لترات أخرى . فكم لترًا باع التاجر ؟

ما باعه التاجر = $٦\frac{٣}{٤}$ + ٤,٨

= ٦,٧٥ + ٤,٨ = ١١,٥٥ لترًا

٣ حضّرت فاطمة سلطة فواكه للمشاركة في مسابقة الطبق الخيري الخاصّ بالمدرسة (بالمقادير الموضّحة في الجدول) ، فكم كوبًا من الفواكه استعملت فاطمة لتحضير السلطة ؟

وصفة سلطة الفواكه
$٣\frac{٣}{٤}$ كوب تفّاح
$١\frac{٧}{٨}$ كوب عنب
$٢\frac{٥}{٦}$ كوب برتقال

عدد أكواب الفواكه المستعملة = $٣\frac{٣}{٤}$ + $١\frac{٧}{٨}$ + $٢\frac{٥}{٦}$

$٣\frac{١٨}{٢٤}$ + $١\frac{٢١}{٢٤}$ + $٢\frac{٢٠}{٢٤}$ = $٦\frac{٥٩}{٢٤}$ = $٦\frac{١١}{٢٤}$ ٨ كوب تقريبًا

٤ اِستخدِم الجدول التالي لتجيب عمّا يلي :

تكاليف تأسيس شركة تجارية بالمليون دينار كويتي				
الأرض	البناء	السلع	مكاتب وديكور	متنوّعات
$٢\frac{١}{٤}$	$٥\frac{٣}{٨}$	$٤\frac{١}{٢}$	$١\frac{٣}{٤}$	٠,١٢٥

أ كم بلغت تكاليف الأرض والبناء ؟

٢,٢٥٠ + ٥,٣٧٥ + ٤,٥٠٠ + ١,٧٥٠ + ٠,١٢٥ = ١٤,٠٠٠ مليون دينار

ب كم بلغت تكاليف المكاتب والديكور والمصاريف المتنوّعة ؟

١,٧٥٠ + ٠,١٢٥ = ١,٨٧٥ مليون دينار

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٦-٧ طرح الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية

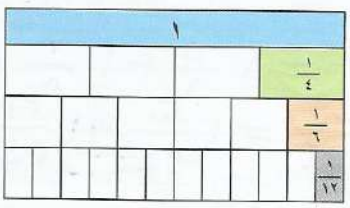
Subtracting Fractions in their Common and Decimal Form

سوف تتعلّم : كيفية طرح الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية وإعادة التسمية في الطرح .

نشاط :

تبرّع أحد رجال الأعمال بقطعة أرض مساحتها $\frac{١}{٤}$ هكتار لاستكمال إنشاء حديقة للأطفال ، فأصبحت مساحة الحديقة $\frac{٥}{٦}$ هكتار .

أوجِد مساحة الحديقة بالهكتار قبل التبرّع .



اطرح $\frac{١}{٤}$ من $\frac{٥}{٦}$

$$\frac{٥}{٦} - \frac{١}{٤} = \frac{١٠}{١٢} - \frac{٣}{١٢} = \frac{٧}{١٢}$$

إذًا ، مساحة الحديقة قبل التبرّع ..... $\frac{٧}{١٢}$ هكتار .

تدرّب (١) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٥}$

م.م.أ للعددين ٤ ، ٥ هو ٢٠

$$\frac{١٥}{٢٠} - \frac{٤}{٢٠} = \frac{١١}{٢٠}$$

ب $١٣\frac{٥}{٦} - ٧\frac{١}{١٠}$ م.م.أ = ٣٠

$$١٣\frac{٢٥}{٣٠} - ٧\frac{٣}{٣٠} = ٦\frac{٢٢}{٣٠}$$

$$= ٦\frac{١١}{١٥}$$

معلومات مفيدة :

يحتاج النجّارون إلى طرح الأعداد الكسرية عند تحديد كمّية الخشب المطلوبة لتنفيذ أيّ مشروع .

تذكَّرْ أنّ :

- الهكتار وحدة مساحة تساوي ١٠٠٠٠ متر مربّع ، و تساوي مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ١٠٠م .

تذكَّرْ أنّ :

عند طرح كسر اعتيادي من آخر متّفقي المقام ، نقوم بطرح البسط الثاني من الأوّل والمقام لا يتغيّر .

$\frac{٥}{٩} - \frac{٤}{٩} = \frac{١}{٩}$

@MidNight_Document @MidNight_Math

مثال :

أوجِد ناتج ما يلي :

١ $٧ - ٢\frac{١}{٣}$

الحلّ :

$٧ - ٢\frac{١}{٣}$

$= ٦\frac{٣}{٣} - ٢\frac{١}{٣} = ٤\frac{٢}{٣}$

لاحِظ إعادة التسمية

$٧ = ١ + ٦ = \frac{٣}{٣} + ٦ = ٦\frac{٣}{٣}$

---

٢ $٩\frac{١}{٣} - ٤\frac{٥}{٨}$

الحلّ :

$٩\frac{١}{٣} - ٤\frac{٥}{٨}$

$= ٩\frac{٨}{٢٤} - ٤\frac{١٥}{٢٤}$

$= ٨\frac{٣٢}{٢٤} - ٤\frac{١٥}{٢٤} = ٤\frac{١٧}{٢٤}$

لاحِظ إعادة التسمية

$٨\frac{٣٢}{٢٤} = ٨ + \frac{٣٢}{٢٤} = ٨ + ١ + \frac{٨}{٢٤} = ٩\frac{٨}{٢٤}$

لاحِظ أنّ:

نحتاج إلى إعادة تسمية العدد أحيانًا عندما يكون الكسر في المطروح أكبر من الكسر في المطروح منه .

تدرّب (٢) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $٩ - ٤\frac{١}{٢}$

ب $١,٨ - ٣\frac{٣}{٤}$

فكّر وناقِش

متى تحتاج إلى إعادة تسمية العدد الكلّي إلى عدد كسري ؟ أعطِ مثالًا .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $٢ - ٧\frac{٥}{١١}$

ب $٠,٥ - \frac{٧}{٨}$

جـ $١٤ - ٦\frac{٣}{١٠}$

د $١٥,٤ - ١١\frac{٤}{٥}$

هـ $١٢\frac{١}{٦} - ٧\frac{١}{٨}$

و $١٤\frac{١}{٦} - ٥\frac{٨}{٩}$

ز $\frac{٥}{٨} - \frac{٢٠}{٧٢} - \frac{٢}{٩}$

ح $\frac{١}{١٠} + \frac{٥}{١٤} - \frac{٣}{٧}$

٢ مع سلوى حبل طوله ٥,٢٥ متر ، قطعت منه $\frac{٣}{٥}$ متر . فكم مترًا بقي من الحبل مع سلوى ؟

٣ توقّع عادل أن يقذف الكرة لمسافة ١٠ أمتار إلى أعلى ، ولكنّه قذفها لمسافة $٧\frac{٤}{٥}$ أمتار فقط . فما الفرق بين توقّعه والمسافة الفعلية التي وصلت إليها الكرة ؟

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ اِشترى نجّار $13\frac{1}{3}$ مترًا مربعًا من الخشب لعمل إطارات للنوافذ . إذا استعمل $7\frac{2}{3}$ مترًا مربعًا من هذا الخشب للنوافذ الأمامية ، فكم بقي من الخشب للنوافذ الخلفية ؟

الباقي من الخشب $= 13\frac{1}{3} - 7\frac{2}{3} =$

$\frac{40}{3} - \frac{23}{3} = 5\frac{2}{3}$ متر

٥ ضَعْ علامة (> أو < أو =) لتحصل على عبارة صحيحة :

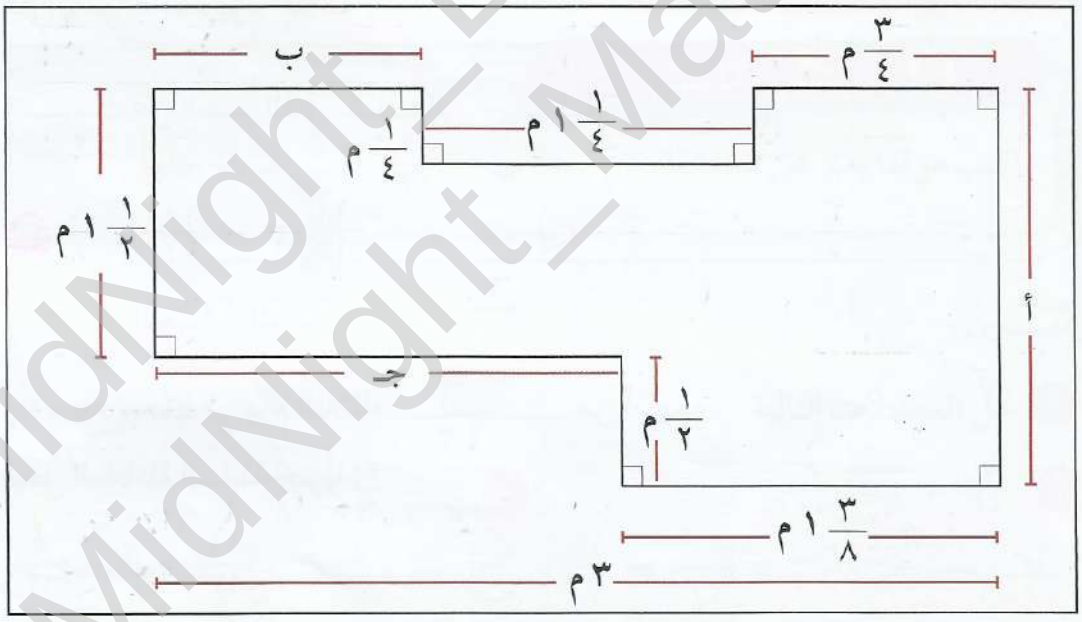
أ $\frac{1}{2}$ (>) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

ب $\frac{4}{16} - \frac{1}{8}$ (=) $\frac{1}{12} + \frac{1}{24}$

$\frac{4-2}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

$\frac{1+2}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

٦ وضع مصمِّم للأثاث المنزلي التصميم التالي لقطعة من الأثاث :



طول القطعة المستقيمة التي يمثّلها الحرف أ $= 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ م

أكمِل:

أ طول القطعة المستقيمة التي يمثّلها الحرف ب = $3 - (\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}) =$

$3 - 2 = 1$ متر

ب طول القطعة المستقيمة التي يمثّلها الحرف جـ = $3 - 1\frac{3}{8}$

$2\frac{8}{8} - 1\frac{3}{8} = 1\frac{5}{8}$ م

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٧-٧ حلّ المعادلات التي تشتمل على جمع وطرح الكسور الاعتيادية

Solving Equations Involving Addition and Subtraction of Fractions

سوف تتعلّم : حلّ المعادلات البسيطة عن طريق جمع الكسور الاعتيادية وطرحها .

نشاط :

باع محمّد $\frac{٥}{١٣}$ من أسهمه في سوق الكويت للأوراق المالية في يوم الإثنين ، وفي نهاية يوم الثلاثاء كان حصيلة ما تم بيعه $\frac{١١}{١٣}$ من إجمالي عدد أسهمه . **فما الكسر الدالّ على عدد الأسهم التي باعها محمّد يوم الثلاثاء ؟**

سنبحث عن الكسر الذي يُضاف إلى $\frac{٥}{١٣}$ ليكون الناتج $\frac{١١}{١٣}$.

$$\frac{٥}{١٣} + س = \frac{١١}{١٣}$$

باستخدام الحساب الذهني س = ... $\frac{٦}{١٣}$

إذًا ، باع محمّد في يوم الثلاثاء ..... $\frac{٦}{١٣}$ من أسهمه .

لحلّ المعادلة السابقة جبريًّا :

$$\frac{٥}{١٣} + س = \frac{١١}{١٣}$$

$$\frac{٥}{١٣} - \frac{٥}{١٣} + س = \frac{١١}{١٣} - \frac{٥}{١٣}$$ عكس عملية الجمع هي الطرح

$$س = \frac{٦}{١٣}$$

التحقق :

$$\frac{٥}{١٣} + \frac{٦}{١٣} = \frac{١١}{١٣}$$ عبارة صحيحة

تذكَّرْ أنّ :
إذا كان من الصعب حلّ المعادلات ذهنيًّا ، تستطيع أن تستخدم العملية العكسية .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

حُلَّ المعادلات التالية :

أ $س - \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٩}$

$س - \frac{٢}{٣} + \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٩} + \frac{٢}{٣}$

$س = \frac{٨}{٩} + \frac{٦}{٩} = \frac{١٤}{٩} = ١\frac{٥}{٩}$

ب $د + \frac{٥}{٧} = \frac{١٦}{٢١}$

$د + \frac{٥}{٧} - \frac{٥}{٧} = \frac{١٦}{٢١} - \frac{١٥}{٢١}$

$د = \frac{١}{٢١}$

جـ $س - ٧ = ٣\frac{٢}{٥}$

$س - ٧ + ٧ = ٣\frac{٢}{٥} + ٧$

$س = ١٠\frac{٢}{٥} = ١٠\frac{٢}{٥}$

فكّر وناقِش

أُكتب موقفًا يعبّر عن المعادلة $\frac{٧}{١٠} + ص = \frac{٢٦}{٢٠}$ ، وبيِّن طريقة حلّها .

تمـــرَّنْ :

١ حُلَّ المعادلات التالية :

أ $\frac{٧}{١٠} + م = \frac{٩}{١٠}$

$\frac{٧}{١٠} - \frac{٧}{١٠} + م = \frac{٩}{١٠} - \frac{٧}{١٠}$

$م = \frac{٢}{١٠}$

$م = \frac{١}{٥}$

ب $ج - \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٨}$

$ج - \frac{١}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٨} + \frac{١}{٥}$

$ج = \frac{١٥}{٤٠} + \frac{٨}{٤٠} = \frac{٢٣}{٤٠}$

$ج = \frac{٢٣}{٤٠}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

جـ $ص - \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٣٦}$

$ص = \frac{١}{٣٦} + \frac{٣}{٤}$

$ص = \frac{١}{٣٦} + \frac{٢٧}{٣٦} = \frac{٢٨}{٣٦}$

$ص = \frac{٧}{٩}$

د $ل - \frac{١}{٣} = \frac{٤}{١٥}$

$ل = \frac{١}{٣} + \frac{٤}{١٥}$

$ل = \frac{٥}{١٥} + \frac{٤}{١٥} = \frac{٩}{١٥}$

$ل = \frac{٣}{٥}$

هـ $أ + \frac{٢}{٣} = \frac{٢٣}{٣٠}$

$أ = \frac{٢٣}{٣٠} - \frac{٢}{٣}$

$أ = \frac{٢٣}{٣٠} - \frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٣}{٣٠}$

$أ = \frac{١}{١٠}$

و $ص + ٥ = ٧\frac{٧}{١٢}$

$ص = ٧\frac{٧}{١٢} - ٥$

$ص = ٢\frac{٧}{١٢}$

ز $هـ - ٤ = \frac{٣}{٧}$

$هـ = ٤ + \frac{٣}{٧}$

$هـ = ٤\frac{٣}{٧}$

ح $٢\frac{٧}{٨} + ب = ٢\frac{٢٣}{٢٤}$

$ب = ٢\frac{٢٣}{٢٤} - ٢\frac{٧}{٨}$

$ب = ٢\frac{٢٣}{٢٤} - ٢\frac{٢١}{٢٤}$

$ب = \frac{٢}{٢٤} = \frac{١}{١٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢ أُكتب معادلة لكلّ موقف من المواقف التالية ، ثمّ حلّها :

أ أكل خالد $\frac{١}{٥}$ علبة البسكويت يوم الخميس ، وأكل كمّية أخرى من نفس العلبة يوم الجمعة ، لتصبح الكمّية التي أُكِلت خلال اليومين $\frac{٢}{٣}$ علبة البسكويت . أوجِد مقدار ما أُكل يوم الجمعة ؟

نفرض كمية البسكويت التي أكلت يوم الجمعة = س

$\frac{١}{٥} + س = \frac{٢}{٣}$ ← $س + \frac{١}{٥} = \frac{٢}{٣}$

$س = \frac{١٠}{١٥} - \frac{٣}{١٥} = \frac{٧}{١٥}$

ب جمعت شيماء $\frac{٣}{٤}$ كجم من محار البحر ، إستخدمت بعضًا منها لتزيين إطار إحدى الصور وبقي معها $\frac{١}{٦}$ كجم . أُحسب وزن المحار المستخدَم في تزيين الإطار .

نفرض الكمية = س

$س + \frac{١}{٦} = \frac{٣}{٤}$

$س = \frac{٩}{١٢} - \frac{٢}{١٢} = \frac{٧}{١٢}$

وزن المحار المستخدم في التزيين = $\frac{٧}{١٢}$ كجم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨-٧ ضرب الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية
Multiplying Fractions in their Common and Decimal Form

سوف تتعلّم : ضرب الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية .

نشاط :

إستعمِل الجدول المجاور الذي يوضّح عدد الجرامات من الدهون المشبَّعة لكلّ ملعقة طعام لأنواع مختلفة من الدهون في حلّ الأسئلة التالية :

جرامات الدهون المشبَّعة لكلّ ملعقة طعام	
زيت العصفر	$\frac{٤}{٥}$
زيت الزيتون	١,٨
الزبدة	$٧\frac{١}{٢}$
الجبنة الدسمة	$٣\frac{١}{٥}$

أ) إستعملت ليلى ٣ ملاعق من زيت العصفر لتجهيز نوع من الطعام . **ما عدد جرامات الدهون المشبَّعة التي أضافتها إلى الطعام ؟**

عدد الجرامات = $\frac{٣}{١} \times \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٣ \times ٤}{١ \times ٥}$

$= \frac{١٢}{٥} = ٢\frac{٢}{٥}$ جم

ب) إذا وضعت ليلى نصف ملعقة من الزبدة على قطعة من الخبز ، **فما عدد جرامات الدهون المشبَّعة التي وضعتها على قطعة الخبز ؟**

$٧\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$\frac{١٥ \times ١}{٢ \times ٢} = \frac{١٥}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١٥}{٤} = ٣\frac{٣}{٤}$

ج) إذا استخدمت ليلى $٢\frac{١}{٢}$ ملعقة من زيت الزيتون في إعداد طبق من السلطة ، **فما عدد جرامات الدهون المشبَّعة التي أضافتها إلى السلطة ؟**

$١,٨ \times ٢\frac{١}{٢} = \frac{١٨}{١٠} \times \frac{٥}{٢}$

$= \frac{١٨ \times ٥}{١٠ \times ٢} = \frac{٩٠}{٢٠} = \frac{٩}{٢} = ٤\frac{١}{٢}$

تذكّرْ أنّ :

- الضرب هو جمع متكرّر لعناصر متساوية .
- عند ضرب كسر ، في كسر، نقوم بضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

$\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٥}$

$= \frac{١ \times ٢}{٥ \times ٣} = \frac{٢}{١٥}$

- عند ضرب الأعداد الكسرية ، نقوم بتحويل الأعداد الكسرية إلى كسور مركّبة .

$٢\frac{١}{٣} \times \frac{٤}{٥}$

$\frac{١٤}{١٥} = \frac{١}{٣} \times \frac{١٤}{٥}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج ، ثمّ ضَعْه في أبسط صورة :

أ $1\frac{4}{5} \times \frac{10}{3}$

$= \frac{9}{5} \times \frac{10}{3}$

$= \frac{9 \times 10}{5 \times 3}$

$= 6$

أُكتب العدد الكسري في صورة كسر مركَّب

$\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$

ضَعْ في أبسط صورة

ب $8\frac{2}{5} \times 15$

$= \frac{42}{5} \times \frac{15}{1}$

$= \frac{42 \times 15}{5 \times 1}$

$= 126$

جـ $9\frac{1}{6} \times 4{,}2 = 4\frac{1}{5} \times 9\frac{1}{6}$

$= \frac{21}{5} \times \frac{55}{6}$

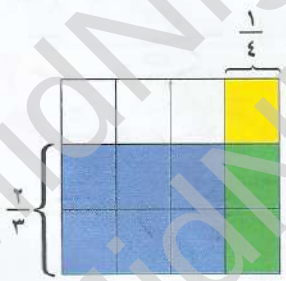
$= \frac{21 \times 55}{5 \times 6} = \frac{77}{2}$

$= 38\frac{1}{2}$

معلومات مفيدة:
العديد من الألوان المختلفة للصباغة يمكن صنعها من النباتات المعروفة. فمثلًا، يمكن استخدام نباتات الكركديه للحصول على اللون الأحمر القرمزي ، ونباتات الحلبة للحصول على اللون الأصفر الفاتح ، ونباتات الحنّة للحصول على اللون الأصفر البرتقالي .

تدرّب (٢) :

إحدى طرق صبغ الصوف تتطلّب استخدام $\frac{1}{4}$ كيلوجرام من أوراق الشاي لكلّ كيلوجرام واحد من الصوف . أوجِد وزن أوراق الشاي التي نحتاج إليها لصبغ $\frac{2}{3}$ كيلوجرام من الصوف .



وزن أوراق الشاي = $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4}$

$= \frac{1}{6}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكّر وناقِش

وضِّح من دون إجراء عملية الضرب ما إذا كان ناتج ضرب $\frac{٩}{١٠} \times ١٥$ أكبر من ١٥ أم لا؟ الناتج أصغر من ١٥ لأنه عند ضرب كسر أصغر من ١ في عدد كلي يكون الناتج دائماً أصغر من العدد الكلي

تمـرَّنْ:

١ أوجد ناتج كلٍّ مما يلي في أبسط صورة:

أ $\frac{١٤}{١٥} \times \frac{٥}{٧}$

$= \frac{٥ \times ١٤}{١٥ \times ٧} = \frac{٢}{٣}$

ب $٢\frac{٦}{١٠} \times ٢٠$

$= \frac{٢٦}{١٠} \times \frac{٢٠}{١}$

$= \frac{٢٦ \times ٢٠}{١٠ \times ١} = ٥٢$

جـ $\frac{٧}{١٠} \times ٠,٤$

طريقة أخرى

$٠,٤ \times ٠,٧$

$= ٠,٢٨$

$= \frac{٤}{١٠} \times \frac{٧}{١٠}$

$= \frac{٤ \times ٧}{١٠ \times ١٠} = \frac{٢٨}{١٠٠} = \frac{٧}{٢٥}$

د $٢\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٥}{٢} \times \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٥ \times ٤}{٢ \times ٥} = ٢$

هـ $٤\frac{٣}{٨} \times ٥\frac{٥}{٧}$

$= \frac{٣٥}{٨} \times \frac{٤٠}{٧}$

$= \frac{٣٥ \times ٤}{٨ \times ١}$

$= ٢٥$

و $١\frac{٢}{٧} \times ٤\frac{٢}{٣}$

$= \frac{٩}{٧} \times \frac{١٤}{٣}$

$= \frac{٩ \times ١٤}{٧ \times ٣} = ٦$

ز $٣,٣ \times \frac{٩}{١١}$

$= \frac{٣٣}{١٠} \times \frac{٩}{١١}$

$= \frac{٩ \times ٣٣}{١٠ \times ١١}$

$= \frac{٢٧}{١٠} = ٢\frac{٧}{١٠}$

ح $٦\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢٠} \times \frac{٤}{٩}$

$= \frac{٢٠}{٣} \times \frac{٣}{٢٠} \times \frac{٤}{٩}$

$= \frac{٢٠ \times ٣ \times ٤}{٣ \times ٢٠ \times ٩} = \frac{٤}{٩}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

ط $\frac{٣}{٨} \times ١٠ \times ١٦$

ي $١\frac{٥}{٩} \times ٢\frac{١}{١٢} \times ٣\frac{٣}{٥}$

٢ حُلَّ المسائل التالية :

أ اِشترى هشام $٢\frac{١}{٢}$ لتر من الحليب . اِستخدم نصف هذه الكمّية لصنع الآيس كريم ، فما الكمّية التي استخدمها ؟

ب ركض خالد مسافة $١\frac{١}{٣}$ كم ، أمّا صديقه فقد ركض ٣ أمثال المسافة التي ركضها خالد . ما المسافة التي ركضها صديقه ؟

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٩-٧ قسمة الكسور الاعتيادية
Dividing Fractions

سوف تتعلّم : القسمة على كسر اعتيادي .

العبارات والمفردات :
معكوس ضربي (نظير ضربي)
Reciprocal

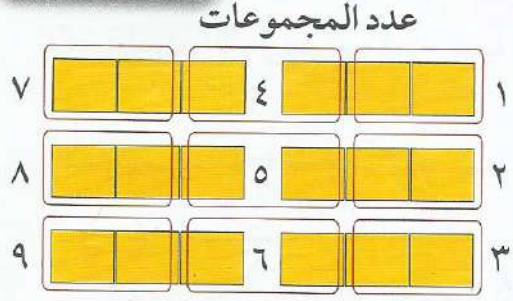
معلومات مفيدة :
يستخدم المهندسون الإنشائيون قسمة عدد كلّي على كسر عند بناء الأنفاق .

تذكَّرْ أنّ :
- عليك أن تضع العدد الكلّي في صورة كسر مقامه واحد .

العدد	المعكوس الضربي للعدد
$\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{١}$
$\frac{٣}{٤}$	$\frac{٤}{٣}$
٥	$\frac{١}{٥}$
$٣\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{٧}$

نشاط :

أرادت مريم تقسيم ٦ قطع من الكاكاو في مجموعات في كلّ منها $\frac{٢}{٣}$ قطعة الكاكاو ، فكم مجموعة حصلت عليها مريم ؟



لاحظِ كيف قسّمت مريم قطع الكاكاو في مجموعات كما هو موضّح في الرسم .

فإنّ عدد المجموعات يساوي :

$٦ \div \frac{٢}{٣}$ كم $\frac{٢}{٣}$ في ٦ ؟

$= \frac{٦}{١} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣ \times ٦}{٢ \times ١}$

$= \frac{١٨}{٢}$

$= ٩$

إذًا حصلت مريم على ٩ مجموعات .

القسمة على عدد (غير الصفر) يكافيء الضرب في المعكوس الضربي للعدد أو مقلوب العدد .

مثال :

أوجِد $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٧}$ فكِّرْ : كم $\frac{٣}{٧}$ يوجَد في $\frac{٦}{٧}$ ؟

إليك طرائق الحل

• **الطريقة الأولى :** باستخدام النمذجة .

الناتج هو ٢

• **الطريقة الثانية :** استخدام الضرب بالمعكوس الضربي .

$\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٧} = \frac{٦}{٧} \times \frac{٧}{٣}$

بسِّط

$= \frac{٢ \times ٧}{١ \times ٣}$

$= ٢$

@MidNight_Document @MidNight_Math

تدرّب (١) :

أوجدِ الناتج في أبسط صورة :

١ $٨ \div \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٨}{١} \times \frac{٥}{٤}$ باستخدام المعكوس الضربي

$= \frac{٨ \times ٥}{١ \times ٤}$ البسط × البسط / المقام × المقام

$= \frac{٤٠}{٤}$ ضَعْ في أبسط صورة

٢ $\frac{٧}{٨} \div \frac{١}{١٦}$

$\frac{٧}{٨} \times \frac{١٦}{١}$

$\frac{٧ \times ١٦}{٨ \times ١}$

$= ١٤$

تدرّب (٢) :

تريد صيدلانية تعبئة $\frac{١}{٢}$ لتر من الدواء في زجاجات صغيرة سعة الزجاجة الواحدة $\frac{١}{٨}$ لتر ، فما عدد الزجاجات اللازمة لذلك ؟

عدد الزجاجات اللازمة = $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٨}$

$\frac{١}{٢} \times \frac{٨}{١} = \frac{٨ \times ١}{٢ \times ١}$

$= ٤$

إذًا ، عدد الزجاجات اللازمة = ٤ زجاجات

فكّر وناقِش

تعلم أنّ $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤}$ يساوي $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٢}$ فهل $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤}$ يساوي $\frac{١}{٤} \div \frac{١}{٢}$ ؟

فسِّر إجابتك . لعملية القسمة خاصية الإبدال

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ أُكتب المعكوس الضربي لكلّ من :

أ) $\frac{٥}{٧}$ ← $\frac{٧}{٥}$

ب) ٩ ← $\frac{١}{٩}$

ج) $٥\frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢}$ ← $\frac{٢}{١١}$

٢ أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ) $٢ \div \frac{٣}{٥}$

$\frac{٢}{١} \times \frac{٥}{٣}$

$= \frac{٢ \times ٥}{١ \times ٣}$

$= \frac{١٠}{٣} = ٣\frac{١}{٣}$

ب) $\frac{٨}{٤٥} \div \frac{١٤}{١٥}$

$\frac{٨}{٤٥} \times \frac{١٥}{١٤}$

$= \frac{٨ \times ١٥}{٤٥ \times ١٤}$

$= \frac{٤}{٢١}$

جـ) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٥}{٨}$

$\frac{٤}{٥} \times \frac{٨}{٥}$

$= \frac{٤ \times ٨}{٥ \times ٥}$

$= \frac{٣٢}{٢٥} = ١\frac{٧}{٢٥}$

د) $\frac{٩}{٢٠} \div \frac{٦}{٥}$

$\frac{٩}{٢٠} \times \frac{٥}{٦}$

$= \frac{٩ \times ٥}{٢٠ \times ٦}$

$= \frac{٣}{٨}$

هـ) $٣٦ \div \frac{٤}{٧}$

$\frac{٣٦}{١} \times \frac{٧}{٤}$

$= \frac{٣٦ \times ٧}{١ \times ٤}$

$= ٦٣$

و) $\frac{١٠}{١١} \div \frac{٨}{٩}$

$\frac{١٠}{١١} \times \frac{٩}{٨}$

$= \frac{١٠ \times ٩}{١١ \times ٨}$

$= \frac{٤٥}{٤٤} = ١\frac{١}{٤٤}$

ز) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١}{٣}$

$\frac{٥}{٦} \times \frac{٣}{١}$

$= \frac{٥ \times ٣}{٦ \times ١}$

$= \frac{١٥}{٦} = ٢\frac{٣}{٦}$

ح) $\frac{٥}{١٦} \div \frac{٣}{٤}$

$\frac{٥}{١٦} \times \frac{٤}{٣}$

$= \frac{٥ \times ٤}{١٦ \times ٣}$

$= \frac{٥}{١٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ لدى فاطمة $\frac{٩}{٢}$ متر من القماش . إذا استخدمت $\frac{١}{٤}$ متر لتصميم علم دولة الكويت ، فكم علمًا تستطيع أن تصمّم بكمّية الأمتار التي لديها ؟

عدد الأعلام $= \frac{٩}{٢} \div \frac{١}{٤} = \frac{٩}{٢} \times \frac{٤}{١}$

$= \frac{٩ \times ٤}{١ \times ٢}$

$= ١٨$ علم

٤ تحتاج كلّ عباءة إلى $\frac{٥}{٦}$ متر من شريط الزينة . إذا كان لدى هديل ٢٠ مترًا من شريط الزينة ، فكم عباءة يمكن تزيينها ؟

عدد العباءات $= ٢٠ \div \frac{٥}{٦} = ٢٠ \times \frac{٦}{٥}$

$= \frac{٤ \times ٦}{١ \times ٥}$

$= ٢٤$ عباءة

@MidNight_Document
@MidNight_Matn

١٠-٧ قسمة الكسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية
Dividing Fractions in their Common and Decimal Form

سوف تتعلّم : قسمة كسور في صورتيها الإعتيادية والعشرية .

تذكَّرْ أنّ :
بإمكانك كتابة الكسر في أبسط صورة ، وذلك بقسمة كلّ من البسط والمقام على عاملهما المشترَك الأكبر (ع. م. أ) .

نشاط :

في آلة الخياطة خيط أبيض طوله $١٠\frac{٢}{٥}$ متر ، وتتطلّب خياطة القطعة الواحدة من القماش $\frac{٤}{٥}$ مترًا من الخيط الأبيض .

ما عدد قطع القماش من النوع نفسه التي يمكن خياطتها ؟

لمعرفة عدد القطع التي يمكن خياطتها نوجد ناتج :

$$١٠\frac{٢}{٥} \div \frac{٤}{٥}$$

نكتب العدد الكسري على صورة كسر مركَّب

$$= \frac{٥٢}{٥} \div \frac{٤}{٥}$$

$$= \frac{٥٢}{٥} \times \frac{٥}{٤}$$

$$= \frac{١٣ \times ٤}{١ \times ٤}$$

$$= ١٣$$

إذًا عدد قطع القماش التي يمكن خياطتها = ١٣ قطعة

تدرّب (١) :

أوجِد ناتج كلٍّ مما يلي ثم ضعه في أبسط صورة :

أ $\frac{١}{٣} \div ٦\frac{١}{٣}$

$$= \frac{١}{٣} \div \frac{١٩}{٣}$$

$$= \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{١٩}$$

$$= \frac{١ \times ٣}{٣ \times ١٩}$$

$$= \frac{١}{١٩}$$

ب $١,٢ \div ٢$

$$= \frac{١٢}{١٠} \div \frac{٢}{١}$$

$$= \frac{١٢}{١٠} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{١ \times ٦}{٥ \times ١}$$

$$= \frac{٦}{٥}$$

جـ $٢\frac{٧}{٨} \div ١\frac{١}{٢}$

$$= \frac{٢٣}{٨} \div \frac{٣}{٢}$$

$$= \frac{٢٣}{٨} \times \frac{٢}{٣}$$

$$= \frac{٢٣ \times ١}{٤ \times ٣}$$

$$= \frac{٢٣}{١٢}$$

$$= ١\frac{١١}{١٢}$$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٢) :

ركض فهد مسافة $١٣\frac{١}{٢}$ كم في $٢\frac{١}{٤}$ ساعة . ما المسافة التي ركضها في ساعة واحدة إذا ركض بالسرعة نفسها ؟

المسافة التي ركضها فهد في ساعة واحدة = ...

.....

.....

فكّر وناقش

قامت مسك بحلّ المسألة بالطريقة التالية : $١\frac{٢}{٣} \div \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٣} \times \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٦}$

ما الخطأ الذي وقعت فيه مسك ؟ .....

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد ناتج كلٍّ مما يلي في أبسط صورة .

أ $٨ \div ١\frac{١}{٩}$ = ...

ب $٢٠ \div ٤\frac{٤}{٩}$ = ...

جـ $٠,٨ \div ٢\frac{٦}{٧}$ = ...

د $٢\frac{٢}{٧} \div ١\frac{١}{٧}$ = ...

@MidNight_Document
@MidNight_Math

هـ $٥\frac{٣}{٥} \div ٤\frac{٢}{٣} = \frac{٢٨}{٥} \div \frac{١٤}{٣} = \frac{٢٨}{٥} \times \frac{٣}{١٤} = \frac{٣ \times ٢٨}{٥ \times ١٤} = \frac{٦}{٥} = ١\frac{١}{٥}$

و $٣\frac{١}{٨} \div ٣\frac{٣}{٤} = \frac{٢٥}{٨} \div \frac{١٥}{٤} = \frac{٢٥}{٨} \times \frac{٤}{١٥} = \frac{٥}{٦}$

ز $٧\frac{١}{٥} \div ٤\frac{١}{٢} = \frac{٣٦}{٥} \div \frac{٩}{٢} = \frac{٣٦}{٥} \times \frac{٢}{٩} = \frac{٢ \times ٣٦}{٥ \times ٩} = \frac{٨}{٥} = ١\frac{٣}{٥}$

ح $٢\frac{١}{٤} \div ٠,١٨ = \frac{٩}{٤} \div \frac{١٨}{١٠٠} = \frac{٩}{٤} \times \frac{١٠٠}{١٨} = \frac{١٠٠}{٨} = ١٢\frac{٤}{٨} = ١٢\frac{١}{٢}$

ط $٢\frac{٥}{٨} \div ١\frac{١}{٢} = \frac{٢١}{٨} \div \frac{٣}{٢} = \frac{٢١}{٨} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٧}{٤} = ١\frac{٣}{٤}$

ي $٤\frac{١}{٦} \div \left(١\frac{٣}{٥} \times ١\frac{٧}{٨}\right) = \frac{٢٥}{٦} \div \left(\frac{٨}{٥} \times \frac{١٥}{٨}\right) = \frac{٢٥}{٦} \div \frac{٣}{١} = \frac{٢٥}{٦} \times \frac{١}{٣} = \frac{٢٥}{١٨} = ١\frac{٧}{١٨}$

٢ عمارة سكنية ارتفاعها ٣٥ مترًا مقسَّمة إلى طوابق . ارتفاع الطابق الواحد $٣\frac{١}{٢}$ أمتار . ما عدد طوابق العمارة ؟

عدد الطوابق $= ٣٥ \div ٣\frac{١}{٢} = ٣٥ \div \frac{٧}{٢}$

$= ٣٥ \times \frac{٢}{٧} = \frac{٢ \times ٣٥}{٧ \times ١} = ١٠$ طوابق

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ لوح ألمنيوم طوله $٧\frac{٣}{٤}$ أمتار . يُراد صنع مجموعة رفوف لها نفس عرض اللوح المستخدم ، وطول الرفّ الواحد ٠,٢٥ متر . فما عدد الرفوف التي يمكن صنعها ؟

عدد الرفوف = $٧\frac{٣}{٤}$ ÷ ٠,٢٥

$\frac{٣١}{٤} \div \frac{١}{٤} = \frac{٣١}{٤} \times \frac{٤}{١}$

$= \frac{٣١ \times ٤}{٤ \times ١} = ٣١$

٤ قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $٦٠\frac{١}{٢}$ مترًا مربعًا ، قسمت إلى أحواض مساحة كلٍّ منها $٥\frac{١}{٢}$ مترًا مربعًا . فما عدد الأحواض التي قسمت إليها ؟

عدد الأحواض = $٦٠\frac{١}{٢} \div ٥\frac{١}{٢}$

$\frac{١٢١}{٢} \div \frac{١١}{٢} = \frac{١٢١}{٢} \times \frac{٢}{١١}$

$= \frac{١٢١ \times ٢}{٢ \times ١١} = ١١$ حوض

٥ أكمِل الجدول التالي :

س	ص	س ÷ ص =	ص ÷ س =
$٧\frac{٢}{٩}$	$\frac{٥}{١٨}$	$٧\frac{٢}{٩} \div \frac{٥}{١٨} = \frac{٦٥}{٩} \times \frac{١٨}{٥} = \frac{١٣ \times ١٨}{٥ \times ٩} = ٢٦$	$\frac{٥}{١٨} \div ٧\frac{٢}{٩} = \frac{٥}{١٨} \div \frac{٦٥}{٩} = \frac{٥}{١٨} \times \frac{٩}{٦٥} = \frac{٩}{٦٥ \times ١٨} = \frac{١}{٢٦}$

ماذا تلاحظ؟ قسمة الكسور ليست إبدالية

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٧-١١ حلّ المعادلات التي تشتمل على ضرب وقسمة الكسور الاعتيادية
Solving Equations Involving Multiplication and Division of Fractions

سوف تتعلّم : حلّ المعادلات التي تشتمل على ضرب الكسور الاعتيادية وقسمتِها .

اِستخدمت الحساب الذهني لتحلّ المعادلات التي تشتمل على جمع الكسور وطرحها ، ويمكن استخدام الطريقة نفسها لحلّ المعادلات التي تشتمل على ضرب الكسور وقسمتها.

مثال (١) :

حلّ المعادلة $\frac{٢}{٣}$ س $= \frac{٨}{١٥}$

• الطريقة الأولى : اِستخدِم الحساب الذهني لإيجاد الكسر.

$\frac{٢}{٣} \times$ س $= \frac{٨}{١٥}$

$\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٥}$

قيمة س هي $\frac{٤}{٥}$

• الطريقة الثانية : باستخدام المعكوس الضربي.

$\frac{٢}{٣} \times$ س $= \frac{٨}{١٥}$

$\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times$ س $= \frac{٨}{١٥} \times \frac{٣}{٢}$

١ × س $= \frac{٤ \times ٢}{٥ \times ٣}$

س $= \frac{٤}{٥}$

التحقّق :

$\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٤ \times ٢}{٥ \times ٣} = \frac{٨}{١٥}$

تذكَّرْ أنّ:
ناتج ضرب العدد في معكوسه الضربي يساوي واحدًا.
$\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} = ١$

تدرّب (١) :

حُلَّ كلًّا من المعادلات التالية :

١ $\frac{١}{٢}$ جـ $= ٦$

$\frac{١}{٢}$ جـ $\times ٦ = \frac{٢}{١} \times$ نضرب في المعكوس الضربي لِـ $\frac{١}{٢}$

جـ $= \frac{٦ \times ٢}{١ \times ١} =$ ١٢

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢) $\frac{٤}{٧}$ س = $٢\frac{٢}{٣}$

$\frac{٤}{٧}$ س = $\frac{٨}{٣}$ نحوّل العدد الكسري إلى كسر مركَّب

$\frac{٧}{٤} \times \frac{٤}{٧} \times$ س = $\frac{٨}{٣} \times \frac{٧}{١٤}$ نضرب في المعكوس الضربي لـ $\frac{٤}{٧}$

س = $\frac{١٤}{٣}$ = $٤\frac{٢}{٣}$

مثال (٢) :

حلّ المعادلة : ل ÷ $١\frac{١}{٢}$ = ١٢

الحلّ :

تحوّل العدد الكسري إلى كسر مركَّب

أعد كتابة المعادلة في صورة معادلة تشتمل على عملية ضرب

ل ÷ $\frac{٣}{٢}$ = ١٢

ل × $\frac{٢}{٣}$ = ١٢

ل × $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢}$ = ١٢ × $\frac{٣}{٢}$

ل = $\frac{١٢ \times ٣}{٢}$

ل = ١٨

تدرّب (٢) :

حُلَّ المعادلة التالية : أ ÷ ١٤ = $\frac{٦}{٧}$

أ × $\frac{١}{١٤}$ = $\frac{٦}{٧}$ بالضرب في المعكوس الضربي لـ $\frac{١}{١٤}$

أ × $\frac{١}{١٤} \times \frac{١٤}{١}$ = $\frac{٦}{٧} \times \frac{١٤}{١}$

أ = $\frac{٦ \times ١٤}{٧}$ = ١٢

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكّر وناقِش

١ في المعادلة $\frac{١}{٢}$ س = $\frac{٥}{٦}$ ، هل أنت بحاجة إلى إعادة كتابة هذين الكسرين لجعل مقاماتهما متساوية ؟ فسِّر إجابتك .

لا لأنه توجد عمليات في الجمع والطرح وليس الضرب والقسمة

تمـــرَّنْ :

١ حُلَّ كلًّا من المعادلات التالية موضِّحًا خطوات الحلّ :

أ $\frac{٥}{٩}$ × س = $\frac{٥}{١٨}$

$\frac{٩}{٥} \times \frac{٥}{٩} = س \times \frac{٥}{٩} \times \frac{٩}{٥}$

س = $\frac{٩ \times ٥}{٥ \times ١٨}$ ⟸ س = $\frac{١}{٢}$

ب $\frac{٨}{٩}$ × ص = $\frac{١٦}{١٨}$

$\frac{١٨}{١٦} \times \frac{٩}{٨} \times ص = \frac{١٦}{١٨} \times \frac{١٨}{١٦}$

ص = ١

جـ $\frac{١١}{٨}$ ع = ٢ $\frac{٤}{٩}$ ⟸ $\frac{١١}{٨}$ ع = $\frac{٢٢}{٩}$

$\frac{٨}{١١} \times \frac{١١}{٨} \times ع = \frac{٨}{١١} \times \frac{٢٢}{٩}$

ع = $\frac{٨ \times ٢٢}{١١ \times ٩}$ = $\frac{١٦}{٩}$ = ١ $\frac{٧}{٩}$

د هـ ÷ $\frac{٢}{١٥}$ = ٥ ⟸ هـ × $\frac{١٥}{٢}$ = ٥

$\frac{٢}{١٥} \times \frac{١٥}{٢} \times هـ = \frac{٢}{١٥} \times ٥$

هـ = $\frac{٥}{٢}$ = ٢ $\frac{١}{٢}$

هـ أ ÷ ٢ $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٣}{٤}$ ⟸ أ ÷ $\frac{٨}{٣}$ = $\frac{٣}{٤}$

$\frac{٣}{٨} \times أ = \frac{٣}{٨} \times \frac{٣}{٤}$

$\frac{٣}{٨} \times \frac{٨}{٣} \times أ = \frac{٨}{٣} \times \frac{٣}{٤}$

أ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

و ف ÷ ١٦ = ٤ $\frac{١}{٤}$ ⟸ $\frac{١٧}{٤}$ = $\frac{١}{١٦}$ × ف

$\frac{١٦}{١} \times \frac{١٧}{٤} = \frac{١٦}{١} \times \frac{١}{١٦} \times ف$

ف = $\frac{٤ \times ١٧}{١ \times ١}$ = ٦٨

ز أ ÷ $\frac{٩}{٥}$ = ٥ ⟸ $\frac{٥}{٩}$ × أ = ٥

$\frac{٩}{٥} \times \frac{٥}{٩} \times أ = \frac{٩}{٥} \times ٥$

أ = $\frac{٩ \times ٥}{٥ \times ١}$ = ٩

ح أ ÷ ٥٦ = $\frac{٦}{٧}$ ⟸ $\frac{٦}{٧}$ = $\frac{١}{٥٦}$ × أ

$\frac{٥٦}{١} \times \frac{١}{٥٦} \times أ = \frac{٥٦}{١} \times \frac{٦}{٧}$

أ = $\frac{٨ \times ٥٦ \times ٦}{١ \times ٨}$ = ٤٨

@MidNight Document
@MidNight_Math

معلومات مفيدة :
السلسلة يمكن أن تُقسَّم إلى ١٠٠ جزء متساوٍ ، كلّ جزء يُسمّى «حلقة».

٢ عبِّر عن كلّ موقف من المواقف التالية بمعادلة ، ثمّ حُلَّها :

أ غالبًا ما يقيس المسّاحون المسافات بالسلسلة .
إذا كان موقف للسيّارات طوله ٣٣ مترًا ويساوي $\frac{٣}{٢}$ من السلسلة ، فكم مترًا في هذه السلسلة ؟

نفرض طول السلسلة = س

$\frac{٣}{٢} \times س = ٣٣$ ← $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٣} \times س = \frac{٢}{٣} \times ٣٣$

$س = \frac{٢ \times ٣٣}{٣ \times ١} = ٢٢$

∴ طول السلسلة = ٢٢ متر

ب قالت سلمى : « أنا أفكّر في كسر إذا ضُرِب في $\frac{٢}{٣}$ كان الناتج $\frac{٤}{٩}$ » . ما الكسر الذي كانت سلمى تفكّر فيه ؟

نفرض الكسر = س

$\frac{٣}{٢} \times س = \frac{٤}{٩}$ ← $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٣} \times س = \frac{٣}{٢} \times \frac{٤}{٩}$

$س = \frac{٣ \times ٤}{٢ \times ٩} = \frac{٢}{٣}$

ج إذا كان $\frac{٣}{٥}$ فصل دراسي من المتعلّمات والباقي من المتعلّمين وكان عدد المتعلّمات ٢٤ متعلّمة ، فما عدد متعلّمي الفصل ؟

نفرض عدد متعلمي الفصل = س

$\frac{٣}{٥} \times س = ٢٤$

$\frac{٥}{٣} \times \frac{٣}{٥} \times س = \frac{٥}{٣} \times ٢٤$

$س = \frac{٥ \times ٢٤}{٣ \times ١} = ٤٠$

∴ عدد متعلمي الفصل = ٤٠

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مراجعة الوحدة السابعة
Revision Unit Seven

١٢-٧

١ أُكتب في أبسط صورة :

أ $\frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$

ب $\frac{١٥}{٤٥} = \frac{١}{٣}$

جـ $\frac{١٨}{٤} = \frac{٩}{٢} = ٤\frac{١}{٢}$

د $\frac{٤٠}{٦٠} = \frac{٢}{٣}$

٢ أكمِل الجدول بالأعداد المناسِبة :

الصورة الاعتيادية في أبسط صورة	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٣}{٢٠} = \frac{١٥}{١٠٠}$	$١\frac{٣}{٢٥}$	$٢\frac{٣}{٥٠} = ٢\frac{٦}{١٠٠}$	$\frac{٣}{٨}$
الصورة العشرية	٠,٦	٠,١٥	١,١٢	٢,٠٦	٠,٣٧٥

٣ رتِّب تصاعديًّا :

أ ٠,٣٤ ، $\frac{٢}{٥}$ ، ٠,١٤٥

٠,٣٤ < ٠,٤ < ٠,٤٥

الترتيب ٠,١٤٥ < ٠,٣٤ < $\frac{٢}{٥}$

ب $\frac{٩}{١٢}$ ، $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{١٥}{١٨}$ ⟸ $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٦}$

$\frac{٩}{١٢}$ < $\frac{١٠}{١٢}$

الترتيب $\frac{٣}{٦}$ < $\frac{٣}{٤}$ < $\frac{١٥}{١٨}$

٤ رتِّب تنازليًّا :

أ $\frac{٣٢}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٥}{١٠٠}$ ، ١٦

٣,٢ < $\frac{١}{٤}$ < ١٦

الترتيب ١٦ > $\frac{٣٢}{١٠٠}$ > $\frac{٢٥}{١٠٠}$

ب $\frac{٤}{٧}$ ، $٢\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٤}{٦}$

الترتيب

$٢\frac{٤}{٥}$ > $\frac{٤}{٦}$ > $\frac{٤}{٧}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥ أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ $٣\frac{٥}{٨} + ٤\frac{١}{٣}$

ب $٨\frac{٢}{٥} \times ٣\frac{٤}{٧}$

جـ $\frac{٥}{٦} \div ٦\frac{٢}{٣}$

د $٩\frac{١}{٥} - ٤\frac{٢}{٣}$

هـ $٧\frac{١}{٨} + ٣,١٥٢$

و $٢\frac{٢}{٥} \div ٠,٣$

٦ حُلَّ المعادلات التالية :

أ $ص + ١\frac{١}{٦} = ٣\frac{١}{٥}$

ب $أ \div \frac{٣}{٥} = \frac{٢٠}{٢١}$

جـ $\frac{٩}{٢} \times جـ = ٣\frac{٣}{٨}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٧ يوضّح الجدول التالي عدد الساعات التي قضتها هنادي خلال أسبوع في ممارسة الألعاب الرياضية . اِستخدِم الجدول لتجيب عن السؤالين أ ، ب .

