المتتاليات

1- المتتالية العددية: معرفة بدلالة n ومجموعة التعريف هي n

2- المتتالية التدريجية: معرفة بدلالة U_n ومجموعة التعريف هي

موقع سوريا التعليمية

«وهي كل حد يتعلق بالحد الذي قبله»

المتتالية الحسابية: $U_{n+1} = U_n + r$ كل حد يتبع

قوانين الحسابية: عن سابقه بإضافة عدد حقيقي ثابت

① إثبات أن المتتالية حسابية: $U_{n+1} - U_n = r$

② إيجاد المتتالية الحسابية: $r = \frac{U_n - U_m}{n - m}$

③ الحد العام $U_n = U_m + (n-m)r$

④ مجموع عدد متعاقب $S = \frac{n(a+L)}{2}$

⑤ ثلاث حدود متعاقبة a,b,c $b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$

n: عدد الحدود

a: قيمة أول حد

L: قيمة آخر حد

• إذا كانت المتتالية $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$ فإن S من هذا الشكل

$n = (\text{أول} - \text{أخير}) + 1 \Rightarrow n = (10 - 0) + 1 = 11$

• إذا كانت من الشكل $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots, 10$ فإن S

$n = \left(\frac{\text{أول} - \text{أخير}}{\text{طول القفزة «الأساس»}}\right) + 1 \Rightarrow \left(\frac{10 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) + 1 = 20$

دراسة اطراد متتالية

① $U_{n+1} \geq U_n$ متزايدة

② $U_{n+1} > U_n$ متزايدة تماماً

③ $U_{n+1} \leq U_n$ متناقصة

④ $U_{n+1} < U_n$ متناقصة تماماً

⑤ $U_{n+1} = U_n$ ثابتة

المعيار الأول:

① $U_{n+1} - U_n > 0$ متزايدة تماماً

② $U_{n+1} - U_n < 0$ متناقصة تماماً

③ $U_{n+1} = U_n$ ثابتة

Ex $U_n = 2 + \frac{1}{n}$

ادرس اطرادها

$U_{n+1} = 2 + \frac{1}{n+1}$

$U_{n+1} - U_n$

$2 + \frac{1}{n+1} - 2 - \frac{1}{n}$

$\times n \quad \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} \quad \times (n+1)$

$\times(n) \quad \frac{1}{n+1} \quad \frac{-1}{n(n+1)} \quad \times(n+1)$

$\frac{n - n - 1}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$

متناقصة تماماً

المعيار الثاني: التابع شرط استخدام التابع للاطراد هو أن تكون المتتالية صريحة «معرفة بدلالة n»

$U_n = f(x)$

Ex $U_n = 2 + \frac{1}{n}$

ادرس اطراد المتتالية

$f(x) = 2 + \frac{1}{x} \Rightarrow 0 - \frac{1}{x^2} < 0$

متناقصة تماماً لأن

موقع سوريا التعليمية

المتتالية الهندسية: $U_{n+1} = U_n \cdot q$ كل حد ينتج من سابقه بجزبه بعدد حقيقي ثابت "q" أساس المتتالية

قوانين الهندسية:

① لإثبات المتتالية هندسية: $\