الرياضة	كرة التنس	كرة الطائرة	الجمباز
عدد الساعات	$٢\frac{٣}{٤}$	$١\frac{٣}{٤}$	$٤\frac{١}{٤}$

أ كم عدد الساعات التي قضتها هنادي في لعبتي الجمباز وكرة الطائرة معًا؟

$١\frac{٣}{٤} + ٤\frac{١}{٤} = ٥\frac{٤}{٤} = ٦$ ساعات

ب تخطّط هنادي للعب كرة التنس لمدّة ٧ ساعات في الأسبوع . فكم عدد الساعات الإضافية التي تحتاج إليها أسبوعيًّا لتنفيذ خطّتها ؟

عدد الساعات الإضافية $= ٧ - ٢\frac{٣}{٤}$

$٦\frac{٤}{٤} - ٢\frac{٣}{٤} = ٤\frac{١}{٤}$ ساعة

٨ صُمِّم جسر طوله $٢\frac{٢}{٥}$ كيلومتر في إحدى المناطق العمرانية الجديدة ، وتمّ إنجاز $\frac{١}{٤}$ طوله . كم يبلغ طول الجزء الذي تمّ إنجازه ؟

طول الجزء الذي تم إنجازه $= \frac{١}{٤} \times ٢\frac{٢}{٥}$

$\frac{١}{٤} \times \frac{١٢}{٥} = \frac{١٢ \times ١}{٤ \times ٥} = \frac{٣}{٥}$ كم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

اختبار الوحدة السابعة

أوّلًا : من البنود (١-٥) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ ٠,٢٥ < $\frac{١}{٤}$	(ب)	(أ) (ب)
٢ ناتج ٧ ÷ $\frac{١}{٧}$ في أبسط صورة هو ١	٧ × ٧ = ٤٩	(أ) (ب)
٣ قيمة المتغيّر الذي يحقّق المعادلة : $\frac{١}{٤}$ ك = ٢ هو ٨		(أ) (ب)
٤ $\frac{١٦}{٣٢}$ في أبسط صورة يساوي $\frac{١}{٢}$		(أ) (ب)
٥ العامل المشترَك الأكبر (ع. م. أ) للعددين ٢٤ ، ٢٨ هو ٤		(أ) (ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ ٠,٢٤ في صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة يساوي :

(أ) $\frac{٢٤}{١٠٠}$ (ب) $\frac{١٢}{٥٠}$ (جـ) $\frac{٦}{٢٥}$ (د) $\frac{٨}{٢٥}$

٧ $\frac{٣}{١٠}$ ١٤ - ٦ =

(أ) $٧\frac{٧}{١٠}$ (ب) ٨ (جـ) $٨\frac{٣}{١٠}$ (د) $٨\frac{٧}{١٠}$

٨ تمّ استخدام $\frac{٧}{١١}$ من إجمالي المقاعد في أحد المطاعم ، فالكسر الذي يمثّل المقاعد الغير مستخدَمة يمكن إيجاده بالمعادلة :

(أ) $\frac{٧}{١١}$ + س = ١ (ب) $\frac{٧}{١١}$ - س = ١ (جـ) س - $\frac{٧}{١١}$ = ١ (د) $\frac{٧}{١١}$ س = ١

٩ $٥\frac{٣}{٤}$ + ٣,٧٥ = $٣\frac{٣}{٤} + ٥ = ٨\frac{٦}{٤} = ٩\frac{٢}{٤}$

(أ) ٢ (ب) $٨\frac{١}{٢}$ (جـ) ٩ (د) $٩\frac{١}{٢}$

١٠ إذا كان ثمن علبة هدية واحدة $\frac{١}{٤}$ ٦ دينار ، فإنّ ثمن ٢٠ علبة من نفس النوع يساوي :

(أ) $١٢٠\frac{١}{٤}$ دينار (ب) ١٢٥ دينار (جـ) ١٢٠ دينار (د) $٢٦\frac{١}{٤}$ دينار

$٢٠ \times ٦\frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤} \times \frac{٢٥}{١} = ١٢٥$ دينار

@MidNight_Document @MidNight_Math

الوحدة الثامنة

هندسة المضلّعات
The Geometry of Polygon

طرق ومدن
Roads and Cities

إنّ أيّ زائر لدولة الكويت ليعجب من شبكة الطرق وتنظيم المدن فيها ، والتي تضاهي أحسن وأفضل الطرق في العالم من حيث التصميم والإنشاء والتنظيم ومعدّات السلامة ، إذ أولتها الدولة اهتمامًا خاصًّا . فالمدن والطرق عنوان لنهضة البلاد وتقدّمها ، لذلك تمتلك الكويت شبكة هندسية ممتازة من الطرق السريعة والجسور الطويلة التي تربط جميع مناطق البلاد ببعضها وبالدول المجاورة ، والتي تُعَدّ الشريان الرئيسي الذي تنساب من خلاله حركة المرور التي تؤثّر على البلاد اقتصاديًّا واجتماعيًّا وأمنيًّا .

مشروع الوحدة : (تزيين الجسور)

يرتبط الفنّ دومًا بالحضارة العمرانية ، لذلك تفسح دولة الكويت لمبدعيها المجال للابتكار. كُنْ مواطنًا مبدعًا ، وحاول ابتكار رسوم هندسية إبداعية ، لرسمها على جدران الجسور الحديثة لتزيينها وإعطائها لمسة فنّية جمالية .

@MidNight_Documents
@MidNight_Math

الوحدة الثامنة : هندسة المضلّعات

الموضوع : طرق ومدن

مشروع الوحدة الثامنة ٦٨

مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة ٦٩

٨-١ المثلّث ٧٠

٨-٢ إستكشاف خواصّ المثلّث ٧٤

٨-٣ الزاوية الخارجة للمثلّث ٨٠

٨-٤ رسم مثلّث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة ٨٤

٨-٥ رسم مثلّث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما ٨٨

٨-٦ رسم مثلّث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحدَّدة بهما ٩٢

٨-٧ المستقيمات المتوازية والزوايا ٩٦

٨-٨ الأشكال الرباعية ١٠٢

٨-٩ مراجعة ا

إختبار ال

MidNight Math_6 MidNight Math_7

شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

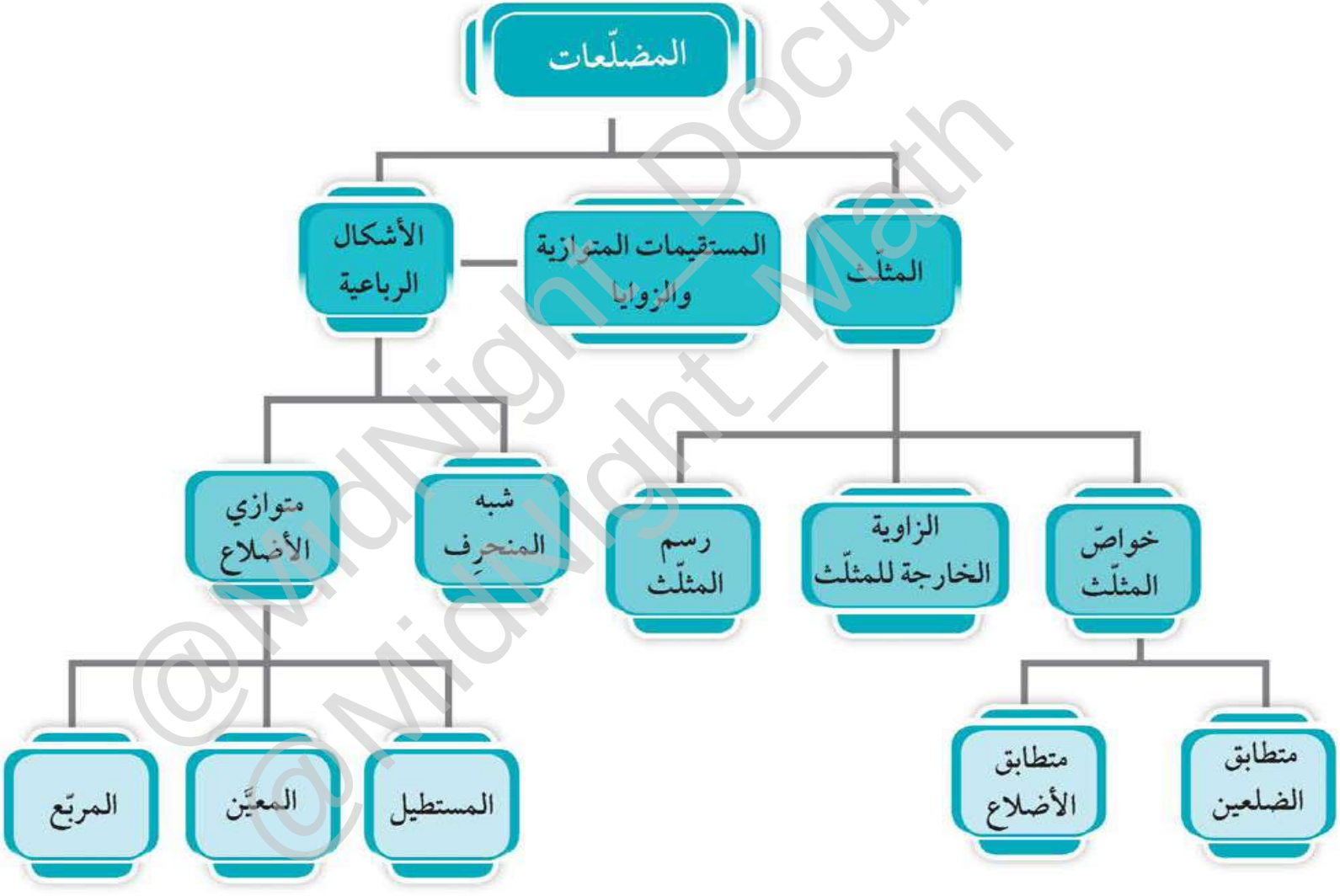
ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

MidNight Math_6 MidNight Math_7

@MidNight_Document @MidNight_Math

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثامنة



@MidNight_Document
@MidNight_Math

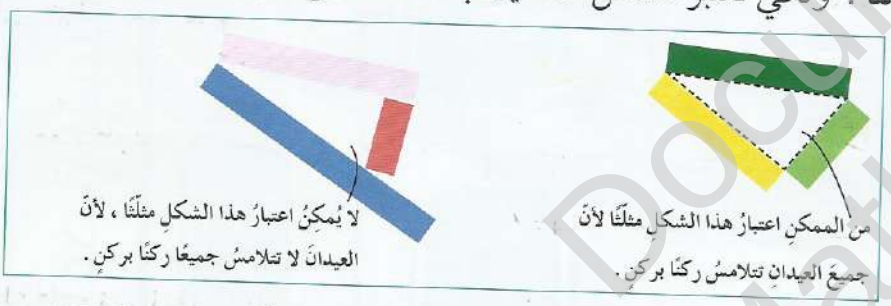
١-٨ المثلّث
Triangle

سوف تتعلّم : المزيد عن خواصّ المثلّثات .

العبارات والمفردات :
مثلّث
Triangle
متباينة المثلّث
Triangle Inequality
التطابق
Congruent

نشاط

١ لكلّ مجموعة من أعواد كويزنير ، حدِّد ما إذا كان بالإمكان وضعها معًا لتكوّن مثلّثًا . ولكي تعتبر الشكل مثلّثًا يجب أن تتلامس العيدان ركنًا بركن .



معلومات مفيدة :
تُستخدَم دعامات مثلّثة الشكل في بناء الجسور .

٢ جرِّب أيّ ثلاثة أعواد ، وتحقَّقْ من إمكانية تكوين مثلّث ، ثمّ سجِّل ملاحظاتك .
الوحدة المستخدَمة في قياس الأطوال (سنتيمتر) .

اللوازم :
أعواد كويزنير

طول العود الأوّل	طول العود الثاني	طول العود الثالث	مجموع / طولي العودين الأوّل والثاني	مجموع / طولي العودين الأوّل والثالث	مجموع / طولي العودين الثاني والثالث	يصلح أن يكون مثلّثًا	
						نعم	لا
٢ سم	٥ سم	٩ سم	٢ + ٥ = ٧ سم	٢ + ٩ = ١١ سم	٥ + ٩ = ١٤ سم		

٣ كيف تبيّن ما إذا كانت ثلاثة عيدان كوّنت مثلّثًا أم لا دون وضعها معًا بالفعل .

ممّا سبق نستنتج أنّ :

تذكَّرْ أنّ :
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلّث يساوي ١٨٠°

في أيّ مثلّث مجموع طولي أيّ ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث (متباينة المثلّث) .

في أى مثلث مجموع طولى أى ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

@MidNight_Math Document

تدرّب (١) :

أيّ من الأطوال المعطاة التالية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلّث ؟ فسّر إجابتك .

معلومات مفيدة :
يقوم النحّاتون ، وهم صانعو التماثيل ، بتصنيف المثلّثات عند تصميم أيّ تمثال .

أ ٦ سم ، ٩ سم ، ١٣ سم

٦ + ٩ ◻ ١٣

٦ + ١٣ ◻ ٩

٩ + ١٣ ◻ ٦

إذًا ، تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلّث .

السبب :

مجموع طولي أيّ ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث .

ب ١٠ دسم ، ١٤ دسم ، ٢٥ دسم

١٠ + ١٤ ◻ ٢٥

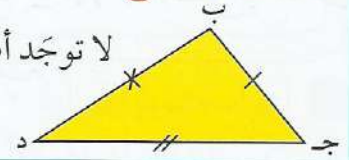
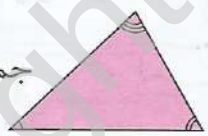
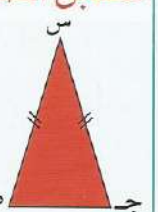
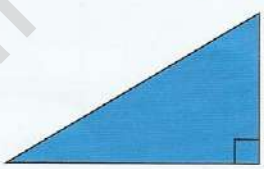
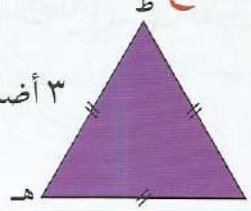
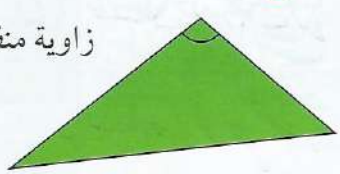
إذًا ،

لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

السبب :

لأن مجموع طولي أصغر ضلعين ليس أكبر من طول الضلع الثالث

بالإمكان تصنيف المثلّث :

من حيث أضلاعه	من حيث زواياه
مختلف الأضلاع : لا توجد أضلاع متطابقة 	**حادّ الزوايا** : جميع الزوايا حادّة 
متطابق الضلعين : على الأقلّ ضلعان متطابقان 	**قائم الزاوية** : زاوية قائمة واحدة 
متطابق الأضلاع : ٣ أضلاع متطابقة 	**منفرج الزاوية** : زاوية منفرجة واحدة 

@MidNight_Document
@MidNight_Math

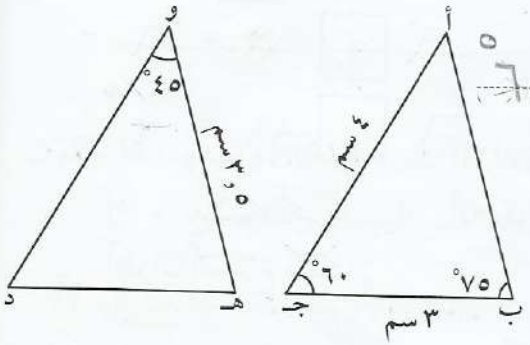
تعلّمت أنّه :

إذا تطابق مثلّثان فإنّ أضلاعهما المتناظرة تتطابق ، وزواياهما المتناظرة تتطابق .

تذكّرْ أنّ :
≅ رمز التطابق
$\hat{جـ} \cong \hat{د}$ تُقرأ
الزاوية جـ تطابق
الزاوية د

تدرّب (٢) :

إذا كان Δ أب جـ ≅ Δ و هـ د ،
فأكمِل ما يلي :



$\hat{جـ} \cong \hat{د}$ ، ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{د}$) = ٦٠°

$\hat{أ} \cong \hat{و}$ ، ق ($\hat{أ}$) = ٤٥°

$\hat{ب} \cong \hat{هـ}$ ، ق ($\hat{هـ}$) = ٧٥°

$\overline{جـ أ} \cong \overline{د و}$ ، طول $\overline{د و}$ = ٤ سم

$\overline{ب جـ} \cong \overline{هـ د}$ ، طول $\overline{هـ د}$ = ٣ سم

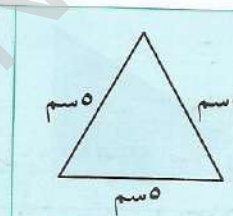
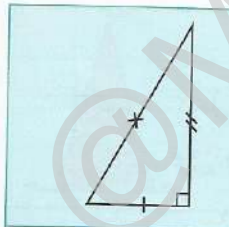
$\overline{أ ب} \cong \overline{و هـ}$ ، طول $\overline{أ ب}$ = ٢,٥ سم

فكّر وناقش

هل جميع المثلّثات التي قياسات زواياها الداخلة ٩٠° ، ٥٠° ، ٤٠° متطابقة ؟
وضّح بمثال . لا لأنه لا يكفي تناظر الزوايا حتى يتطابق المثلثان وليست أطوال الأضلاع متطابقة .

تمـــرَّنْ :

١ أكمِل الجدول التالي :

المثلّث / النوع			
من حيث الأضلاع	متطابق الأضلاع	متطابق ضلعين	مختلف الأضلاع
من حيث الزوايا	حاد الزوايا	منفرج الزاوية	قائم الزاوية

@MidNight_Document
@MidNight_Math

متباينة المثلث ← مجموع طولي أصغر ضلعين أكبر من الضلع الثالث

٢ في كلّ ممّا يلي ، حدِّد ما إذا كانت الأطوال المعطاة تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلّث ، ثمّ فسِّر إجابتك .

أ ٥ سم ، ٣ سم ، ٢ سم

٢ + ٣ = ٥ ⇐ ٥ = ٥

لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع Δ

ب ٧,٥ دسم ، ٣,٥ دسم ، ٩ دسم

٧,٥ + ٣,٥ = ١١ ⇐ ١١ > ٩

تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

جـ ١٥ سم ، ٦ سم ، ٦ سم

٦ + ٦ = ١٢ ⇐ ١٢ < ١٥

لا تصلح أن تكون أضلاع مثلث

د ١٠ مم ، ١٠ مم ، ١٠ مم

١٠ + ١٠ = ٢٠ ⇐ ٢٠ > ١٠

تصلح أن تكون أضلاع مثلث

٣ في الشكل المجاور Δ أ ب جـ ≅ Δ أ م ل

أ أُذكر العناصر المتناظرة المتطابقة :

ب أوجِد قياس كلٍّ من :

ق (ل أ م) = ١٢٠° ، ق (م) = ٤٠°

طول ل م = ٧ سم ، طول أ ب = ٣ سم

٤ أعواد خشبية أطوالها ٢ ، ٩ ، ١١ ، ١٩ بالسنتيمتر ، أيّ ثلاثة منها تصلح لأن تكون أطوال أضلاع مثلّث ؟ أُذكر السبب .

٩ < ١١ < ١٩

٩ + ١١ = ٢٠ ⇐ ١٩ < ٢٠

مجموع طولي أصغر ضلعين > طول الضلع الثالث

٥ أحضر مهندس قطعتين معدنيتين لصنع دعامة مثلّثة الشكل لجسر ، طول الأولى ١٠٠ سم ، والثانية ٩٠ سم . إذا كان عليه استخدام إحدى القطعتين كاملة كقاعدة وقصّ الثانية إلى جزءين ليشكّلا الضلعين الآخرين للمثلّث ، فأيّ القطعتين تنصح بتقسيمها ذات الطول ١٠٠ سم أم ٩٠ سم ؟ اِدعم رأيك بتفسير منطقي .

القطعة ذات الطول ١٠٠ سم

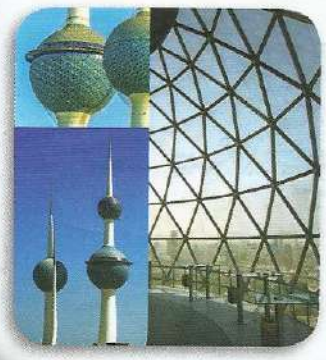
لأن ١٠٠ > ٩٠ وبالتالي سوف تكون

مجموع طولي أصغر ضلعين < طول الضلع الثالث

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢-٨ اِستكشاف خواصّ المثلث
Exploring Triangle Properties

سوف تتعلّم : خواصّ كلّ من المثلّث المتطابق الضلعين والمثلّث المتطابق الأضلاع .



تُعَدّ أبراج الكويت من أبرز المعالم الحضارية في مدينة الكويت والتي تظهر فيها استخدامات المثلّث المتطابق الأضلاع في الحياة كدعامة حديدية تحمي الكرات الدوّارة في الأبراج ، بالإضافة إلى إعطاء لمسة جمالية ساحرة للشكل الخارجي للأبراج كما في الصورة المقابِلة .

العبارات والمفردات :
مثلّث متطابق الضلعين
Isoceles Triangle
مثلّث متطابق الأضلاع
Equilateral Triangle

اللوازم :
- ورق مربّعات .
- ورق شفّاف .

المثلّث المتطابق الضلعين

زاوية الرأس أ المحصورة بين الضلعين المتطابقين

$\overline{أجـ}$ ، $\overline{أب}$ الضلعان المتطابقان

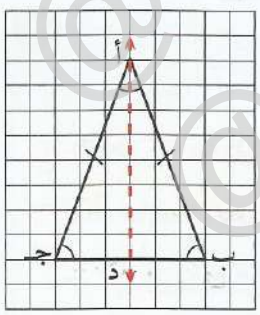
$\hat{جـ}$ ، $\hat{ب}$ زاويتا القاعدة المقابِلتان للضلعين المتطابقين

$\overline{ب جـ}$ قاعدة المثلّث

تذكَّرْ أنّ :
خطّ التناظر هو الخطّ الذي يمكن طي الشكل حوله بحيث يتطابق النصفان تطابقًا تامًّا .

نشاط (١) :

Δ أ ب جـ متطابق الضلعين حيث $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، انسخ المثلّث على ورق شفّاف كما هو مبيَّن في الرسم .



- اطوِ المثلّث أ ب جـ من زاوية الرأس أ بحيث ينطبق $\overline{أب}$ على $\overline{أجـ}$ ، وحدِّد خطّ التناظر $\overleftrightarrow{أد}$.
- **نلاحظ أنّ :** Δ أ ب د $\cong$ Δ أجـ د

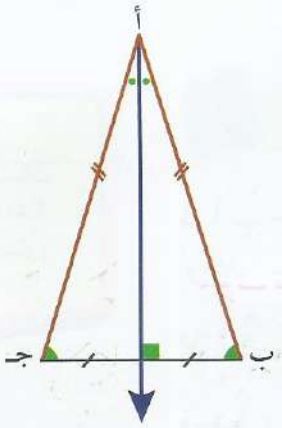
ومنه $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$ ، $ب\hat{أ}د \cong جـ\hat{أ}د$ ، $أ\hat{د}ب \cong أ\hat{د}جـ$

$\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، $\overline{ب د} \cong \overline{جـ د}$

ق ($أ\hat{د}ب$) = ق ($أ\hat{د}جـ$) = ٩٠° ؛ $\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$

تذكَّرْ أنّ :
عندما يتطابق مثلّثان فإنّ :
- أضلاعهما المتناظرة تتطابق .
- زواياهما المتناظرة تتطابق .

@MidNight_Document
@MidNight_Math



ممّا سبق نجد أنّ :

خواصّ المثلّث متطابق الضلعين :

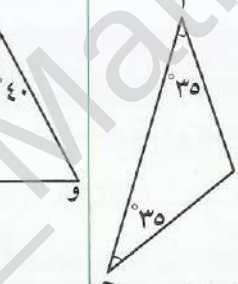
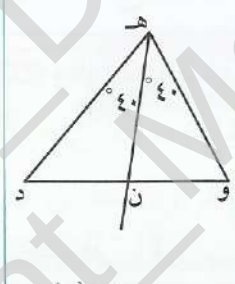
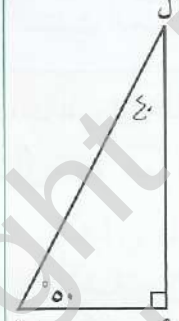
1. منصِّف زاوية الرأس هو عمودي على القاعدة وينصّفها .
2. منصِّف زاوية الرأس هو خطّ تناظر للمثلّث المتطابق الضلعين .
3. زاويتا القاعدة متطابقتان .

لاحظ أنّ :

في أي مثلث إذا كانت القطعة المستقيمة المرسومة من أحد الرؤوس عمودية على القاعدة المناظرة وتنصفها ، فإنّ المثلث متطابق الضلعين .

تدرّب (١) :

حدِّد المثلّث المتطابق الضلعين في كلٍّ مما يلي مع ذكر السبب .

				
ليس متطابق الضلعين	متطابق الضلعين	ليس متطابق الضلعين	ليس متطابق الضلعين	متطابق الضلعين
لأنه لا يوجد به زاويتا متطابقتان	لأنه $\hat{أ} \neq \hat{ب}$	لأنه القطعة المستقيمة المنصفة لأحد الرؤوس ليست عمودية على القاعدة ولا تنصفها	لأنه زواياه مختلفة في القياس	لأنه القطعة المستقيمة المرسومة من أحد الرؤوس عمودية على القاعدة وتنصفها

تذكّر أنّ :

المستقيمين المتعامدين هما مستقيمان يتقاطعان ويشكّلان زاوية قائمة عند نقطة تقاطعهما .

فكّر وناقِش

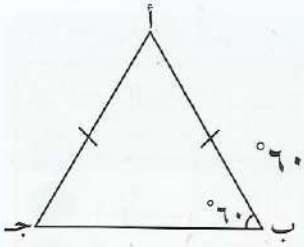
إذا قمت بطي المثلّث المتطابق الضلعين من جهة الرأس ، فما نوع المثلّثين الناتجين ؟

وضِّح إجابتك . متطابقين

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تذكَّرْ أنّ :
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلّث يساوي ١٨٠°.

نشاط (٢) :



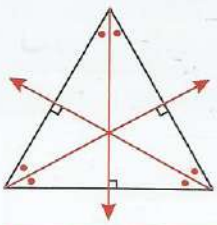
Δ أ ب جـ متطابق الضلعين حيث $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، ق(∠ب) = ٦٠°

أوجِد :

ق(∠جـ) = ق(∠ب) = ٦٠° السبب : من خواصّ المثلّث المتطابق الضلعين

ق(∠أ) = ٦٠° السبب ١٨٠° − (٦٠° + ٦٠°) = ٦٠°

لأن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي ١٨٠°



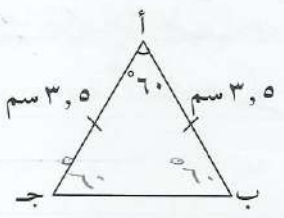
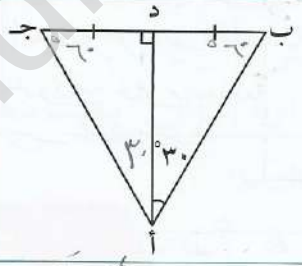
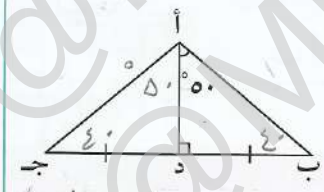
إذًا $\overline{أب} \cong \overline{أجـ} \cong \overline{بجـ}$

إذًا نستنتج خواصّ المثلّث المتطابق الأضلاع :

١. تتساوى قياسات الزوايا الثلاث وكلّ منها يساوي ٦٠°.
٢. منصِّف كلّ زاوية هو عمودي على القاعدة المقابِلة وينصّفها ، وهو أيضًا خطّ تناظر.
٣. للمثلّث متطابق الأضلاع ٣ خطوط تناظر.

تدرّب (٢) :

حدِّد المثلّث المتطابق الأضلاع في كلٍّ مما يلي :

		
متطابق الأضلاع	متطابق الأضلاع	ليس متطابق الأضلاع

@MidNight_Document @MidNight_Math

تدرّب (٣) :

أكمل ما يلي مع ذكر السبب :

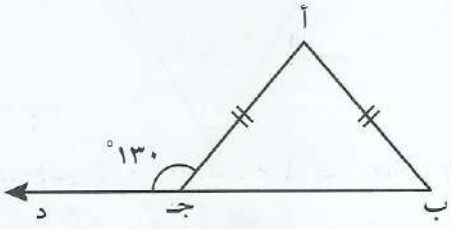
ق(أ̂) + ق(٢̂)

= ١٨٠° − ٢٠° = ١٦٠°

السبب : مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°

ق(أ̂) = ق(٢̂) = ١٦٠° ÷ ٢ = ٨٠°

السبب : من خواصّ المثلّث المتطابق الضلعين



ق(أجب) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

السبب : بالتجاور على ∠ مستقيم

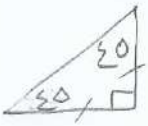
ق(ب̂) = ق(أجب) = ٥٠°

السبب : من خواص المثلث المتطابق الضلعين

فكّر وناقش

ما رأيك في صحّة العبارة التالية ؟

يمكن أن يكون المثلّث القائم الزاوية متطابق الضلعين أيضًا . فسِّر إجابتك .

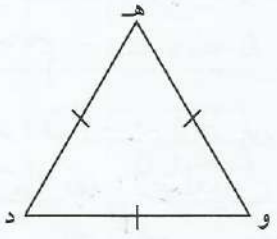


صحيحة بشرط أن تكون زاوية الرأس هي الزاوية القائمة

تمـرَّنْ :

١ أوجِد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المحدَّدة في كلٍّ مما يلي مع ذكر السبب :

أ



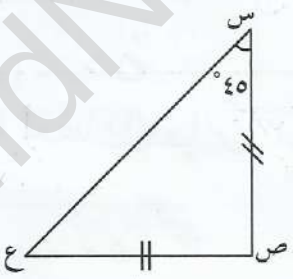
ق(هـ̂) = ٦٠°

السبب : لأنه المثلث متطابق الأضلاع وبالتالي تتساوى قياس الزوايا الثلاث

ق(هـ) = ق(و) = ق(د)

= ٦٠°

ب



ق(ع̂) = ٤٥°

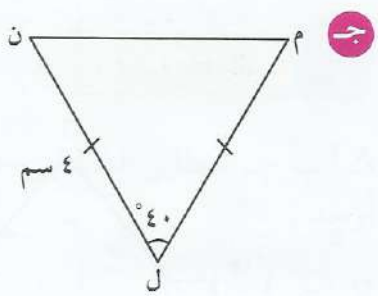
السبب : من خواص المثلث المتطابق الضلعين

ق(ص̂) = ٩٠°

السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

@MidNight_Document
@MidNight_Math

جـ



ق (ن̂) = ق (م̂)

ق (ل̂) + ق (م̂) = ١٨٠°

١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠°

السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

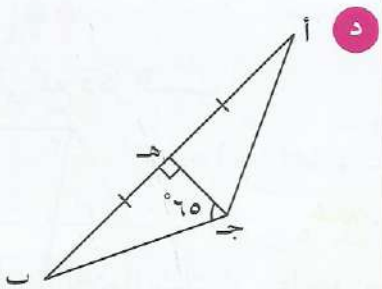
ق (ن̂) = ق (م̂) = ١٤٠ ÷ ٢ = ٧٠°

السبب : قياسا زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متساويان

طول ل م = ٤ سم

السبب : حرفا المثلث المتطابق الضلعين متساويان

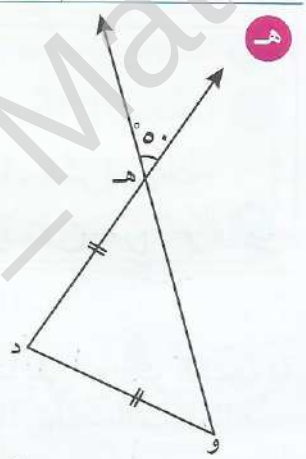
د



ق (أ̂جـ هـ) = ٦٥°

السبب : القطعة المستقيمة المرسومة من رأس المثلث عمودية على القاعدة وتنصف المثلث المتطابق الضلعين والقطعة المستقيمة تنصف زاوية الرأس

هـ



ق (و هـ̂ د) = ٥٠°

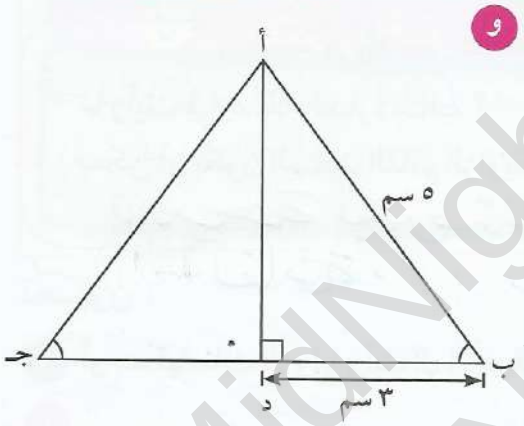
السبب : بالتقابل بالرأس

ق (د و̂ هـ) = ٥٠°

السبب : مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

السبب : حرفا المثلث المتطابق الضلعين متساويان

و



أجـ = ٥ سم

السبب : ق (ن̂) = ق (جـ̂) أو حرفا المثلث المتطابق الضلعين متساويان

طول ب جـ = ٣ + ٣ = ٦ سم

السبب : مجموع طولي ضلعين في المثلث = طول الضلع الثالث

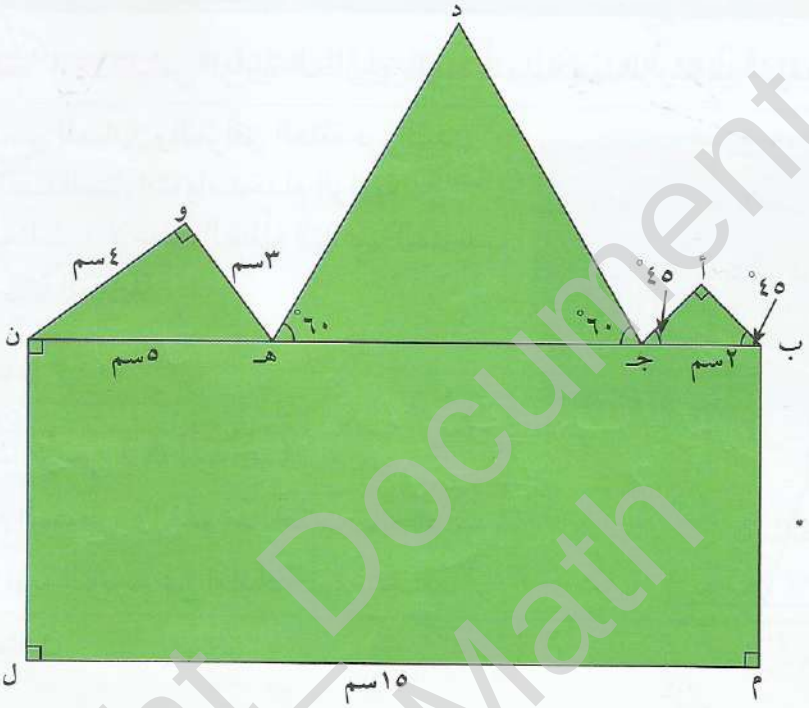
٢ Δ هـ و ن متطابق الضلعين ، فيه :

طول و ن = ٤ سم ، وطول هـ ن = ٢ سم ، فما هي الأطوال الممكنة للضلع هـ و ثمّ فسّر إجابتك .

هـ و = ٤ سم لأن مجموع طولي ضلعين في المثلث يكون أطول من طول الضلع الثالث عندما هـ و = ٤ سم فإن طول الأضلاع في المثلث يمكن أن تكون أضلاع مثلث

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ صنع راشد تاجًا من خلال نسخ الشكل المرسوم ليكتب عليه أسماء المتعلّمين الحاصلين على المراكز الثلاثة الأولى في مسابقة أولمبياد الرياضيات . أُنظر إلى اللوحة التالية :



أ أكمل الجدول التالي :

المثلّث	نوعه من حيث أضلاعه	نوعه من حيث زواياه
Δ أ ب جـ	متطابق الضلعين	قائم الزاوية
Δ جـ د هـ	متطابق الأضلاع	حاد الزوايا
Δ هـ و ن	مختلف الأضلاع	قائم الزاوية

ب أوجِد طول $\overline{دجـ}$ مع ذكر السبب . Δ دجـ هـ متطابق الأضلاع

دجـ = دهـ = جـهـ ، جـهـ = ١٥ - (٢ + ٥) = ٨سم

دجـ = ٨سم

@Midnight_Document @MidNight_Math

٣-٨ الزاوية الخارجة للمثلّث
The Exterior Angle of a Triangle

سوف تتعلّم : إيجاد قياس الزاوية الخارجة للمثلّث وعلاقته بالزوايا الداخلة له .

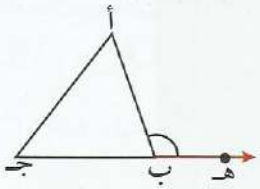
العبارات والمفردات :
الزاوية الخارجة للمثلّث
Exterior angle of a triangle

يصمّم مهندسو المباني والمرافق العامّة في المدن مظلّات مواقف السيّارات باستخدام الزاوية الخارجة للمثلّث ، لإعطاء المظلّة التدعيم المناسِب كما في الصورة المقابِلة .

معلومات مفيدة :
يستخدم مهندسو الطرق مفهوم الزاوية الخارجة للمثلّث لتصميم تقاطعات الطرق والجسور .

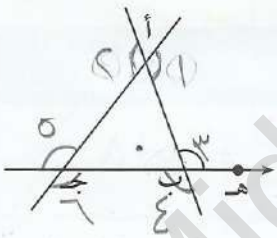
نشاط (١) :

أمامك مثلّث مرسوم (Δ أ ب جـ) :



- باستخدام المسطرة والقلم مدّ $\overleftarrow{جـ ب}$ باتّجاه ب .
- لاحِظ الزاوية الناتجة عن امتداد الضلع جـ ب خارج المثلّث .

تُسمّى (أ$\hat{ب}$ هـ) زاوية خارجة للمثلّث أ ب جـ وتكون مكمِّلة للزاوية أ ب جـ .



للمثلّث أكثر من زاوية خارجة .

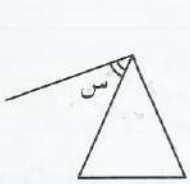
أُنظر إلى الرسم المقابِل ، وحدِّد عدد الزوايا الخارجة .

٦ زوايا خارجة

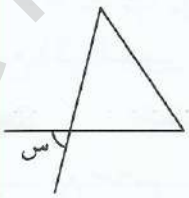
اللوازم :
- مسطرة .
- قلم تلوين خشبي .
- مقصّ .
- ورق ملوّن .

تدرّب (١) :

حدِّد الشكل الذي فيه الزاوية (س) زاوية خارجة للمثلّث في كلّ ممّا يلي :

أ


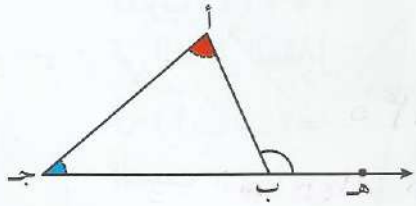
ب

جـ


د

@MidNight_Document
@MidNight_Math

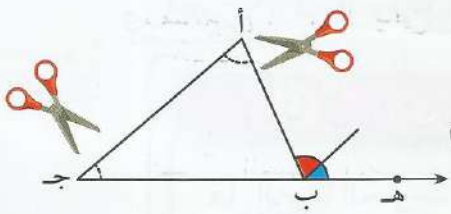
نشاط (٢) :



في Δ أ ب جـ المقابل :

ما العلاقة بين أ$\hat{ب}$ هـ الخارجة للمثلّث والزوايا الداخلة له ؟

قم بما يلي :



- اِنسخ المثلّث أ ب جـ على ورق شفّاف .
- حدِّد (ب أ جـ) ، (ب جـ أ) الداخلتين كما في الرسم المقابل .
- قُصَّ الزاويتين .
- اِجعل رأس كلّ من الزاويتين على رأس أ$\hat{ب}$ هـ (**الخارجة للمثلّث**) بشكل متجاور .

ماذا تلاحظ ؟

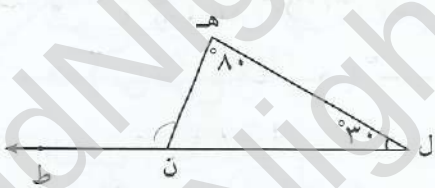
أكمِل : ق (أ$\hat{ب}$ هـ) = ق (أ) + ق (جـ)

إذًا نستنتج أنّ :

قياس كلّ زاوية خارجة للمثلّث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها .

لاحظ أنّ :
بإمكانك إيجاد قياس الزاوية الخارجة من خلال طرح قياس الزاوية المكمِّلة لها من ١٨٠° .

تدرّب (٢) :



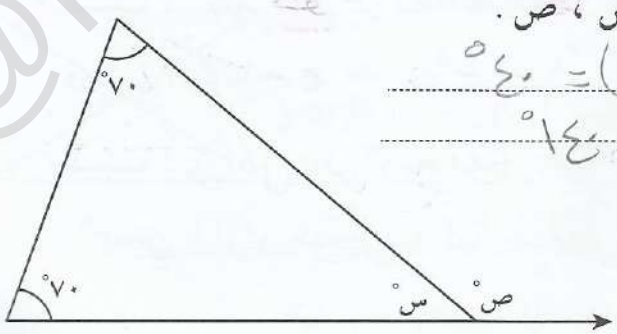
أكمِل :

ق (هـ$\hat{ن}$ ط) = ٣٠° + ٨٠° = ١١٠°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلّث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها .

تدرّب (٣) :

اِستعِن بالرسم لإيجاد قيمة كلّ من س ، ص .



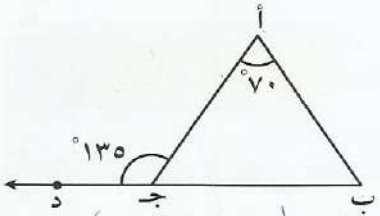
س = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

ص = ٧٠° + ٧٠° = ١٤٠°

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٤)

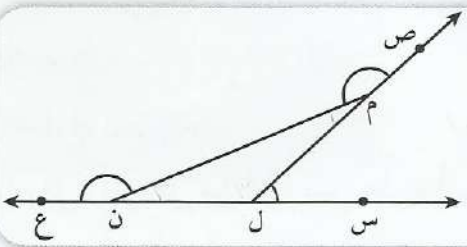
في الشكل المقابل :



ق (أ$\hat{ب}$ جـ) = ١٣٥° − ٧٠° = ٦٥°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

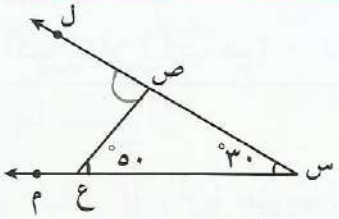
فكّر وناقِش



هل الزوايا الخارجة المحدَّدة في المثلّث المقابِل المرسوم متطابقة ؟ فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ

في التمارين من (١ – ٥) أوجِد المطلوب مع ذكر السبب :



١ ق (ل ص$\hat{ع}$) = ٣٠° + ٥٠° = ٨٠°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

ق (س ص$\hat{ع}$) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

السبب : بما يتجاور على خط مستقيم

أو ق (س ص$\hat{ع}$) = ١٨٠° − (٣٠° + ٥٠°) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠° ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

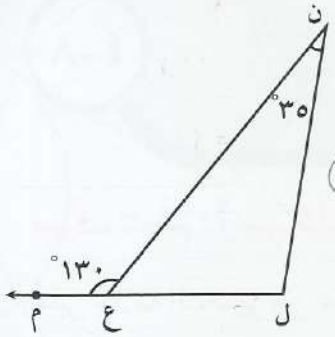
٢ ق (أ$\hat{ب}$ جـ) = ٥٠°

السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث متطابقة الضلعين

ق (ب أ$\hat{د}$) = ٥٠° + ٥٠° = ١٠٠°

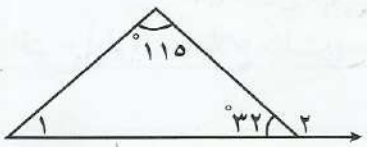
السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث = مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

@MidNight_Document
@MidNight_Math



٣ قياس (ن ل̂ ع) = ١٣٠° - ٣٥° = ٩٥°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها

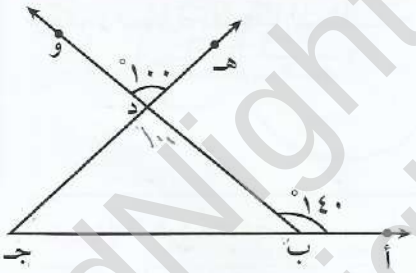


٤ ق (١̂) = ١٨٠° - (١١٥° + ٣٢°) = ٣٣°

السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (٢̂) = ١١٥° + ٣٣° = ١٤٨°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها



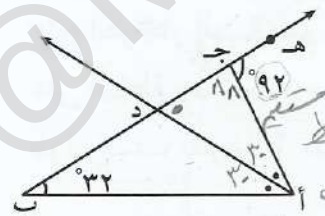
٥ ق (ب د̂ جـ) = ١٠٠°

السبب : بالتقابل بالرأس

ق (ب جـ̂ د) = ١٤٠° - ١٠٠° = ٤٠°

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها

٦ في الشكل المجاور أد̂ يُنصِّف (جـ أ̂ ب) ،
أوجِد مع ذكر السبب ق (أ د̂ جـ) .



ق (أ جـ̂ د) = ١٨٠° - ٩٢° = ٨٨° بالتجاور على خط مستقيم

ق (أ̂) = ١٨٠° - (٨٨° + ٣٢°) = ٦٠° مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق (جـ أ̂ د) = ق (د أ̂ ب) = ٦٠° ÷ ٢ = ٣٠° لأن أد̂ ينصف (جـ أ̂ ب)

∴ ق (أ د̂ جـ) = ٣٠ + ٣٢ = ٦٢° ∵ قياس الزاوية الخارجة للمثلث يساوي مجموع الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-٨ رسم مثلّث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة
Drawing a Triangle Knowing the Lengths of Its Three Sides

سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت أطوال أضلاعه .

تُعتبَر علامة التحذير من علامات المرور للدلالة على وجود ظروف خطرة في الشارع . أراد خالد أن يصمّم مثلّث تحذير لاستخدامه عند تعطّل سيّارته .

اِقترِح أطوال أضلاع مثلّث يستطيع خالد رسمه .

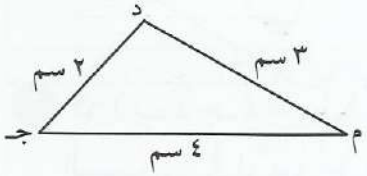
نشاط :

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .

أُرسم المثلّث م جـ د حيث م جـ = ٤ سم ، م د = ٣ سم ، د جـ = ٢ سم

الخطوة (١) :

نرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث م جـ د .



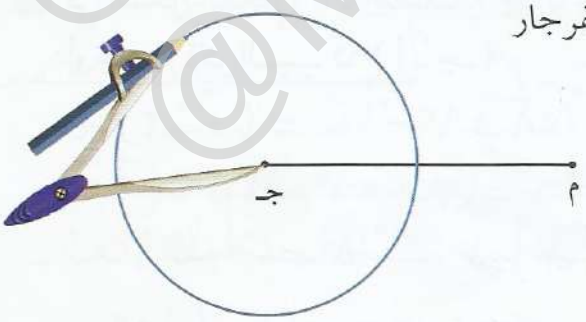
الخطوة (٢) :

اِستخدِم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة طولها ٤ سم ، ولتكن $\overline{\text{م جـ}}$ هذه القطعة .

تذكَّرْ أنّ :
لرسم دائرة مركزها معلوم ، نحتاج إلى معرفة طول نصف قطرها (نصف قطرها) .

الخطوة (٣) :

اِفتح الفرجار إلى ٢ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة جـ ، ثمّ ارسم دائرة طول نصف قطرها ٢ سم .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

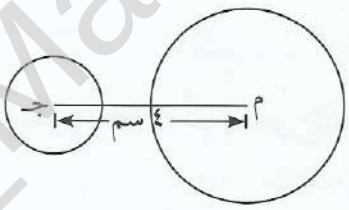
الخطوة (٤) :

اِفتح الفرجار إلى ٣ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة م ، ثمّ ارسم دائرة طول نصف قطرها ٣ سم تتقاطع مع الدائرة الأولى ، ولتكن د إحدى نقطتي التقاطع . بعدها ، صِلْ بين م ، د ثمّ بين جـ ، د وهكذا نحصل على المثلّث م جـ د .

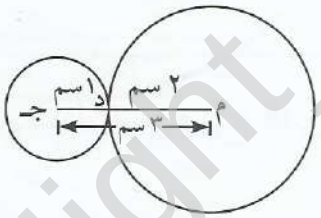
فكِّر وناقِش

لترى ماذا يحدث إذا كانت الأطوال هي :

م جـ = ٤ سم ، م د = ٢ سم ، د جـ = ١ سم



م جـ = ٣ سم ، م د = ٢ سم ، د جـ = ١ سم

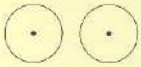


ناقِش ما تراه في الرسم .

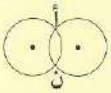
اِنتبِه :

علاقة دائرة بأخرى منها :

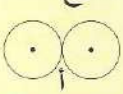
١ - متباعدتان .



٢ - متقاطعتان .

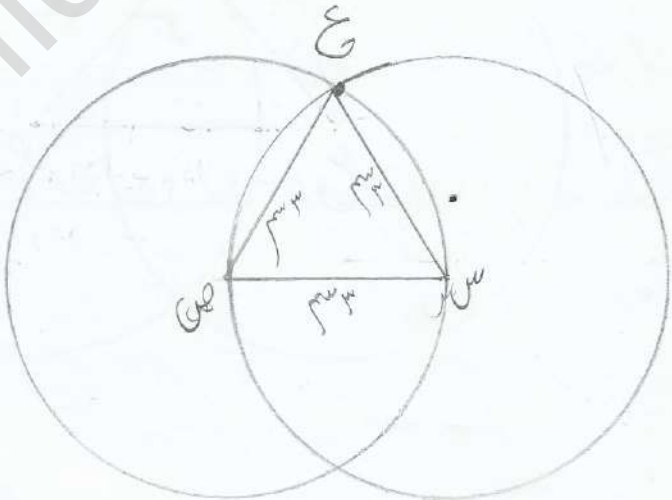


٣ - متماسّتان من الخارج .



تدرّب (١) :

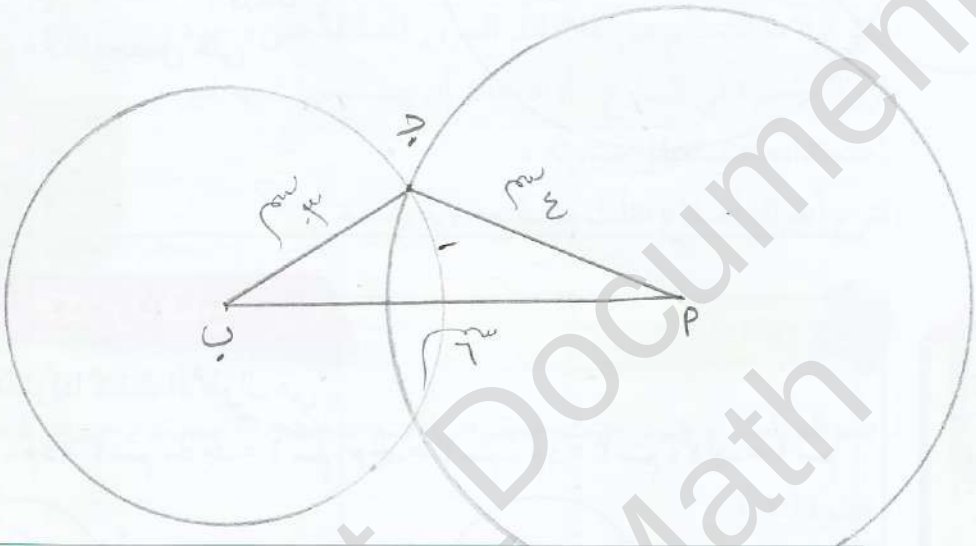
اُرسم المثلّث س ص ع متطابق الأضلاع وطول ضلعه ٣ سم .



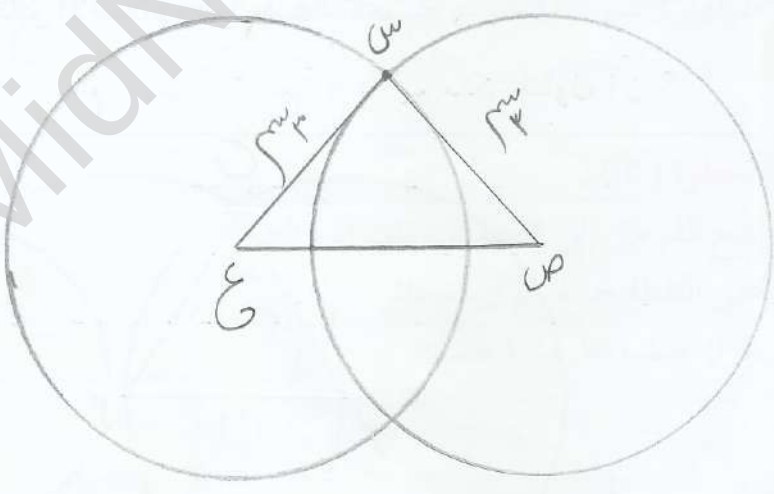
@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث أب = ٦ سم ، أ جـ = ٤ سم ، ب جـ = ٣ سم .

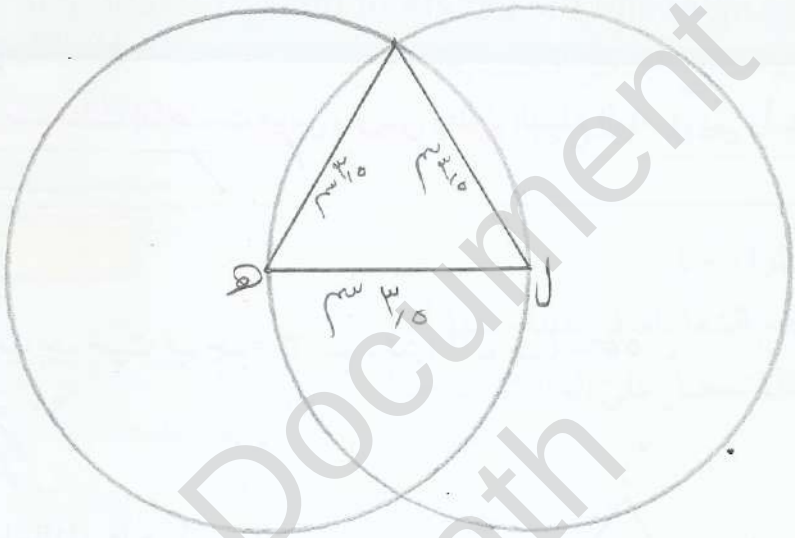


٢ أُرسم المثلّث س ص ع الذي فيه س ص = س ع = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ أُرسم المثلّث ل هـ ن متطابق الأضلاع وطول ضلعه ٣,٥ سم .



٤ هل يمكن رسم مثلّث أطوال أضلاعه ٥,٥ سم ، ٤ سم ، ٩,٥ سم ؟
فسّر إجابتك . لا يمكن

٥,٥ + ٤ = ٩,٥ ≠ ٩,٥

لأن مجموع طولي أصغر ضلعين ليس أكبر من طول الضلع الثالث

وفي هذه الحالة سوف تكون الأشعة متماسة

٥ أ ر ن مثلّث حيث أ ر = ١٤ سم ، ر ن = ٥ سم . اعطِ قيم ممكنة لطول أن ؟

١٠ ≤ أن ≤ ١٨

أن يمكن أن تكون ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨ سم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥-٨ رسم مثلّث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما

Drawing a Triangle knowing the Measure of Two Angles and the Length of their Adjacent Side

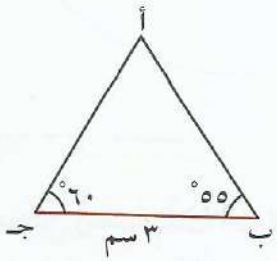
سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما .

نشاط :

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .
- منقلة .

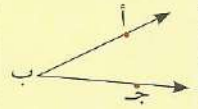
أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث ب جـ = ٣ سم ، ق (أ$\hat{ب}$ جـ) = ٥٥° ،
ق (أ$\hat{ج}$ ب) = ٦٠°

الخطوة (١) :
أُرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث أ ب جـ .



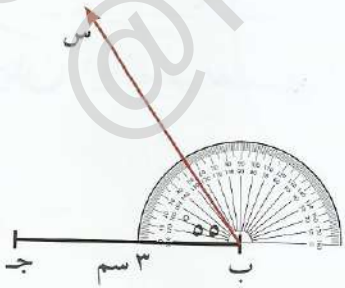
الخطوة (٢) :
اِستخدِم المسطرة ، وارسم قطعة مستقيمة طولها ٣ سم . ولتكن $\overline{ب جـ}$.

تذكَّرْ أنّ :



يُرمَز إلى الزاوية أ ب جـ بعدّة طرق :
< أ ب جـ
(جـ $\hat{ب}$ أ) ، ($\hat{ب}$)

الخطوة (٣) :
ضَع المنقلة بحيث يكون مركز المنقلة فوق النقطة ب وخط بدء القياس ينطبق على $\overline{ب جـ}$.
أُرسم الشعاع $\overleftarrow{ب س}$ بحيث يكون ق (جـ $\hat{ب}$ س) يساوي ٥٥° .

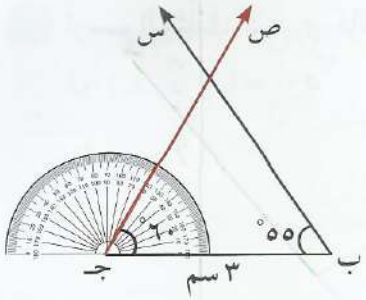


@MidNight_Document
@MidNight_Math

الخطوة (٤) :

ضَع المنقلة بحيث يكون مركز المنقلة فوقَ النقطة جـ وخط بدء القياس ينطبق على $\overline{ب جـ}$.

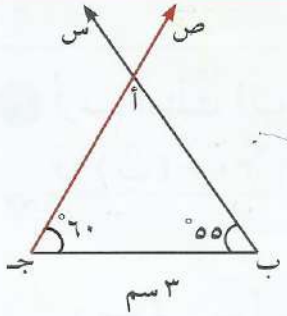
أُرسم الشعاع $\overrightarrow{جـ ص}$ بحيث يكون ق (ب $\hat{جـ}$ ص) يساوي ٦٠°



الخطوة (٥) :

يتقاطع الشعاعان في نقطة سَمِّها أ .

وهكذا تحصل على المثلّث أ ب جـ .

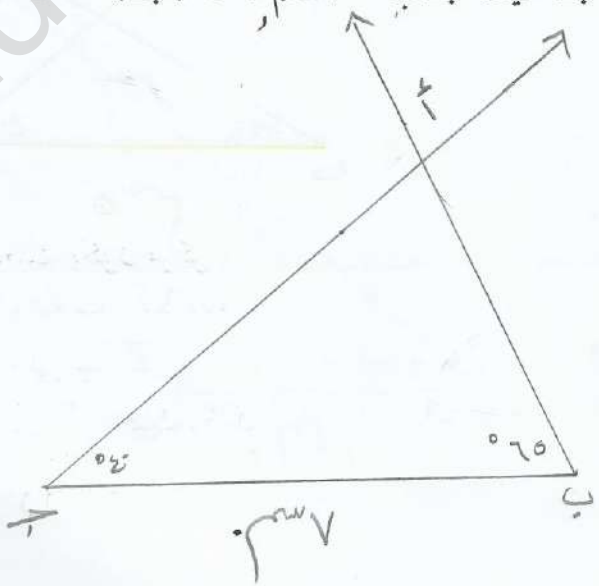


فكّر وناقِش

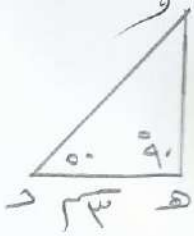
هل تستطيع رسم مثلّث ك ل م إذا علمت أنّ قياس ق (ك $\hat{ل}$ م) = ٧٠° ، ق (ل $\hat{م}$ ك) = ١٢٠° ، م ل = ٥ سم ؟ فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

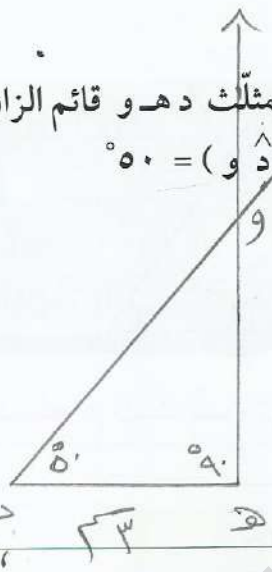
١ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث جـ ب = ٧ سم ، ق ($\hat{جـ}$) = ٤٠° ، ق ($\hat{ب}$) = ٦٥°



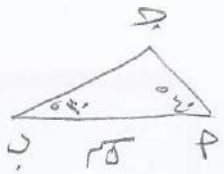
@MidNight_Document
@MidNight_Math

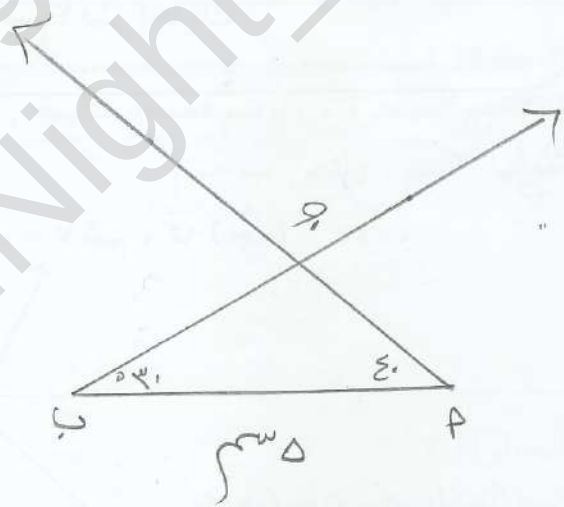


٢ أُرسم المثلّث د هـ و قائم الزاوية في هـ حيث هـ د = ٣ سم ،
ق (هـ د̂ و) = ٥٠°



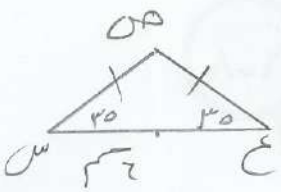
٣ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث أ ب = ٥ سم ، ق (جـ̂) = ١١٠° ،
ق (ب̂) = ٣٠°



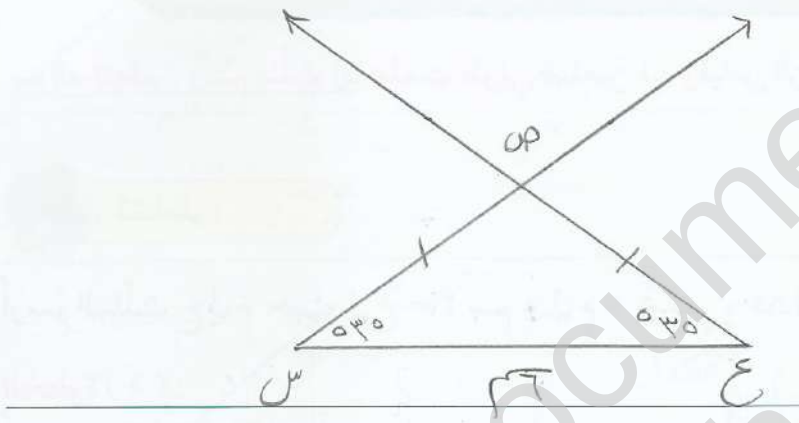


@MidNight_Document
@MidNight_Math

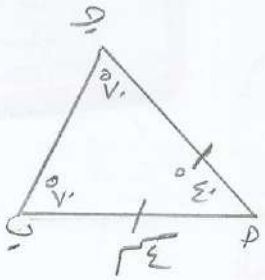
٤ أُرسم المثلّث ص ع س متطابق الضلعين رأسه ص ، ع س = ٦ سم ،
ق (س̂) = ٣٥°



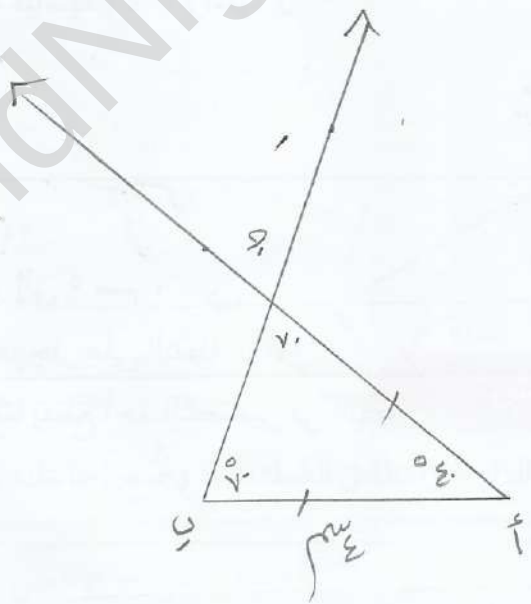
ق (ع̂) = ٣٥° ∵ ق (س̂) = ٣٥° ∵ زوايا المثلث متطابقة الضلعين



٥ أُرسم المثلّث أ ب جـ متطابق الضلعين ، ورأسه أ ، حيث أ ب = ٤ سم ،
ق (أ ب̂ جـ) = ٧٠° (يمكنك استخدام المثلث المرسوم لمشروع الوحدة).



∴ رأس المثلث المتطابق الضلعين أ
∴ أ ب = أ جـ ⟵ ∴ ق (ب̂) = ق (جـ̂) = ٧٠°
∴ ق (أ̂) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°



@MidNight_Document
@MidNight_Math

٦-٨ رسم مثلّث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحدَّدة بهما

Drawing a Triangle knowing the Length of Two Sides and the Measure of the Angle Between Them

سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المحدَّدة بهما .

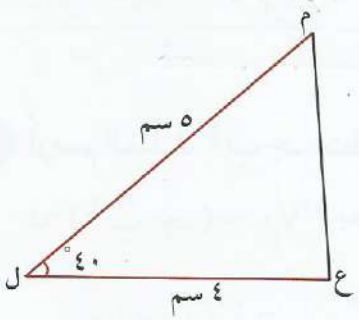
نشاط :

أُرسم المثلّث ع ل م حيث ل ع = ٤ سم ، ل م = ٥ سم ، ق (ع $\hat{ل}$ م) = ٤٠°

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .
- منقلة .

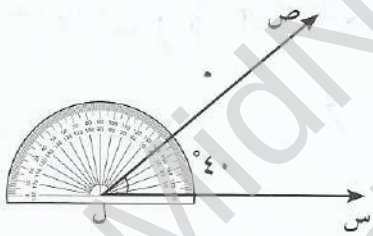
الخطوة (١) :

أُرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث ع ل م .



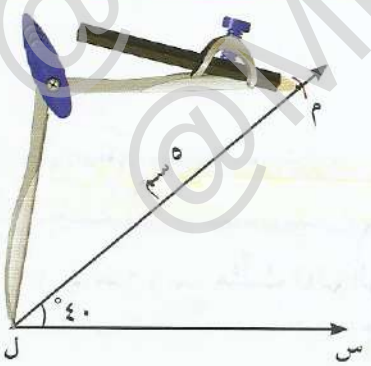
الخطوة (٢) :

اِستخدِم المنقلة ،
وارسم زاوية قياسها ٤٠° ، رأسها ل .



الخطوة (٣) :

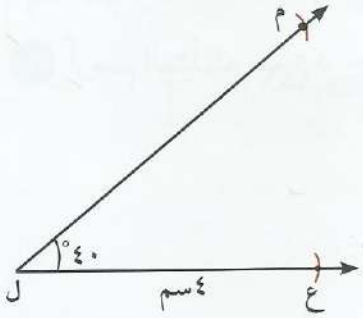
اِفتح الفرجار إلى ٥ سم ،
وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة ل ،
ثمّ ارسم قوسًا يقطع أحد الشعاعين في النقطة م .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

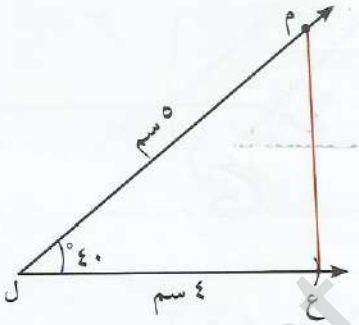
الخطوة (٤) :

اِفتح الفرجار إلى ٤ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة ل ، ثمّ ارسم قوسًا يقطع الشعاع الآخر في النقطة ع .



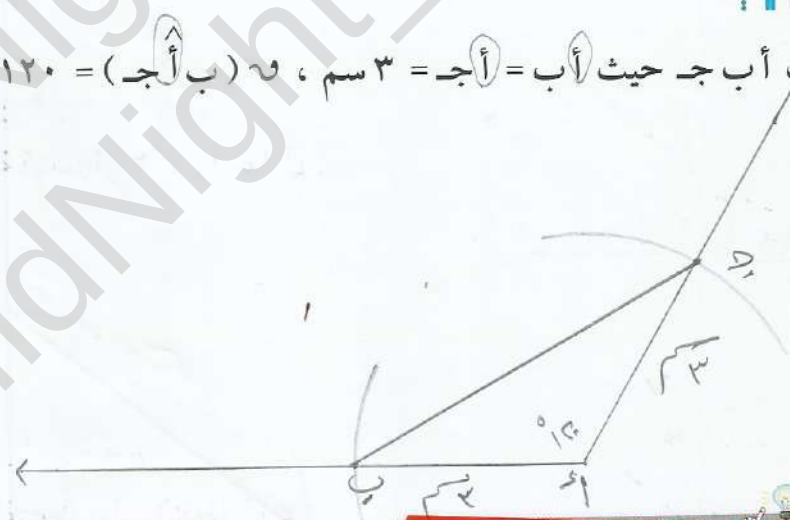
الخطوة (٥) :

صِلْ بين النقطتين ع ، م ، وهكذا تحصل على المثلّث ع ل م .



تدرّب (١) :

أُرسم مثلّث أ ب جـ حيث أب = أجـ = ٣ سم ، ق (ب أ̂ جـ) = ١٢٠°



فكّر وناقِش

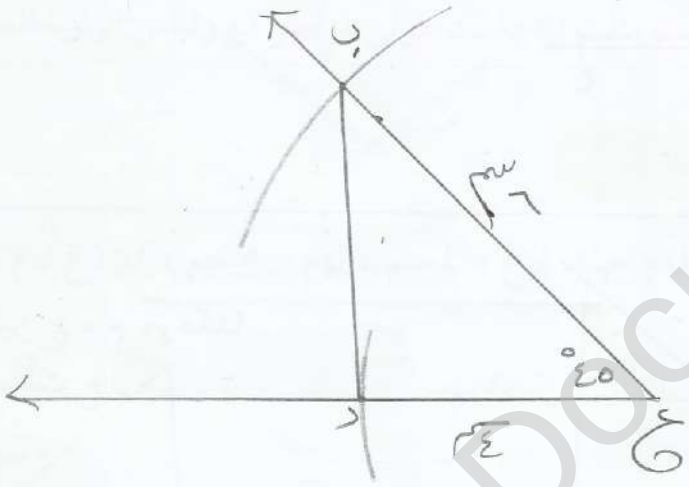
هل يمكن رسم مثلّث قائم الزاوية ومتطابق الضلعين ؟ وضِّح إجابتك .

نعم بشرط أن تكون زاوية الرأس هي الزاوية القائمة

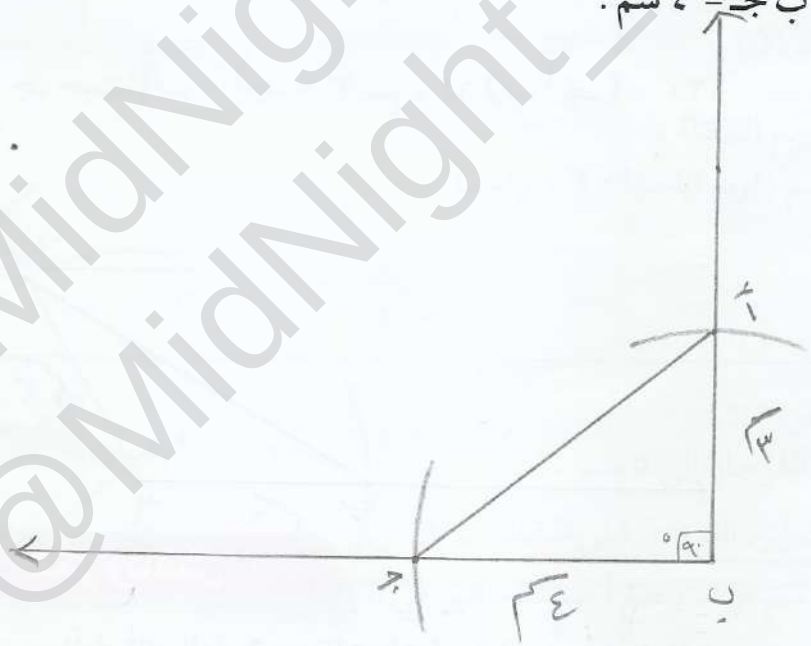
@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم المثلّث ب ع د حيث ب ع = ٦ سم ، ع د = ٤ سم ، ق (ع̂) = ٤٥°

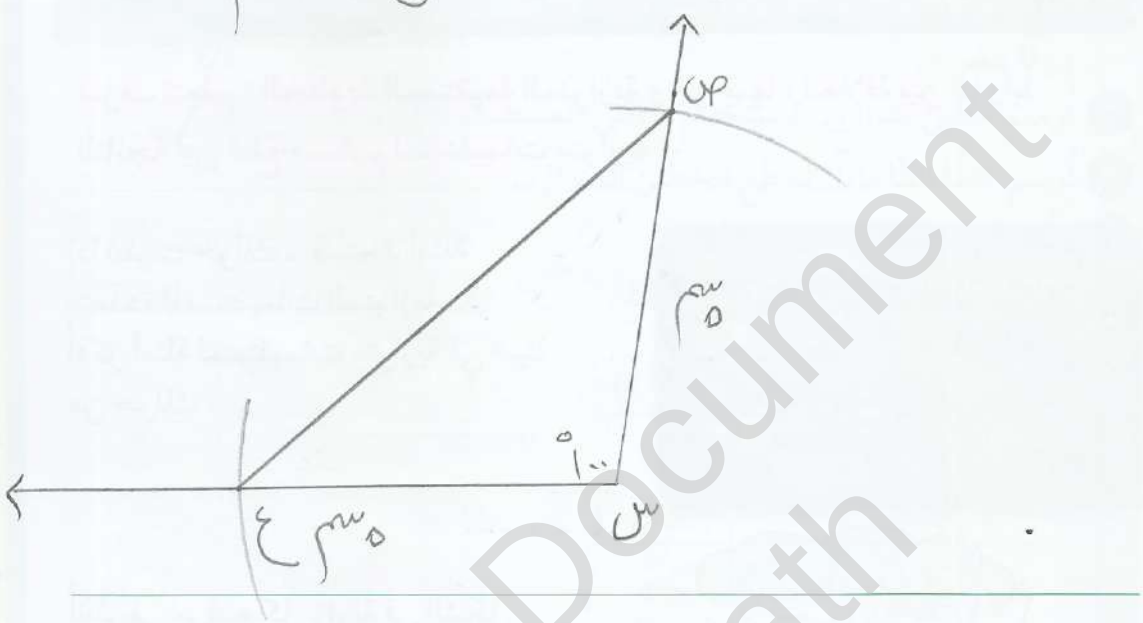


٢ أُرسم المثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في ب حيث أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم .

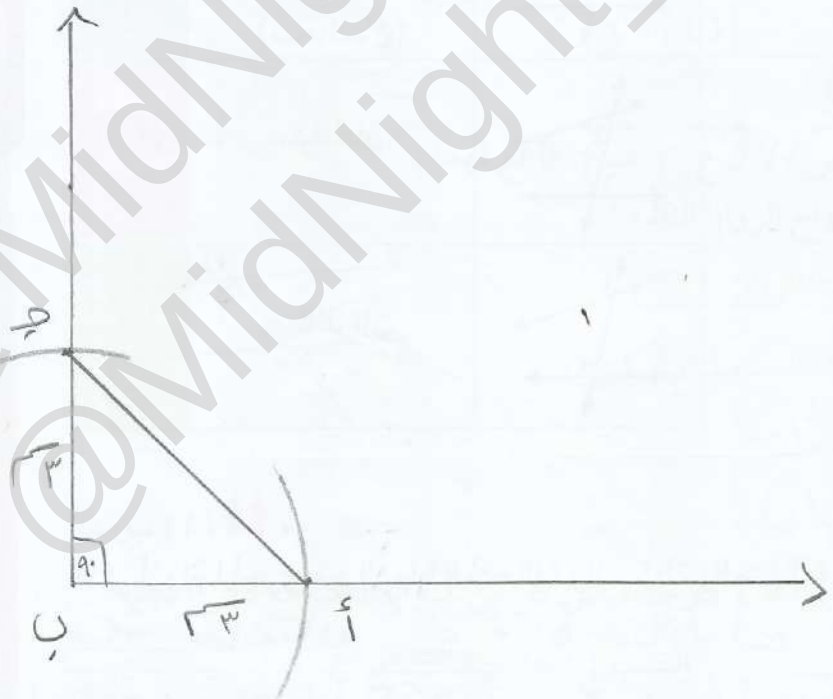


@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ أُرسم المثلّث س ص ع متطابق الضلعين ، رأسه س ، حيث س ص = ٥ سم ،
ق(س̂) = ١٠٠°



٤ أُرسم المثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في ب حيث أ ب = ب جـ = ٣ سم .

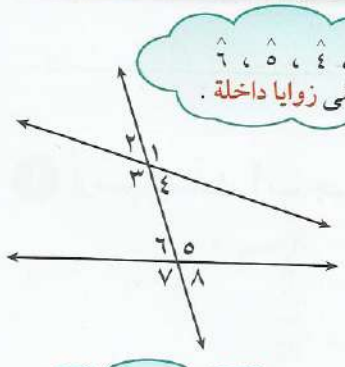


@MidNight_Document
@MidNight_Math

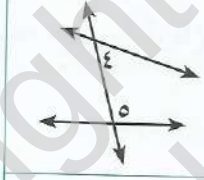
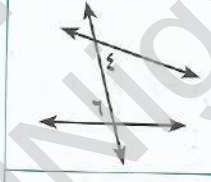
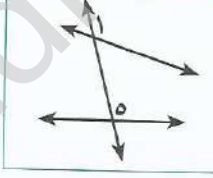
٧-٨ المستقيمات المتوازية والزوايا
Angles and Parallel Lines

سوف تتعلّم : الخطوط المستقيمة المتوازية وخواصّها والعلاقة بين الزوايا الناتجة عن قطع مستقيم لمستقيمات متوازية .

إذا نظرت حولك ، فستجد أمثلة متعدّدة للمستقيمات المتوازية .
أُذكر أمثلة لمستقيمات متوازية في البيئة من حولك .



أُنظر في موضع كلّ زاوية في الشكل الموضّح ، ولاحظ ما يلي :

٤ ، ٥	داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع (متحالفتان)	
٤ ، ٦	متبادلتان	
١ ، ٥	متناظرتان	

تدرّب (١) :

أُذكر أزواجًا أخرى من الزوايا المتحالفة والمتبادلة والمتناظرة من الشكل السابق .

متحالفتان ∠٣ ، ∠٥ متبادلتان ∠٣ ، ∠٦

متناظرتان (∠٤ ، ∠٨) ، (∠٢ ، ∠٦) ، (∠١ ، ∠٥)

العبارات والمفردات :

متوازٍ Parallel

قاطع Transversal

زاوية خارجة Exterior Angle

زاوية داخلة Interior Angle

زوايا متبادلة Alternate Angles

زوايا متناظرة Corresponding Angles

زوايا متحالفة

اللوازم :

- المسطرة .
- المنقلة .

تذكّرْ أنّ :

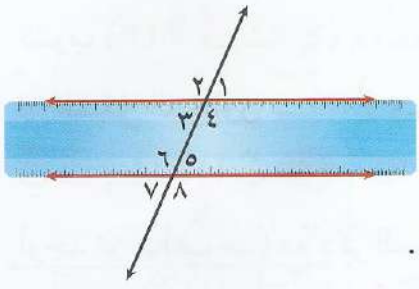
توضح المستقيمات المتوازية بوضع أسهم عليها كالتالي :

الرمز // يعبّر عن توازي مستقيمين

(أب // جـ د)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

نشاط :



١ ضَع المسطرة التي تستخدمها في القياس على ورقة بيضاء .

٢ أُرسم خطّين متوازيين باستخدام حافّتي المسطرة .

٣ أُرسم خطًّا ثالثًا مائلًا ليقطع الخطّين المتوازيين .

٤ رقِّم الزوايا الناتجة من التقاطع .

٥ قِس الزوايا الناتجة باستخدام المنقلة .

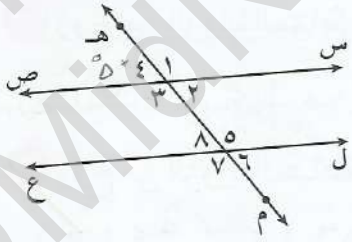
عندما يقطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن:

١	كل زاويتين متبادلتين متطابقتان	$\hat{٤} \cong \hat{٦}$ $\hat{٣} \cong \hat{٥}$
٢	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	$\hat{١} \cong \hat{٥}$ $\hat{٢} \cong \hat{٦}$ $\hat{٤} \cong \hat{٨}$ $\hat{٣} \cong \hat{٧}$
٣	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	$(\hat{٣}، \hat{٦})$ $(\hat{٤}، \hat{٥})$

تذكَّرْ أنّ :
- كلّ زاويتين متقابلتين بالرأس متطابقتان .
- كلّ زاويتين متجاورتين على مستقيم واحد متكاملتان (مجموع قياسهما = ١٨٠°)

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل س ص // ل ع ، هـ م قاطع لهما :



١ سَمِّ كلّ زوج من أزواج الزوايا التالية :

أ $\hat{٢}$ ، $\hat{٦}$ زاويتان متناظرتان

ب $\hat{٥}$ ، $\hat{٧}$ متقابلتان بالرأس

جـ $\hat{٣}$ ، $\hat{٥}$ متبادلتان

د $\hat{٣}$ ، $\hat{٨}$ متحالفتان

٢ إذا كانت ق ($\hat{٤}$) = ٥٠° ، فأوجِد قياس كلٍّ من الزوايا التالية مع ذكر السبب :

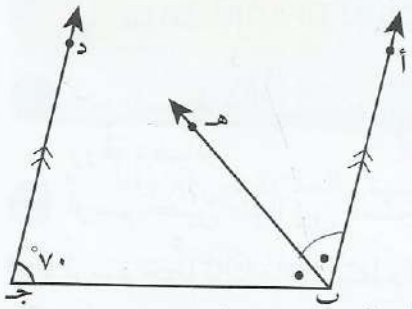
أ ق ($\hat{٨}$) = ٥٠° السبب : التوازي والتناظر مع ($\hat{٤}$)

ب ق ($\hat{٢}$) = ٥٠° السبب : بالتقابل بالرأس مع ($\hat{٤}$) أو بالتبادل والتوازي مع ($\hat{٨}$)

جـ ق ($\hat{٣}$) = ١٣٠° السبب : بالتحالف والتوازي مع ($\hat{٨}$) أو بالتجاور على خط مستقيم مع ($\hat{٤}$)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٣) :



في الشكل المجاور ب أ // جـ د

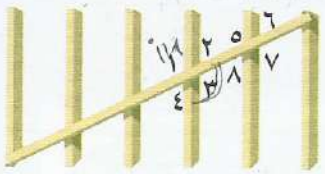
ب هـ ينصّف (أ ب جـ) ، ق (د جـ ب) = ٧٠°

أوجِد ق (أ ب هـ) مع ذكر السبب .

ق (ب) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° بالتحالف والتوازي مع (جـ)

ق (أ ب هـ) = ق (هـ ب جـ) = ١١٠° = ٥٥° لأن ب هـ ينصف (أ ب جـ)

فكّر وناقِش



ثبّت نجّار ستّ دعائم خشبية متوازية على حائط مقطوعة بقاطع . إذا كان ق (١) = ١١٨° ،

فهل يمكن إيجاد ق (٧) . فسّر إجابتك .

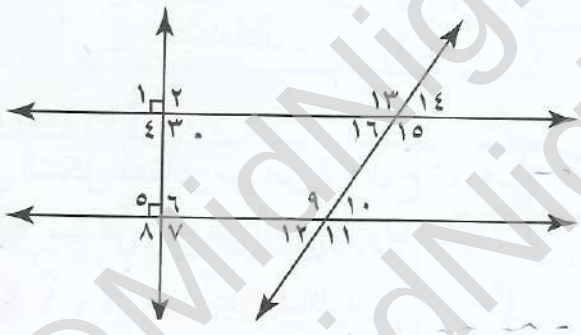
نعم

ق (٣) = ١١٨° بالتقابل بالرأس

ق (٧) = ق (٣) = ١١٨° بالتناظر والتوازي مع (٣)

تمـــرَّنْ :

١ من الشكل المقابل ، أوجِد :



أ زوج من الزوايا المتحالفة

(١٥ ، ١٠) ، (١٦ ، ٩)

ب زوج من الزوايا المتناظرة

(١٤ ، ١٠) ، (١٥ ، ١١)

جـ زوج من الزوايا المتبادلة

(١٥ ، ٩) ، (١٦ ، ١٠)

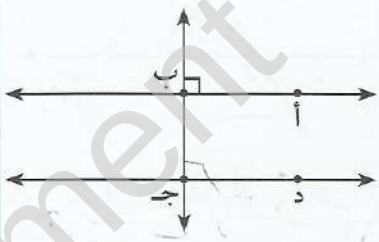
د زوج من الزوايا المتقابلة بالرأس

(١٣ ، ١٥) ، (١ ، ٣)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢ في كلّ من الأشكال التالية $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، أوجد مع ذكر السبب
ق (ب $\hat{جـ}$ د) :

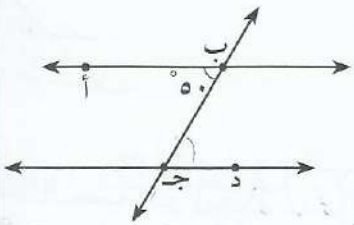
أ



ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ٩٠°

السبب : بالتناظر والتوازي

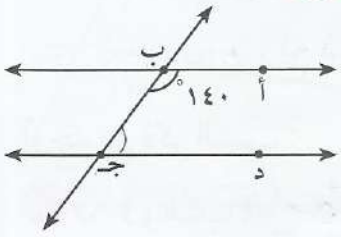
ب



ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ٥٠°

السبب : بالتبادل والتوازي

جـ



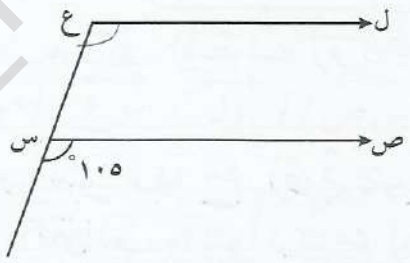
ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ١٨٠° - ١٤٠° = ٤٠°

السبب : بالتحالف والتوازي

---

٣ في كلّ شكل من الأشكال التالية $\overleftarrow{س ص}$ // $\overleftarrow{ع ل}$ ، أوجد مع ذكر السبب
ق (س $\hat{ع}$ ل) :

أ



ق (س $\hat{ع}$ ل) = ١٠٥°

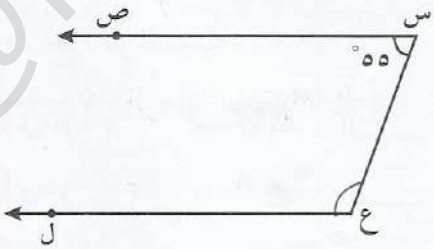
بالتناظر والتوازي

ب

ق (س $\hat{ع}$ ل) = ٢٥°

بالتبادل والتوازي

جـ

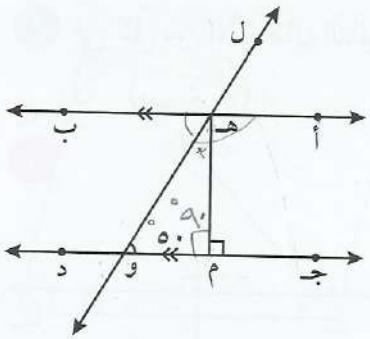


ق (س $\hat{ع}$ ل) = ١٨٠° - ٥٥° = ١٢٥°

بالتحالف والتوازي

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ في الشكل المجاور



$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{هـو}$ قاطع لهما

$\overline{هـم} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ ، ق(هـوٰم) = ٥٠°

أوجِد مع ذكرِ السبب :

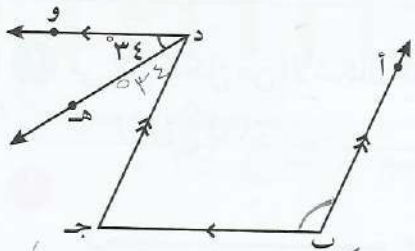
أ ق(وهٰب) = ٥٠° السبب : بالتبادل والتوازي مع (هوٰم)

ب ق(أهٰو) = ١٣٠° السبب : بالتحالف والتوازي مع (هوٰم)

جـ ق(مهٰو) = ٤٠° السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

---

٥ في الشكل المجاور ب أ // $\overleftarrow{جـد}$ ،



$\overleftarrow{بجـ}$ // $\overleftarrow{دو}$ ،

$\overleftarrow{دهـ}$ ينصّف (وٰدجـ) ، ق(وٰدهـ) = ٣٤°

أوجِد مع ذكر السبب ق (أٰبجـ)

ق(وٰدهـ) = ق(هٰدجـ) = ٣٤° لأن $\overleftarrow{دهـ}$ ينصف (وٰدجـ)

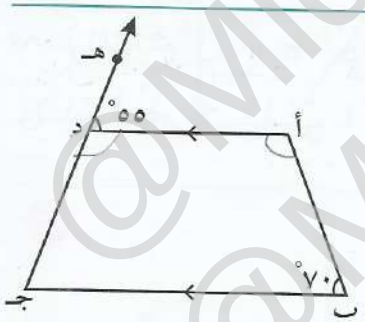
ق(وٰدجـ) = ٣٤° + ٣٤° = ٦٨°

ق(دجٰب) = ٦٨° بالتبادل والتوازي مع (وٰدجـ)

ق(أٰبجـ) = ١٨٠° − ٦٨° = ١١٢° بالتحالف والتوازي مع (دجٰب)

---

٦ في الشكل المجاور $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ،



ق(أٰدهـ) = ٥٥° ، ق(بٰ) = ٧٠°

أوجِد مع ذكرِ السبب :

أ ق(أٰ) = ١١٠° السبب : بالتحالف والتوازي مع (بٰ)

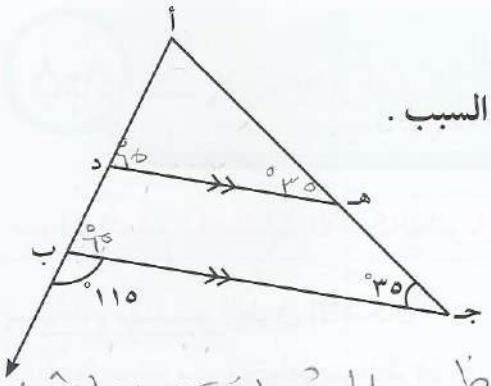
ب ق(جٰ) = ٥٥° السبب : بالتناظر والتوازي مع (هـدٰأ)

جـ ق(أٰدجـ) = ١٢٥° السبب : بالتحالف والتوازي مع (جٰ)

أو بالتجاور على خط مستقيم مع (هـدٰأ)

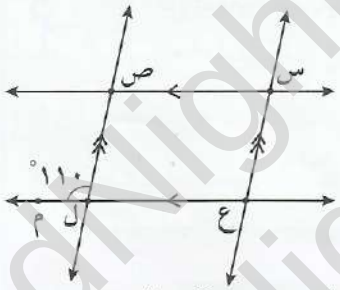
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٧ في الشكلِ المقابِل : $\overline{دهـ}$ // $\overline{ب جـ}$.
أُحسب قياس زوايا المثلّث أ د هـ مع ذكر السبب .



ق (أ د هـ) = ٣٥° بالتناظر والتوازي مع (ب جـ)
ق (د ب جـ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° بالتجاور على خط مستقيم
ق (ب د هـ) = ٦٥° بالتناظر والتوازي مع (د ب جـ)
ق (هـ) = ١٨٠° − (٣٥° + ٦٥°) = ٨٠°
لأن مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

٨ في الشكلِ المجاوِر :



$\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$ ، $\overleftrightarrow{س ع}$ // $\overleftrightarrow{ص ل}$ ،
ق (ص $\hat{ل}$ م) = ١١٠°

أُحسب قياس كلّ زاوية من زوايا الشكل الرباعي س ع ل ص مع ذكر السبب.

ق (س ع ص) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠° بالتجاور على خط مستقيم
ق (س $\hat{ص}$ ل) = ١١٠° بالتبادل والتوازي مع (ص $\hat{ل}$ م)
ق (ع $\hat{س}$ ص) = ٧٠° بالتحالف والتوازي مع (س ع $\hat{ل}$)
ق (ع) = ١١٠° بالتحالف والتوازي مع (ع $\hat{س}$ ص)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨-٨ الأشكال الرباعية
Quadrilaterals

سوف تتعلّم : تصنيف الأشكال الرباعية وخواصّها .

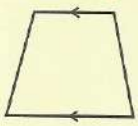
يستخدم مهندسو الطرق الأشكال الرباعية عند رسم مخطّطات الطرق .

الشكل الرباعي: هو مضلّع له أربعة أضلاع.

الشكل / أوجه المقارنة	متوازي الأضلاع	المعيَّن	المستطيل	المربّع
التعريف	كلّ ضلعين متقابلين متوازيان .	هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول .	هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة .	هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول ، أو معيَّن إحدى زواياه قائمة .
الأضلاع	كلّ ضلعين متقابلين متساويان في الطول .	جميع أضلاعه متساوية في الطول .	كلّ ضلعين متقابلين متساويان في الطول .	جميع أضلاعه متساوية في الطول .
الزوايا	- كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس . - مجموع قياس كلّ زاويتين متتاليتين = ١٨٠°	- كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس . - مجموع قياس كلّ زاويتين متتاليتين = ١٨٠°	جميع قياسات زواياه متساوية وقياس كلّ منها = ٩٠°	جميع قياسات زواياه متساوية وقياس كلّ منها = ٩٠°

العبارات والمفردات :
الشكل الرباعي
Quadrilateral
متوازي الأضلاع
Parallelogram
معيَّن
Rhombus
مستطيل
Rectangle
مربّع
Square
شبه المنحرف
Trapezoid

تذكَّرْ أنّ :



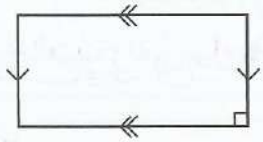
شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متقابلان ومتوازيان .

@MidNight_Document @MidNight_Math

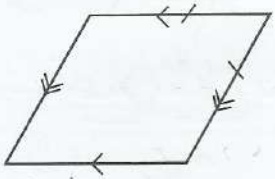
تدرّب (١) :

من الرموز المعطاة على الرسم ، أعطِ اسمين على الأقلّ لكلّ شكل من الأشكال الرباعية التالية :

متوازي أضلاع
معين
مستطيل - مربع



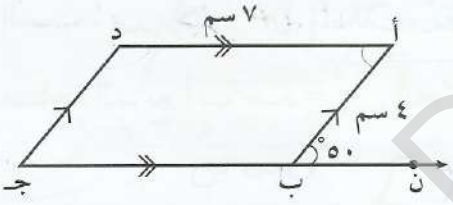
متوازي أضلاع
مستطيل



متوازي أضلاع
معين

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع .



أكمِل :

قياس (ب أ̂ د) = ٥٠° السبب : بالتبادل والتوازي مع (أ ب) ، (د جـ)

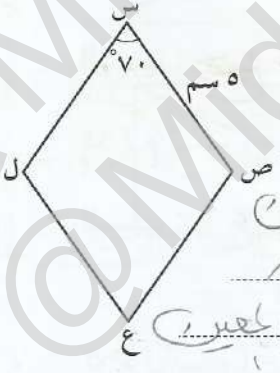
قياس (د̂) = ١٣٠° السبب : مجموع قياس كل زاويتين متتاليتين = ١٨٠° في متوازي الأضلاع

قياس (د جـ̂ ب) = ٥٠° السبب : كل زاويتين متقابلتان متطابقتان في متوازي الأضلاع

طول د جـ = ٤ سم السبب : كل ضلعين متقابلين متساويين في الطول في متوازي أضلاع

تدرّب (٣) :

في الشكل س ص ع ل معيَّن . أكمِل :



ق (ص̂) = ١١٠° السبب : مجموع قياس كل زاويتين متتاليتين = ١٨٠° في المعين

ق (ع̂) = ٧٠° السبب : كل زاويتين متقابلتين متساويتين في القياس في المعين

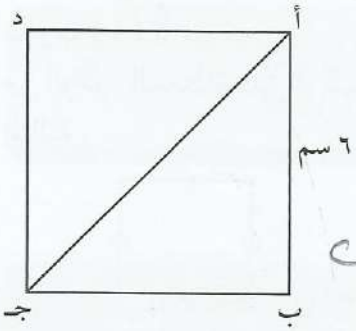
ص ع = ٥ سم السبب : جميع أضلاع المعين متساوية في الطول

محيط المعيَّن س ص ع ل = ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٢٠ سم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٤) :

في الشكل أ ب جـ د مربّع ، أوجِد مع ذكر السبب :



ب جـ = ٦ سم

السبب : جميع أضلاع المربع متساوية في الطول

ق ($\hat{ب}$) = ٩٠°

السبب : جميع قياسات زوايا المربع متساوية وقياس كل منها = ٩٠°

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٥°

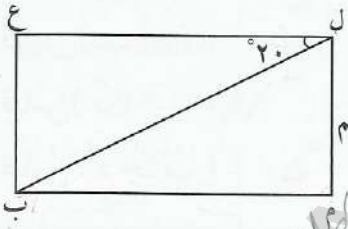
السبب : ص خواص المثلث متطابق الضلعين (وظّف خواصّ المثلّث متطابق الضلعين)

مساحة المربع أ ب جـ د = ل × ل

= ٦ × ٦ = ٣٦ سم^{٢}

تدرّب (٥) :

في الشكل ل م ب ع مستطيل ، أوجِد مع ذكر السبب :



ع ب = ٣ سم

السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان في المستطيل

ق ($\hat{ع}$) = ٩٠°

السبب : جميع قياسات زوايا المستطيل متساوية وقياس كل منها = ٩٠°

ق (م $\hat{ل}$ ب) = ٩٠° − ٢٠° = ٧٠°

السبب : (ع $\hat{ل}$ ب) ، (م $\hat{ل}$ ب) زاويتان متتامتان (مجموعهم = ٩٠°)

ق (ل $\hat{ب}$ م) = ٢٠°

السبب : بالتبادل والتوازي مع (ل $\hat{ب}$ م)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

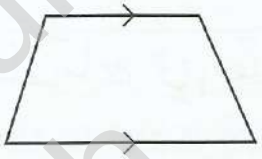
فكّر وناقِش

١ تعرّف بعض كتب الهندسة المربّع على أنّه « معيَّن قائم الزاوية » . هل توافق على ذلك ؟ وضِّح إجابتك . نعم

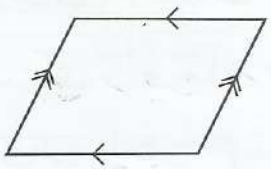
٢ كلّ مربّع مستطيل ، ولكن ليس كلّ مستطيل مربّعًا . فسِّر العبارة .

تمـــرَّنْ :

١ من الرموز المعطاة على الرسم ، سَمِّ كلّ شكل من الأشكال الرباعية التالية :



شبه منحرف



متوازي أضلاع

---

٢ د هـ و ب شبه منحرِف فيه د ب // هـ و

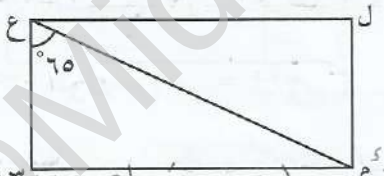
أكمِل كلًّا ممّا يلي :

ق (ب $\hat{و}$ هـ) = ٨٠° السبب : بالتحالف والتوازي مع (ب)

ق ($\hat{د}$) = ١٣٥° السبب : بالتحالف والتوازي مع (هـ)

---

٣ ل م س ع مستطيل . أكمِل كلًّا ممّا يلي :



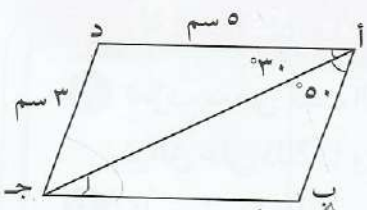
ق ($\hat{ل}$) = ٩٠°

السبب : زوايا (١) تصل جميعها قائمة (لـ ٤ خواص المستطيل)

ق (م $\hat{غ}$ ل) = ٩٠° − ٦٥° = ٢٥°

السبب : الزاويتان (م غ ل) ، (م غ س) متتامتان (مجموعهم = ٩٠°)

@MidNight_Document
@MidNight_Math



٤ أ ب جـ د متوازي الأضلاع . أكمِل كلًّا ممّا يلي :

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٣٠°

السبب : بالتبادل والتوازي مع (د $\hat{أ}$ جـ)

ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠° − (٣٠° + ٥٠°) = ١٠٠°

السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (د $\hat{جـ}$ ب) = ٣٠° + ٥٠° = ٨٠°

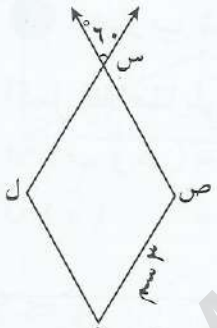
السبب : كل زاويتان متقابلتان متساويتان في القياس

طول ب جـ = ٥ سم

السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان (ضد حواف متوازي الأضلاع)

---

٥ س ص ع ل معيَّن . أكمِل كلًّا ممّا يلي :



ق (ص $\hat{س}$ ل) = ٦٠°

السبب : بالتقابل بالرأس

ق ($\hat{ع}$) = ٦٠°

السبب : كل زاويتان متقابلتان متطابقتان في المعين

طول س ص = ٣ سم

السبب : جميع أضلاع المعين متساوية في الطول

محيط المعيَّن س ص ع ل = ٣ + ٣ + ٣ + ٣ = ١٢ سم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

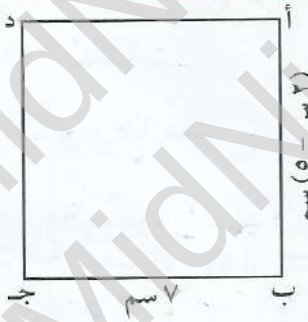
٦ ص ل ع م معيَّن محيطه يساوي ٢٤ سم ، ق (ص̂) = ٣٠° .
أوجِد طول ضلعه ، ق (ل̂) ، ق (ع̂) مع ذكر السبب .

(جميع أضلاع المعين متساوية في الطول)
طول ضلع المعين = ٢٤ ÷ ٤ = ٦ سم
ق (ل̂) = ١٥٠° (مجموع قياس كل زاويتين متتاليتين = ١٨٠°)
ق (ع̂) = ٣٠° (كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)
(ميزة من مميزات المعين)

٧ في الشكل المقابل المنطقة الملوَّنة باللون الأسود في صورة علم دولة الكويت على شكل شبه منحرف . أُحسب قياس (أ̂) مع ذكر السبب .

ق (أ̂) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°
بالمخالفة والتوازي

٨ في الشكل المقابل أ ب جـ د مربّع .أوجِد قيمة س .

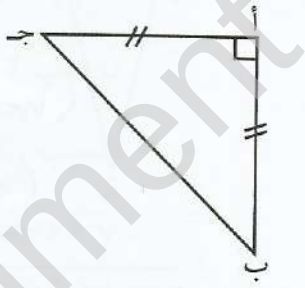


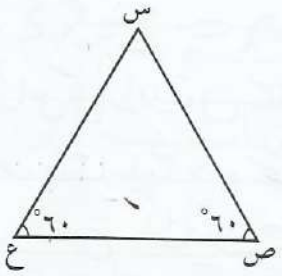
جميع أضلاع المربع متساوية في الطول
٢س − ٥ = ٧
٢س − ٥ + ٥ = ٧ + ٥
٢س = ١٢
س = ٦

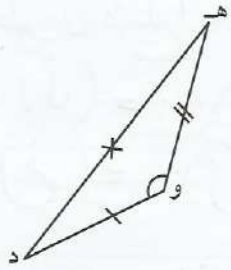
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨-٩ مراجعة الوحدة الثامنة
Revision Unit Eight

١ صنِّف المثلّثات التالية من حيث الزوايا و من حيث الأضلاع .







المثلّث / النوع	Δ أب جـ	Δ س ص ع	Δ هـ و د
من حيث الزوايا	قائم الزاوية	حاد الزوايا	منفرج الزاوية
من حيث الأضلاع	متطابق الضلعين	متطابق الأضلاع	مختلف الأضلاع

٢ أيّ من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلّث ؟ فسّر إجابتك .
أُرسم الحالة الممكنة .

أ ٧ سم ، ٨ سم ، ١٥ سم

٧ + ٨ = ١٥ ⟸ ١٥ = ١٥

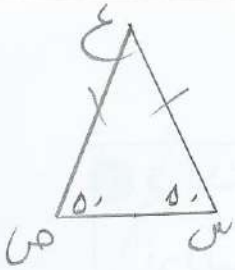
لا تصلح أن تكون أضلاع مثلث
(لأن مجموع أصغر ضلعين ليس أكبر من طول الضلع الثالث)

ب ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم

٣ + ٤ = ٧ ⟸ ٥ < ٧

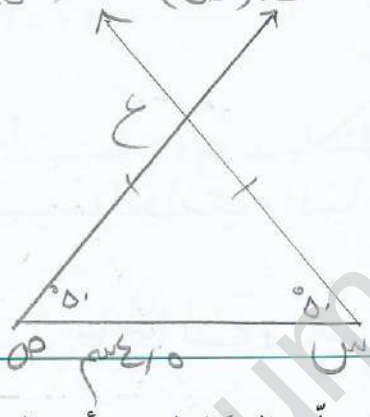
تصلح أن تكون أضلاع مثلث
(لأن مجموع طولي أصغر ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث)

@MidNight_Document
@MidNight_Math



٣ أُرسم المثلّث س ص ع متطابق الضلعين ورأسه ع ، وفيه س ص = ٤,٥ سم ،

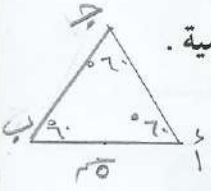
ق (س̂) = ٥٠°

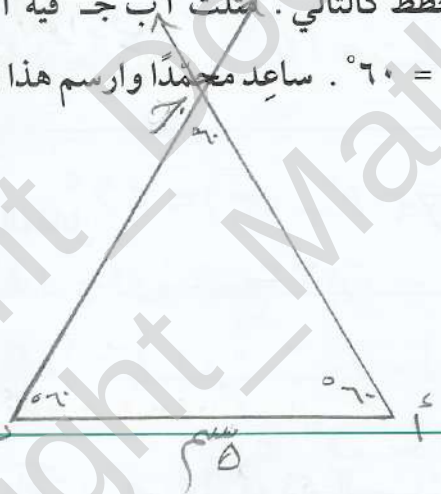


---

٤ أراد محمّد صنع إطار مثلّث الشكل لتزيين أحد الجسور ، فاحتاج إلى أن يرسم مخطّطًا له ، وكانت تعليمات المخطّط كالتالي : مثلّث أب جـ فيه أ ب = ٥ سم ،

ق (ب̂) = ق (جـ̂) = ٦٠° . ساعِد محمّدًا وارسم هذا المخطّط مستخدمًا أدواتك الهندسية .

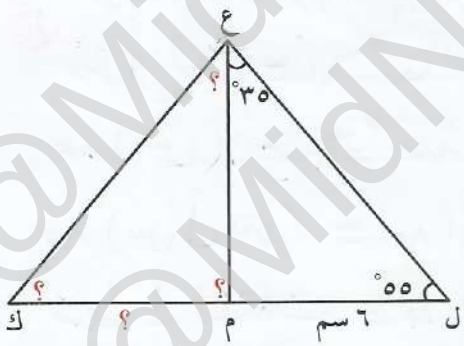




---

٥ في الشكل المقابل :

Δ ع ل م ≅ Δ ع ك م ، أوجِد كلًّا ممّا يلي :



طول م ك = ... ٦ سم .....

ق (ع ك̂ ل) = ... ٥٥° .....

ق (ع م̂ ك) = ... ٩٠° .....

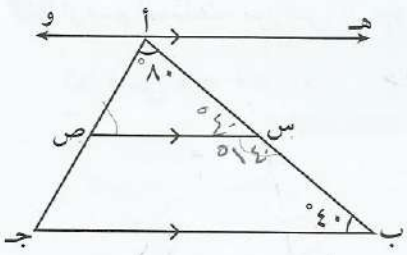
ق (م ع̂ ك) = ... ٣٥° .....

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٦ في الشكل المقابِل حيث $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٨٠° ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٤٠°

أوجِد كلًّا ممّا يلي مع ذكر السبب :



أ ق (هـ $\hat{أ}$ ب) = ٤٠° السبب : بالتوازي والتبادل مع (ب $\hat{}$)

ب ق (ص $\hat{س}$ ب) = ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠° السبب : بالتحالف والتوازي (ب $\hat{}$)

جـ ق (أ $\hat{ص}$ س) = ٦٠° السبب : مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (هـ $\hat{س}$ ص) = ٤٠° بالتبادل والتوازي

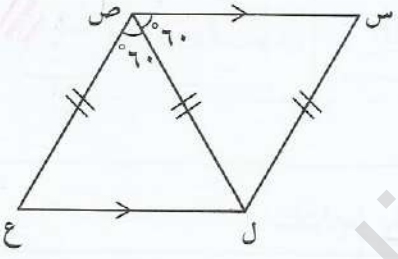
---

٧ في الشكل الرباعي س ص ع ل المقابِل

(س $\hat{ص}$ ل) ≅ (ع $\hat{ص}$ ل)

$\overline{س ص}$ // $\overline{ل ع}$

س ل = ص ل = ص ع



- أوجِد قياسات زوايا الشكل الرباعي س ص ع ل مع ذكر السبب :

ق (ع $\hat{}$) = ٦٠° بالتحالف والتوازي مع (س $\hat{}$)

ق (س $\hat{}$) = ٦٠° ق حوا (ص) المثلث متطابق الضلعين

ق (س $\hat{ل}$ ص) = ١٨٠° − (٦٠° + ٦٠°) = ٦٠° مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠° ، ق (ص $\hat{ل}$ ع) = ٦٠° بالتبادل والتوازي

∴ ق ($\hat{ل}$) = ٦٠° + ٦٠° = ١٢٠°

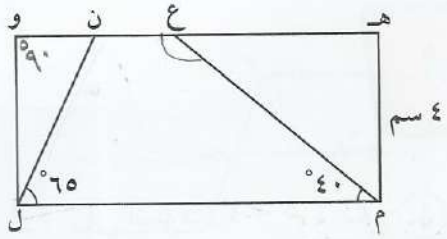
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨ في الشكل المقابِل ،

هـ و ل م مستطيل فيه هـ م = ٤ سم ،

ق (ن $\hat{ل}$ م) = ٦٥°

ق (ع $\hat{م}$ ل) = ٤٠° ، أوجِد مع ذكر السبب كلًّا ممّا يلي :



أ و ل = ٤ سم

السبب : كل ضلعا متقابلا يساويان في الطول (لمستطيل)

ب ق (و $\hat{ن}$ ل) = ٦٥°

السبب : بالتبادل والتوازي مع (ن $\hat{ل}$ م)

جـ ق (و $\hat{ل}$ ن) = ١٨٠° − (٦٥° + ٩٠°) = ٢٥°

السبب : ق ($\hat{و}$) = ٩٠° (لمستطيل)

مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

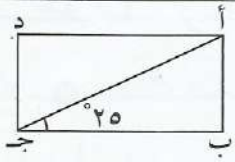
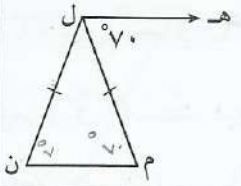
د ق (م $\hat{ع}$ ن) = ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠°

السبب : بالتحالف والتوازي مع (ع $\hat{م}$ ل)

@MidNight Document
@MidNight Math

اختبار الوحدة الثامنة

أوّلًا : في البنود (١ – ٥) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ أطوال الأضلاع ٢ سم ، ٦ سم ، ٧ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلّث .	(أ)	(ب)
٢ المربّع هو معيَّن إحدى زواياه قائمة .	(أ)	(ب)
٣ أ ب جـ د مستطيل ، فإنّ قياس (أ جـ د) = ٢٥° 	(أ)	(ب)
٤ شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه كلّ ضلعين متقابلين متوازيان .	(أ)	(ب)
٥ في الشكل المرسوم : إذا كان ل هـ // م ن ، ق(هـ ل م) = ٧٠° ، فإنّ ق (ن) = ٣٥° 	(أ)	(ب)

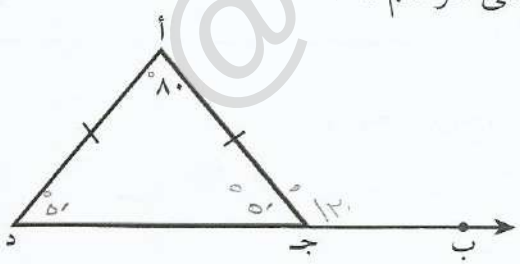
ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه قياس (جـ) = ٨٥° ، فإنّ قياس (ب) =

(أ) ٨٥° (ب) ٩٠° (جـ) ٩٥° (د) ١٨٠°

---

٧ في الشكل المقابل وباستخدام المعطَيات التي على الرسم ، فإنّ ق (أ جـ ب) =

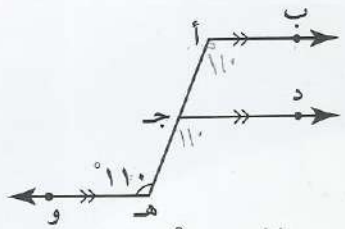


(أ) ٥٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨ في الشكل المجاور ، إذا كان $\overleftarrow{أب}$ // $\overleftarrow{جـد}$ // $\overleftarrow{هـو}$

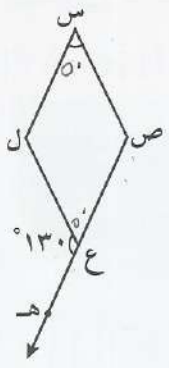
ق(أ $\hat{هـ}$ و) = ١١٠° ، فإنَّ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) =



(أ) ٥٥° (ب) ٧٠° (جـ) ٩٠° (د) ١١٠°

٩ في الشكل المقابل ، إذا كان س ص ع ل معيّنًا ،

ق(ل $\hat{ع}$ هـ) = ١٣٠° ، فإنَّ ق(س $\hat{}$) =



(أ) ٥٠° (ب) ٦٥° (جـ) ٧٠° (د) ١٣٠°

١٠ أ ب جـ مثلّث متطابق الأضلاع ، إذا أُسقِط العمود $\overline{أد}$ على قاعدته ، فإنّ

ق(ب $\hat{أ}$ د) =

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

@MidNight_Document
@MidNight_Math

الوحدة التاسعة

هندسة التحويلات
Geometric Transformations

فنون هندسية
Geometric Arts

فنون هندسية :

أبدع الفنّان المسلم في الزخرفة والفنون الهندسية ، ووصل بابتكاراته في هذا المجال إلى ما لم يصل إليه غيره من أهل الفنّ في نطاق حضاري آخر ، حيث اعتمد الفنّان المسلم على عنصري «التكرار» «التوازن» .

فالتكرار المتوالي لأيّ شكل يحدث أثرًا زخرفيًّا جماليًّا ، والتوازن كذلك له الأثر نفسه ، وهذا التوازن يبدأ من خطّين أو شكلين متماثلين ويستطرد إلى صورة هندسية لا حدّ لجمالها .

مشروع الوحدة : (سجّادة الصلاة)

كُنْ فنّانًا مبدعًا وقُمْ بتصميم نموذج لسجّادة صلاة على ورقة بيضاء ، موظِّفًا معلوماتك عن الأشكال الهندسية والتحويلات الهندسية .

@MidNight_Documents
@MidNight_Math

الوحدة التاسعة : هندسة التحويلات

الموضوع : فنون هندسية

مشروع الوحدة التاسعة ١١٤

مخطَّط تنظيمي للوحدة التاسعة ١١٥

٩-١ المستوى الإحداثي ١١٦

٩-٢ الانعكاس وخط التماثل ١٢٠

٩-٣ الإزاحة والتمثيل البياني للإزاحة ١٢٦

٩-٤ الدوران والتماثل الدوراني ١٣٢

٩-٥ مراجعة الوحدة التاسعة ١٣٦

إختبار الوحدة التاسعة ١٣٨

@MidNight_Document
@MidNight_Math

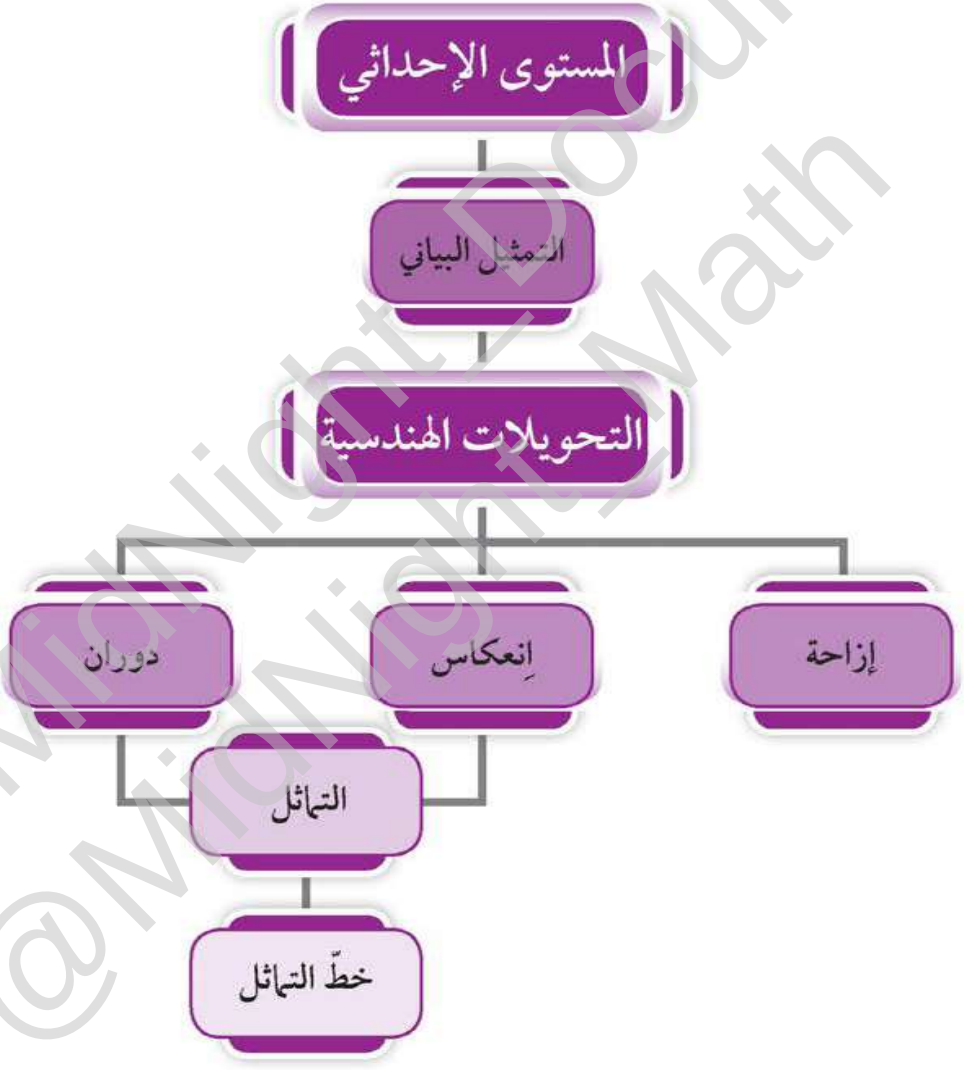
شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

مخطَّط تنظيمي للوحدة التاسعة



@MiNNight_Document
@MiNNight_Math

١-٩ المستوى الإحداثي
The Coordinate Plane

سوف تتعلّم : تمثيل النقاط بيانيًّا على المستوى الإحداثي .

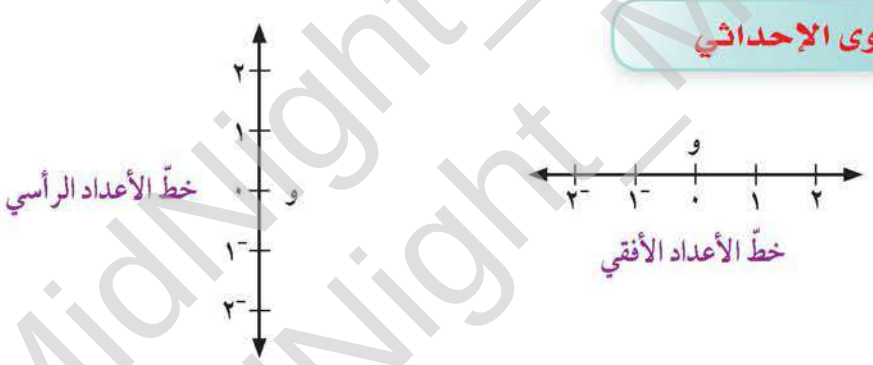
نشاط :

في المشاريع الهندسية تتمّ الاستعانة بعدّة برامج تقنية لتحديد المواقع ، ومن أشهرها خدمة جوجل إيرث و GPS . تمثّل الخريطة المقابلة جزءًا من إحدى المدن .

١ **إذا انطلق سالم من المدرسة وتحرّك ٤ وحدات باتّجاه الشمال، فإلى أين يصل ؟**

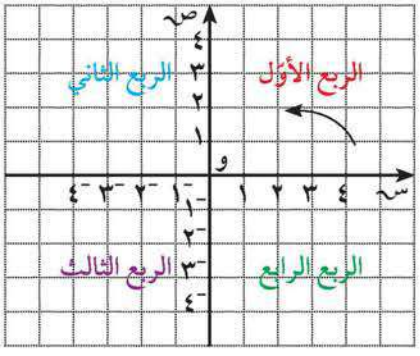
٢ **استخدِم الكلمات شمال ، جنوب ، شرق ، غرب لكتابة إرشادات للتحرّك من المنزل إلى الفندق مرورًا بالحديقة .**

المستوى الإحداثي



– إذا جمعنا بين كلا الخطّين في مستوى الورقة بحيث يكونان متعامدين ومتقاطعين عند النقطة و ، فإنّه يتكوّن لدينا مستوى إحداثي . (**خطّ الأعداد الأفقي يُسمّى المحور السيني (سـ) وخطّ الأعداد الرأسي يُسمّى المحور الصادي (صـ)**)

– يُقسَّم المستوى الإحداثي إلى ٤ مناطق (أرباع)، كما هو موضح في الشكل التالي :



العبارات والمفردات :

المستوى الإحداثي
Coordinate Plane

محاور الإحداثيات
Coordinate Axes

المحور السيني سـ
X-Axis

المحور الصادي صـ
Y-Axis

نقطة الأصل
Origin

الزوج المرتَّب
Ordered Pair

الإحداثي السيني
X Coordinate

الإحداثي الصادي
Y Coordinate

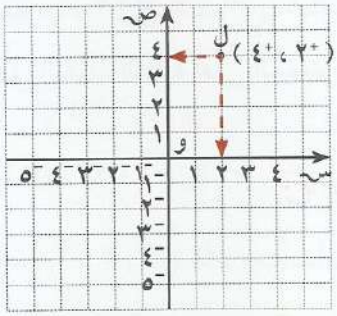
معلومات مفيدة :

يستخدم علماء الآثار شبكة المربّعات لتحديد مواقع الآثار في أعماق الأرض .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

أيّ نقطة في المستوى الإحداثي تُمثَّل بزوج مرتَّب .

مثِّل النقطة ل ($^{+}$٢ ، $^{+}$٤)



إحداثي سيني — إحداثي صادي

وتقع النقطة ل في الربع الأول.

والنقطة و (٠ ، ٠) تُسمّى **نقطة الأصل** .

لاحظ أنّ :

الإحداثي السيني

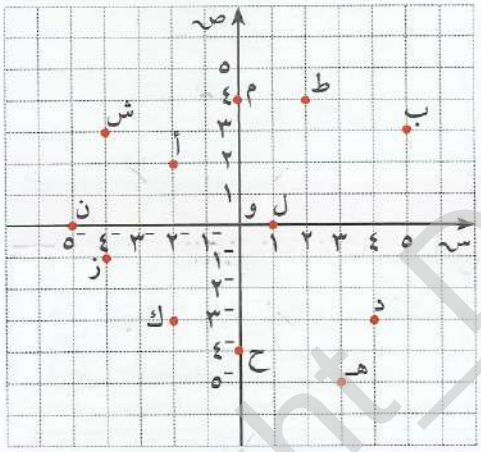
لأيّ نقطة يدلّ على مقدار بعد النقطة جهة اليمين أو اليسار عن نقطة الأصل .

الإحداثي الصادي

لأيّ نقطة يدلّ على مقدار بعد النقطة إلى أعلى أو إلى أسفل عن نقطة الأصل .

تدرّب (١) :

بالاستعانة بالمستوى الإحداثي المرسوم ، أكمِل الجدول بكتابة الزوج المرتَّب الذي تمثّله كلّ نقطة .



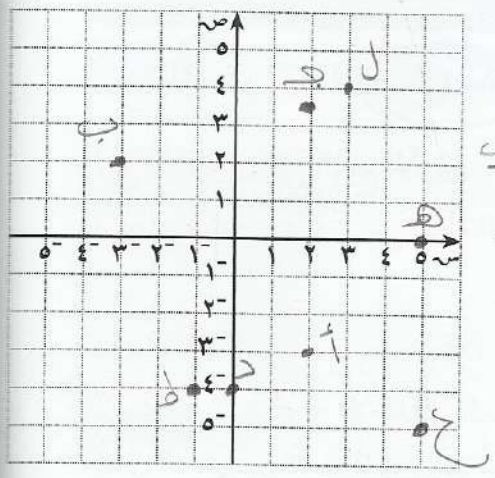
نقاط تقع في الربع الأوّل	نقاط تقع في الربع الثاني	نقاط تقع في الربع الثالث	نقاط تقع في الربع الرابع	نقاط تقع على المحور السيني	نقاط تقع على المحور الصادي
ب (٥ ، ٣)	ش (-٤، ٣)	ز (-٤، -١)	د (٤، -٣)	ل (٠، ١)	م (٤، ٠)
ط (٤ ، ٢)	أ (-٢، ٢)	ك (-٣، -٢)	هـ (٥، -٣)	ن (-٥، ٠)	ح (٠، -٤)

جميع النقاط التي تقع في الربع الأوّل لها إحداثي سيني موجَب وإحداثي صادي موجَب . ماذا تلاحظ على باقي النقاط في الجدول ؟

@Midnight_Math_Document

تدرّب (٢) :

مثّل النقاط التالية على المستوى الإحداثي ، ثمّ حدِّد الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تقع عليه :



أ (٢ ، $^{-}$٣) الربع الرابع

ب ($^{-}$٣ ، ٢) الثاني

جـ (٢ ، ٥ ، ٣) الربع الأول

د (٠ ، $^{-}$٤) المحور الصادي

هـ (٥ ، ٠) المحور السيني

ل (٣ ، ٤) الأول

ط ($^{-}$١ ، $^{-}$٤) الربع الثالث

ع (٥ ، $^{-}$٥) الرابع

فكّر وناقش

هل النقطة (٠ ، $^{-}$٥) والنقطة ($^{-}$٥ ، ٠) تقعان على المحور نفسه ؟ لا

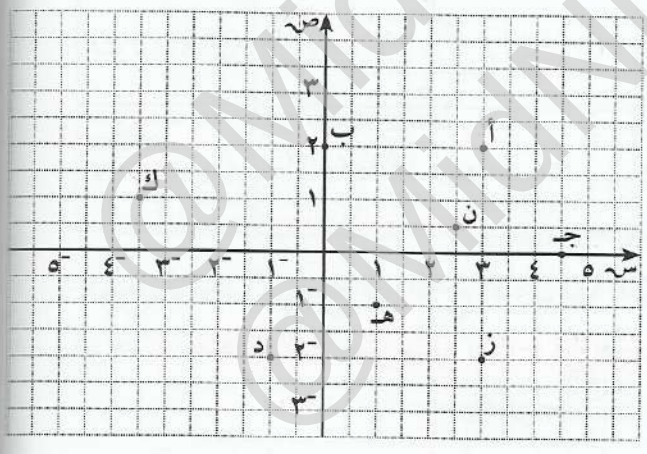
فسّر إجابتك .

النقطة (٠ ، $^{-}$٥) تقع على المحور الصادي

النقطة ($^{-}$٥ ، ٠) تقع على المحور السيني

تمـــرَّنْ :

١ أُكتب الأزواج المرتَّبة التي تمثّل النقاط الموضَّحة في المستوى الإحداثي المقابل .



أ (٣ ، ٢)

ب (٠ ، ٢)

ج (٥ ، ٠)

د (٠ ، $^{-}$٢)

هـ (١ ، $^{-}$١)

ك ($^{-}$٣ ، ١)

ل ($^{-}$٥ ، ٣)

ن (١ ، ٢)

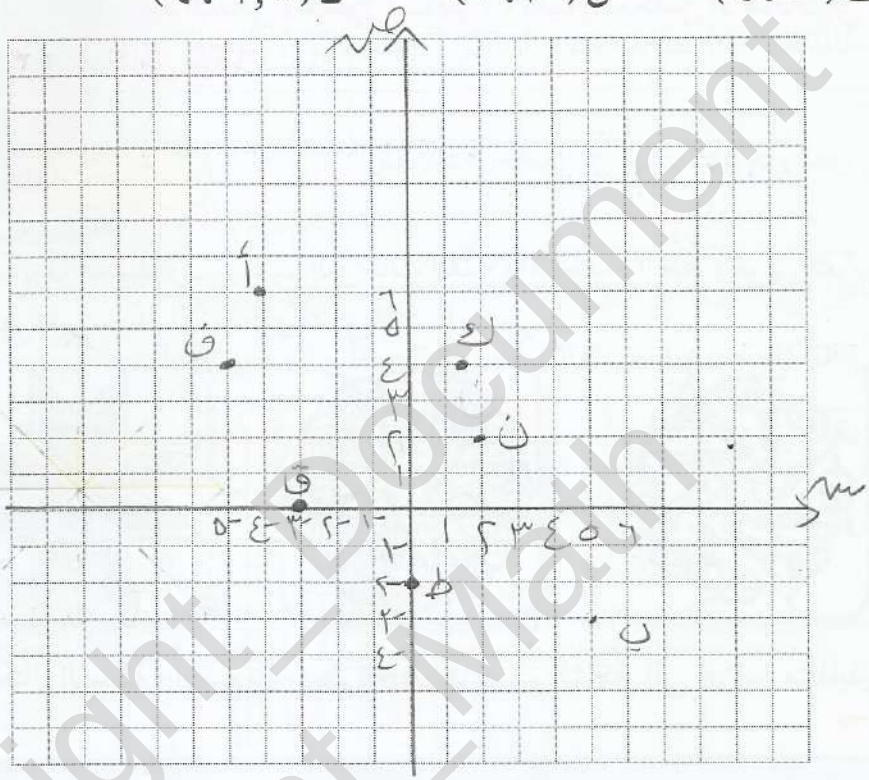
ز (٣ ، $^{-}$٢)

@Midnight_Document
@Midnight_Math

٢ أُرسم محورين متعامدين للإحداثيات ، ثمّ عيِّن النقاط التالية في المستوى الإحداثي .

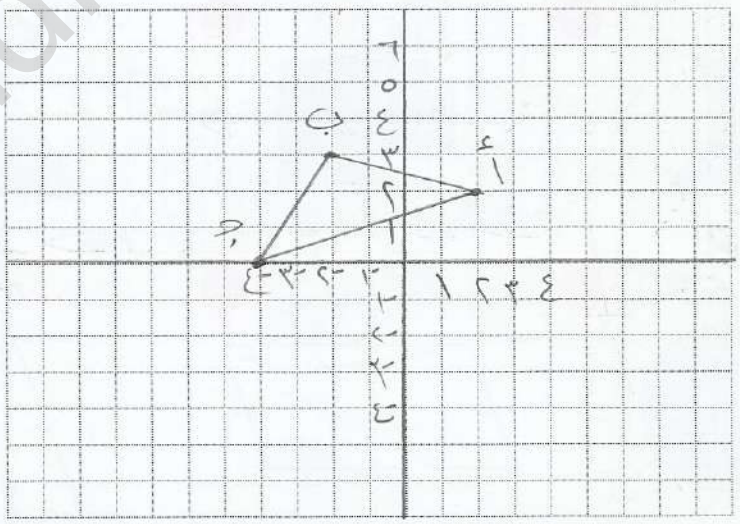
أ (-٤ ، ٦)　　ب (٥ ، -٣)　　ن (٢ ، ٢)　　ط (٠ ، -٢)

ف (-٥ ، ٤)　　ق (-٣ ، ٠)　　ك (١,٥ ، ٤)



٣ أُرسم محورين متعامدين للإحداثيات ، وعيِّن النقاط التالية في المستوى الإحداثي ، ثمّ صِلْ بين النقاط أ ، ب ، جـ واذكر اسم الشكل الناتج .

أ (٢ ، ٢) ، ب (-٢ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ٠)



مثلث

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢-٩ الانعكاس وخطّ التماثل
Reflection and Symmetry Line

سوف تتعلّم : تعيين خطّ التماثل (محور التناظر) ، تعيين انعكاس الأشكال في محور، تمثيل الانعكاس بيانيًّا .

العبارات والمفردات :
خطّ التماثل (محور التناظر)
Symmetry Line
انعكاس في محور
Reflection
تطابق
Congruence
التحويل الهندسي
Transformation

نشاط :

اِستطاع الفنّانون المسلمون تصميم اللوحات الفنّية واستخدام الخطّ العربي كفنّ . وأكثرها شهرة استخدام الأنماط والتحويلات الهندسية .

– في الأشكال السابقة ، أُرسم بالمسطرة خطوطًا تقسّم الشكل إلى جزأين متطابقين إن أمكن .

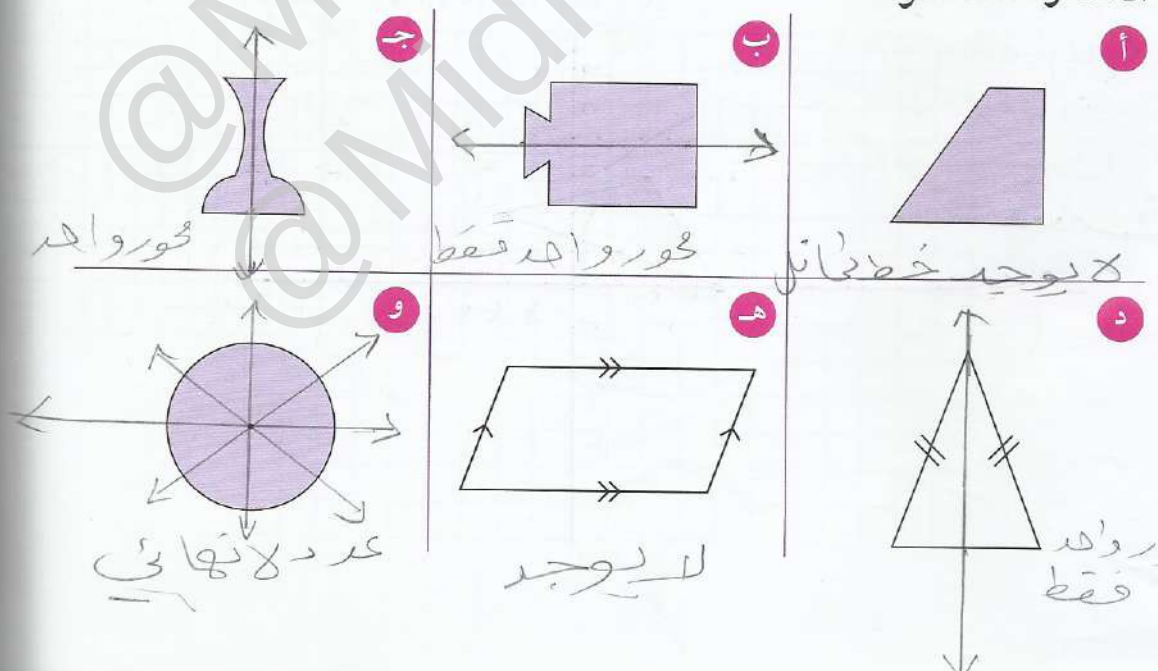
معلومات مفيدة :
يستخدم المصوّرون التماثل والانعكاس عند تركيب اللوحات وصور المناظر الطبيعية الجميلة .

الشكل الذي يمكن طيّه إلى نصفين منطبقين يكون له خطّ تماثل (محور تناظر) .

تذكَّرْ أنّ :
خط التماثل (محور التناظر) هو الخط الذي يقسم الشكل إلى قسمين متطابقين .

تدرّب (١) :

أُذكر ما إذا كان لكلّ من الأشكال التالية خطّ تماثل أم لا . إذا وُجِد فارسم هذا الخطّ أو هذه الخطوط :



@MidNight_Document
@MidNight_Math

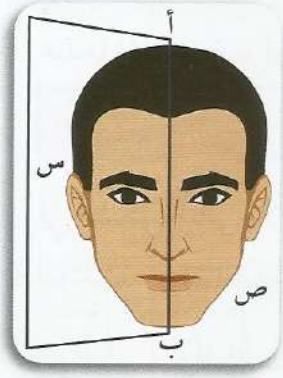
في الشكل المرسوم :

نصف الوجه س هو **صورة** نصف الوجه ص بعد وضع المرآة على حدود النصف .

نصف الوجه س هو **انعكاس** نصف الوجه ص في المرآة .

$\overleftrightarrow{أب}$ (حافّة المرآة) بمثابة محور التناظر (خط تماثل) للوجه كاملًا .

الشكل وصورته بالانعكاس في محور متطابقان .



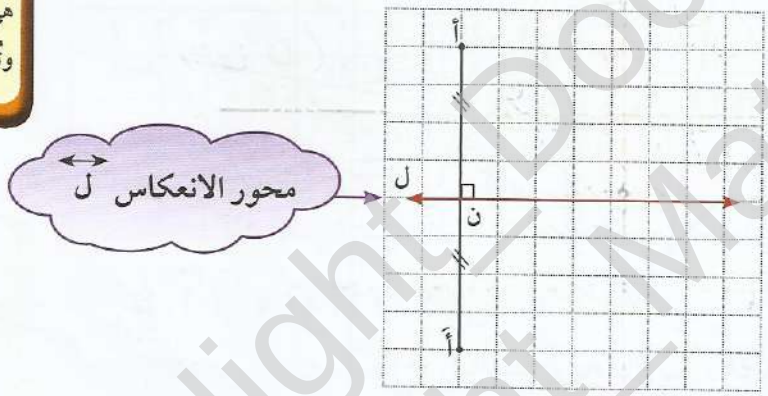
تذكّرْ أنّ :
يتطابق الشكلان إذا كان لهما القياس نفسه والشكل نفسه .

لاحظ أنّ :
صورة أيّ نقطة تنتمي إلى محور الانعكاس هي النقطة نفسها وتُسمّى نقطة صامدة .

الانعكاس في محور ل يعيّن لكلّ نقطة أ في مستوى الورقة صورة أَ حيث :

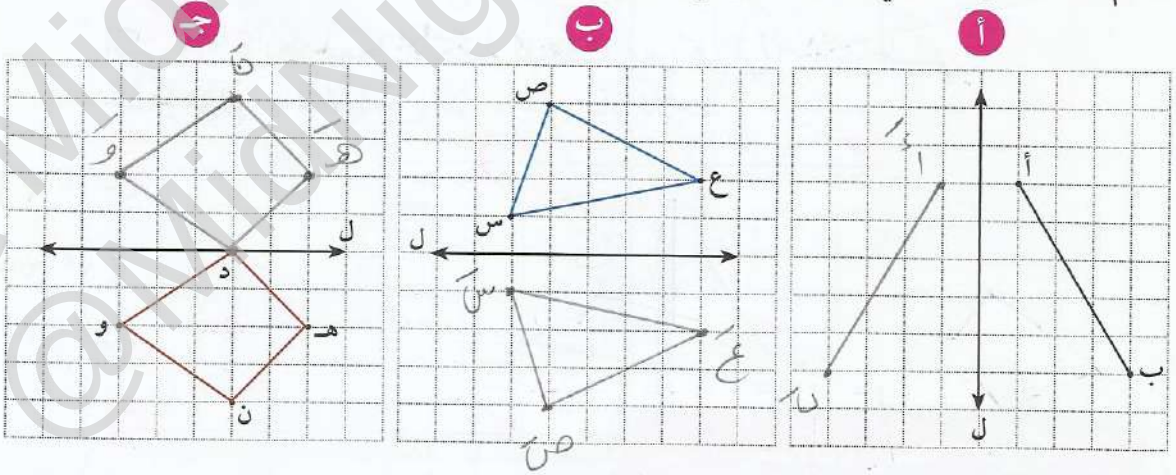
أَ هي انعكاس أ (حيث النقطة أ لا تقع على المحور ل)

$\overline{أأ'} \perp \overleftrightarrow{ل}$ أن = أَن



تدرّب (٢) :

أُرسم صورة كلّ ممّا يلي بالانعكاس في المحور ل .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

الانعكاس في المحور السيني أو المحور الصادي

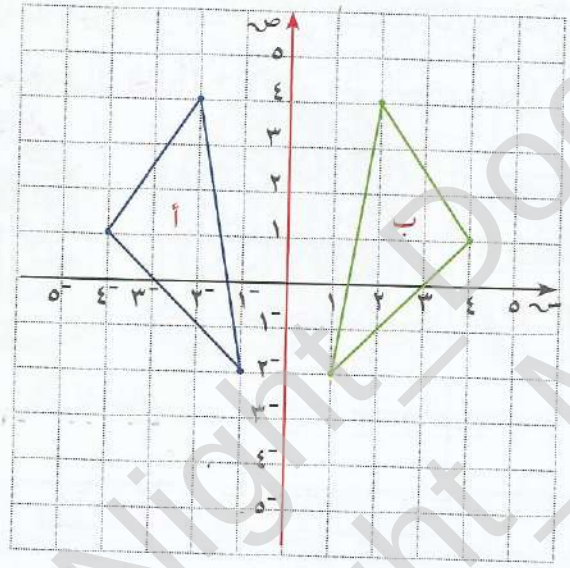
عندما تغير موضع أو أبعاد شكل ما فإنك بذلك تجري تحويلًا هندسيًّا .

الانعكاس في محور هو تحويل هندسي يقلب الشكل إلى الجانب الآخر من المحور .

في الشكل التالي نلاحظ أنّ :

المثلّث أ تمّ انعكاسه في المحور الصادي فنتج المثلّث ب .

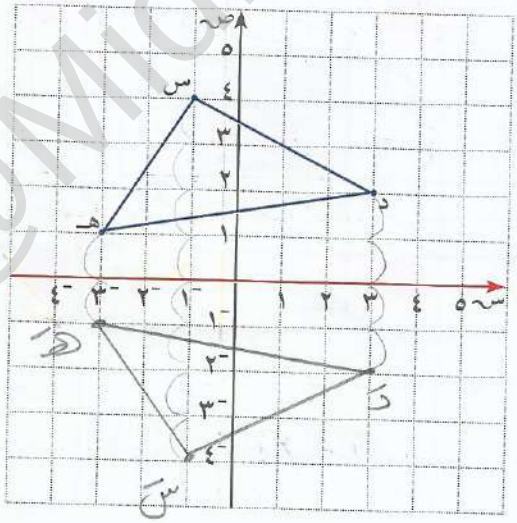
المثلّث أ والمثلّث ب كلّ منهما هو انعكاس للآخر في المحور الصادي .



مثال :

أنشِئ Δ دَ سَ هـَ بعمل انعكاس للمثلّث د س هـ في المحور السيني .

حدِّد إحداثيات النقاط دَ ، سَ ، هـَ . ماذا تلاحظ ؟



دَ (٣ ، -٢)

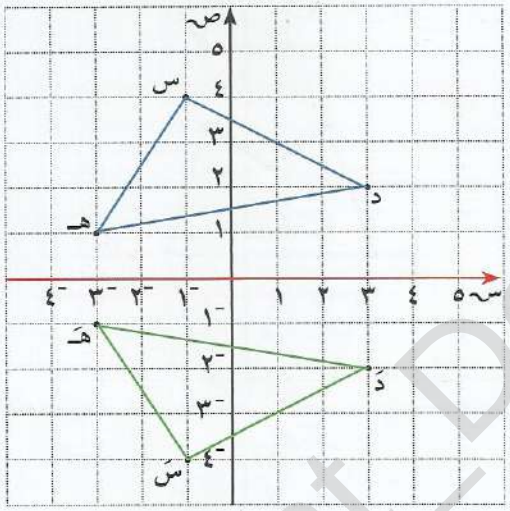
هـَ (-٣ ، ١)

سَ (-١ ، -٤)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

الحلّ :

إحداثيات Δ د هـ س		إحداثيات Δ دَ هـَ سَ
د (٣ ، ٢)	⟵	دَ (٣ ، -٢)
س (-١ ، ٤)	⟵	سَ (-١ ، -٤)
هـ (-٣ ، ١)	⟵	هـَ (-٣ ، -١)



لاحِظ أنّ :

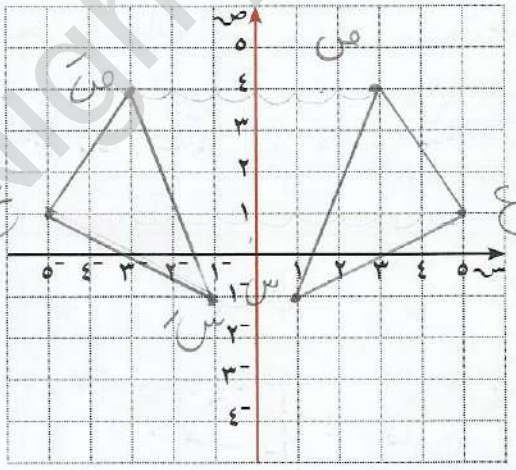
الإحداثيات السينية للمثلّث د س هـ هي نفسها الإحداثيات السينية للمثلّث دَ سَ هـَ .

يغيّر الانعكاس في المحور السيني الإحداثي الصادي إلى معكوسه الجمعي .

(س ، ص) ← (س ، -ص)

تدرّب (٣) :

أنشِئ Δ س ص ع الذي رؤوسه هي س (١ ، -١) ، ص (٣ ، ٤) ، ع (٥ ، ١) ، ثمّ أنشِئ صورته Δ سَ صَ عَ بالانعكاس في المحور الصادي .



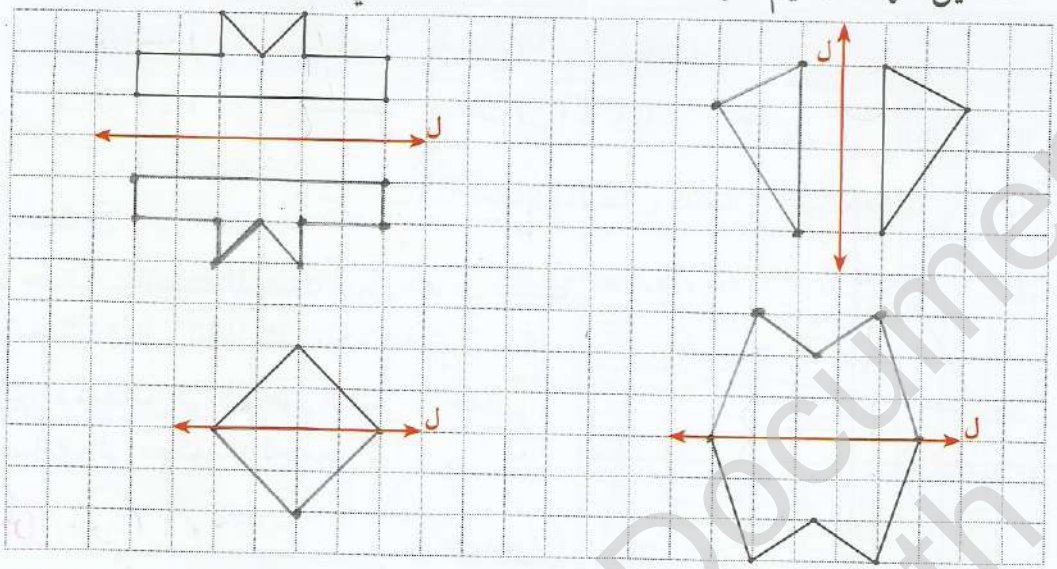
فكّر وناقِش

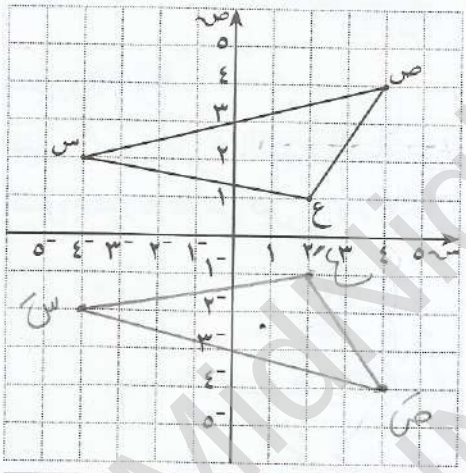
أُكتب قائمة تحتوي على خمسة أشياء من فصلك فيها خطّ تماثل ، ثمّ حدِّد عددها وقُمْ بوصف خطّ أو خطوط التماثل .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم انعكاس كلّ شكل من الأشكال التالية حول محور الانعكاس ل ، واختر شكلين منها لتصميم سجّادة الصلاة الخاصّة بك . (في مشروعك)

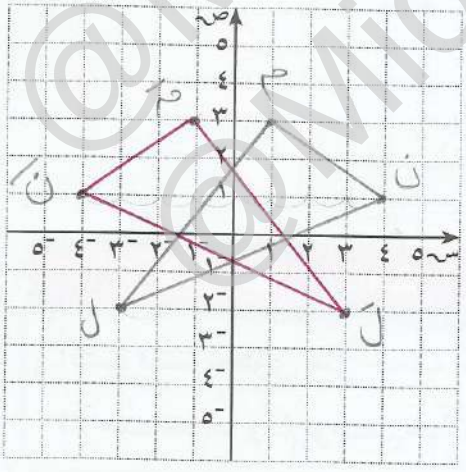




٢ رؤوس Δ س ص ع هي :
س (-٤ ، ٢) ، ص (٤ ، ٤) ، ع (٢ ، ١)
أنشِئ Δ سَ صَ عَ بانعكاس Δ س ص ع في محور السينات ثمّ عيِّن إحداثيات رؤوس Δ سَ صَ عَ .

سَ (-٤ ، -٢) ، صَ (٤ ، -٤)

عَ (٢ ، -١)



٣ رؤوس Δ ل م ن هي :
ل (-٣ ، -٢) ، م (١ ، ٣) ، ن (٤ ، ١)

أ أُرسم Δ ل م ن .

ب أنشِئ Δ لَ مَ نَ بانعكاس في محور الصادات .

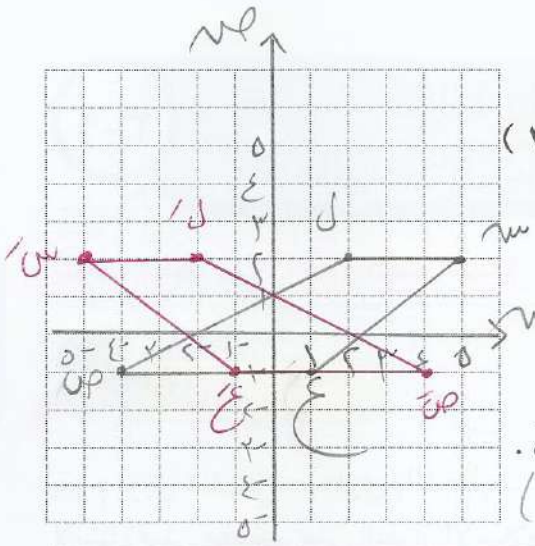
جـ عيِّن إحداثيات رؤوس Δ لَ مَ نَ .

لَ (٣ ، -٢) ، مَ (-١ ، ٣)

نَ (-٤ ، -١)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ رؤوس الشكل س ع ص ل هي :
س (٥ ، ٢) ، ع (١ ، -١) ، ص (-٤ ، -١)
ل (٢ ، ٢)



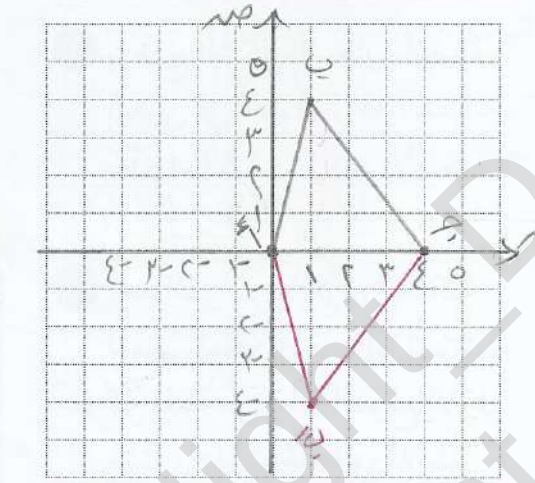
أ أُرسم الشكل س ع ص ل .

ب أنشِئ الشكل سَ عَ صَ لَ بانعكاس في المحور الصادي .

جـ عيِّن إحداثيات رؤوس الشكل سَ عَ صَ لَ .

---

٥ رؤوس Δ أ ب جـ هي :
أ (٠ ، ٠) ، ب (١ ، ٤) ، جـ (٤ ، ٠)



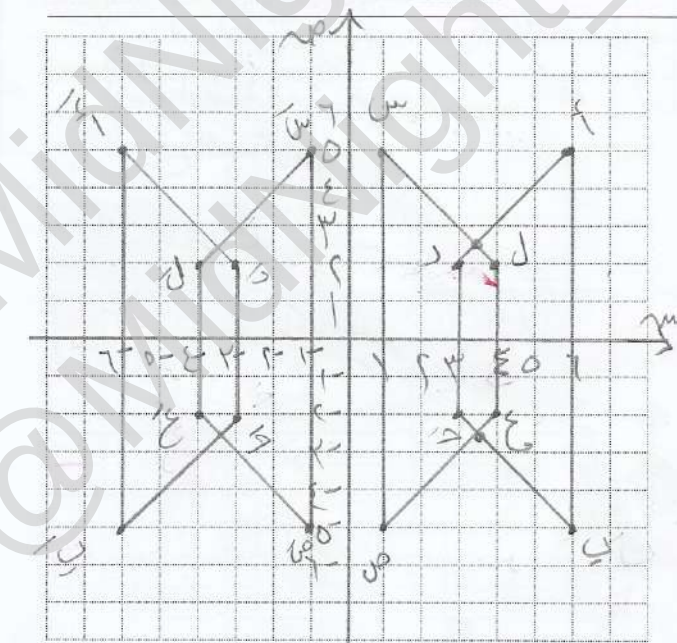
أ أُرسم Δ أ ب جـ .

ب أنشِئ Δ أَ بَ جَ بانعكاس في المحور السيني .

جـ عيِّن إحداثيات رؤوس Δ أَ بَ جَ .

---

٦ أُرسم الشكل أ ب جـ د الذي إحداثيات رؤوسه هي :
أ (٦ ، ٥) ، ب (٦ ، -٥) ، جـ (٣ ، -٢) ، د (٣ ، ٢) ،
ثمّ ارسم الشكل س ص ع ل الذي إحداثيات رؤوسه هي :
س (١ ، ٥) ، ص (١ ، -٥) ، ع (٤ ، -٢) ، ل (٤ ، ٢) ،
أُرسم انعكاس الشكل الناتج من الشكلين في محور الصادات .



قد يساعدك هذا الشكل الهندسي في تصميم سجّادة الصلاة الخاصّة بك .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٩-٣ الإزاحة والتمثيل البياني للإزاحة
Translation and Graphic Representations

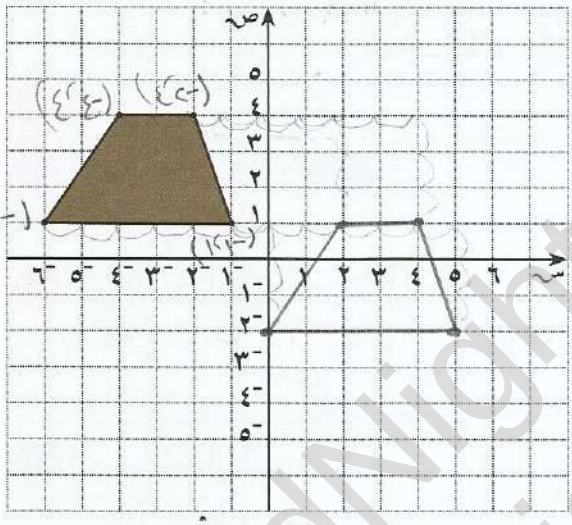
سوف تتعلّم : الإزاحة وكيفية التمثيل البياني للإزاحة في المستوى الإحداثي .

العبارات والمفردات :
الإزاحة
Translation

نشاط :

يقوم فريق هندسي معماري بالتخطيط لإنشاء مبنى مصمَّم على الطراز الإسلامي .

١ يوضّح الشكل المجاور أرضية المبنى في أحد المواقع الممكنة .
حدِّد إحداثيات أركانه الأربعة .

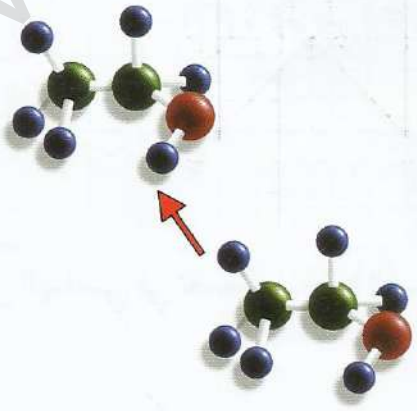


٢ أحد المواقع الأخرى الممكنة للمبنى يمكن إيجاده إذا تحرّكت كلّ نقطة من نقاط الموقع الأوّل ستّ وحدات شرقًا ، وثلاث وحدات جنوبًا .
أُرسم أرضية المبنى في هذا الموقع الممكن .

معلومات مفيدة :
يستخدم مخرجو أفلام الرسوم المتحرّكة بالحاسوب الإزاحات لتحريك الأشكال على الشاشة .

الإزاحة

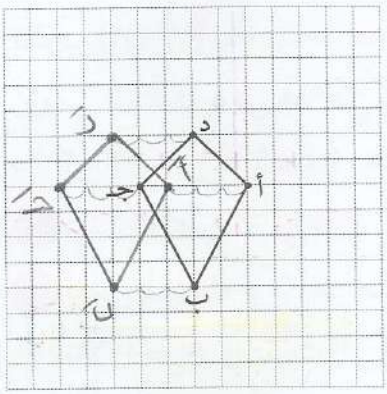
الإزاحة هي تحويل هندسي ينقل الشكل مسافة معيَّنة في اتّجاه معيَّن .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

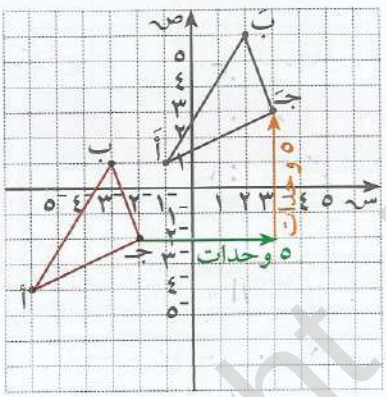
أُرسم صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بالإزاحة ٣ وحدات إلى اليسار .



معلومات مفيدة :

العديد من تصاميم الملابس في الثقافات المختلفة توضّح تكرارًا للنماذج التي تتضمّن إزاحات . فسكّان أفريقيا واليونان وسكّان أميركا الأصليون كانوا عادة ما يستخدمون الإزاحة في التصاميم التي يقومون بتطريزها .

يمكنك تمثيل الإزاحة بيانيًّا على مستوى الإحداثيات ، فمثلًا لنقل المثلّث أ ب جـ إلى موضع أَ بَ جَـ ، حرِّك كلّ رأس من رؤوس المثلّث ٥ وحدات يمينًا ثمّ ٥ وحدات إلى أعلى .



تدرّب (٢) :

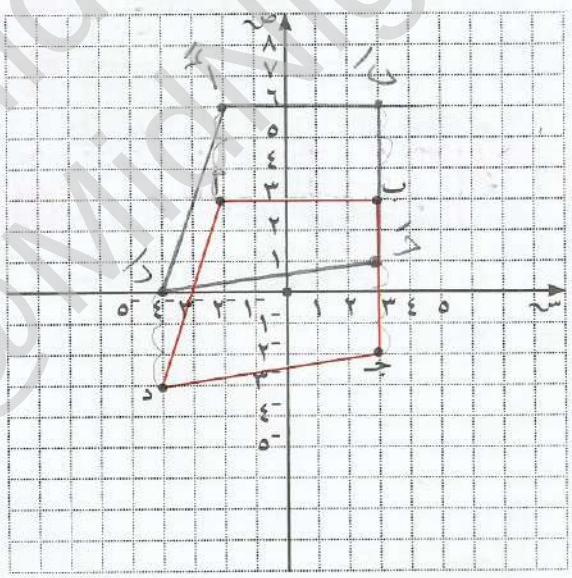
أُرسم صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بإزاحة الشكل ٣ وحدات إلى أعلى ، ثمّ حدِّد إحداثيات النقاط .

أ (-٢ ، ٦)

ب (٣ ، ٦)

جـ (٣ ، ١)

د (-٤ ، ٠)



@MidNight_Document
@MidNight_Math

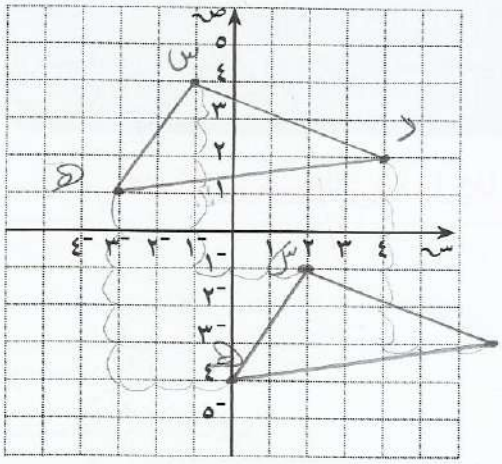
تدرّب (٣) :

رؤوس المثلّث د س هـ هي :

د (٣ ، ٢) ، س (-١ ، ٤) ، هـ (-٣ ، ١) .

أ أُرسم المثلّث د س هـ .

ب أنشئ المثلّث دَ سَ هـَ صورة Δ د س هـ بالإزاحة ٥ وحدات إلى الأسفل ثمّ ٣ وحدات يمينًا .



فكّر وناقش

في مستوى الإحداثيات ما التغيّر الذي يحدث في إحداثيات نقطة إذا أُزيحت إلى أعلى أو أُزيحت إلى أسفل ؟ يتغير الاحداثي الصادي

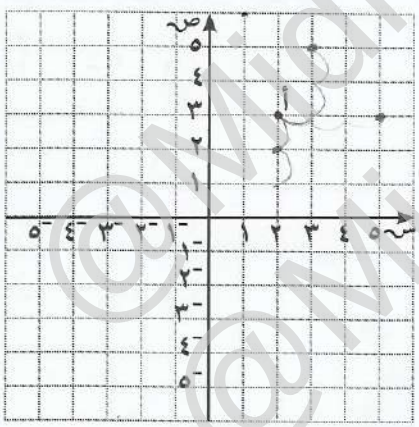
تمـــرَّنْ :

١ في التمارين من (أ - جـ) ، عيّن صورة النقطة أ (٢ ، ٣) واكتب إحداثيات الصور في كلٍّ من الحالات التالية :

أ بالإزاحة ٣ وحدات إلى اليمين أ (٥ ، ٣)

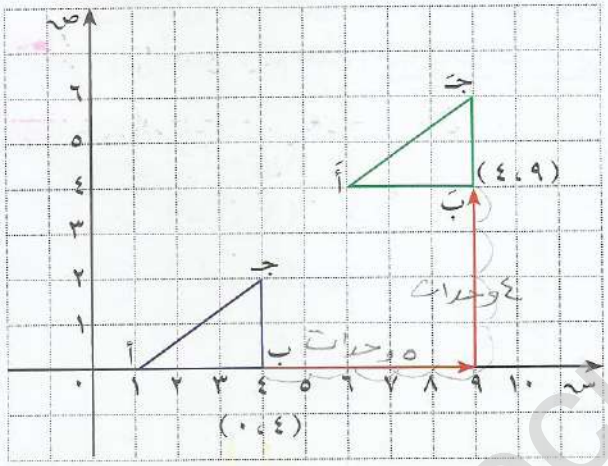
ب بالإزاحة وحدة واحدة إلى اليمين ثمّ وحدتين إلى أعلى . أ (٣ ، ٥)

جـ بالإزاحة وحدتين إلى أسفل ثمّ وحدة واحدة إلى أعلى . أ (٣ ، ٢)



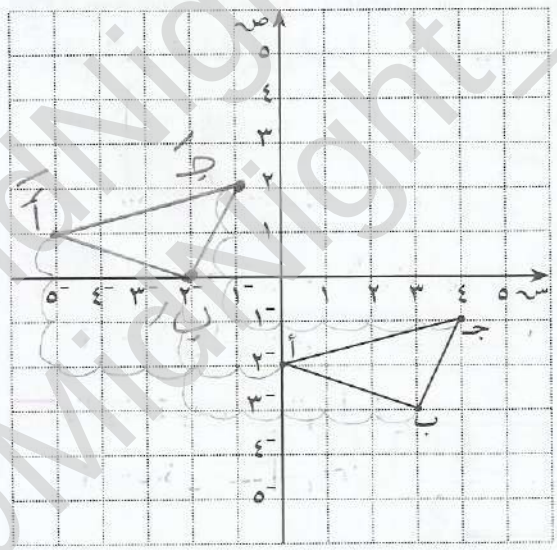
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢ في الشكل المرسوم Δ أَبَ جَـ هو صورة Δ أ ب جـ تحت تأثير إزاحة بمسافة محدَّدة باتّجاه ما . صِفِ الإزاحة من حيث مقدارها واتّجاهها .



إزاحة ٥ وحدات لليمين ثم ٤ وحدات لأعلى

٣ أنشِئ المثلّث أَبَ جَـ بعمل إزاحة للمثلّث أ ب جـ ٥ وحدات يسارًا و ٣ وحدات إلى أعلى . حدّد إحداثيات النقاط أَ ، بَ ، جَـ .

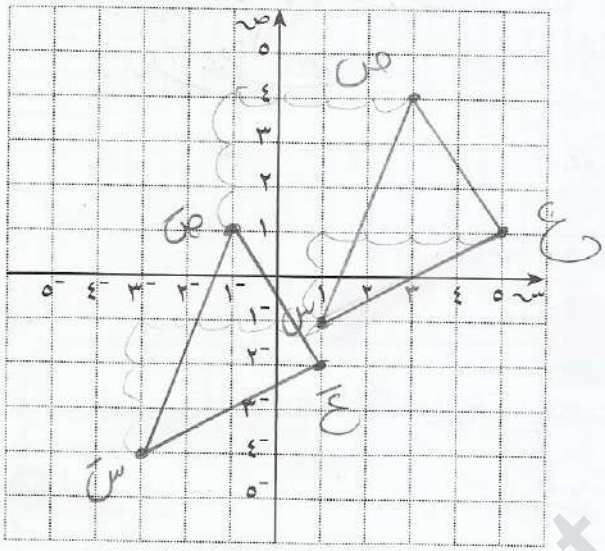


أَ (-٥، ١)
بَ (-٢، ٥)
جَـ (-١، ٢)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ أ أُرسم Δ س ص ع الذي إحداثيات رؤوسه هي : س (١ ، -١) ،
ص (٣ ، ٤) ، ع (٥ ، ١)

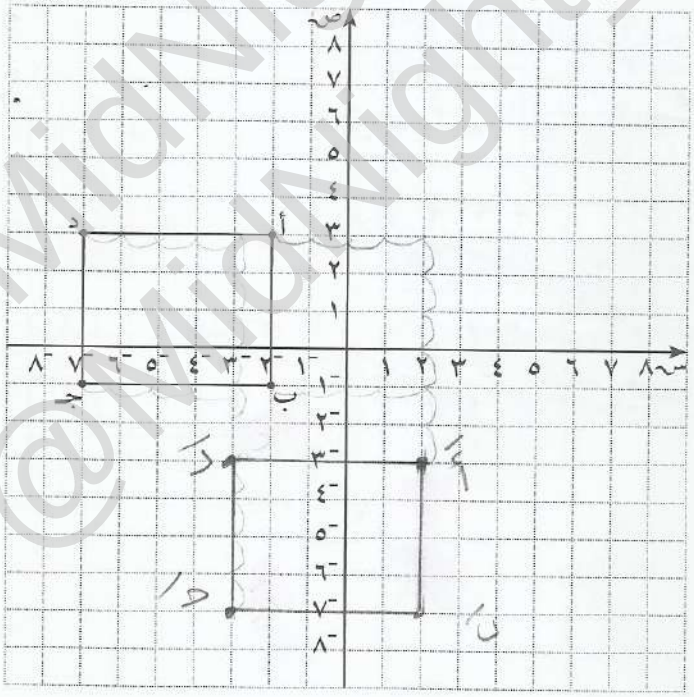
ب أنشِئ Δ سَ صَ عَ بإزاحة Δ س ص ع ٤ وحدات يسارًا و ٣ وحدات
إلى أسفل ، ثمّ حدِّد إحداثيات النقاط سَ صَ عَ .



سَ (-٣ ، -٤)
صَ (-١ ، ١)
عَ (١ ، -٢)

---

٥ أُرسم صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بإزاحته ٤ وحدات إلى اليمين
ثمّ ٦ وحدات إلى أسفل . حدّد احداثيات النقاط أَ بَ جَـ دَ .



أَ (٢ ، -٣)
بَ (٢ ، -٧)
جَـ (-٣ ، -٧)
دَ (-٣ ، -٣)

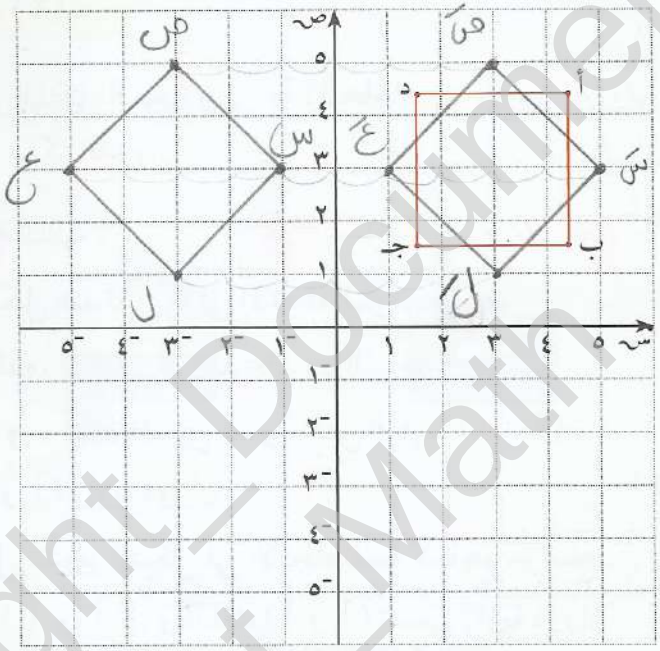
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٦ في مستوى الإحداثيات ، أُرسم الشكل س ص ع ل الذي إحداثيات رؤوسه هي :

س ($^{-}$١ ، ٣) ، ص ($^{-}$٣ ، ٥) ، ع ($^{-}$٥ ، ٣) ، ل ($^{-}$٣ ، ١)

ثمّ ارسم صورة الشكل س ص ع ل بإزاحة مقدارها ٦ وحدات إلى اليمين .

يمكنك استخدام الشكل الناتج في تصميم مشروعك.



@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-٩ الدوران والتماثل الدوراني
Rotation and Rotational Symmetry

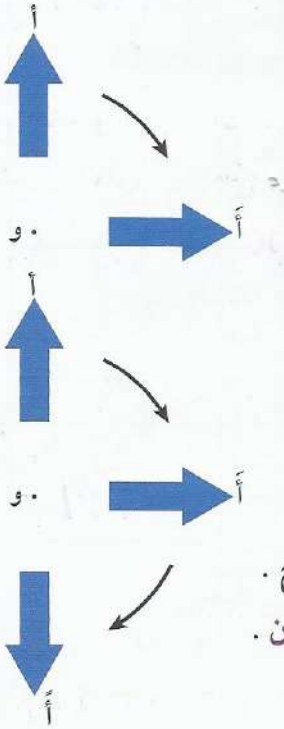
سوف تتعلّم : تحديد دوران الأشكال بالتماثل الدوراني .

العبارات والمفردات :
دوران
Rotation
تماثل دوراني
Rotational Symmetry
دوران مع اتّجاه عقارب الساعة
Clockwise Rotation
دوران بعكس اتّجاه دوران عقارب الساعة
Counter Clockwise Rotation
مركز الدوران
Center of Rotation

تذكَّرْ أنّ :
الدورة الكاملة = ٣٦٠°

نشاط (١) :

قامت أمل بتدوير الشكل المجاور في عدّة اتّجاهات .
باعتبار النقطة و مركز الدوران .



أجِب عن الأسئلة التالية :

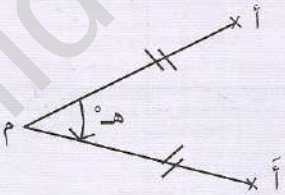
١ هل تغيّر الشكل عند تدويره في الاتجاه الموضح؟

٢ حدِّد اتّجاه الدوران (مع أو ضدّ عقارب الساعة) .

٣ صِلْ بين أ ، و ، وكذلك بين أَ ، و ، قِسِ الزاوية (أَ و أ) .
وتسمى (أَ $\hat{و}$ أ) زاوية دوران .

٤ إذا قامت أمل بتدوير الشكل في الاتّجاه نفسه كما هو موضَّح .
قس الزاوية (أ و أً) . وكذلك (أً $\hat{و}$ أ) تسمى زاوية دوران .

الدوران : حول نقطة (م) تسمّى مركز الدوران بزاوية قياسها هـ° هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى صورة أَ بحيث : أ ← أَ ، م ← م ، أم = أَم
ويتعيّن الدوران : بمركز الدوران ، زاوية الدوران ، اتجاه الدوران .



نلاحظ أنّ :
الشكل وصورته تحت تأثير دوران عُلِم مركزه وزاويته واتّجاهه يكونان متطابقين .
والاتّجاه الدوراني يكون مع عقارب الساعة أو بعكس عقارب الساعة . وسوف نقتصر في دراستنا على الدوران في اتّجاه عقارب الساعة .

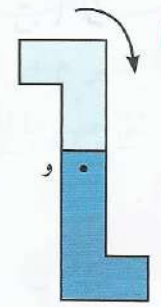
@MidNight_Document
@MidNight_Math

قياس زاوية الدوران	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
مقدار الدوران	ربع دورة	نصف دورة	ثلاثة أرباع الدورة	دورة كاملة
الكسر الدوراني	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٤}$	

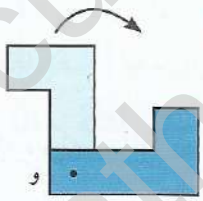
تدرّب (١) :

تم تدوير كلٍّ من الأشكال التالية باتجاه عقارب الساعة حول النقطة و ، حدد زاوية الدوران في كلّ ممّا يلي :

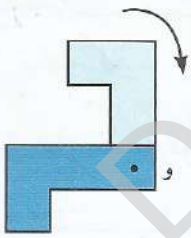
أ



ب



جـ

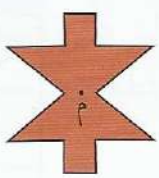


د

١٨٠° ..... ٩٠° ..... ٢٧٠° ..... ٣٦٠°

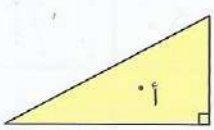
نشاط (٢) :

في الأشكال التالية ، وضِّح متى ينطبق الشكل على نفسه إذا تمّ تدويره حول النقطة المعلومة أقلّ من دورة كاملة .



(١)

١٨٠°



(٢)

(٣)

٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠°

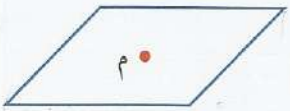
انتبه :

إذا دُوِّر الشكل حول مركزه ٣٦٠° ينطبق على نفسه ، هذا لا يُعتبَر تماثلًا دورانيًّا .

إذا أمكن تدوير أحد الأشكال أقلّ من دورة كاملة حول نقطة معلومة ، وكان الشكل الناتج من الدوران ينطبق على الشكل الأصلي ، فإنّ الشكل يكون له **تماثل دوراني** .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

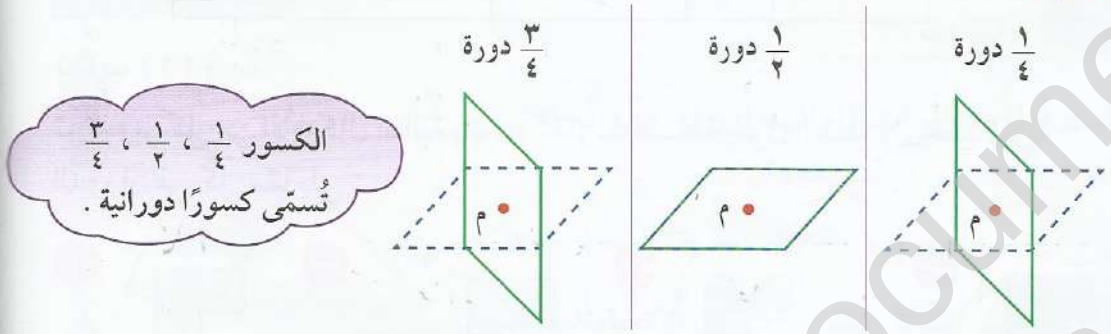
مثال :



هل متوازي الأضلاع في الشكل إلى اليسار له تماثل دوراني حول النقطة م ؟

تخيَّلْ أنّ الشكل يدور حول مركزه . الشكل الأصلي ممثَّل باللون الأزرق .

الحلّ :



متوازي الأضلاع ينطبق على نفسه كلّ $\frac{١}{٢}$ دورة وله تماثل دوراني عند ١٨٠° .

تدرّب (٢) :

حدِّد ما إذا كان للشكل المجاور تماثل دوراني حول نقطة و ، أُكتب نعم أو لا . وإذا كانت الإجابة نعم ، فاذكر زاوية أو زوايا الدوران .

نعم ١٨٠°

تدرّب (٣) :

حدِّد زوايا التماثلات الدورانية إن وجدت لكلّ من :

اِسم الشكل	زوايا التماثلات الدورانية
المربّع	٩٠°-١٨٠°-٢٧٠°
المعيَّن	١٨٠°
مثلّث متطابق الضلعين	ـــــ

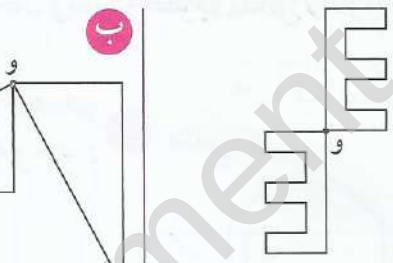
فكّر وناقِش

إذا كان أحد الأشكال ليس له تماثل دوراني ، فكم درجة يجب أن تدوّر هذا الشكل حتّى يستقرّ في الموضع نفسه ؟ ٣٦٠° (دورة كاملة)

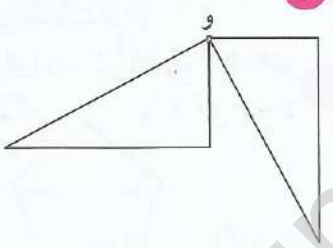
@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ تمّ تدوير كلّ من الأشكال التالية باتّجاه عقارب الساعة حول النقطة و ، حدِّد زاوية الدوران .

أ 

١٨٠°

ب 

٢٧٠°

جـ

١٨٠°

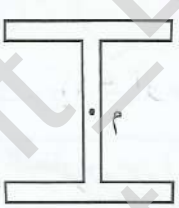
٢ اِعتبر م مركز الدوران ، ما أصغر تدوير يجعل الشكل ينطبق على نفسه ؟
ثمّ حدِّد ما إذا كان الشكل لديه تماثل دوراني أم لا ؟

أ

ليس له تماثل دوراني

ب

له تماثل دوراني

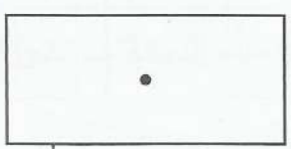
جـ 

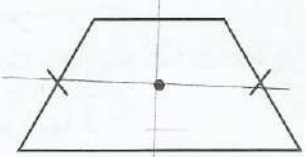
له تماثل دوراني

د

له تماثل دوراني

٣ قرِّر أيًّا من الأشكال التالية يكون له تماثل دوراني . إذا كان كذلك ، فاذكر الكسر الدوراني الذي يكون باتّجاه دوران عقارب الساعة والذي يجعل الشكل الأصلي ينطبق على نفسه .

أ مستطيل

له تماثل دوراني
$\frac{1}{2}$ دورة

ب شبه منحرف

ليس له تماثل دوراني

جـ سداسي

له تماثل دوراني
$\frac{1}{2}$ دورة

٤ أُنظر إلى السجّادة التي صمّمتها (في مشروع الوحدة) . ما هي التحويلات التي استخدمتها ؟ قُمْ بوصفها .

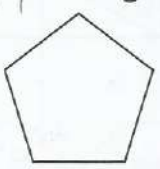
@MidNight_Document
@MidNight_Math

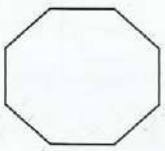
٩-٥ مراجعة الوحدة التاسعة
Revision Unit Nine

١ في كلّ مضلّع اذكر ما إذا كان له خطّ تماثل أم لا ، وفي حال وجود خطوط تماثل ، فأوجِد عددها لكلّ شكل .

أ

ليس له خط تماثل

ب مخمّس

٥ محاور تماثل

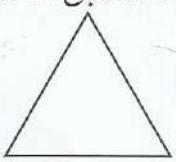
جـ مثمن

٨ محاور تناظر

د معيّن

محوران تماثل

هـ

ليس له محور تماثل

و مثلّث متطابق الأضلاع

٣ محاور تماثل

٢ اِستخدِم شبكة الإحداثيات في حلّ التمارين من (أ - د) .

أ ما إحداثيات كلّ نقطة ؟ أ (-٣، ٢) ب (٣، ١)

ل (٥، ٠) د (١، -١) هـ (٠، -٢) جـ (-٢، -٤)

ب إذا أُزيحت النقطة أ إلى اليسار وحدة واحدة ثمّ إلى أعلى ٣ وحدات ، فماذا ستكوّن إحداثيات النقطة أَ ؟

أَ (-٤، ٥)

جـ إذا انعكست النقطة جـ في محور الصادات ، وأُزيحت ٣ وحدات إلى اليمين ، فما إحداثيات صورتها ؟

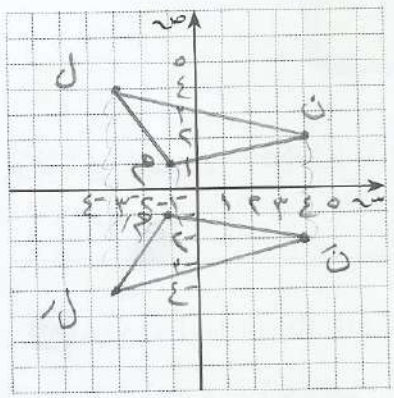
جـَ (٢، ٥)

د إذا أزيحت النقطة ل ٥ وحدات يسارًا ، فما إحداثيات النقطة لَ ؟ وماذا تُسمّى ؟

لَ (٠، ٥) نقطة الأصل

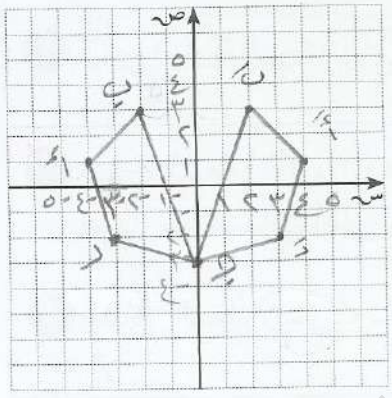
@MidNight_Math Document @MidNight_Math

٣ أُرسم المثلّث ل ن م الذي إحداثيات رؤوسه هي :
ل (-٣ ، ٤) ، ن (٤ ، ٢) ، م (-١ ، ١) ، ثمّ ارسم صورة المثلّث بالانعكاس حول محور السينات ، واكتب إحداثيات رؤوس المثلّث لَ نَ مَ .



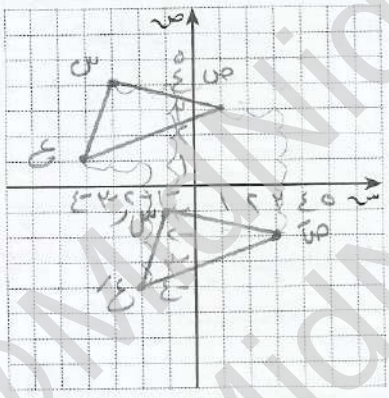
ل' (-٣ ، -٤) ، ن' (٤ ، -٢) ، م' (-١ ، -١)

٤ أُرسم الشكل الرباعي أ ب جـ د الذي إحداثيات رؤوسه أ (-٤ ، ١) ، ب (-٢ ، ٣) ، جـ (٠ ، -٣) ، د (-٣ ، -٢) وارسم صورة الشكل بالانعكاس حول محور الصادات ، ثمّ اكتب إحداثيات الشكل أَ بَ جَ دَ .



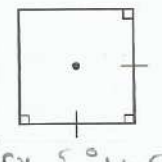
أ' (٤ ، ١) ، ب' (٢ ، ٣) ، جـ' (٠ ، -٣) ، د' (٣ ، -٢)

٥ أُرسم المثلّث س ص ع الذي إحداثيات رؤوسه س (-٣ ، ٤) ، ص (١ ، ٣) ، ع (-٤ ، ١) ، وارسم صورته بإزاحة مقدارها وحدتين إلى اليمين و ٥ وحدات إلى أسفل .



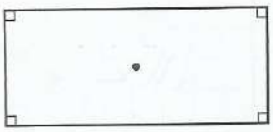
٢ وحدة
٥ وحدات

٦ حدِّد التماثلات الدورانية إن وجدت لكلّ من :

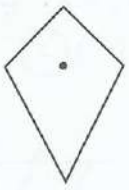


٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠°

$\frac{1}{4}$ دورة ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ دورة



١٨٠° ، $\frac{1}{2}$ دورة

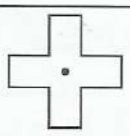
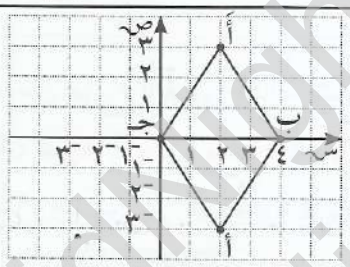


لا يوجد تماثل دوراني

@MidNight_Document
@MidNight_Math

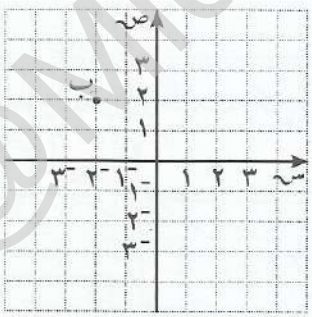
اختبار الوحدة التاسعة

أوّلًا : في البنود (١-٥) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة.

١ عدد خطوط التماثل للشكل المعطى يساوي ٢	(أ)	(ب)
٢ قياس الزاوية التي تمثّل $\frac{٣}{٤}$ دورة كاملة يساوي ٢٧٠°	(أ)	(ب)
٣ صورة النقطة أ (٢ ، -٣) هي أَ (٠ ، ٤) إذا تمّت إزاحة النقطة أ وحدتين إلى اليسار ووحدة إلى أعلى .	(أ)	(ب)
٤ الشكل المقابل ليس له تماثل دوراني . 	(أ)	(ب)
٥ صورة المثلّث أ ب جـ هي أَ ب جـ تحت تأثير انعكاس في المحور الصادي . 	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ الزوج المرتَّب الممثَّل للنقطة ب هو :



(أ) (-٢ ، ٢)　　(ب) (٢ ، -٢)

(جـ) (٢ ، ٢)　　(د) (-٢ ، -٢)

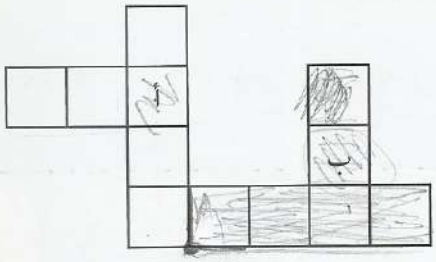
---

٧ متوازي الأضلاع له تماثل دوراني حول مركزه بزاوية قياسها :

(أ) ٩٠°　　(ب) ١٨٠°　　(جـ) ٢٧٠°　　(د) ٣٦٠°

@Midnight_Document
@MidNight_Math

٨ الشكل ب هو صورة الشكل أ تحت تأثير دوران، مقدار زاويته هي :



(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

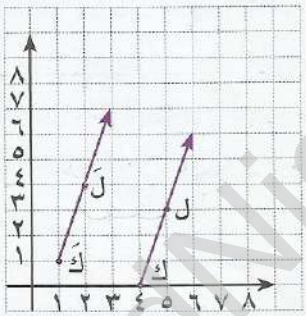
---

٩ إذا كانت أَ (-٣ ، -٥) هي صورة النقطة أ بالانعكاس في محور السينات ، فإنّ أ هي :

(أ) (٣ ، -٥). (ب) (٣ ، ٥) (جـ) (-٣ ، ٥) (د) (-٣ ، -٥)

---

١٠ يوضّح الرسم البياني صورة $\overleftarrow{كل}$ ، فإنّ التغيّر الحاصل هو :



(أ) إزاحة ٣ وحدات إلى اليسار .

(ب) إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين .

(جـ) إزاحة ٣ وحدات إلى اليسار ثمّ وحدة إلى أعلى .

(د) إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ثمّ وحدة إلى أعلى .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

الوحدة العاشرة

النسبة والتناسب
Ratio & Proportion

تجارة واقتصاد
Trade & Economy

الاقتصاد :

يُعَدّ الاقتصاد عصب حياة الشعوب وركنًا أساسيًّا في تقدّمها في عصرنا السريع ، وهو يقوم على أساس التجارة الجادّة والذكية ، لذلك تسعى دولة الكويت إلى تهيئة بيئة الأعمال التجارية والصناعية والعمل على ضمان تدفّق السلع والخدمات مع تأمين مخزون إستراتيجي بصورة دائمة ومستمرّة ، وتسهيل إجراءات العمل التجاري ، وحماية المستهلِك والتحقّق من شروط المنافسة ومنع الاحتكار والمغالاة في الأسعار ، والعمل على مطابقة السلع والخدمات للمواصفات القياسية القانونية بين جميع المواطنين للوصول إلى أن تكون دولة الكويت مركزًا ماليًّا وتجاريًّا عالميًّا .

مشروع الوحدة : (اِبتكِر وصفتك)

يشارك أحد أفراد أسرتك في معرض « مشروعي كويتي » ، وهو مشروع يحتضن أفكار الشباب التجارية ويدعمها مادّيًّا ومعنويًّا . اِبتكِر عطرًا يميّزك أو وصفة طعام تحمل اسمك ، وشارِك قريبك فيها .

@MidNight Documents
@MidNight Math

الوحدة العاشرة : النسبة والتناسب
الموضوع : تجارة واقتصاد

مشروع الوحدة العاشرة ١٤٠

مخطَّط تنظيمي للوحدة العاشرة ١٤١

١٠-١ النسبة والنسب المتساوية ١٤٢

١٠-٢ المعدَّل ١٤٦

١٠-٣ التناسب ١٥٠

١٠-٤ حلّ التناسب ١٥٤

١٠-٥ الأشكال الهندسية المتشابهة ١٥٨

١٠-٦ مراجعة الوحدة العاشرة ١٦٢

إختبار الوحدة العاشرة ١٦٤

@MidNight_Document
@MidNight_Math

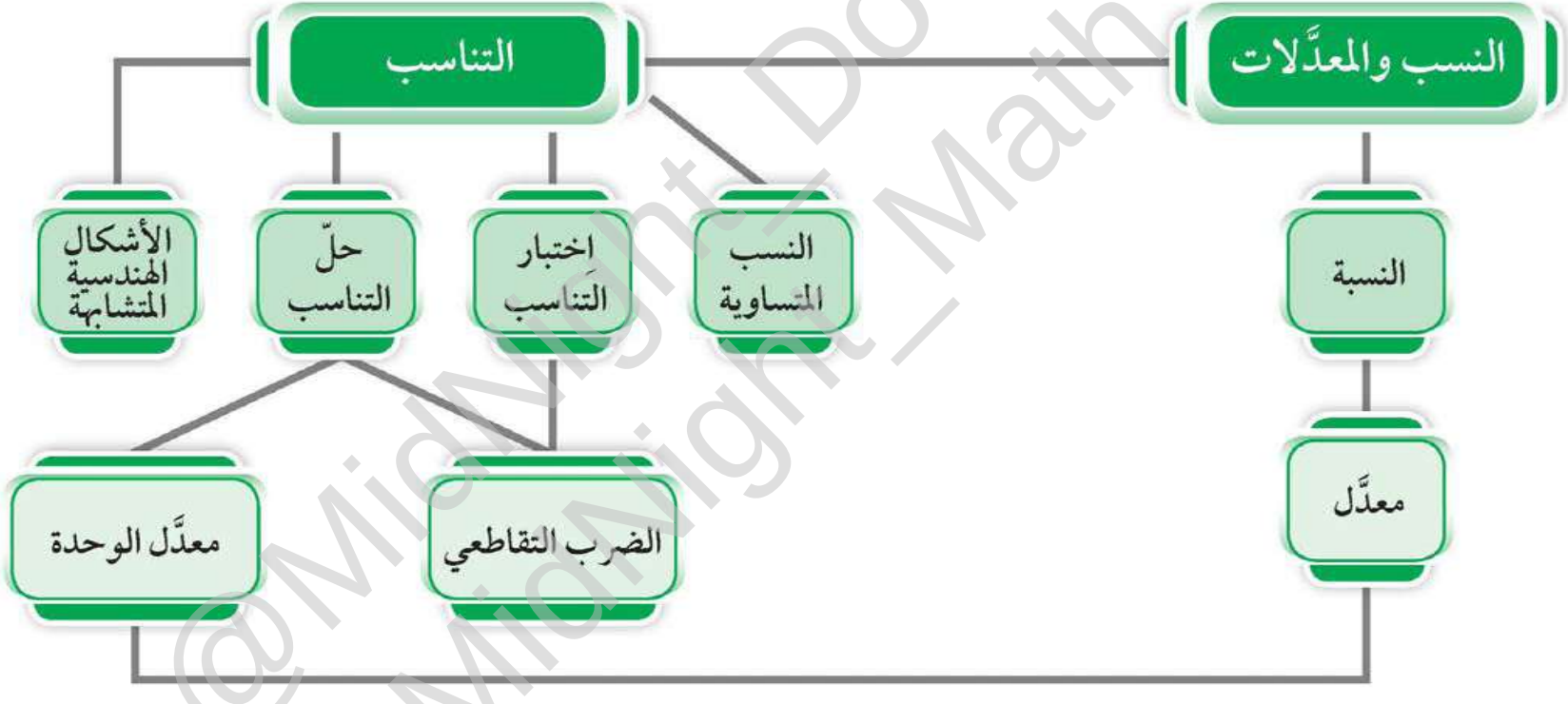
شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

مخطَّط تنظيمي للوحدة العاشرة



@MidNight_Document
@Midnight_Math

١٠-١ النسبة والنسب المتساوية
Ratio and Equal Ratios

سوف تتعلّم : المقارنة بين كمّيتين في صورة نسبة ، وكيفية إيجاد نسب مساوِية لنسبة معلومة .

العبارات والمفردات :
نسبة
Ratio
حدّا النسبة
Terms of a Ratio

نشاط (١) :

ذهبت شيماء إلى أحد محلّات بيع الملابس الجاهزة .
اِشترت قميصًا ثمنه ٨ دنانير ، ثمّ اشترت قميصًا آخر ثمنه ١٦ دينارًا .

القميص الأوّل

٨ دنانير

القميص الثاني

١٦ دينارًا

اِقترِح طرقًا لمقارنة ثمن القميص الأوّل بثمن القميص الثاني :

ثمن القميص الأوّل ..... ثمن القميص الثاني
ثمن القميص الثاني ..... ثمن القميص الأوّل
ثمن القميص الأوّل ..... ثمن القميص الثاني
ثمن القميص الثاني ..... ثمن القميص الأوّل

معلومات مفيدة :
تستخدم شركات الدعاية والإعلان النسب المتساوية لتوضّح عدد الذين يفضّلون استخدام السلعة المعلَن عنها من بين عدد معلوم من الأشخاص .

النسبة : هي مقارنة بين كمّيتين .

يمكن التعبير عن النسبة بين ثمن القميص الأوّل وثمن القميص الثاني بعدّة صور .

٨ إلى ١٦ **أو** ٨ : ١٦ **أو** $\frac{٨}{١٦}$

يمكن كتابة النسبة $\frac{٨}{١٦}$ في أبسط صورة :

الحدّ الأوّل للنسبة ← $\frac{٨}{١٦} = \frac{١}{٢}$ ← الحدّ الثاني للنسبة

@MidNight_Document
@MidNight_Math

إذا كانت النسبة $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢}$ ، فهذا لا يعني أنّ : أ = ١ ، ب = ٢
بل إنّ : أ ، ب عددان النسبة بينهما ١ : ٢ في أبسط صورة .

تدرّب (١) :

أ أُكتب نسبة للمقارنة بين عدد الغزلان وعدد الأحصنة الموضّحة في الصورة بثلاث طرق مختلفة .

٤ : ٧ ، ٤ من ٧ ، ٤ إلى ٧

ب ماذا يحدث إذا تضاعف عدد الأحصنة ؟ .....

نشاط (٢) :

اِشترى علي مجموعة أسهم لإحدى شركات تصدير النفط بالبورصة حيث بلغ سعر السهم ٥ دنانير .

إذا اشترى علي سهمًا دفع ٥ دنانير

إذا اشترى علي سهمين دفع ١٠ دنانير

كم سيدفع علي لشراء ٧ أسهم ؟ ٣٥ دينار

نظِّم المعلومات في جدول :

عدد الأسهم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الثمن	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥

لاحظ أنّ :

النسب بين عدد الأسهم وثمنها هي نسب متساوية :

$\frac{١}{٥} = \frac{٢}{١٠} = \frac{٣}{١٥} = \frac{٤}{٢٠} = \frac{٥}{٢٥} = \frac{٦}{٣٠} = \frac{٧}{٣٥}$

يمكنك إيجاد نسب متساوية ، وذلك بضرب أو قسمة كلّ من حدّي النسبة في أو على العدد نفسه (حيث العدد لا يساوي صفرًا) .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٢) :

أوجِد لكلّ من النسب الآتية نسبة أخرى مساوِية لها :

أ ٦٠ : ١٠٠ ..... ٦ : ١٠

ب $\frac{٣}{٨}$ ..... $\frac{٦}{١٦}$

تدرّب (٣) :

(استكمل جدول النسب المعطاة لحلّ المسألة)

تحتاج سيّدة إلى ٤ كرات من الصوف لصنع ٨ قبّعات ، فكم كرة من الصوف تحتاج لصنع ١٤ قبّعة ؟

عدد كرات الصوف	٤	٥	٦	٧
عدد القبّعات	٨	١٠	١٢	١٤

تحتاج السيّدة إلى ..... ٧ ..... كرات صوف لصنع ١٤ قبّعة .

تدرّب (٤) :

حدِّد ما إذا كانت النسب الآتية متساوية أم لا :

أ ٦ : ١٨ ، ١ : ٣ ..... $\frac{٦ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{١}{٣}$

ب $\frac{٢}{٥}$ ، ٦ : ٢٠ ..... $\frac{٦}{٢٠} \times \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥}$

فكّر وناقِش

بالرجوع إلى تدرّب (٣) ، كيف تستطيع أن توجد عدد كرات الصوف اللازمة لصنع ١٠٠ قبّعة ؟

$\frac{٥}{١٠ \times ١٠} \times \frac{١٠٠}{\square}$ تحتاج إلى ٥٠ كرة

تمـــرَّنْ :

١ تقدّم عدد من الأشخاص لإجراء مقابلة للعمل في أحد المصانع . تمّ قبول ٢٤ شخصًا ورُفِض ٣ أشخاص .

أوجِد النسب التالية في أبسط صورة :

أ عدد المقبولين إلى عدد المرفوضين . ٢٤ : ٣ = ٨ : ١

ب عدد المقبولين إلى العدد الكلّي . ٢٤ : ٢٧ = ٨ : ٩

@MidNight_Document @MidNight_Math

٢ أُكتب نسبتين تساوي كلّ منهما النسبة المعطاة :

أ ٤ : ٥

ب $\frac{١٠}{٢٠}$

جـ ٧ إلى ١

د ١٢ : ٨

هـ $\frac{٢٥}{٤٠}$

و ٢,١ إلى ٤,٢

٣ تطوّع ٥٠ متعلّمًا من متعلّمي الصفّ السابع في إحدى المدارس للقيام بمهمّة زرع حديقة المدرسة بالأزهار ، وانقسموا إلى ثلاث مجموعات كما هو مبيّن في الجدول :

المجموعة	تجهيز الأرض	غرس الأزهار	ريّ الأزهار
عدد المتعلّمين	٢٨	١٤	٨

أ في أيّ مجموعة تكون النسبة بين عدد المتعلمين إلى عددهم الكلّي تساوي ٤ : ٢٥ ؟ ري الأزهار

ب في أيّ مجموعة تكون النسبة بين عدد المتعلمين إلى عددهم الكلّي تساوي ٧ : ٢٥ ؟ غرس الأزهار

جـ في أيّ مجموعتين تكون النسبة بين عدد المتعلمين ١ : ٢ ؟ غرس الأزهار ؛ تجهيز الأرض

٤ حدِّد ما إذا كانت النسب الآتية متساوية أم لا :

أ ٧ إلى ٢١ ، ١ إلى ٣ متساوية

ب ٦ : ٩ ، ٢ : ٣ ليست متساوية

جـ $\frac{٥}{٤}$ ، ١٠ : ٨ متساوية

د ١ إلى ١٠ ، $\frac{٢}{٥}$ ليست متساوية

٥ أكمِل الجداول في كلّ ممّا يلي بنسب متساوية :

أ ٨ رجال إلى ١٠ سيّدات .

رجال	٤	٨	٣	١٦
سيّدات	٥	١٠	١٥	٢٠

ب ٦ مثلّثات من بين ٩ أشكال هندسية .

المثلّثات	٢	٦	٨	١٠
الأشكال الهندسية	٣	٩	١٢	١٥

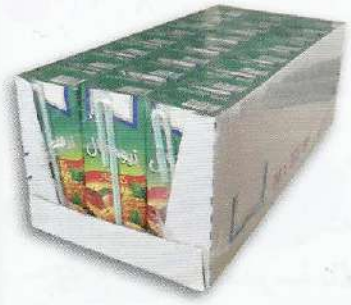
@MidNight_Document
@MdNight_Math

٢-١٠ المعدَّل
Rate

سوف تتعلّم : التعبير عن كمّيتين مختلفتي الوحدة في صورة معدَّل .

العبارات والمفردات :
معدَّل Rate
معدَّل الوحدة Unit Rate

نشاط (١) :



قامت إحدى شركات تصنيع العصائر بعمل عروض على نوع من العصائر بحيث إنّ سعر الكرتونتين من هذا النوع ٤,٨٠٠ دنانير (كلّ كرتونة تحتوي على ٢٤ علبة عصير) .

١ أُكتب نسبة ثمن الكرتونتين إلى عدد العلب في صورة كسر .

٤,٨٠٠ دينار / ٤٨ علبة

النسبة التي تقارن بين كمّيتين لهما وحدتان مختلفتان تُسمّى معدَّل :

المعدَّل = ٤,٨٠٠ دينار / ٤٨ علبة ← الوحدتان مختلفتان

٢ ما ثمن العلبة الواحدة ؟

إذا كانت المقارنة لوحدة واحدة من أيّ كمّية ، فإنّ المعدَّل يُسمّى معدَّل الوحدة :

معدَّل الوحدة = ١٠٠ دينار / ١ علبة ← المقام يساوي وحدة واحدة

معلومات مفيدة :
يستخدم قائدو الزوارق المعدَّلات لتحديد المسافة التي سوف يقطعونها للإبحار إلى مكان ما .

تدرّب (١) :

حدّد ما إذا كانت النسبة تعبّر عن معدّل أم لا :

أ ٦ أقلام لكلّ طالبين ..... معدل

ب ٢٠ لتر / ٥ دنانير ..... معدل

جـ ٣ أمتار / ١٠ أمتار ..... ليس معدل

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مثال (١) : إذا تقاضى إبراهيم مبلغ ٥٦٠ دينارًا مقابِل عمله ٧٠ ساعة ، فما معدَّل ما يتقاضاه في الساعة الواحدة ؟

الحلّ :

٥٦٠ دينارًا أجرة ٧٠ ساعة تُمثَّل بالكسر :

$\frac{\text{٥٦٠ دينارًا}}{\text{٧٠ ساعة}}$ — أُكتب المعدَّل في صورة كسر

$\frac{\text{٥٦٠} \div \text{٧٠}}{\text{٧٠} \div \text{٧٠}}$ — بسِّط

$\frac{\text{٨ دنانير}}{\text{١ ساعة}}$ — معدَّل الوحدة

معدَّل أجرة إبراهيم يساوي ٨ دنانير لكلّ ساعة .

ملاحظة :
يمكنك إيجاد معدَّلات متساوية بالطريقة نفسها التي توجَد فيها النسب المتساوية .

تدرّب (٢) :

في إحدى مزارع الدجاج ، يتناول الدجاج ٤ كجم من الذرة الصفراء المطحونة كلّ ثلاث ساعات . أُكتب ثلاثة معدَّلات مختلفة تصف هذا الموقف .

$\frac{\text{٤ كجم}}{\text{٣ ساعة}}$ ، $\frac{\text{٨ كجم}}{\text{٦ ساعة}}$ ، $\frac{\text{١٢ كجم}}{\text{٩ ساعة}}$

تدرّب (٣) :

تستطيع سيّارة الإطفاء النموذجية تخزين ٢٥٠٠ لتر من المياه ، وهذه المياه تُستنفَد خلال ١٠ دقائق من الرشّ المستمرّ . فما معدَّل اللترات التي تستنفدها في الدقيقة الواحدة ؟

$\frac{\text{٢٥٠٠ لتر}}{\text{١٠ دقائق}} = \frac{\text{٢٥٠٠} \div \text{١٠}}{\text{١٠} \div \text{١٠}} = \frac{\text{٢٥٠ لتر}}{\text{١ دقيقة}}$

معدل اللترات يساوي ٢٥٠ لتر كل دقيقة .

فكّر وناقِش

كيف يمكنك أن تعرف أنّ المعدَّل هو معدَّل وحدة ؟ أعطِ مثالًا . إذا كان المقام واحد

@MidNight_Document
@Midnight_Math

تمـــرَّنْ :

١ حدِّدْ ما إذا كانت النسبة تعبّر عن معدَّل أم لا :

أ) ٥ أزهار لكلّ متر مربّع

معدل

ب) ٤٥ دقيقة / ٣ سيّارات مغسولة

معدل

جـ) ١٢ مشبكًا لكلّ مشبكين

ليس معدل

د) ١ : ٧

ليس معدل

٢ حدِّد ما إذا كانت النسبة تعبّر عن معدَّل وحدة أم لا :

أ) ٦ سم / عام واحد

معدل وحدة

ب) ١٢ فيلمًا / ٨ أسابيع

ليس معدل وحدة

جـ) ٥٠٠ فلس / كيلوجرام

معدل وحدة

٣ لكلّ موقف ممّا يأتي ، اُكتب معدَّلين متساويين :

أ) يقود موسى عجلته لمسافة ١٤ كم في ساعتين .

١٤ كم / ٢ ساعة = ٢٨ كم / ٤ ساعة = ٧ كم / ساعة

ب) رسم خالد على الرمل نمطًا من ٥ أشكال هندسية كلّ ٣ أمتار .

٥ أشكال / ٣ أمتار = ١٠ أشكال / ٦ أمتار = ١٥ شكل / ٩ أمتار

جـ) قفز سامي ٣٠ قفزة متتالية في ٤٠ ثانية .

٣٠ قفزة / ٤٠ ثانية = ٣ قفزة / ٤ ثانية = ٦٠ قفزة / ٨٠ ثانية

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ يريد فيصل تصميم بعض الديكورات في مدرسته احتفالاً ببدء العام الدراسي ، إذا كان يمكنه صنع ٣ ملصَقات في ساعة واحدة ، فما الوقت الذي سوف يستغرقه في صنع ١٥ ملصَقًا بالمعدَّل نفسه ؟ اِشرح إجابتك .

٣ ملصقات × ٥ = ١٥ ملصقاً
١ ساعة × ٥ = ٥ ساعات

الوقت الذي يستغرقه = ٥ ساعات

٥ قاس جاسم عدد نبضات قلبه فوجدها ١٢ نبضة في ١٠ ثوانٍ . كم عدد نبضات قلبه في الدقيقة الواحدة بالمعدَّل نفسه ؟

٦٠ ثانية
١٢ نبضة = ؟ نبضة
١٠ ثوانٍ = ٦٠ ثانية

عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة = ٧٢ نبضة

٦ يستطيع بائع في جمعية تعاونية تلبية طلبات ٣ زبائن في المتوسّط كلّ ١٠ دقائق . ما عدد الزبائن الذين يستطيع هذا البائع تلبية طلباتهم في ساعة واحدة بالمعدَّل نفسه ؟

٣ زبائن / ١٠ دقائق = ؟ زبائن / ٦٠ دقيقة

عدد الزبائن = ١٨ زبون

@MidNight_Document
@MidNight_Math

١٠-٣ التناسب
Proportion

سوف تتعلّم : التناسب وطريقة سهلة لتحديد النسب المتناسبة والمعدَّلات المتناسبة .

العبارات والمفردات :
التناسب
Proportion
الضرب التقاطعي
Cross Procuct

نشاط (١) :

يعمل عبدالله في البيع بالتجزئة ، فباع لأحمد ٣ صناديق من السكّر بقيمة ٤ دنانير ، وباع لحسن ٩ صناديق من السكّر نفسه بقيمة ١٢ دينارًا . فاعترض أحمد قائلًا إنّه اشترى بثمن أغلى ، فهل أحمد على صواب ؟ وضِّح ذلك .

أكمل :

- نسبة عدد صناديق السكّر المباعة لأحمد إلى ثمن البيع له هي ٣ : ٤
- نسبة عدد صناديق السكّر المباعة لحسن إلى ثمن البيع له هي ٩ : ١٢
- هل النسبتان متساويتان ؟ نعم
- إذًا أحمد (على صواب - ليس على صواب)

إذا كانت النسبتان متساويتين ، فإنّهما تكوّنان تناسبًا .

التناسب : هو تساوي نسبتين .

يُكتَب التناسب بالصورة $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ أو على الصورة أ : ب = جـ : د ، ويُسمّى أ ، د **طرفي التناسب** (الطرفين) ، ويُسمّى ب ، جـ **وسطي التناسب** (الوسطين) .

معلومات مفيدة :
يستخدم مصمِّمو الأزياء التناسب لتصميم الملابس المريحة والمناسِبة لمقياس الجسم .

نشاط (٢) :

لكلّ تناسب في ما يلي ، أوجِد ناتج ضرب الطرفين ، ناتج ضرب الوسطين (نواتج الضرب التقاطعي) ، ثمّ سجِّل ملاحظاتك .

التناسب $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$	ناتج ضرب الطرفين أ × د	ناتج ضرب الوسطين ب × جـ
$\frac{٢}{٥} = \frac{٨}{٢٠}$	٢ × ٢٠ = ٤٠	٥ × ٨ = ٤٠
$\frac{٩}{٥} = \frac{٢٧}{١٥}$	٩ × ١٥ = ١٣٥	٢٧ × ٥ = ١٣٥
٤ : ٧ = ٤٠ : ٧٠	٧ × ٤٠ = ٢٨٠	٤ × ٧٠ = ٢٨٠

@MidNight_Document
@MidNight_Math

نلاحظ أنّ :

لكلّ تناسب فإنّ ناتج ضرب الطرفين يساوي ناتج ضرب الوسطين حيث

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} \leftrightarrow أ \times د = جـ \times ب$ [ناتج الضرب التقاطعي للنسبتين متساوٍ] ،

ب ، د لا يساوي صفر .

مثال :

$\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠}$ ، طرف، وسط، وسط، طرف

$٣ \times ١٠ = ٥ \times ٦ = ٣٠$

ويسمّى ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ أعدادًا متناسبة .

تدرّب (١) :

حدِّد ما إذا كانت النسب التالية تكوّن تناسبًا أم لا :

أ) $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٩}{١٢}$

$٦ \times ١٢ = ٧٢$

$٨ \times ٩ = ٧٢$

$٦ \times ١٢ = ٨ \times ٩$

إذًا ، النسبتان تكوّنان تناسبًا .

ب) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٠}$

$٢ \times ١٠ = ٢٠$

$٧ \times ٣ = ٢١$

$٧ \times ٣ \neq ١٠ \times ٢$

النسبتان لا تكوّنان تناسبًا

$\frac{٤ \text{ سم}}{٦ \text{ سم}}$ ، $\frac{١٢ \text{ ثانية}}{٨ \text{ ثوانٍ}}$

الوحدات في ترتيب متماثل للحدّ الأول والحدّ الثاني لكلّ نسبة

$٤ \times ٨ = ٣٢$

$٦ \times ١٢ = ٧٢$

$٤ \times ٨ \neq ٦ \times ١٢$

النسبتان لا تكوّنان تناسبًا

مثال :

١) حدِّدْ ما إذا كانت النسب الآتية تكوّن تناسبًا أم لا :

أ) $\frac{٦ \text{ سم}}{١٠ \text{ ثوانٍ}}$ ، $\frac{٩ \text{ سم}}{١٥ \text{ ثانية}}$

الحلّ :

الوحدات في ترتيب متماثل لكلّ من الحدود الأولى ، والحدود الثانية في النسبتين .

وناتج الضرب التقاطعي للأعداد في النسبتين متساوٍ .

$٦ \times ١٥ = ٩٠$

$١٠ \times ٩ = ٩٠$

النسبتان تكوّنان تناسبًا .

ب) $\frac{٦ \text{ سم}}{١٠ \text{ سم}}$ ، $\frac{٩ \text{ ثوانٍ}}{١٥ \text{ ثانية}}$

الحلّ :

الوحدات في ترتيب متماثل للحدّ الأوّل والحدّ الثاني لكلّ نسبة .

ناتج الضرب التقاطعي للأعداد في النسبتين متساوٍ .

$٦ \times ١٥ = ٩٠$

$١٠ \times ٩ = ٩٠$

النسبتان تكوّنان تناسبًا .

جـ) $\frac{٦ \text{ سم}}{١٠ \text{ ثوانٍ}}$ ، $\frac{٩ \text{ ثوانٍ}}{١٥ \text{ سم}}$

الحلّ :

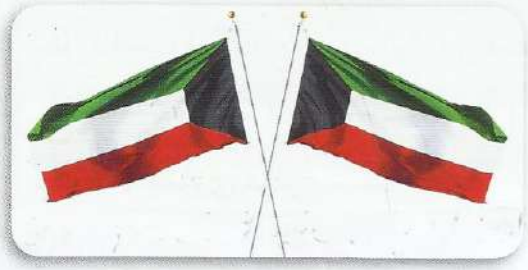
لاحظ أنّ:

الوحدات متماثلة على الخطّ القطري .

النسبتان لا تكوّنان تناسبًا .

@MidNight_Document
@MdNight_Math

تدرّب (٢) :



تصمّم عالية أعلامًا لبيعها في احتفالات العيد الوطني لدولة الكويت . إذا استهلكت ٤ لترات من الأصباغ لتصميم علم طوله ٦ أمتار ، واستهلكت ٦ لترات من الأصباغ لتصميم علم طوله ٩ أمتار .

فهل هذه المعدَّلات تكوّن تناسبًا أم لا ؟

المعدَّل لتصميم العلم الأوّل ، المعدَّل لتصميم العلم الثاني

$\frac{٤ \text{ لترات}}{٦ \text{ أمتار}}$ ، $\frac{٦ \text{ لترات}}{٩ \text{ أمتار}}$

الوحدات في البسط متماثل لكن مقدار الوحدات الأولى والثانية في المقام

$٤ \times ٩ = ٣٦ \Leftarrow ٦ \times ٦ = ٣٦ \Leftarrow ٩ \times ٤ = ٦ \times ٦$

المعدلات تكون تناسبية

فكّر وناقِش

النسبتان $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٦}{٩,٥}$ لا تكوّنان تناسبًا ، كيف يمكنك تحديد ذلك دون أن توجد ناتج الضرب التقاطعي ؟ وضِّح إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ حدِّد زوج النسب الذي يكوّن تناسبًا في ما يلي :

أ $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{١٢}{٩}$

$٣ \times ١٢ < ٣٦ = ٩ \times ٤$

تناسبية $١٢ \times ٣ = ٩ \times ٤$

ب $\frac{٤٥}{٨١}$ ، $\frac{٥}{٩}$

$٤٠٥ = ٩ \times ٤٥$

$٤٠٥ = ٨١ \times ٥$

$٨١ \times ٥ = ٩ \times ٤٥$ تناسبية

جـ $\frac{٨}{٥}$ ، $\frac{١١}{٧}$

$٥٦ = ٧ \times ٨$

$٥٥ = ١١ \times ٥$

$٧ \times ٨ \neq ١١ \times ٥$ لا يكون تناسبية

د $\frac{٦}{١٢}$ ، $\frac{٢}{١٠}$

$١٠ \times ٦ < ١٢ \times ٢$

لا يكون تناسبية

٢ حدِّد زوج المعدَّلات الذي يكوّن تناسبًا :

أ $\frac{١٠ \text{ ملاعق شاي}}{١٥ \text{ لترًا من الماء}}$ ، $\frac{٤ \text{ لترات من الماء}}{٦ \text{ ملاعق شاي}}$

الوحدات متماثلة على الخط القطري

لا يكونا تناسبية

@MidNight_Document
@MidNight_Math

ب) ٧٥ كم / ٣ ساعات ، ١٢٥ كم / ٥ ساعات

جـ) ٢٥ م / ٥ سم ، ١٠ سم / ٢ م

٣ يربح تاجر ٤٠٠ دينار من بيع ١٠ زجاجات عطر ، ويربح تاجر آخر ٦٠٠ دينار من بيع ١٥ زجاجة من العطر نفسه ، هل يبيع التاجران بالمعدَّل نفسه ؟ وضِّح إجابتك .

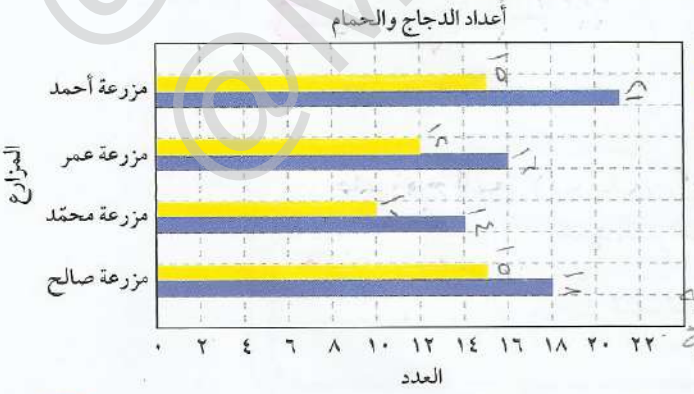
٤ الجدول الموضَّح في الشكل يبيّن أجر كلّ موظَّف نظير عمله بالساعات . فمن هما الشخصان اللذان لهما معدَّل الأجر نفسه ؟

اِسم الموظَّف	الأجر بالدينار	عدد الساعات
نادية	١٥	٥
حصّة	٢٨	٨
محمّد	٢,٥	١
خالد	١٤	٤

٥ إذا كان ثمن علبة عصير وزنها ١٦٠ جرامًا هو ١٢٥ فلسًا ، وثمن علبة عصير من النوع نفسه وزنها ٢٠٠ جرام هو ١٥٠ فلسًا . فهل الأسعار متناسبة ؟

٦ اِشرح لماذا ٠,٧٥ دينار / ١ كجم برتقال ، ٣ كجم برتقال / ٤ دنانير لا تكوّن تناسبًا ؟

٧ من خلال التمثيل البياني المجاور: في أيّ مزرعتين تكون نسب عدد الدجاج إلى عدد الحمام تمثل تناسبًا ؟ وضِّح ذلك .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-١٠ حلّ التناسب
Solving Proportions

سوف تتعلّم : حلّ التناسب باستخدام الضرب التقاطعي أو معدَّل الوحدة .

العبارات والمفردات :
حلّ التناسب
Solving Proportions
الضرب التقاطعي
Cross Procuct
معدَّل الوحدة
Unit Rates

نشاط :

في أحد مصانع الألبان ، تحتاج إلى ١٠ لترات من الحليب لإنتاج ٢ كجم من الزبدة ، فإلى كم لترًا من الحليب نفسه تحتاج لإنتاج ٦ كجم من الزبدة ؟

إليك طرائق الحل

- لإيجاد عدد اللترات اللازمة من الحليب هناك طريقتان :

• **الطريقة الأولى : نكوِّن تناسبًا**

$$\frac{\text{١٠ لترات}}{\text{٢ كجم}} = \frac{\text{س لتر}}{\text{٦ كجم}}$$

$$\frac{١٠}{٢} = \frac{س}{٦}$$

باستخدام الضرب التقاطعي

$$س \times ٢ = ١٠ \times ٦$$

نحلّ المعادلة :

$$٢س = ٦٠$$

$$\frac{٢س}{٢} = \frac{٦٠}{٢}$$

$$س = ٣٠$$

عدد اللترات اللازمة = ٣٠ لترًا

• **الطريقة الثانية : باستخدام معدَّل الوحدة**

$$\frac{\text{١٠ لترات}}{\text{٢ كجم}} = \frac{\text{١٠ لترات} \div ٢}{\text{٢ كجم} \div ٢} = \frac{\text{٥ لترات}}{\text{١ كجم}}$$

عدد اللترات اللازمة لإنتاج ٦ كجم من الزبدة :

$$= ٥ \times ٦$$

$$= ٣٠ \text{ لترًا}$$

تذكَّرْ أنّ :
معدَّل الوحدة هو مقارنة لوحدة واحدة من أيّ كمّية .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

حُلَّ التناسبات في كلّ ممّا يلي :

أ باستخدام الضرب التقاطعي

$\frac{٤}{س} = \frac{١٢}{١٨}$

ب باستخدام معدَّل الوحدة

$\frac{٢٤ \text{ كجم}}{١٢ \text{ م}} = \frac{ل \text{ كجم}}{٢٨ \text{ م}}$

تدرّب (٢) :

اِشترت فاطمة ٢٠ لترًا من الوقود بمبلغ ٢٢٠٠ فلس ، فما ثمن ٣٥ لترًا من الوقود نفسه ؟

مثال :

يبلغ ارتفاع برج تجاري ٣٧٨ م . إذا صُنِع له نموذج بمقياس رسم ٣ سم : ٢٧ م ، فكم يبلغ ارتفاع النموذج ؟

الحلّ :

$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد في الرسم}}{\text{البعد الحقيقي}}$

مقياس الرسم = ٣ سم : ٢٧ م

البعد الحقيقي = ٣٧٨ م

$\frac{٣}{٢٧} = \frac{س}{٣٧٨}$

اِستخدم العملية العكسية للضرب

$٢٧ \times س = ٣ \times ٣٧٨$

$\frac{٢٧ \times س}{٢٧} = \frac{٣ \times ٣٧٨}{٢٧}$

$س = \frac{٣٧٨ \times ٣}{٢٧} = \frac{٣٧٨}{٩} = ٤٢$

إذًا ، اِرتفاع النموذج هو ٤٢ سم .

تذكَّرْ أنّ :

$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد في الرسم}}{\text{البعد الحقيقي}}$

فكّر وناقِش

هل يمكن حلّ التناسب $\frac{٢٧}{س} = \frac{س}{٣}$ ؟ وضِّح إجابتك .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ :

١ حُلَّ التناسب في كلّ ممّا يلي :

أ) $\frac{ص}{١٢} = \frac{٥}{٣}$

ب) $\frac{١٠}{١٤} = \frac{ح}{٣٥}$

جـ) $\frac{٤}{ل} = \frac{٦}{١٥}$

د) $\frac{٧}{٢٠} = \frac{٢١}{س}$

هـ) $\frac{٦,٦ \text{ نقاط}}{٣ \text{ مباريات}} = \frac{س \text{ نقطة}}{٥ \text{ مباريات}}$

و) $\frac{٧٢ \text{ مترًا}}{٧ \text{ ثوانٍ}} = \frac{هـ \text{ متر}}{١٤ \text{ ثانية}}$

٢ أيهما أوفر ، شراء ٢ كجم من الموز بسعر ٨٠٠ فلس ، أم ٣ كجم من الموز نفسه بسعر ٧٢٠ فلسًا ؟ وضِّح إجابتك .

٣ النسبة بين مساحتي قطعتي أرض تساوي ٧ : ٥ ، إذا كانت مساحة قطعة الأرض الأولى هي ١٤م٢ ، فما مساحة قطعة الأرض الثانية ؟

٤ إذا كان ثمن قطعة سجّاد مساحتها ٧ أمتار مربّعة هو ٣٥ دينارًا :

أ) كيف يمكنك إيجاد معدَّل المتر المربّع لكلّ دينار ؟ وضِّح إجابتك .

ب) كيف يمكنك إيجاد معدَّل الدنانير لكلّ متر مربّع ؟ وضِّح إجابتك .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥ في إحدى المدارس كانت نسبة عدد متعلّمي الصفّ التاسع إلى عدد متعلّمي الصفّ السابع هي ٥ : ٣ ، فإذا كان عدد متعلّمي الصفّ التاسع ١٢٠ متعلّمًا ، فما عدد متعلّمي الصفّ السابع ؟ نفرض عدد متعلمي الصف السابع س

$\frac{١٢٠}{س} = \frac{٥}{٣} \Leftarrow \frac{٣ \times ١٢٠}{٥} = \frac{٥ \times س}{٥} \Leftarrow$ س = ٧٢

عدد متعلمي الصف السابع = ٧٢ متعلم

٦ دفع صاحب بيت ٧ دنانير ثمن استهلاك ١٠٠ كيلوواط من الكهرباء في أحد الأشهر ، فكم دينارًا يدفع ثمنًا لاستهلاك ٢٢٠ كيلوواطًا من الكهرباء ؟

$\frac{٧ \text{ دينار}}{١٠٠ \text{ كيلوواط}} = \frac{س \text{ دينار}}{٢٢٠ \text{ واط}} \Leftarrow \frac{س \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٧ \times ٢٢٠}{١٠٠}$

س = ١٥٤

ما يدفعه صاحب البيت = ١٥٤ دينار

٧ اِشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٤٠٠ دينار ، ربح فيها مبلغًا من المال ، إذا كانت نسبة الربح إلى ثمن الشراء هي ١ : ١٠ ، فما مقدار ربح التاجر ؟ نفرض الربح = س

$\frac{س}{٤٠٠} = \frac{١}{١٠} \Leftarrow \frac{س \times ١٠}{١٠} = \frac{١ \times ٤٠٠}{١٠} \Leftarrow$ س = ٤٠

مقدار الربح = ٤٠ دينار

٨ اُستُخدِمت عدسة تكبير بنسبة ٢٥ : ١ في تكبير حشرة من إحدى الغابات المطيرة ، فكان طولها بعد التكبير ٧ سم . ما الطول الحقيقي للحشرة ؟

$\frac{٢٥}{١} = \frac{٧}{س} \Leftarrow \frac{س \times ٢٥}{٢٥} = \frac{١ \times ٧}{٢٥} \Leftarrow$ س = ٠,٢٨

الطول الحقيقي للحشرة = ٠,٢٨ سم

٩ اُذكر مكوِّنات وصفتك التي اخترتها في مشروعك .

اِختر ٤ مكوِّنات وحدِّد ما إذا كانت تكوّن تناسبًا مع توضيح خطوات الحلّ .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥-١٠ الأشكال الهندسية المتشابهة
Similar Geometric Figures

سوف تتعلّم : استخدام التناسبات لإيجاد أطوال أضلاع أشكال هندسية متشابهة .

العبارات و المفردات :
تشابه
similarity
أجزاء متناظرة
corresponding parts

توضّح الصورة نسيجًا فنّيًّا يحتوي على أشكال هندسية متشابهة .
لاحِظ الأشكال المتشابهة في الصورة مثل ◇ وأعطِ مثالين .

إذا وضعنا مكبِّرًا على شكل هندسي ، نحصل على شكل مشابِه له كما هو موضّح .

معلومات مفيدة :
يبتكر طابعو الصور أشكالاً متشابهة عندما يقومون بعمليات التكبير .

في الشكل المجاور :
المثلّثان س ص ع ، أ ب جـ متشابهان

ونلاحظ أنّ :
الزوايا المتناظرة متطابقة . (أُذكرها)
وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة .

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{١}{٢}$$

تذكّرْ أنّ :
الأشكال الهندسية المتطابقة هي الأشكال التي لها الشكل نفسه والقياس نفسه .
والرمز « ≡ » يعني « يطابق » .

يُستخدَم رمز (~) للتعبير عن التشابه . Δ س ص ع ~ Δ أ ب جـ

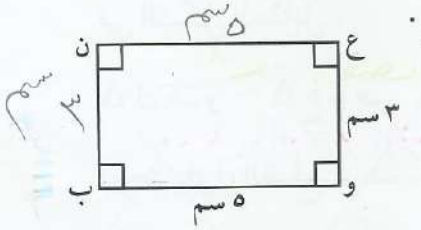
إذا تشابه شكلان هندسيان ، فإنّ أضلاعهما المتناظرة متناسبة ، وزواياهما المتناظرة متساوية في القياس (متطابقة) .

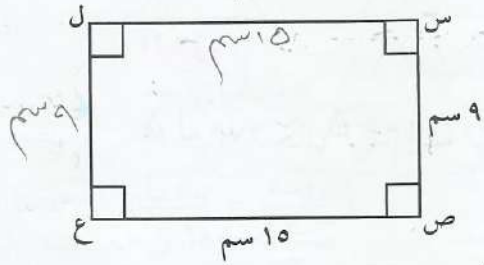
@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

حدِّد ما إذا كان المضلّعان متشابهين أم لا في كلّ من أ و ب .

أ الزوايا المتناظرة متطابقة (جميعها زوايا قائمة) .





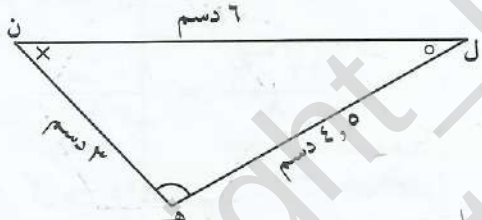
$\frac{ع\,و}{س\,ص} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{ب\,و}{ع\,ص} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

$\frac{ع\,ن}{س\,ل} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{ب\,ن}{ع\,ل} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

$\frac{ع\,و}{س\,ص} = \frac{ب\,و}{ع\,ص} = \frac{ع\,ن}{س\,ل} = \frac{ب\,ن}{ع\,ل} = \frac{١}{٣}$

إذًا الشكل ع و ب ن مشابه الشكل س ص ع ل .

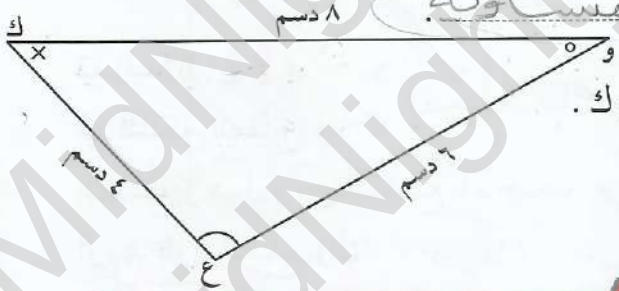
ب $\hat{ل} \cong \hat{و}$ ، $\hat{ن} \cong$ ك ، $\hat{هـ} \cong$ ع إذًا الزوايا المتناظرة متساوية



$\frac{ل\,ن}{و\,ك} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ ،

$\frac{ل\,هـ}{و\,ع} = \frac{٤,٥}{٦} = \frac{٣}{٤}$ ، $\frac{ن\,هـ}{ك\,ع} = \frac{٣}{٤}$

النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية .

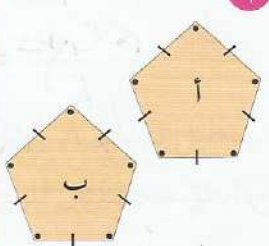


إذًا ، Δ ل هـ ن ~ Δ و ع ك .

فكّر وناقش

حدِّد ما إذا كانت الأشكال الهندسية الآتية متطابقة أو متشابهة أو غير متطابقة وغير متشابهة . فسّر إجابتك .

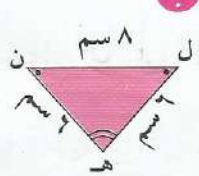
أ

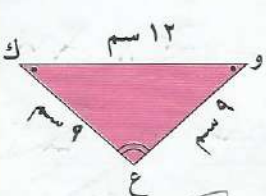


متطابقة

الأضلاع المتناظرة متطابقة والزوايا المتناظرة متطابقة

ب

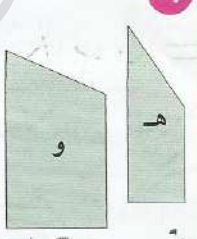




متشابهة

الأضلاع المتناظرة متناسبة والزوايا المتناظرة متطابقة

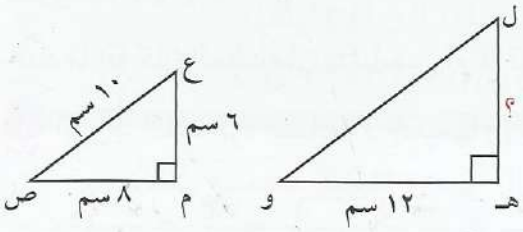
جـ



غير متطابقة وغير متشابهة

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مثال :



في الشكل المقابل ،

Δ ل هـ و ~ Δ ع م ص

أوجِد طول الضلع ل هـ .

الحلّ :

Δ ل هـ و ~ Δ ع م ص ، لذلك الأضلاع المتناظرة متناسبة .

$\frac{\text{ل هـ}}{\text{ع م}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{م ص}}$ أُكتب تناسبًا مستخدِمًا الأضلاع المتناظرة

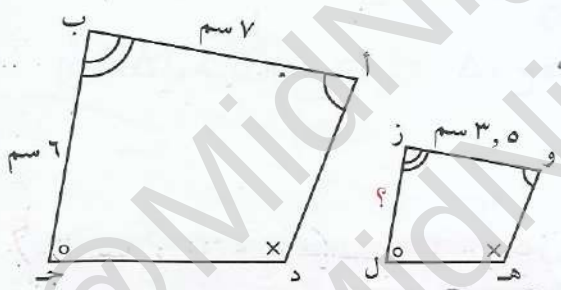
$\frac{\text{ل هـ}}{٦} = \frac{١٢}{٨}$ بالتعويض

ل هـ × ٨ = ٦ × ١٢ أُكتب الضرب التقاطعي

$\frac{\text{ل هـ} \times ٨}{٨} = \frac{٦ \times ١٢}{٨}$ اِقسم طرفي المعادلة على ٨

ل هـ = ٩ سم

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابل ،

المضلّع و هـ ل ز ~ المضلّع أ د جـ ب

أوجِد طول الضلع ز ل .

المضلع و هـ ل ز ~ المضلع أ د جـ ب

$\frac{\text{و ز}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ز ل}}{\text{ب جـ}}$ ← $\frac{٣,٥}{٧} = \frac{\text{ز ل}}{٦}$

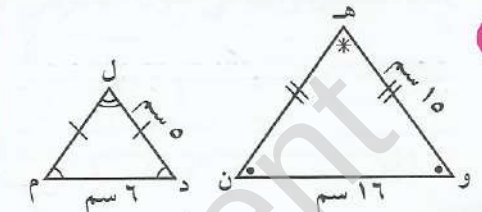
$\frac{٧ \times \text{ز ل}}{٧} = \frac{٣,٥ \times ٦}{٧}$ ← ز ل = ٣ سم

@MidNight_Document
@Midnight_Math

تمـــرَّنْ :

١ حدِّد ما إذا كان كلّ مضلّعين ممّا يأتي متشابهين أم لا .

أ



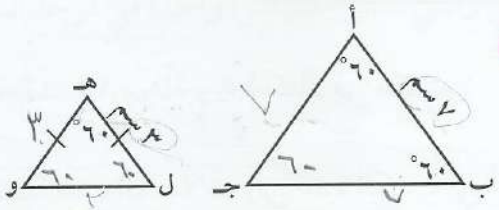
الزوايا المتناظرة متطابقة

$\frac{دم}{ون} = \frac{٦}{١٦} = \frac{٣}{٨}$ ، $\frac{دل}{وهـ} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

لأن أضلاع متناظرة غير متناسبة

غير متشابهان

ب



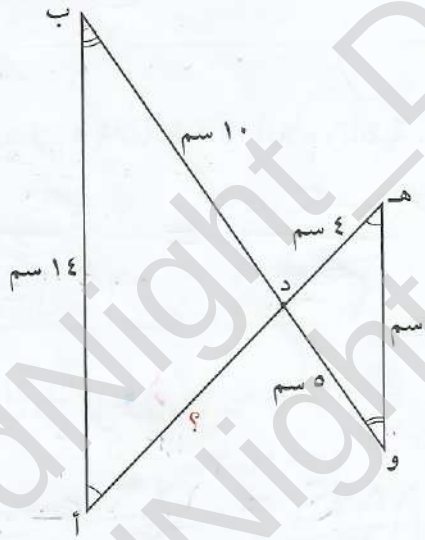
الزوايا المتناظرة متطابقة

$\frac{لهـ}{بأ} = \frac{٣}{٧}$ ، $\frac{هـو}{أجـ} = \frac{٣}{٧}$ ، $\frac{لو}{بجـ} = \frac{٢}{٧}$

لأن أضلاع متناظرة متناسبة وبالتالي المضلعان متشابهان

٢ أوجِد طول الضلع المجهول علمًا بأنّ الشكلين متشابهان .

أ Δ هـ د و $\cong$ Δ أ د ب



$\frac{هـد}{أب} = \frac{هـو}{أب}$

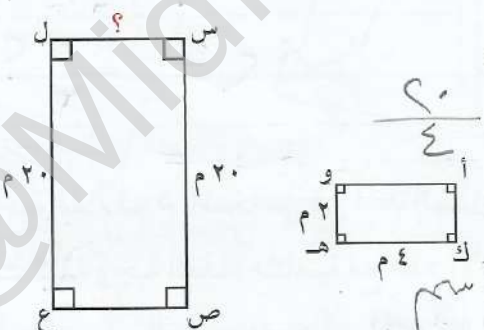
$\frac{٤}{١٤} = \frac{٧}{أ د}$

$٤ \times أ د = ١٤ \times ٧$

$أ د = \frac{١٤ \times ٧}{٤}$

$أ د = ٨$ سم

ب المستطيل أ ك هـ و $\cong$ المستطيل ص ع ل س



$\frac{س ل}{و هـ} = \frac{ل ع}{هـ ك} = \frac{س ل}{٢} = \frac{٢٠}{٤}$

$٤ \times س ل = ٢٠ \times ٢$

$س ل = \frac{٢٠ \times ٢}{٤}$

$س ل = ١٠$ سم

٣ مستطيل بعداه ٨ أمتار ، ٥ أمتار وآخر مشابِه له أحد بعديه ٤٠ مترًا . هناك إجابتان محتمَلتان للبعد الآخر ، فما هما ؟

$\frac{٨}{٥} = \frac{٤٠}{س}$

$س = \frac{٥ \times ٤٠}{٨}$

$س = ٢٥$ م

$\frac{٨}{٥} = \frac{س}{٤٠}$

$س = \frac{٨ \times ٤٠}{٥}$

$س = ٦٤$ م

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٦-١٠ مراجعة الوحدة العاشرة
Revision Unit Ten

١ لدى محمّد ٤٥ مجلّة و ١٥ كتابًا في مكتبته :

أ أُكتب نسبة عدد المجلّات إلى عدد الكتب في أبسط صورة .

٤٥ : ١٥ = ٣ : ١

ب أُكتب نسبة عدد المجلّات إلى عدد المجلّات والكتب معًا ، ثمّ أوجِد ٣ نسب مساوِية لها .

$\frac{٤٥}{٦٠} = \frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢} = \frac{٩٠}{١٢٠}$

٢ يشاهد أحمد في ٢٥ ساعة ١٠ أفلام وثائقية . أُكتب معدَّل الوحدة للأفلام التي شاهدها .

٢٥ ساعة : ١٠ = ٢٫٥ ساعة

١٠ أفلام : ١٠ = ١ فيلم

٣ حُلَّ التناسب في كلّ ممّا يلي :

أ $\frac{٣}{١٨} = \frac{٢}{أ}$ ← $٣ \times أ = ١٨ \times ٢$ ← $أ = \frac{١٨ \times ٢}{٣} = ١٢$

ب $\frac{هـ}{١٢} = \frac{٢١}{٦}$ ← $٦ \times هـ = ١٢ \times ٢١$ ← $هـ = \frac{١٢ \times ٢١}{٦} = ٤٢$

٤ كلفة وجبة غذاء لـ ٥ أشخاص في أحد المطاعم ٣٥ دينارًا .

إذا كانت كلفة وجبة الغذاء متناسبة مع عدد الأشخاص ، فكم تبلغ كلفة وجبة غذاء لـ ٨ أشخاص في المطعم نفسه ؟ نفرض الكلفة س

٣٥ دينار : س دينار

٥ أشخاص = ٨ أشخاص

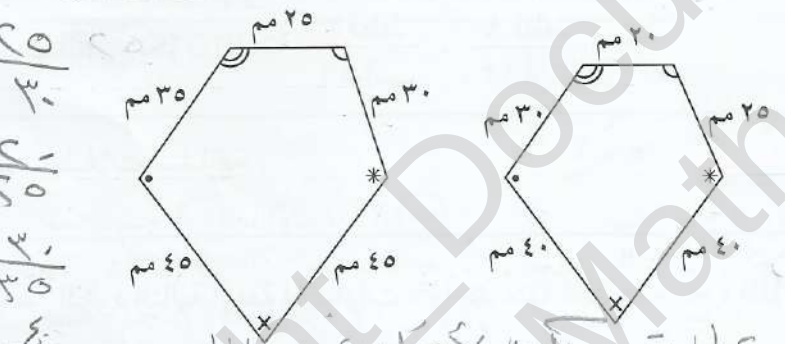
$س = \frac{٣٥ \times ٨}{٥}$ ← $س = ٥٦$

الكلفة = ٥٦ دينار

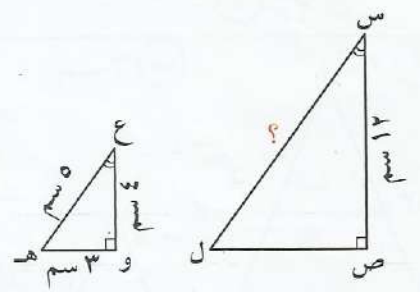
@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥ تحيك فوزية المفارش يدويًّا وتبيعها في معارض المشاريع الصغيرة ، إذا كان طول أحد المفارش في لوحة التصميم ٣٠ سم وطول المفرش الذي تريد حياكته ٢١٠ سم ، فكم يكون عدد السنتيمترات في طول المفرش الحقيقي والتي تمثّل سنتيمترًا واحدًا في لوحة التصميم ؟

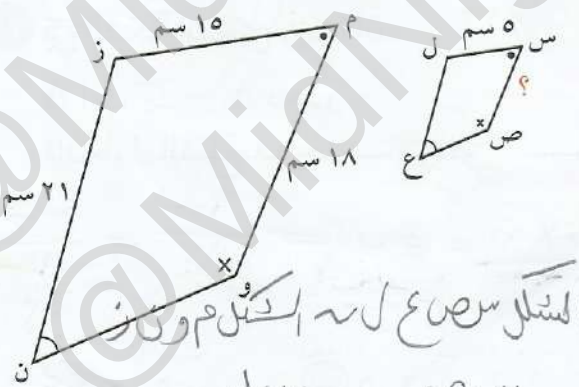
٦ حدِّد ما إذا كان المضلّعان متشابهان أم لا في ما يلي مع توضيح خطوات الحل :



٧ Δ س ص ل ~ Δ ع و هـ ، أوجد س ل .



٨ الشكل س ص ع ل ~ الشكل م و ن ز ، أوجد س ص .



@MidNight_Document
@MidNight_Math

اختبار الوحدة العاشرة

أوّلًا : في البنود (١ - ٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة :

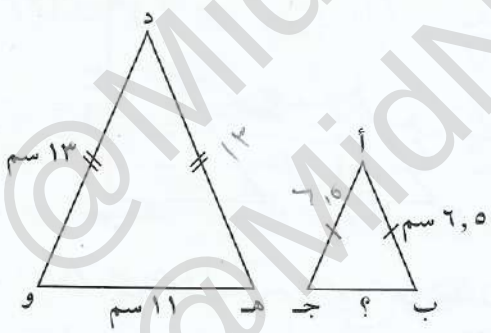
١ تسلّمت جمعية الهلال الأحمر الكويتي ١٤ تبرّعًا عينيًّا و ١٠ تبرّعات مالية . فإنّ نسبة التبرّعات العينية إلى جميع التبرّعات في أبسط صورة هي $\frac{٧}{٥}$	(أ)	(ب)
٢ إذا كان $\frac{ص}{٤} = \frac{٥}{٣}$ ، فإنّ ص = $٦\frac{٢}{٣}$	(أ)	(ب)
٣ زوج النسب التالي يكوّن تناسبًا $\frac{٣ \text{ قطط}}{٤ \text{ أرانب}}$ ، $\frac{٩ \text{ قطط}}{١٢ \text{ أرنبًا}}$	(أ)	(ب)
٤ جميع المستطيلات متشابهة .	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد منها فقط صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ النسبة التي تكوّن تناسبًا مع النسبة $\frac{٢}{٥}$ هي :

(أ) $\frac{٥}{١٠}$ (ب) $\frac{٦}{١٥}$ (جـ) $\frac{٤}{٨}$ (د) $\frac{٤}{٢٥}$

٦ في الشكل المقابل ، إذا كان
Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ،
فإنّ طول الضلع ب جـ يساوي :



(أ) ٥,٥ سم (ب) ٦,٥ سم (جـ) ١٣ سم (د) ٢٢ سم

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٧ يحتاج محمّد إلى ٨٠٠ بلاطة لأرضية المطبخ الجديد ، إذا كان ثمن كلّ ١٠٠ بلاطة من النوع نفسه هو ١٥ دينارًا ، فإنّ المبلغ الذي سيدفعه محمّد ثمنًا للبلاط هو :

(أ) ٢٠ دينارًا (ب) ٥٠ دينارًا (جـ) ١٠٠ دينار (د) ١٢٠ دينارًا

---

٨ يسيطر نظام التحكّم في الحرائق في بناء ما على ٩ حرائق من بين كلّ ١٠ حرائق ، فإنّ عدد الحرائق التي يمكن السيطرة عليها من بين ٢٠ حريقًا في النظام نفسه هو :

(أ) ٩ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) ٢٠

---

٩ السعر الأفضل لشراء الذهب هو :

(أ) ٢٥ دينارًا لكلّ ٥ جم ذهب (ب) ٢٨ دينارًا لكلّ ٤ جم ذهب

(جـ) ٣٠ دينارًا لكلّ ١٠ جم ذهب (د) ٣٢ دينارًا لكلّ ٨ جم ذهب

---

١٠ إذا كان المربّع أ ب جـ د ~ المربّع هـ و م ن ومساحة المربّع أ ب جـ د = ٣٦ سم^{٢} ، والنسبة بين طول $\overline{أب}$ وطول $\overline{هـو}$ هي $\frac{٣}{٢}$ ، فإنّ طول ضلع المربّع هـ و م ن يساوي :

(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٤ سم (د) ٥ سم

@MidNight_Document
@MdNight_Math

الوحدة الحادية عشرة

النسبة المئوية واستخداماتها

The Percent and it's use

مال وأعمال
Money and Business

النسبة المئوية :

تُوظَّف النسبة المئوية في مجالات عديدة من الحياة . وعلى سبيل المثال لا الحصر ، يستخدم التجّار النسبة المئوية في حساب الأرباح والخسائر ، وفي الصناعة يتمّ تحديد نسب المواد الأوّلية المستخدَمة في صناعة شيء ما ، وفي مجال العلوم والأبحاث كثيرًا ما يسجّل العلماء نتائج ملاحظاتهم وتجاربهم على شكل نسب مئوية .

مشروع الوحدة : (موسم التخفيضات)

تعيش الكويت موسمًا رائعًا للتخفيضات على العديد من السلع في شهر فبراير من خلال مهرجان (هلا فبراير) ، فالكثير من المواطنين والمقيمين في الكويت يبحثون عن أسعار التخفيضات لشراء احتياجاتهم . اِبحث عن أسعار بعض السلع التي تحتاج إليها خلال موسم التخفيضات .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

الوحدة الحادية عشرة: النسبة المئوية واستخداماتها
الموضوع : مال وأعمال

مشروع الوحدة الحادية عشرة ١٦٦

مخطَّط تنظيمي للوحدة الحادية عشرة ١٦٧

١١-١ النسبة المئوية ١٦٨

١١-٢ ربط النسب المئوية بالكسور الاعتيادية والكسور العشرية ١٧٢

١١-٣ إيجاد النسبة المئوية لعدد ١٧٦

١١-٤ حلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية وتناسبات الزكاة - الميراث ١٨٠

١١-٥ مراجعة الوحدة الحادية عشرة ١٨٤

إختبار الوحدة الحادية عشرة ١٨٦

@MidNight_Document
@MidNight_Math

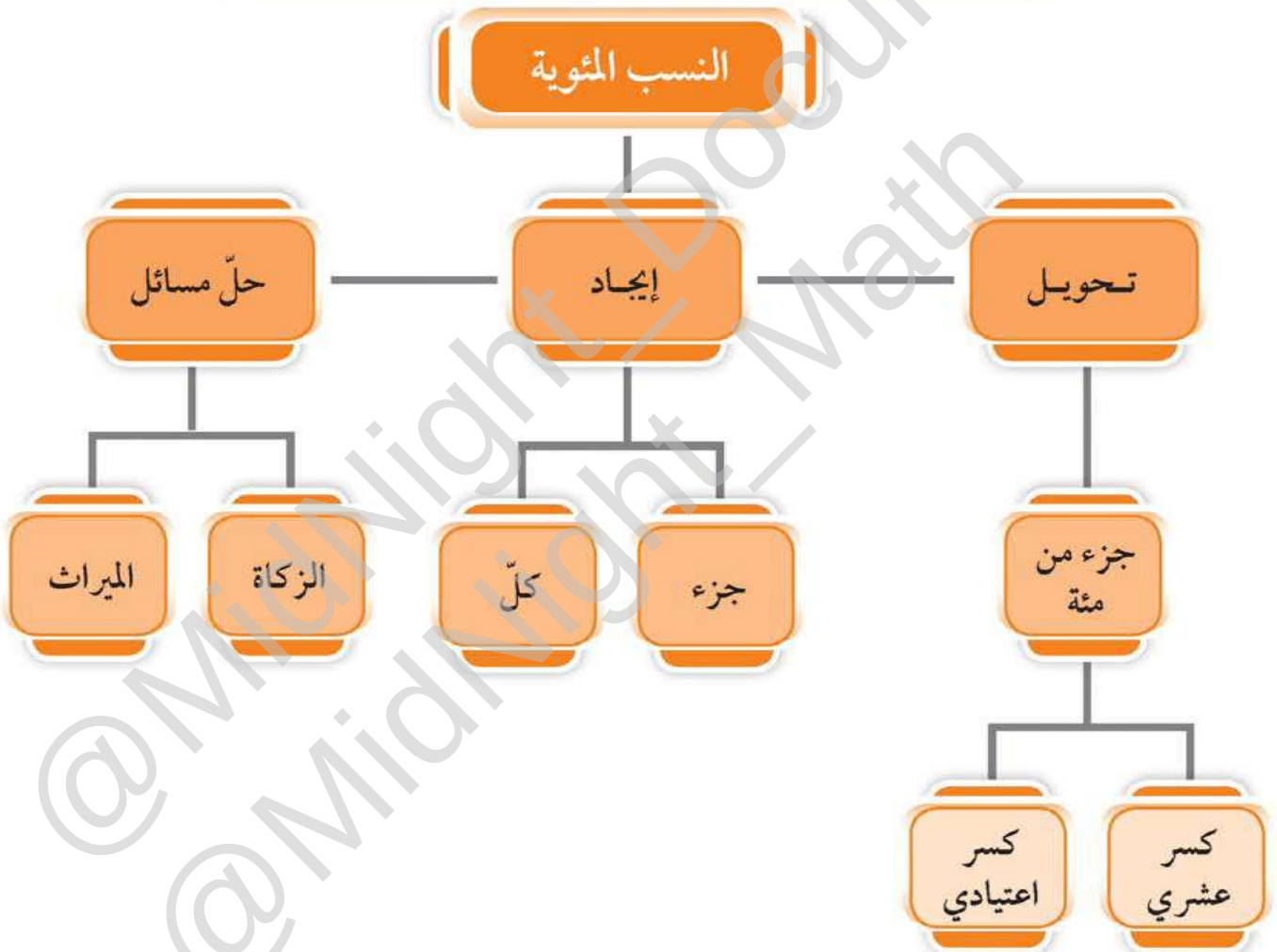
شكر خاص

شكر خاص لمعلمات مدرسة أم سلمة المتوسطة بنات منطقة حولي التعليمية على إهدائهم حلول كتاب الصف السابع إلى مجموعة قنوات MidNight

ملحوظة :

الحلول لم يتم مراجعتها من قبل أي جهة أو معلم أو موجه ولذا تحتمل وجود أخطاء أو حلول بطرق أخرى ... لذا وجب التنويه ونشكركم للتواصل والتعرف على الأخطاء أو الأفكار المختلفة للحلول

مخطَّط تنظيمي للوحدة الحادية عشرة



@MidNight_Document
@MidNight_Math

١١-١ النسبة المئوية
Percent

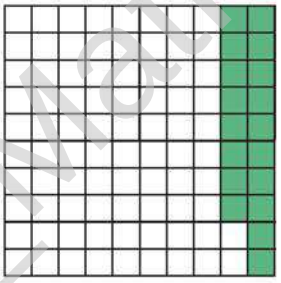
سوف تتعلّم : التعبير بصورة نسبة مئوية .

العبارات والمفردات :
نسبة مئوية
Percent

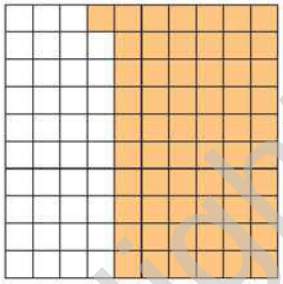
تستخدم المصارف والبنوك النسبة المئوية لحساب الأرباح على المدّخَرات .
كما تُستخدَم النسبة المئوية في التداولات اليومية في سوق الأوراق المالية (البورصة) .

معلومات مفيدة :
يستخدم المحاسبون في الشركاتِ النسب المئوية على التمثيل البياني بالدائرة لتمثيل مصادر دخلها .

النسبة المئوية : هي نسبة حدها الثاني ١٠٠ .



١٨ مربَّعًا مظلَّلاً من ١٠٠ مربّع



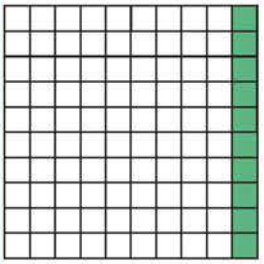
٦١ مربَّعًا مظلَّلاً من ١٠٠ مربّع

يمكن التعبير عن الجزء المظلَّل من شبكة المئة في كلّ شكل بثلاث صور مختلفة :

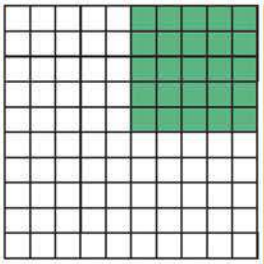
$\frac{١٨}{١٠٠} = ٠,١٨ = ١٨\,٪$

$\frac{٦١}{١٠٠} = ٠,٦١ = ٦١\,٪$

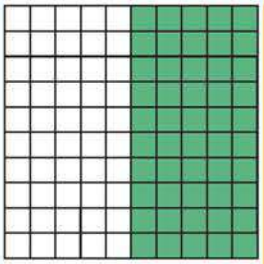
إذا قسّمت كمّية إلى ١٠٠ جزء ، فإنّه من السهل وصفها مستخدِمًا نسبة مئوية ، كما أنّه من السهل أيضًا استخدام النسب المئوية عند التعامل مع الأجزاء من عشرة أو الأجزاء من مئة .



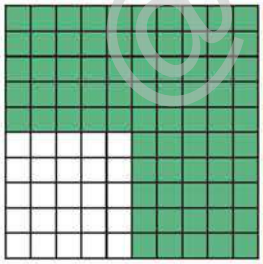
$\frac{١}{١٠} = \frac{١٠}{١٠٠} = ١٠\,٪$



$\frac{١}{٤} = \frac{٢٥}{١٠٠} = ٢٥\,٪$



$\frac{١}{٢} = \frac{٥٠}{١٠٠} = ٥٠\,٪$



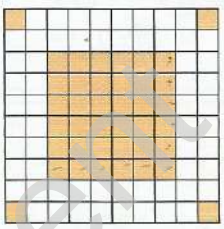
$\frac{٣}{٤} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥\,٪$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (١) :

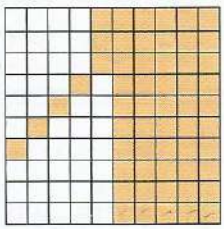
عبِّر عن الأجزاء المظلَّلة في كلّ شكل في صورة كسر اعتيادي ونسبة مئوية وكسر عشري :

١



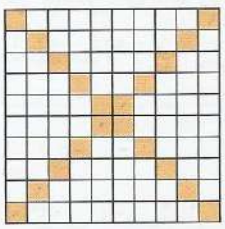
$\frac{٤٠}{١٠٠} = ٪٤٠ = ٠,٤٠$

٢



$\frac{٥٧}{١٠٠} = ٪٥٧ = ٠,٥٧$

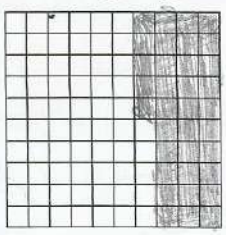
٣



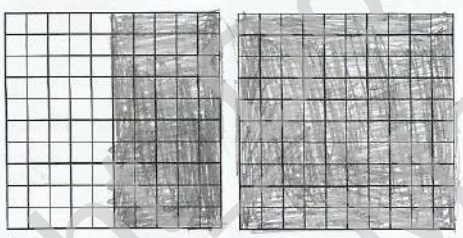
$\frac{٤٠}{١٠٠} = ٪٤٠ = ٠,٤٠$

تدرّب (٢) :

ظلِّل على شبكة المربّعات ما يمثّل النسب المئوية التالية :



٪٣٥

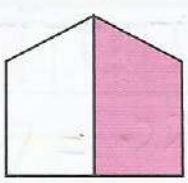


٪١٥٠

تدرّب (٣) :

اكتب النسبة المئويّة للأجزاء المظلَّلة في كلّ شكل :

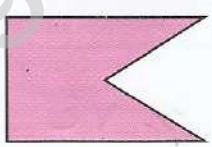
١



$\frac{١}{٢}$

٪٥٠

٢



٪١٠٠

٣

$\frac{١}{٤}$

٪٢٥

تدرّب (٤) :

بنى أحمد وجاسم نماذج باستخدام مكعّبات السكّر ، وكلّ منهما أخذ نصف صندوق السكّر . إذا استخدم أحمد نصف عدد المكعّبات التي أخذها ، فما النسبة المئويّة لعدد مكعّبات السكّر التي استخدمها أحمد من بين مكعّبات الصندوق كلّه ؟

٪٢٥

@MidNight_Math_Document
@MidNight_Math

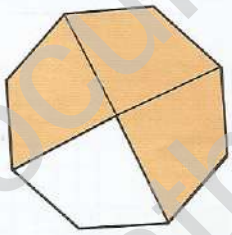
فكّر وناقِش

هل يمكن أن يكون ٢٥ ٪ من قيمة ما أكبر من ٥٠ ٪ من قيمة أخرى ؟ اشرح إجابتك ، وأعطِ مثالاً . نعم ٢٥٪ من ٢٠ < ٥٠٪ من ٨

تمـــرَّنْ:

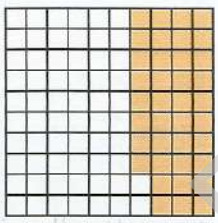
١ اكتب النسبة المئوية للأجزاء المظلَّلة في كلّ شكل :

أ



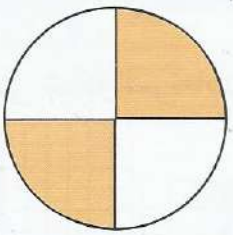
٧٥٪ = $\frac{٣}{٤}$

ب



٣٨٪

جـ



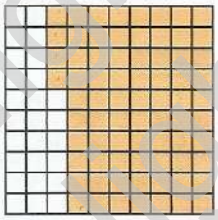
$\frac{١}{٢}$

٥٠٪

د

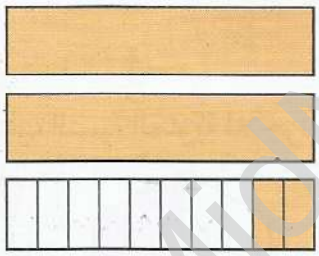
$\frac{٧}{١٠}$ = ٧٠٪

هـ



٧٤٪

و



$\frac{٢}{١٠}$ = ٢٠٪

٢ أوجِد النسبة المئوية للأشكال الرباعية من مجموع الأشكال التالية :

٥٠٪

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ اِشتمل اختبار قدرات الرياضيات على ١٠٠ سؤال من نوع الأسئلة الموضوعية :

أ إذا أجاب أحمد عن ٨٧ سؤالًا إجابة صحيحة ، فما النسبة المئوية للإجابات غير الصحيحة ؟

٪ ١٣

ب هل من الممكن أن تكون النسبة المئوية لإجاباته الصحيحة ١١٣ ٪ ؟

لا

٤ حدِّد ما إذا كانت المواقف المعطاة في التمارين التالية ممكنة أم لا .
اِشرح إجابتك :

أ ٦٢ ٪ من متعلّمي فصل الأستاذ صالح ناجحون ، ٤٨ ٪ من متعلّمي هذا الفصل راسبون .

لا يجب أن يكون مجموع النسب = ١٠٠ ٪
٦٢ ٪ + ٤٨ ٪ = ١١٠ ٪

ب ٤٨ ٪ من متعلّمات فصل الأستاذة هالة يرتدين الفستان الأزرق ، و٢٧ ٪ من متعلّمات هذا الفصل يرتدين قمصانًا .

نعم ممكنة لأن ٤٨ ٪ + ٢٧ ٪ جزء من النسبة المئوية ١٠٠ ٪
(متعلمات الصف)

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢-١١ ربط النسب المئوية بالكسور الاعتيادية والكسور العشرية
Connecting Percents to Fractions and Decimals

سوف تتعلّم : التعبير عن النسب المئوية في صورة كسور والعكس .

معلومات مفيدة :
تستخدم شركات السياحة النسب المئوية لمقارنة تكاليف ونفقات الشركات السياحية المختلفة .

نشاط :

كلّف مدير إحدى الشركات ثلاثة من الموظّفين لحساب نسبة الأرباح من رأس المال لِشهر ما . فتمّ عرض نسبة الأرباح بالصور التالية :

الموظّف الأوّل	٢٥ ٪
الموظّف الثاني	$\frac{١}{٤}$
الموظّف الثالث	٠,٢٥

اللوازم :
شبكة المئة .

– مثّل كل صورة لنسبة الأرباح السابقة على شبكة المئة ، ثمّ قارِن بينها .

لتحويل نسبة مئوية إلى كسر اعتيادي أو كسر عشري ، أعِد كتابة النسبة المئوية في صورة كسر مقامه ١٠٠ .

مثال (١) :

حوِّل إلى الصورة العشرية :

تذكَّرْ أنّ :
عند القسمة على قوى العدد ١٠ ، نقوم بتحريك الفاصلة جهة اليسار بعدد الأصفار .

١) ٤ ٪
$= \frac{٤}{١٠٠} = ٠,٠٤$

٢) ٤٧٥ ٪
$= \frac{٤٧٥}{١٠٠} = ٤,٧٥$

٣) ٢٥,٣ ٪
$= \frac{٢٥,٣}{١٠٠} = ٠,٢٥٣$

تدرّب (١) :

حوِّل إلى الصورة العشرية :

١) ٩٢ ٪
$\frac{٩٢}{١٠٠} = ٠,٩٢$

٢) ٦٠ ٪
$\frac{٦٠}{١٠٠} = ٪٦٠$

٣) ١٠٠ ٪
$\frac{١٠٠}{١٠٠} = ١$

٤) ٦٧,٣ ٪
$\frac{٦٧,٣}{١٠٠} = ٠,٦٧٣$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٢) :

حوِّل إلى كسر اعتيادي في أبسط صورة :

١ ٪٩٠ = $\frac{٩٠}{١٠٠} = \frac{٩}{١٠}$

٢ ٪٣٦ = $\frac{٣٦}{١٠٠} = \frac{٩}{٢٥}$

٣ ٪١٢٥ = $\frac{١٢٥}{١٠٠} = \frac{٥}{٤} = ١\frac{١}{٤}$

مثال (٢) :

حوِّل إلى نسبة مئوية :

١ $\frac{١٢}{٢٥}$

$= \frac{١٢ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٤٨}{١٠٠} = ٪٤٨$

٢ ٠,٤٥٣

$= \frac{٤٥٣}{١٠٠٠} = \frac{٤٥,٣}{١٠٠} = ٪٤٥,٣$

تدرّب (٣) :

حوِّل إلى نسبة مئوية :

١ ٠,٢٣ = ٪٢٣

٢ $\frac{٤}{٥} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٪٨٠$

٣ $\frac{٣}{٤} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٪٧٥$

٤ ٠,٦١٢ = ٪٦١,٢

تذكَّرْ أنّ :

$١٠ \times ١٠ = ١٠٠$

$٢٠ \times ٥ = ١٠٠$

$٢٥ \times ٤ = ١٠٠$

$٥٠ \times ٢ = ١٠٠$

$١٢٥ \times ٨ = ١٠٠٠$

إذا كنت تريد تحويل كسر اعتيادي إلى نسبة مئوية ، فإنّه بإمكانك إجراء ذلك مستخدِمًا التناسب .

$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكلّ}} = \frac{\text{قيمة النسبة المئوية}}{١٠٠}$

مثال (٣) :

إذا كان إنتاج أحد المصانع لسلعة ما $\frac{٥}{٨}$ الإنتاج الكلّي للشركة ، فأعِد كتابة هذا الكسر الاعتيادي في صورة نسبة مئوية .

الحلّ :

$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكلّ}} = \frac{\text{قيمة النسبة المئوية}}{١٠٠}$

هل بإمكانك إيجاد طريقة أخرى للحل؟

$\frac{٥}{٨} = \frac{س}{١٠٠}$ أُكتب تناسبًا

$٨ س = ٥٠٠$ أوجِد نواتج الضرب التقاطعي

$\frac{٨ س}{٨} = \frac{٥٠٠}{٨}$ استخدِم العملية العكسية

$س = ٦٢,٥$

إنتاج السلعة يمثّل ٦٢,٥ ٪ من الإنتاج الكلّي للشركة .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكّر وناقِش

قال ناصر إنّ ٣٠ ٪ من الموظّفين في إحدى الشركات هم من الذكور ، أي ما يعادل $\frac{1}{3}$ عدد الموظّفين فيها تقريبًا . هل توافقه الرأي ؟ ولماذا ؟

نعم

$\frac{1}{3} = ٣٣\frac{1}{3}\%$

٠,٣٣
٣ | ١,٠٠
٩
١٠
٩
١

تمـــرَّن :

١ حوِّل إلى الصورة العشرية :

أ ٣٧ ٪ = $\frac{37}{100}$ = ٠,٣٧

ب ٣ ٪ = $\frac{3}{100}$ = ٠,٠٣

جـ ٨٧,٢ ٪ = $\frac{87,2}{100}$ = ٠,٨٧٢

د ١٠ ٪ = $\frac{10}{100}$ = ٠,١

هـ ١١٢ ٪ = $\frac{112}{100}$ = ١,١٢

و ٠,٦٥ ٪ = $\frac{0,65}{100}$ = ٠,٠٠٦٥

٢ حوِّل إلى كسر اعتيادي في أبسط صورة :

أ ٨ ٪ = $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

ب ١٥ ٪ = $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

جـ ٥٦ ٪ = $\frac{56}{100} = \frac{14}{25}$

د ١٥٠ ٪ = $\frac{150}{100} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

هـ ٢,٥ ٪ = $\frac{2,5}{100} = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40}$

و ٦٤ ٪ = $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ حوِّل إلى نسبة مئوية :

أ $٠,٨٤ = \frac{٨٤}{١٠٠}$ ٪٨٤	ب $٠,٠٤٠ = \frac{٤}{١٠٠٠}$ ٪٤	جـ $٠,٩ = \frac{٩}{١٠}$ ٪٩٠	د $\frac{١١٠}{١٠٠} = \frac{٥٥ \times ٢}{٥٠ \times ٢}$ ٪١١٠
هـ $\frac{١٤}{٢٠٠} = \frac{٧}{١٠٠}$ ٪٧	و $\frac{١٧ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{٨٥}{١٠٠}$ ٪٨٥	ز $\frac{١٢ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٤٨}{١٠٠}$ ٪٤٨	ح $\frac{٩٨}{١٠٠}$ ٪٩٨
ط $٠,٦٧٥ = \frac{٦٧,٥}{١٠٠}$ ٪٦٧,٥	ي $٠,٣٣٣ = \frac{٣٣,٣}{١٠٠}$ ٪٣٣,٣	ك $\frac{١٨ \div ٦}{١٢٠ \div ٦} = \frac{٣}{٢٠} = \frac{٣ \times ٥}{٢٠٠} = \frac{١٥}{١٠٠}$ ٪١٥	ل $\frac{٨ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{١٦٠}{١٠٠}$ ٪١٦٠

٤ حصلت مها في لعبة إلكترونية على ١٥ نقطة من ٢٠ نقطة ، وحصلت ندى على ١٨ نقطة من ٢٥ نقطة في تلك اللعبة .

حوِّل إلى نسبة مئوية لتحدّد من حصلت على نتيجة أعلى .

ما حصلت عليه مها = $\frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{١٥ \times ٥}{٢٠ \times ٥}$ = ٧٥٪

ما حصلت عليه ندى = $\frac{١٨ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٧٢}{١٠٠}$ = ٧٢٪

مها حصلت على نتيجة أعلى

٥ بلغ عدد متعلّمي إحدى المدارس ١٢٠ متعلّمًا ، شارك منهم ٩٠ متعلّمًا في رحلة مدينة الألعاب .

أ أُحسب النسبة المئوية لعدد المتعلمين المشاركين في الرحلة .

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{١٠٠}$

$\frac{٩٠}{١٢٠} = \frac{س}{١٠٠}$ ← س = $\frac{٩٠ \times ١٠٠}{١٢٠}$ = ٧٥٪ ← النسبة المئوية للمشاركين = ٧٥٪ في الرحلة

ب أُحسب النسبة المئوية لعدد المتعلّمين الذين لم يشاركوا في الرحلة .

$\frac{٣٠}{١٢٠} = \frac{١}{٤}$ ← $\frac{١ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٢٥}{١٠٠}$ ← ٢٥٪

٦ يقوم مركز تجاري بعمل تخفيض قدره $\frac{١}{٥}$ من سعر أيّ منتَج . فما النسبة المئوية التي تتوقّع دفعها من السعر الكلّي بعد التخفيض ؟ ما سيتم دفعه = $\frac{٤}{٥}$ من السعر الكلي

$\frac{٤ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{٨٠}{١٠٠}$ = ٨٠٪

٧ مع فهد $\frac{١}{٤}$ الكرات ، ومع سيف ٤٠ ٪ من الكرات نفسها ، من معه كرات أكثر ؟ وهل يمكنك تحديد عدد الكرات مع كلّ منهما ؟

ما مع فهد = $\frac{١}{٤}$ = ٢٥٪ ، سيف = ٤٠٪ ، ما مع سيف أكثر

لا يمكن تحديد عدد الكرات مع كل منهما إذا لم يعرف العدد الكلي للكرات

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣-١١ إيجاد النسبة المئوية لعدد
Finding the Percent of a Number

سوف تتعلّم : إيجاد النسبة المئوية من عدد ، وإيجاد الكلّ عندما تعرف النسبة المئوية والجزء .

معلومات مفيدة :
يستخدم مسؤولو نظافة أحواض السباحة النسب المئوية لتحديد الكمّية المناسِبة من الكلور التي يجب إضافتها إلى ماء الأحواض.

نشاط :

تقوم إحدى اللجان الخيرية في دولة الكويت في شهر رمضان بعمل مشروع السلّة الغذائية للأسر الفقيرة والمتعفّفة داخل الكويت وخارجها . إذا كانت تكلفة السلّة الواحدة ٤٠ دينارًا ، وقدّمت جمعية تعاونية دعمًا مقداره ٣٠ ٪ من تكلفة السلّة الواحدة .

أ قدِّر «قيمة» الدعم الذي قدّمته الجمعية التعاونية .

٣٠ ٪ أكبر قليلًا من $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٤} \times ٤٠ = ١٠$

قيمة الدعم الذي قدّمته الجمعية هو ١٠ دنانير تقريبًا لكلّ سلّة .

ب أُحسب القيمة الفعلية للدعم .

إليكَ طرائق الحل

• **الطريقة الأولى :**

يمكنك استخدام التناسبات عندما تريد إيجاد النسبة المئوية من العدد الكلّي .

$$\frac{\text{جزء}}{\text{كلّ}} = \frac{\text{قيمة النسبة المئويّة}}{١٠٠}$$

$$\frac{\text{س}}{٤٠} = \frac{٣٠}{١٠٠} \Leftarrow \text{س} \times ١٠٠ = ٣٠ \times ٤٠$$

$$= \frac{١٢٠٠}{١٠٠}$$

$$\text{س} = ١٢$$

• **الطريقة الثانية :**

$$٣٠\,٪ \times ٤٠$$

$$= \frac{٣٠}{١٠٠} \times \frac{٤٠}{١} = \frac{٣٠ \times ٤٠}{١٠٠}$$

$$= ١٢$$

تذكَّرْ أن :
بإمكانك استخدام التناسبات لتحويل الكسور الاعتيادية إلى نسب مئوية.

القيمة الفعلية للدعم هي ١٢ دينارًا

جـ كم ستدفع اللجنة الخيرية من ثمن السلّة الواحدة ؟

$٤٠ - ١٢ = ٢٨$ دينارًا

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تذكَّر أنّ :

$\frac{1}{4}$	= ٪٢٥
$\frac{1}{2}$	= ٪٥٠
$\frac{3}{4}$	= ٪٧٥
١	= ٪١٠٠

تدرّب (١) :

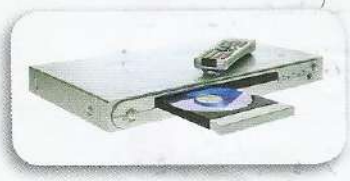
أوجِد كلًّا من :

أ ٢٠ ٪ من ٢٥

ب ٣٥ ٪ من ٧٠

تدرّب (٢) :

تبلغ ضريبة المبيعات في إحدى المدن ٦ ٪ من القيمة الإجمالية لسعر البيع . إذا دفع برّاك ٣ دنانير كضريبة مبيعات عند شراء جهاز كهربائي ، فما ثمن هذا الجهاز ؟



اِفترِض أنّ س هي ثمن الجهاز :

..... = ... (اُكتب تناسبًا)

.....

إذًا ثمن الجهاز هو ..... دينارًا

مثال (١) :

٢٥ ٪ من عدد ما يساوي ٧٥ ، فما العدد ؟

الحلّ :

٢٥ ٪ من س = ٧٥

٢٥ ٪ × س = ٧٥

$\frac{25}{100}$ × س = ٧٥

س = $\frac{100 \times 75}{25}$ = ١٠٠ × ٣

س = ٣٠٠ إذًا العدد هو ٣٠٠

فكّر وناقِش

اُذكر ثلاث طرق مختلفة لإيجاد ٨٠ ٪ من ٥٠ . اِشرح إجابتك .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرَّنْ:

١ احسب ذهنيًّا :

أ) ٥٠٪ من ١٠٠ = ٥٠

ب) ٢٠٪ من ١٠ = ٢

جـ) ٦٠٪ من ٦٠ = ١٠٪ = ٦

٦ × ٦ = ٣٦

د) ٧٥٪ من ١٠٠٠ = ٧٥٠

٢ أوجد كلًّا ممّا يلي :

أ) ٤٠٪ من ٢٨ = ٢٨ × ٤٠/١٠٠ = ٥٦/٥ = ١١ ١/٥

ب) ٢٠٪ من ٨٠ = ٨٠ × ٢٠/١٠٠ = ١٦

جـ) ٣٠٪ من ٢١٠ = ٢١٠ × ٣٠/١٠٠ = ٦٣

د) ٥٥٪ من ١٦٠ = ١٦٠ × ٥٥/١٠٠ = ٨٨

هـ) ١٤٠٪ من ٥٠ = ٥٠ × ١٤٠/١٠٠ = ٧٠

و) ٨٪ من ٢,٥ = ٢,٥ × ٨/١٠٠ = ٢/٥

٣ أوجِد قيمة س في كلّ ممّا يلي :

أ) ٤٥٪ من س = ٩٠

٤٥/١٠٠ × س = ٩٠ × ٤٥/١٠٠

س = ٢٠٠

ب) ٩٠٪ من س = ٦٣

٩٠/١٠٠ × س = ٦٣

س = ٦٣ × ١٠٠/٩٠ = ٧٠

جـ) ٢٢٪ من س = ٠,٢٢

٢٢/١٠٠ × س = ٠,٢٢ × ١٠٠/٢٢

س = ١

د) ٤,٣٪ من س = ٨,٦

٤,٣/١٠٠ × س = ٨,٦

س = ٨,٦ × ١٠٠/٤,٣ = ٢٠٠

هـ) ١٢٥٪ من س = ٢٥

١٢٥/١٠٠ × س = ٢٥

س = ٢٥ × ١٠٠/١٢٥ = ٢٠

و) ١١٥٪ من س = ٦٩

١١٥/١٠٠ × س = ٦٩

س = ٦٩ × ١٠٠/١١٥ = ٦٠

س = ٦٠

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ تمّ اختيار ٦٠ ٪ من ٩٤٠ متعلّمًا لأداء اختبار الأولمبياد الوطني في الرياضيات للمرحلة المتوسّطة ، كم عدد هؤلاء المتعلّمين ؟

عدد المتعلمين = $\frac{٦٠}{١٠٠} \times ٩٤٠ = \frac{٩٤٠ \times ٦٠}{١٠٠}$

= ٥٦٤ متعلم

٥ سجّلت أحد الإحصاءات في إحدى الدول أنّ ما يقارب ٦٠٠٠٠ مواطن يسافرون للسياحة ، وهو ما يمثّل حوالى ٦٠ ٪ من عدد السكّان وقت إجراء الإحصاء . فكم عدد السكّان في ذلك التوقيت ؟

٦٠ ٪ من س = ٦٠٠٠٠ ← $\frac{٦٠}{١٠٠} \times س = ٦٠٠٠٠$

س = $\frac{١٠٠ \times ٦٠٠٠٠}{٦٠}$ = ١٠٠٠٠٠ نسمة

٦ محلّ حلوى يعطي تخفيضًا قدره ٣٥ ٪ بالنسبة إلى علبة الحلوى التي ثمنها ٢٠ دينارًا .

أ ما النسبة المئوية لثمن علبة الحلوى بعد التخفيض ؟

١٠٠ ٪ − ٣٥ ٪ = ٦٥ ٪

ب ما ثمن علبة الحلوى بعد التخفيض ؟

الثمن بعد التخفيض = $\frac{٦٥}{١٠٠} \times ٢٠ = ١٣$ ← ١٣ دينار

٧ يوسف : اِشتريت أسهمًا بمبلغ ١٥ دينارًا لكلّ سهم ، وبعتها بمبلغ ٣٠ دينارًا لكلّ سهم ، أي أنّني حقّقت ربحًا ١٠٠ ٪ .

سليمان : لقد بعت أسهمك يا يوسف بما يعادل ٢٠٠ ٪ من الثمن الأصلي .

أيّهما قوله صحيح ؟ وضّح إجابتك .

$\frac{٣٠}{١٥} = \frac{س}{١٠٠}$ ← س = $\frac{١٠٠ \times ٣٠}{١٥}$ = ٢٠٠

النسبة المئوية للربح = ٢٠٠ ٪ سليمان قوله صحيح

٨ في إحدى الرحلات المدرسية زار ٤٨ متعلمًا المركز العلمي ، وزار ٥٤ متعلمًا حديقة الحيوان ، مجموع هؤلاء المتعلمين يشكّل ٢٠ ٪ من عدد المتعلمين في المدرسة . ما عدد المتعلمين في هذه المدرسة ؟ ٤٨ + ٥٤ = ١٠٢

$\frac{٢٠}{١٠٠} \times س = ١٠٢$ ← س = $\frac{١٠٠ \times ١٠٢}{٢٠}$

س = ٥١٠

عدد المتعلمين = ٥١٠ متعلما

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-١١ حلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية وتناسبات
الزكاة – الميراث
Solving Percent Problems with Zakkat and Inheritance Proportions

سوف تتعلم : كيفية حساب زكاة المال والميراث .

الزكاة ركن من أركان الإسلام الخمسة فرضها الله سبحانه وتعالى على المقتدرين من المسلمين تطهيرًا للنفس والمال ، وحدّد أوجه صرفها .

معلومات مفيدة :
- زكاة المال في اللغة بمعنى تطهيره ونمائه.
- مقدار الزكاة = ٢,٥ ٪ من المال
$= \frac{٢,٥}{١٠٠} = ٢,٥\,٪ = \frac{٢٥}{١٠٠٠} = \frac{١}{٤٠}$

مثال (١) :
أُحسب مقدار الزكاة الواجبة على مبلغ ٣٢ ٠٠٠ دينار حال عليها الحول .

الحلّ :

$$\text{نسبة الزكاة} = \frac{\text{مقدار الزكاة}}{\text{المبلغ الذي استحقّ الزكاة}}$$

$$\frac{\text{مقدار الزكاة}}{٣٢\,٠٠٠} = \frac{١}{٤٠}$$

$$\text{مقدار الزكاة} = \frac{٣٢٠٠٠ \times ١}{٤٠}$$

$$= ٨٠٠ \text{ دينار}$$

تذكَّرْ أنّ :
- شروط وجوب زكاة المال :
أن يمرّ عام هجري (حول) كامل دون أن ينقص المال عن النصاب .

تدرّب (١) :
أخرج شخص زكاة أمواله فبلغت ١ ٢٥٠ دينارًا . أوجِد قيمة المبلغ الذي استحقّ هذه الزكاة ، علمًا بأنّ النسبة المئوية للزكاة ٢,٥ ٪ ممّا يملك .

نفرض أنّ المبلغ الذي يستحقّ الزكاة = س

$$\text{نسبة الزكاة} = \frac{\text{مقدار الزكاة}}{\text{المبلغ الذي استحقّ الزكاة}}$$

$$\frac{١٢٥٠}{\text{س}} = \frac{٢,٥}{١٠٠}$$

$$\frac{١٢٥٠}{\text{س}} = \frac{٢٥}{١٠٠٠}$$

س = ١٢٥٠ × ٤٠ / ٢٥ = ٥٠٠٠

المبلغ الذي استحق الزكاة هو ٥٠٠٠ دينارًا

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مثال (٢) :

وزّع ميراث رجل وقيمته ٤٨٠٠٠ دينار كويتي بعد وفاته على زوجته وولديه وابنتيه كما يلي :

للزوجة الثُّمْن من الميراث ، وحصة الولد ضعف حصة البنت .

ما المبلغ الذي حصل عليه كلّ من الورثة ؟

الحلّ :

نصيب الزوجة من الميراث :

$\frac{١}{٨} \times ٤٨٠٠٠ = ٦٠٠٠$ دينار

الباقي من الميراث = ٤٨٠٠٠ − ٦٠٠٠ = ٤٢٠٠٠ دينار

عدد الحصص التي تمثّل الولدين والبنتين هو ٦ حصص .

قيمة الحصّة الواحدة = ٤٢٠٠٠ ÷ ٦ = ٧٠٠٠ دينار كويتي

إذًا حصّة كلّ بنت = ٧٠٠٠ دينار

حصّة كلّ ولد = ٧٠٠٠ × ٢ = ١٤٠٠٠ دينار كويتي

معلومات مفيدة :

- عند توزيع الميراث في حالة وجود أبناء يكون :
- نصيب الزوجة = $\frac{١}{٨}$ التركة = ١٢,٥ ٪ من التركة
- نصيب الزوج = $\frac{١}{٤}$ التركة = ٢٥ ٪ من التركة
- نصيب كلّ من الأب والأمّ = $\frac{١}{٦}$ التركة
- نصيب الولد : نصيب البنت = ٢ : ١

تدرّب (٢) :

توفّيت سيّدة عن زوج وابن وكانت تملك ٥٠٠٠٠٠ دينار . إذا كانت حصّة الزوج ٢٥ ٪ من هذا الميراث والباقي للابن ، فما نصيب كلّ من الزوج والابن ؟

نصيب الزوج = ٢٥ ٪ من التركة .

$= \frac{٢٥}{١٠٠} \times ٥٠٠٠٠٠$

= ١٢٥٠٠٠ دينار

نصيب الابن = ٥٠٠٠٠٠ − ١٢٥٠٠٠ = ٣٧٥٠٠٠

= ٣٧٥٠٠٠ دينار

@MidNight_Document
@MidNight_Math

فكّر وناقِش

إذا ورث زوج وثلاثة أولاد من تركة الزوجة ، فإنّ نصيب الزوج يساوي نصيب كلّ ولد . تحقَّقْ من صحّة العبارة .

عبارة صحيحة

نصيب الزوج = ١/٤ الميراث والباقي ٣/٤ الميراث

يوزع بالتساوي على الثلاثة أولاد فيكون نصيب كل ولد = ١/٤

تمرّن :

١ أُحسب مقدار الزكاة الواجبة على مبلغ ٣٠٠٠٠ دينار حال عليها الحول .

مقدار الزكاة / المبلغ الذي يستحق الزكاة = ١/٤ = س/٣٠٠٠٠

س = ١ × ٣٠٠٠٠ / ٤ = ٧٥٠٠

مقدار الزكاة = ٧٥٠ دينار

٢ أخرج رجل زكاة أمواله فبلغت ٧٢٠ دينارًا . أوجِد قيمة المبلغ الذي استحقّ هذه الزكاة .

١/٤٠ = ٧٢٠/س ⟵ س = ٧٢٠ × ٤٠ / ١

س = ٢٨٨٠٠

المبلغ الذي استحق الزكاة = ٢٨٨٠٠ دينار

٣ توفّيت سيّدة وتركت ميراثًا قدره ٤٥٠٠٠ دينار ، وتمّ توزيع الميراث على ولد وثلاث بنات . أُحسب نصيب كلّ من الورثة .

عدد الحصص التي تمثل الولد والثلاث بنات = ٥ حصص

قيمة الحصة الواحدة = ٤٥٠٠٠ ÷ ٥ = ٩٠٠٠

حصة كل بنت = ٩٠٠٠ دينار

حصة الولد = ٢ × ٩٠٠٠ = ١٨٠٠٠ دينار

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ توفّي رجل تاركًا أبًا وزوجة وولدًا ، وترك ميراثًا قدره ٦٠٠٠٠٠ دينار . وتمّ توزيع الميراث كما يلي : $\frac{1}{6}$ التركة للأب ، ١٢,٥ ٪ للزوجة ، والباقي للولد . أُحسب نصيب كلّ من الورثة .

نصيب الأب = $\frac{1}{6} \times 600000 = 100000$ دينار

نصيب الزوجة = $\frac{12.5}{100} \times 600000 = 75000$ دينار

نصيب الولد = $600000 - (100000 + 75000) = 425000$ دينار

٥ إذا كان ما ورثه أحد الأشخاص ٤١٠٠٠٠ دينار ، وكان هذا المبلغ يمثّل ٢٥ ٪ من الميراث ، فما قيمة هذا الميراث ؟

٢٥ ٪ من الميراث = 410000

$\frac{25}{100} \times س = 410000$

$س = 410000 \times \frac{100}{25}$

$س = 1640000$ دينار

٦ توفي رجل تاركًا أمًا وأبًا وابنًا وبنتين. وبلغت تركته ٣٦٠٠٠٠ دينار . احسب نصيب كل وريث .

نصيب الأب = $\frac{1}{6} \times 360000 = 60000$ دينار

نصيب الأم = $\frac{1}{6} \times 360000 = 60000$ دينار

الباقي بعد الميراث = $360000 - (60000 + 60000) = 240000$

عدد الحصص التي تمثل الولد والبنتين = 4

قيمة الحصة الواحدة = $240000 \div 4 = 60000$

حصة كل بنت = 60000 دينار

حصة الولد = 120000 دينار

@MidNight_Document
@MidNight_Math

١١-٥ مراجعة الوحدة الحادية عشرة
Revision Unit Eleven

١ حوِّل كلًّا ممّا يلي إلى كسر عشري ثمّ إلى كسر اعتيادي في أبسط صورة :

أ ٣٧٪ = ٠,٣٧ = ٣٧/١٠٠

ب ٤٠٪ = ٠,٤٠ = ٤٠/١٠٠ = ٢/٥

جـ ٨٤٪ = ٠,٨٤ = ٨٤/١٠٠ = ٢١/٢٥

د ٣٥٪ = ٠,٣٥ = ٣٥/١٠٠ = ٧/٢٠

هـ ١٧٠٪ = ١,٧٠ = ١٧٠/١٠٠ = ١٧/١٠

و ١٢٪ = ٠,١٢ = ١٢/١٠٠ = ٣/٢٥

ز ٦٨٪ = ٠,٦٨ = ٦٨/١٠٠ = ١٧/٢٥

ح ٨٪ = ٠,٠٨ = ٨/١٠٠ = ٢/٢٥

٢ حوِّل إلى نسبة مئوية :

أ ٠,٤٧ = ٤٧/١٠٠ = ٤٧٪

ب ٠,١ = ١/١٠ = ١٠٪

جـ ٠,٩٥ = ٩٥/١٠٠ = ٩٥٪

د ٠,٧٤ = ٧٤/١٠٠ = ٧٤٪

هـ ٧/١٠ = ٧٠/١٠٠ = ٧٠٪

و ١٩/٢٥ = ١٩×٤/٢٥×٤ = ٧٦/١٠٠ = ٧٦٪

ز ١٤/٤٠ = ١٤÷٤/٤٠÷٤ = ٧/٢٠ = ٧×٥/٢٠×٥ = ٣٥/١٠٠ = ٣٥٪

ح ٢٧/٥٠ = ٢٧×٢/٥٠×٢ = ٥٤/١٠٠ = ٥٤٪

ط ٠,٠٢ = ٢/١٠٠ = ٢٪

ي ٢,٧٣ = ٢٧٣/١٠٠ = ٢٧٣٪

ك ٠,٤٦٢ = ٤٦,٢/١٠٠ = ٤٦,٢٪

ل ٠,٨٧ = ٨٧/١٠٠ = ٨٧٪

م ١١/٢٠ = ١١×٥/٢٠×٥ = ٥٥/١٠٠ = ٥٥٪

ن ٨/٥ = ٨×٢٠/٥×٢٠ = ١٦٠/١٠٠ = ١٦٠٪

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ أوجِد ناتج ما يلي :

أ ٥ ٪ من ٦٤ ..... ٣ ١/٥

ب ٧٠ ٪ من ٥١ ..... ٣٥٫٧

ج ٦٨ ٪ من ٥٠ ..... ٣٤

د ٤٠ ٪ من ٨٣ ..... ٣٣٫٢

هـ ٤ ٪ من ٢٥ = ١٠

و ٨٤ ٪ من ١٢,٥ = ١٠٫٥

٤ أجاب نادر عن ٨٠ ٪ من ١٦٠ سؤالًا من نوع الاختيار من متعدّد إجابة صحيحة . كم عدد الأسئلة التي أجاب عنها نادر إجابة صحيحة ؟

عدد الأسئلة = ١٦٠ × ٨٠/١٠٠

= ١٢٨ سؤال

٥ توفّي رجل عن زوجة وابن وابنتين ، وترك ميراث قدره ٢٤٠٠٠ دينار . وتمّ توزيع الميراث كما يلي : ١٢,٥ ٪ للزوجة والباقي للأبناء . أُحسب نصيب كلّ من الورثة .

نصيب الزوجة = ١/٨ × ٢٤٠٠٠ = ٣٠٠٠ دينار

الباقي من الميراث = ٢٤٠٠٠ - ٣٠٠٠ = ٢١٠٠٠ دينار

عدد الحصص التي تمثل الولد والبنتين = ٤

قيمة الحصة الواحدة = ٢١٠٠٠ ÷ ٤ = ٥٢٥٠

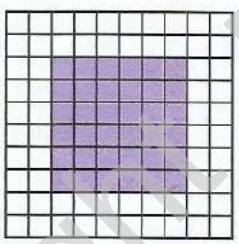
نصيب كل بنت = ٥٢٥٠ دينار

نصيب الولد = ٢ × ٥٢٥٠ = ١٠٥٠٠ دينار

@MidNight_Document
@MidNight_Math

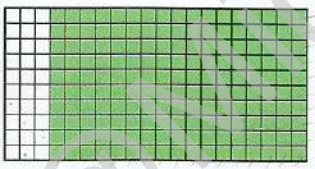
اختبار الوحدة الحادية عشرة

أولاً : في البنود (١ - ٥) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ ١٦ ٪ في صورة كسر في أبسط صورة تساوي $\frac{٨}{٥٠}$.	(أ)	(ب)
٢ ١٠ ٪ من ٤٠ دينارًا يساوي ٢٠ ٪ من ٨٠ دينارًا .	(أ)	(ب)
٣ ٥٠ ٪ من العدد ٣٨ يساوي ١٨ .	(أ)	(ب)
٤ النسبة المئوية للكسر $\frac{٢}{١٢٥}$ هي ١٦ ٪ .	(أ)	(ب)
٥ النسبة المئوية للجزء المظلَّل هي ٣٦ ٪ 	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختبارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الاجابة الصحيحة :

٦ النسبة المئوية للجزء المظلَّل من الشكل المقابل هي :



(أ) ١٥ ٪ (ب) ١٧ ٪ (جـ) ٨٥ ٪ (د) ١٧٠ ٪

---

٧ إذا كان ٤٠ ٪ من س = ٢٨ ، فإنّ قيمة س تساوي :

(أ) ٧٠ (ب) ١١,٢ (جـ) ٦٨ (د) ١٠٠

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨ توفّي رجل تاركًا أبًا وأمًّا وأبناء ، فإنّ نصيب الأمّ والأب معًا من هذه التركة هو :

(أ) $\frac{١}{٨}$ التركة (ب) $\frac{١}{٦}$ التركة (ج) $\frac{١}{٣}$ التركة (د) $\frac{١}{٤}$ التركة

---

٩ النسبة المئوية التي تساوي $\frac{٢٣}{٥٠}$ في ما يلي هي :

(أ) ٢٣٪ (ب) ٤٦٪ (ج) ٥٠٪ (د) ٢١٧٪

---

١٠ أخرج نوّاف زكاة أمواله فبلغت ٢ ٥٠٠ دينار . فإنّ قيمة المبلغ الذي استحقّ هذه الزكاة يساوي :

(أ) ١٠٠٠٠٠ دينارٍ (ب) ٦٢,٥ دينارًا (ج) ١٠٠٠٠ دينار (د) ٦٢٠,٥ دينارًا

@MidNight_Document
@MidNight_Math

الوحدة الثانية عشرة

الاحتمال
Probability

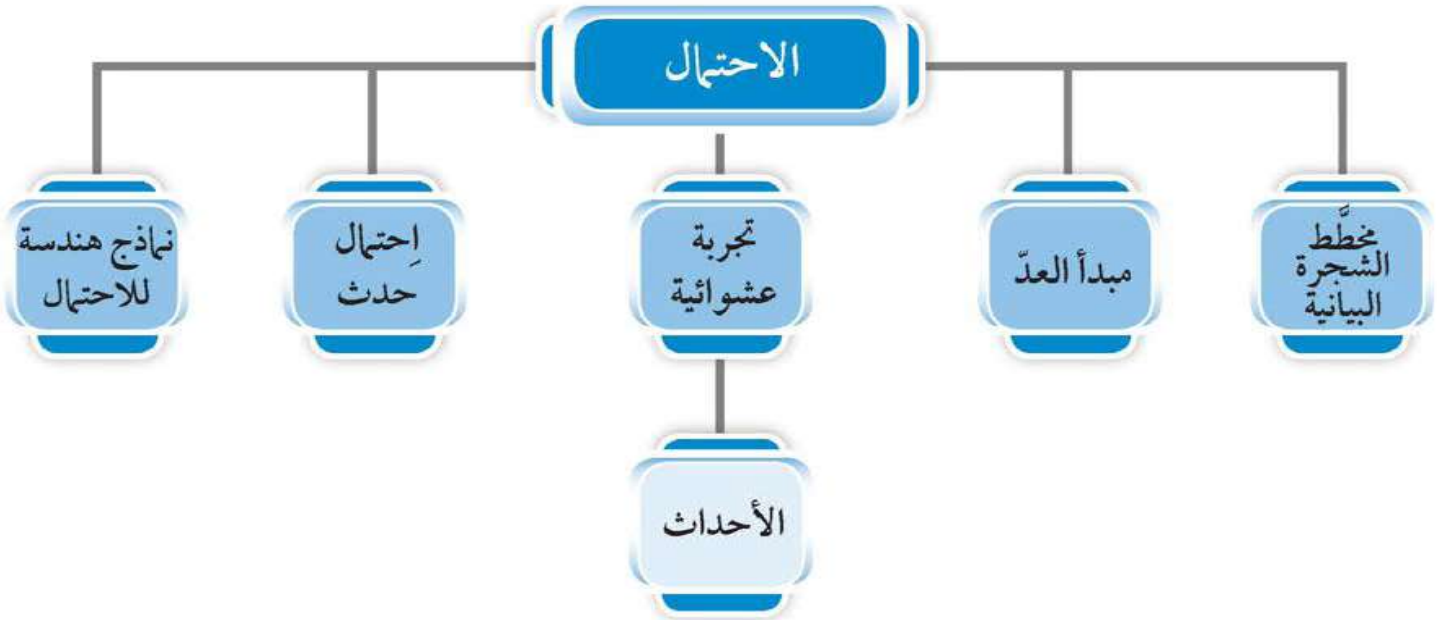
أنشطة وألعاب مرحة
Activities and Fun Games

نظرية الاحتمالات تلعب دورًا أساسيًّا في الحياة اليومية عبر التنبّؤ بوقوع أو عدم وقوع حدث ما . وتظهر تطبيقاتها في العلوم الطبيعية كعلوم الكيمياء والفيزياء والأحياء ، وبخاصّة علم الوراثة ، وتظهر كذلك في العلوم الإنسانية كعلم الاجتماع وعلم النفس وعلم السياسة ، ولها تطبيقات عملية في مجال الصناعة والتجارة والمال . فأيّ دراسة جدوى لأيّ مشروع تتضمّن احتمالات الربح والخسارة ، كذلك تظهر تطبيقاته في الألعاب وتُطبَّق نظرية الاحتمالات في معاملات البورصة وفي نشرات الأحوال الجوّية كما تُطبَّق في مجال القانون .

مشروع الوحدة : (لعبتي المسلّية)

اِبتكِر لعبة تتضمّن ما تعرفه عن الاحتمالات لتجعل اللعبة مسلّية .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية عشرة



١-١٢ مخطّط الشجرة البيانية ومبدأ العدّ
Tree Diagram and Counting Principle

سوف تتعلّم : كيف تحصي عدد نواتج سلسلة من التجارب وتصنع شجرة بيانية وتستخدم مبدأ العدّ .

العبارات والمفردات
مخطّط الشجرة
Tree Diagram
مبدأ العدّ
Counting Principle

نشاط :

في إحدى الألعاب الإلكترونية لسباق السيارات ، عليك اختيار لون سيارتك من الألوان (احمر ، أزرق ، أصفر) ونوع المحرّك (ديزل ، بنزين) .

ما عدد السيارات المختلفة التي يمكنك اختيارها ؟

١ ما عدد ألوان السيارات ؟

٢ ما عدد أنواع المحرّكات ؟

٣ ارسم مخطّط الشجرة البيانية لتجد عدد النواتج الممكنة للسيارات المختلفة التي يمكن اختيارها ؟

٤ ما العلاقة بين عدد النواتج الممكنة في مخطّط الشجرة والنواتج في السؤالين (١) و(٢) ؟

معلومات مفيدة :
يستخدم علماء النباتات جداول مبنية على الشجرة البيانية ، لتحديد كلّ الاحتمالات المتوقّعة لنتائج تهجين نوعين مختلفين من النباتات .

يمكن استخدام مخطّط الشجرة البيانية لتسجيل عدد نواتج تجربة من خطوتين مستقلّتين أو أكثر ، ويمكن إيجاد عدد نواتج تجربة مكوّنة من عدّة خطوات مستقلّة ، باستخدام قاعدة تُسمّى : **مبدأ العدّ**

إذا كان عدد نواتج الخطوة الأولى ل وعدد نواتج الخطوة الثانية م ، فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو ل × م .

مثال :

من تجربة رمي قطعة نقود مرتين متتاليتين ، أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة :

انتبه طريقة الحل

• **الطريقة الأولى : باستخدام مخطّط الشجرة البيانية**

صورة ← ص ، ص
صورة
كتابة ← ص ، ك
كتابة
صورة ← ك ، ص
كتابة ← ك ، ك

عدد النواتج الممكنة هو ٤ نواتج .

• **الطريقة الثانية : باستخدام مبدأ العدّ .**

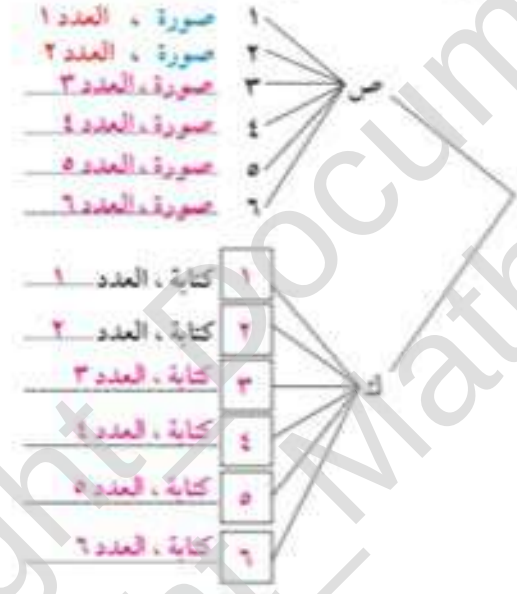
عدد جميع النواتج الممكنة .
= عدد نواتج الرمية الأولى × عدد نواتج الرمية الثانية
= ٢ × ٢ = ٤ نواتج

@MidNight_Document @MidNight_Math

تدرّب (١)

من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وحجر نرد مرقّم منتظم، نرسم مخطّط شجرة بيانية يوضّح جميع النواتج الممكنة، ثمّ استخدم مبدأ العدّ في إيجاد عدد النواتج الممكنة.

تذكّر أنّ:
عندما نقول ممكنًا مرتّبًا نعني ممكنًا مرقّمًا: من ١-٦



باستخدام مبدأ العدّ: عدد النواتج الممكنة = ٦ × ٢ = ١٢

تدرّب (٢)

إستخدم مبدأ العدّ لتجد عدد النواتج الممكنة في الحالات التالية:

أ) رمي قطعة نقود من فئة ٥٠ فلسًا، وقطعة أخرى من فئة ١٠٠ فلس، وقطعة ثالثة من فئة ٢٠ فلسًا.

٨

ب) إختيار بطاقة من ٥ بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٥) وسحب بطاقة من ثلاث بطاقات ملونة بالألوان: أحمر، أزرق، أبيض.

١٥

جـ) إختيار شهر من أشهر السنة ويوم من أيام الأسبوع.

٨٤

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرب (٣) :

تلعب لولوة لعبة القرص الدوّار ذي المؤشّر ، فأدارت الدوّارتان في الوقت نفسه ، فما عدد النواتج الممكنة التي يمكنها الحصول عليها ؟

٣٢

فكر وناقش

متى يُفضَّل استخدام مخطَّط الشجرة البيانية ؟ ومتى يُفضَّل استخدام مبدأ العدّ لإيجاد النواتج الممكنة لتجربة ما ؟ يُستخدَم مبدأ العدّ إذا كان عدد النواتج كبيرًا .

تمرّن :

١ من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ، وسحب بطاقة عشوائية من بين ثلاث بطاقات مرقّمة بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣

أرسم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح جميع النواتج الممكنة ، ثمّ استخدم مبدأ العدّ في إيجاد عدد جميع النواتج الممكنة

عدد النواتج : ٢ × ٣ = ٦

في التمرينين (٢ و ٣) أرسم مخطط شجرة بيانية يوضح كل النواتج الممكنة لكل حالة :

٢ خيارات وجبة غذاء اليوم هي فطيرة دجاج أو فطيرة لحم مع تفّاح أو برتقال أو موز ومع عصير أو حليب . حدّد عدد وجبات الغذاء المختلفة التي يمكن تكوينها .

عدد الوجبات : ١٢

@MidNight_Math Document

٣ يأخذ كلّ لاعب قطعتين للعب بهما على لوحة اللعبة : مكعب (أحمر أو أزرق أو أخضر أو أصفر) وأسطوانة (ارتفاعها ١ سم أو ٢ سم أو ٣ سم) .

عدد النواتج : ١٢

٤ في التمارين من (أ - جـ) إستخدم مبدأ العدّ .

أ إذا أُديرت اللوحتين الدائريتين التاليتين ذواتي المؤشّر في الوقت نفسه ، فما عدد النواتج الممكنة التي يمكن الحصول عليها ؟

٥ × ٤ = ٢٠

ب يبيع أحد المتاجر ٥ أنواع مختلفة من الدرّاجات . وتتوفّر ثلاثة موديلات مختلفة من كلّ نوع (سرعة واحدة ، ثلاث سرعات ، عشر سرعات) . وتكون الدرّاجات إمّا من اللون الأحمر أو اللون الأزرق . ما عدد الدرّاجات المختلفة التي يبيعها هذا المتجر ؟

٥ × ٣ × ٢ = ٣٠ دراجة

جـ إذا كان عدد شركات الخطوط الجوّية العاملة بين الكويت والقاهرة ٥ شركات ، فكم طريقة يمكن لشخص أن يسافر من الكويت إلى القاهرة ثمّ يعود إلى الكويت .

٢٥ طريقة

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مثال (١) :

من تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين ومنتظمين .

أ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة :

عدد النواتج الممكنة : ٦ × ٦ = ٣٦

٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

نواتج الجمع

ب حدّد نوع الأحداث في كلّ ممّا يلي :

أ ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٢ (حدث بسيط)

ب ظهور عددين مجموعهما يساوي ٨ (حدث مركّب)

ج ظهور عددين مجموعهما أصغر من ٧ (حدث مركّب)

د ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣ (حدث مستحيل)

هـ ظهور عددين مجموعهما أصغر من ١٣ (حدث مؤكّد)

تدرّب (١) :

من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ثم حجر نرد منتظم ، أرسم الشجرة البيانية ، وأوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة ، ثم بيّن ما إذا كان كلّ حدث من الأحداث التالية :

(بسيطًا ، مركّبًا ، مؤكّدًا ، مستحيلًا) .

أ ظهور صورة و عدد زوجي مركّب

ب ظهور كتابة و عدد أوّلي مركّب

ج ظهور صورة و العدد ٤ بسيط

د ظهور صورة و العدد ٨ مستحيل

هـ ظهور كتابة و عدد أصغر من ٢ بسيط

و ظهور صورة أو كتابة وعدد أصغر من ٧ مؤكّد

فكّر وناقش

ما الفرق بين الحدث المركّب والحدث البسيط ؟ وبين الحدث المؤكّد والحدث المستحيل ؟ الحدث المركّب يظهر عدّة مرّات في النواتج الممكنة، بينما الحدث البسيط يظهر مرّة واحدة فقط.

الحدث المستحيل لا يظهر في النواتج الممكنة، بينما الحدث المؤكّد مؤكّد ظهوره في النواتج.

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٢-١٢ تجربة عشوائية : الأحداث و الاحتمال
Random Experiment : Events and Probability

سوف تتعلّم : إيجاد حدث من تجربة عشوائية وتحديد نوعه .

المفردات والمصطلحات
تجربة الاحتمال (التجربة العشوائية)
Random Experiment
الحدث
Event
الحدث البسيط
Simple Event
الحدث المركّب
Composite Event
الحدث المؤكّد
Certain Event
الحدث المستحيل
Impossible Event

نشاط :

لديك أنت ومجموعتك بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٨) .
- قام كلّ متعلّم بسحب بطاقة بطريقة عشوائية من البطاقات الثماني .
- لاحظ الرقم على البطاقة .
- أوجد عدد نواتج الأحداث التالية :

١) ظهور العدد ٥
٢) ظهور عدد أصغر من ٩
٣) ظهور عدد أكبر من ٨
٤) ظهور عدد زوجي
٥) ظهور عدد أوّلي
٦) ظهور عدد أوّلي وليس فرديًا

تجربة الاحتمال : هي تجربة يمكن ملاحظتها وتحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ، إلّا أنّنا لا نستطيع أن نجزم أنّ أيًا من هذه النواتج سيقع فعلًا عند إجرائها .
وجميع النواتج الممكنة من تجربة تُسمّى فضاء النواتج (فضاء الإمكانات) .
الحدث هو جزء من فضاء الإمكانات (فضاء النواتج) . وأنواع الحدث هي :
الحدث البسيط : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتج واحد فقط من نواتج تجربة الاحتمال .
الحدث المركّب : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتجين أو أكثر من نواتج تجربة الاحتمال .
الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة .
الحدث المؤكّد : هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة .
نواتج التجربة : هي كلّ فرص حدوثها .

نواتج التجربة :	نواتج التجربة :	نواتج التجربة :
صورة ، كتابة	١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦	أحمر ، أزرق ، أصفر

@MidNight_Design
@Mid Night_Math

تمـــرّنْ :

1 من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وسحب بطاقة من بين بطاقتين مرقّمتين بالأرقام ٥ و ٦

أ) أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة. ٢ × ٢ = ٤

ب) لكلّ من الأحداث التالية ، بيّن ما إذا كان الحدث بسيطًا ، مركّبًا ، مؤكّدًا ، مستحيلًا .

- ظهور كتابة وظهور العدد ٥ بسيط
- ظهور كتابة وظهور العدد ٤ مستحيل
- ظهور صورة وظهور صورة. مستحيل
- ظهور صورة أو كتابة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ مؤكّد
- ظهور صورة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ مركّب

2 ثلاث كرات ملوّنة : حمراء ، خضراء ، زرقاء . إذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًا ثمّ أُعيدت ، و سُحبت كرة مرّة أخرى عشوائيًا :

أ) أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة. ٣ × ٣ = ٩

ب) بيّن نوع كلّ من الأحداث التالية :

- سحب كرتين إحداهما حمراء والأخرى خضراء . مركّب
- سحب كرة حمراء ثمّ كرة حمراء . بسيط
- سحب كرة خضراء ثمّ كرة زرقاء . بسيط
- سحب كرتين من اللون نفسه . مركّب
- سحب كرة حمراء ثمّ كرة سوداء . مستحيل

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣ تمّ تدوير اللوحة الدائرية ذات المؤشّر مرّتين :

أ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة .

٥ × ٥ = ٢٥

ب بيّن نوع كلّ من الأحداث التالية :

- تقف اللوحة عند اللون الأصفر ثمّ عند اللون الأحمر .

بسيط

- تقف اللوحة عند اللون الأصفر ثمّ اللون الأزرق أو عند اللون الأزرق ثمّ اللون الأصفر .

مركّب

- تقف اللوحة عند اللون الأخضر ثمّ عند اللون الأخضر . بسيط

- تقف اللوحة عند اللون نفسه . مركّب

- تقف اللوحة عند لونين مختلفين . مركّب

- تقف اللوحة عند اللون الرمادي واللون البني مستحيل

٤ يقدّم أحد المطاعم قائمة طعام تتضمّن طبقًا رئيسيًّا من لحم أو دجاج ، فاكهة من تفّاح أو موز أو فراولة ، ومشروب من عصير أو حليب . إذا كانت الوجبة تتألّف من طبق رئيسي وفاكهة ومشروب :

أ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة . ١٢ وجبة طعام

ب بيّن نوع كلّ حدث من الأحداث التالية :

- تتألّف الوجبة من : لحم ، موز ، عصير . بسيط

- تتألّف الوجبة من طبق رئيسي ، تفّاح ، حليب . مركّب

- تتألّف الوجبة من دجاج ، فاكهة ، عصير . مركّب

- تتألّف الوجبة من دجاج ، تمر ، عصير . مستحيل

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٣-١٢ الاحتمال
Probability

سوف تتعلّم : كيف تصف احتمال حدوث شيء ما ، وإيجاد احتمال حدث ما .

العبارات والمفردات :
الحدث
Event
الاحتمال
Probability

نشاط ١

ما الاحتمالات ؟

تصف الكلمات الآتية احتمالات حدوث شيء :

مستحيل حدوثه	نادر حدوثه	ربّما لا يحدث	إحتمال متوازن (متكافئ)	ممكن حدوثه	مرجّح حدوثه	مؤكّد حدوثه

معلومات مفيدة :
يستخدم فنيو فحص أمان السيارات الاحتمال لتحديد احتمالات حدوث عطل في أجهزة الأمان الخاصة بالسيارة .

ضَع الاحتمال المناسب من القائمة السابقة إلى جانب البند الذي يناسبه :

١ ظهور صورة عند إلقاء قطعة نقود معدنية . احتمال متوازن

ب كسب أحد والديك مبلغًا كبيرًا من المال في إحدى المسابقات التلفزيونية . ربّما لا يحدث

ج ستسقط الأمطار في مدينتك الأسبوع القادم . ممكن حدوثه

د ستشرق الشمس في الصباح الباكر . مؤكّد حدوثه

هـ سيزور مدير المدرسة غرفة فصلك اليوم . نادر حدوثه

و سيكون في غرفة فصلك متعلمون ومتعلمات لحضور حصّة الرياضيات القادمة . مؤكّد حدوثه

ز سيحضر أحد زملائك إلى غرفة الفصل حيوانًا أليفًا . مستحيل حدوثه

٢ إذا قارنت بين القوائم التي أعدّها زملاؤك في الفصل للإجابة عن السؤال (١) ، فهل تعتقد أنّ القوائم جميعها سوف تكون متشابهة ؟ فسّر إجابتك . ليس بالضرورة ، لأنّ بعض الأسئلة لها إجابات مختلفة .

التجربة العشوائية (تجربة الاحتمال) هي التجربة التي يمكن ملاحظتها وتحديد النواتج الممكنة لها قبل إجرائها .

ويمكنك تعريف **الاحتمال** على أنّه قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج الممكنة كلّها :

$$\text{ل (حدث)} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلّها}}$$

حيث يُرمَز إلى احتمال الحدث بالرمز ل (الحدث)

ويمكن التعبير عن احتمال الحدث في صورة كسر عشري أو نسبة مئوية .

@Midnight_Document @Midnight_Math

تدرب (١) :

عند إلقاء حجر نرد منتظم ، ما احتمال ظهور عدد زوجي ؟

ملاحظة :
عند كتابة الاحتمال يُراعى وضع الكسر الذي يمثله في أبسط صورة .

الحل :

النواتج الممكنة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ عدد النواتج كلّها = ٦

نواتج الحدث (ظهور عدد زوجي) : ٢ ، ٤ ، ٦

عدد نواتج الحدث = ٣

ل (ظهور عدد زوجي) = عدد نواتج الحدث / عدد النواتج الممكنة كلّها = ٣/٦ = ١/٢

تدرب (٢) :

في الصندوق المقابل ٦ بطاقات مكتوب عليها الأحرف A ، B ، C ، D عند سحب بطاقة عشوائيًا ، ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب عليها الحرف A أو الحرف D ؟

النواتج الممكنة : A ، B ، C ، D عدد النواتج كلّها = ٦

نواتج الحدث (ظهور بطاقة A) : A ، A عدد نواتج الحدث (A) = ٢

نواتج الحدث (ظهور بطاقة D) : D عدد نواتج الحدث (D) = ١

إذًا نواتج الحدث (ظهور A أو D) : D ، A ، A عدد نواتج الحدث (A أو D) = ٢ + ١ = ٣

ل (ظهور A أو D) = عدد نواتج الحدث / عدد النواتج الممكنة كلّها = ٣/٦ = ١/٢

- أكتب الاحتمال السابق في صورة كسر عشري ٠,٥ ، وفي صورة نسبة مئوية ٥٠٪

@MidNight_Document
@MidNight_Math

مثال :

ما احتمال أن يثبت مؤشّر اللوحة الدائرية رقم (١) عند الأحرف (ب أو ج أو د) وأن يثبت المؤشّر عند عدد أوّلي في اللوحة الدائرية رقم (٢) ؟

الحل :

باستخدام مبدأ العدّ :

عدد النواتج الممكنة = ٤ × ٦ = ٢٤ ناتجًا ممكنًا .

اللوحة رقم (١)

اللوحة رقم (٢)

ثمّة ٣ فرص للحصول على الأحرف الثلاثة من اللوحة الدائرية الأولى ، و ٣ فرص للحصول على عدد أوّلي من اللوحة الدائرية الثانية .

أي أنّ هناك ٣ × ٣ = ٩ فرص للحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أوّلي ،

إذًا احتمال الحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أوّلي هو $\frac{٩}{٢٤}$.

تذكّر أن :

الحدث المحتمل

هو حدث لا يمكن وقوعه واحتماله = صفرًا .

الحدث المؤكّد :

هو حدث يقع دومًا واحتماله = ١

تذكّر أن :

ناتج جمع احتمال وقوع حدث ما مع احتمال عدم وقوعه يساوي واحدًا .

تدرّب (٣) :

عند إلقاء ثلاث قطع نقود معدنية مختلفة معًا ، ما احتمال ظهور الصورة في قطع النقود الثلاث معًا ؟

$\frac{١}{٨}$

تدرّب (٤) :

ثلاث بطاقات مرقّمة بالأرقام ١ ، ٥ ، ٦ موضوعة في كيس ورقي .

سُحبت بطاقة بطريقة عشوائية ثمّ أعيدت ، وسُحبت بطاقة أخرى .

أوجِد احتمال ظهور عدد فردي ثمّ ظهور عدد زوجي .

$\frac{٢}{٩}$

فكّر وناقش

هل يمكن أن يكون احتمال حدث ما أكبر من واحد ؟ فسّر إجابتك .

كلّا ، لأنّ احتمال الحدث المؤكّد هو واحد .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تمـــرّنْ :

١ في لعبة سباق القوارب الإلكترونية رُقّمت القوارب بالأرقام من (١ إلى ٨) . ما احتمال اختيار اللاعب أحد القوارب المرقّمة برقم أصغر من ٦ ؟ $\frac{٥}{٨}$

٢ مجموعة بطاقات مرقّمة من (١ إلى ١٠) . افترض أنك اخترت بطاقة واحدة بطريقة عشوائيّة . أوجد كلًّا ممّا يلي :

أ ل (ظهور العدد ١) $\frac{١}{١٠}$

ب ل (ظهور مضاعف للعدد ٣) $\frac{٣}{١٠}$

جـ ل (ظهور عدد مكوّن من رقمين) $\frac{١}{١٠}$

د ل (ظهور العدد ٦ أو العدد ٢) $\frac{١}{٥}$

هـ ل (ظهور العدد ١٢) صفر

و ل (ظهور عدد أصغر من ١١) ١

ز ل (ظهور عدد فردي) $\frac{١}{٢}$

ح ل (ظهور العدد ٥) $\frac{١}{١٠}$

٣ افترض أنك ألقيت حجر نرد متّزنًا مرّة واحدة . أوجد كلًّا ممّا يلي :

أ ل (ظهور عدد أصغر من ٧) ١

ب ل (ظهور عدد زوجي) $\frac{١}{٢}$

جـ ل (ظهور عدد أصغر من ٦) $\frac{٥}{٦}$

د ل (عدم ظهور العدد ٤) $\frac{٥}{٦}$

٤ ثلاث بطاقات مرقّمة بالأرقام ١ ، ٤ ، ٧ موضوعة في كيس ورقي ، سُحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائيّة ثمّ أُعيدَت ، وسُحبت بطاقة مرّة أخرى . أوجد احتمال كلّ حدث ممّا يلي :

أ ل (عدد فردي ثمّ عدد زوجي) $= \frac{٢}{٩}$

ب ل (عدد زوجي ثمّ عدد زوجي) $= \frac{١}{٩}$

جـ ل (عدد فردي ثمّ عدد فردي) $= \frac{٤}{٩}$

د ل (عدد زوجي ثمّ عدد فردي) $= \frac{٢}{٩}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥ في اللوحة الخاصة بلعبة متى ٨ علامات ، جميعها زرقاء عدا واحدة حمراء . إذا وضعت هذه العلامات في حقيبة بحيث لا يمكنها رؤيتها ، فما احتمال التقاطها علامة زرقاء ؟ وما احتمال التقاطها العلامة الحمراء ؟

العلامة الزرقاء : $\frac{٧}{٨}$ ، العلامة الحمراء : $\frac{١}{٨}$

٦ افترض أنّ احتمال حدث ما هو $\frac{٧}{١٣}$. أيهما أكبر : إحتمال حدوث هذا الحدث ، أم احتمال عدم حدوثه ؟

إحتمال حدوثه

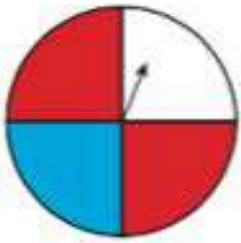
٧ يوضّح التمثيل البياني بالأعمدة التالي ألوان عيون ٣٢ متعلمًا في أحد فصول الصف السابع . إذا تمّ اختيار متعلم بطريقة عشوائية ، فما احتمال كلّ ممّا يأتي ؟

أ أن يكون لون عيني المتعلم بنيًا ؟ $\frac{٩}{٣٢}$

ب أن يكون لون عيني المتعلم أسود أو عسليًا ؟ $\frac{٢١}{٣٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨ تم تدوير اللوحة الدائرية ذات المؤشر مرتين :



أ أوجد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المرتين

$\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{١٦}$

ب أوجد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المرة الأولى وعند الجزء الأحمر في المرة الثانية .

$\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٤} = \frac{٢}{١٦} = \frac{١}{٨}$

جـ أوجد احتمال ألا يقف السهم عند الجزء الأحمر في المرتين .

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$

٩ في صندوق أقراص (خضراء اللون ، حمراء اللون ، زرقاء اللون) ،
ل (أخضر) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أحمر) = $\frac{١}{٢}$. إذا كان عدد الأقراص خضراء اللون يساوي ٦ ، فما عدد الأقراص زرقاء اللون ؟

عدد الأقراص زرقاء اللون = ٣ أقراص

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤-١٢ نماذج هندسية للاحتمال
Geometric Models of Probability

سوف تتعلّم : إيجاد الاحتمالات من خلال مساحات الأشكال الهندسية .

بعض الأحداث والنواتج ليست عناصر مفردة بحيث يمكن عدّها . في بعض المواقف ، مثل ألعاب الاحتفالات ولوحات السهام المربّشة ، يكون احتمال وقوع حدث معتمدًا على مساحات أجزاء الشكل ، إذا استطعت إيجاد كلّ مساحة داخل الشكل ، فإنّه يمكنك إيجاد احتمال الموقف .

معلومات مفيدة :
في ألعاب الحفلات الريفية يستخدم مصممو هذه الألعاب الاحتمال من خلال الأشكال الهندسية لتحديد أماكن اللاعبين

نشاط :

يمارس خالد هواية الهبوط بالمظلّات ، فيهبط على هدف دائري كما في الصورة المقابلة . إذا كان قطر الدائرة الصغرى ٢ م ، وقطر الدائرة الكبرى ٤ م ، فما احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى ؟

نصف قطر الدائرة الصغرى = ١ م

نصف قطر الدائرة الكبرى = ٢ م

مساحة الدائرة الصغرى = π نق^{٢} = $\pi \times ١^{٢}$ = π م^{٢}

مساحة الدائرة الكبرى = π نق^{٢} = $\pi \times ٢^{٢}$ = ٤π م^{٢}

ل (الحدث) = مساحة الدائرة الصغرى / مساحة الدائرة الكبرى = $\frac{\pi}{٤\pi} = \frac{١}{٤}$

احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى = $\frac{١}{٤}$

تذكّر أن :
مساحة الدائرة = π نق^{٢}
مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق × ع
مساحة المثلث = ل × ل
مساحة المثلث المتساوي = ل × ص
مساحة مثلث متوازي الأضلاع = ق × ع

تدرّب (١) :

أوجد احتمال إصابة سهم مريش في لعبة إصابة الهدف في الجزء المظلّل على اللوحة الموضّحة أمامك :

شكل اللوحة : مربّع

مساحة اللوحة = ٩ وحدات مربّعة

شكل الجزء المظلّل : مثلث

مساحة الجزء المظلّل = ٤,٥ وحدات مربّعة

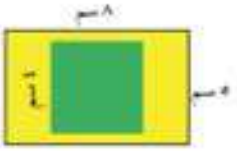
ل (الحدث) = $\frac{٤,٥}{٩} = \frac{١}{٢}$

تذكّر أن :
احتمال حدث هو قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج كلها .

@MidNight_Document
@MidNight_Math

تدرّب (٢) :

إذا صُوِّب سهم مرئِش بطريقة عشوائية على اللوحة المستطيلة الموضّحة في الرسم ، فما احتمال أن يصيب السهم المنطقة المربعة الخضراء ؟



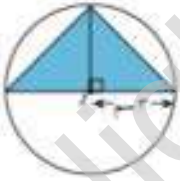
ل (الحدث) = $\frac{\text{مساحة المنطقة المربعة}}{\text{مساحة المستطيل}} = \frac{٤ \times ٤}{٥ \times ٨} = \frac{١٦}{٤٠} = \frac{٢}{٥}$

فكر وناقش

إحدى لوحات الأسهم المرئشة عليها رسم لوردة واحدة مساحتها ٢٠ سم٢ ، ولوحة أخرى لها مساحة الأولى نفسها عليها رسم لوردتين مساحة كلّ منهما ١٠ سم٢ . فأيّ اللوحتين سوف تختار كي تلعب ؟ ولماذا ؟ اللوحة التي عليها وردة مساحتها ٢٠ سم٢ لأنه كلما كان الهدف أكبر كان احتمال إصابته أكبر .

تمـــرّن :

١ إذا فُرِض أنك صوّبت سهمًا مرئشًا على الشكل المقابل ، فما احتمال إصابة هذا السهم للمنطقة المظلّلة (و مركز الدائرة) ؟

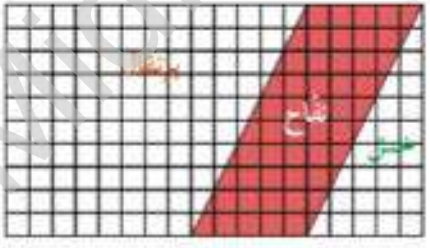


(مستخدمًا $\pi = ٣,١٤$)

ل (الحدث) = $\frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{٩}{٩ \times ٣,١٤} = \frac{١}{٣,١٤}$

٢ مزرعة مقسّمة إلى مناطق كما في الشكل أدناه .

إذا وقف مزارع في مكان ما من المزرعة عشوائيًا لجني المحصول ، فما احتمال أن يكون قد وقف في المنطقة المظللة باللون الأحمر ؟

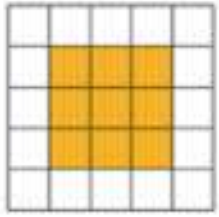


$\frac{٥}{١٨} = ٠,٢٧$

@MidNight_Document @MidNight_Math

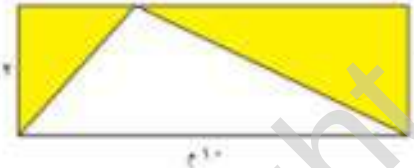
الإعصار القمعي

٣ للإعصار القمعي مسار غير منتظم . فعندما يلمس القمع الأرض ، قد يسير في خطٍّ مستقيم ، أو يرتدّ إلى الخلف ، أو يتوالب . إذا هبط الإعصار القمعي على المساحة المرسومة ، فما احتمال هبوطه على المساحة المظلّلة ؟



$\frac{٩}{٢٥}$

٤ في الشكل المقابل ، قطعة أرض مستطيلة الشكل مخصّصة لأحد الأنشطة الرياضية .



أ ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة غير المظلّلة ؟

$\frac{١}{٢}$

ب ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة المظلّلة ؟

$\frac{١}{٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٥-١٢ مراجعة الوحدة الثانية عشرة
Revision Unit Twelve

١ في معرض الألعاب الإلكترونية يُباع نوع من أنواع الروبوت (صغير - كبير) الحجم بالألوان (أبيض ، أزرق ، أسود) .

أ ما عدد الروبوتات المختلفة التي يمكن اختيارها من هذا النوع ؟ ٦

ب أرسم مخطّط الشجرة لتوضيح الخيارات الممكنة لشراء روبوت من هذا النوع .

٢ في إحدى مسابقات السحب واربح ، يقوم كلّ لاعب بسحب بطاقة عشوائيًا من الصندوق المجاور ، فيربح اللعبة التي تمثّلها الصورة ثمّ يعيد البطاقة إلى الصندوق .

أ أوجد عدد جميع النواتج . ٩

ب حدّد نوع الأحداث التالية :

- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًا ليربح كرة القدم . مؤكد
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًا ليربح سيارة . مستحيل
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًا ليربح طيارة أو كرة قدم أو قطار . مؤكد
- يسحب لاعب بطاقة عشوائيًا ليربح قطار . بسيط

٣ إستخدم اللوحة الدائرية ذات المؤشّر لإيجاد كلّ احتمال ممّا يلي :

أ ل (ظهور أ) $\frac{١}{٢}$

ب ل (عدم ظهور ب) $\frac{٢}{٣}$

ج ل (ظهور هـ) صفر

د ل (ظهور ب و ج) صفر

هـ ل (ظهور ب أو ج) $\frac{١}{٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٤ عند رمي حجر نرد منتظم وتدوير الدوّارة المقابلة ، أوجد احتمال كلّ ممّا يلي :

أ ظهور عدد زوجي و وقوف المؤشّر عند اللون الأخضر .

$\frac{١}{٦}$

ب ظهور عدد أوّلي أو وقوف المؤشّر عند اللون الأحمر .

$\frac{٥}{٦}$

٥ تلعب منار وصديقتها لعبة بمكعّب مرقّم ، تربح منار إذا دحرجت المكعّب وحصلت على عدد أكبر من ٤ . ما احتمال أن تفوز صديقتها باللعبة ؟

$\frac{٢}{٣}$

٦ في أحد الاختبارات تختار ندى إجابتها عشوائيًّا (دون التدقيق في السؤال) ، ما احتمال أن تختار الإجابة الصحيحة ؟

أ في سؤال اختيار من متعدّد من ٤ اختيارات : $\frac{١}{٤}$

ب في سؤال صحّ أو خطأ : $\frac{١}{٢}$

@MidNight_Document
@MidNight_Math

اختبار الوحدة الثانية عشرة

أوّلًا: في البنود (١-٤)، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة.

١ عدد الاختيارات التي يمكن للاعب أن يختار بها في إحدى المسابقات مصباحًا مضيئًا من ٣ ألوان مختلفة و ٥ أحجام مختلفة هو ٨	(أ)	(ب)
٢ في تجربة عشوائية لإلقاء حجري نرد منتظمين ومتمايزين، فإنّ ظهور العدد نفسه على وجهي الحجرين حدث مؤكد.	(أ)	(ب)
٣ إحتمال سحب كرة خضراء اللون أو زرقاء اللون من صندوق يحوي ٦ كرات خضراء و ٥ كرات بيضاء و ١١ كرة زرقاء هو $\frac{١٧}{٢٢}$	(أ)	(ب)
٤ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرّة واحدة، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه، فإنّ احتمال ظهور عدد أوّلي هو ٥٠ ٪.	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة:

٥ إحتمال أن يثبت المؤشّر في اللوحة الدائرية الأولى على حرف من أحرف كلمة (باب)، ويثبت المؤشّر في اللوحة الدائرية الثانية على عدد زوجي هو: (أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٦ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ثمّ إلقاء قطعة نقود معدنية ثمّ سحب بطاقة واحدة من بين ٤ بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٤) بطريقة عشوائية. فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو:

(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٨ (د) ٩٦

٧ في صندوق يحوي بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٢٠) متماثلة الشكل كلّ منها ملوّن بأحد ألوان علم دولة الكويت، فإنّ احتمال سحب بطاقة ملوّنة بلون أزرق رقمها ٢٠ هو:

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ١ (د) صفر

@MidNight_Document
@MidNight_Math

٨ إذا كان احتمال فوزك في لعبة ما هو $\frac{٣}{٥}$ ، فإنّ احتمال عدم فوزك في صورة نسبة مئوية هو :

(أ) ٢٠٪ (ب) ٤٠٪ (جـ) ٦٠٪ (د) ٨٠٪

٩ ألقى أسامة حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين ، فإنّ احتمال ظهور العدد ٦ ثمّ العدد ١ هو :

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٦٤}$ (د) $\frac{١}{٣٦}$

١٠ في صندوق يحوي ٣ كرات خضراء ، ٦ كرات بيضاء ، إذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًا ثمّ أُعيدت ، وسُحبت كرة مرّة أخرى عشوائيًا فإنّ احتمال سحب كرة خضراء ثم بيضاء يساوي :

(أ) $\frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٣}{٩}$ (جـ) $\frac{٦}{٩}$ (د) ١

@MidNight_Document
@MidNight_Math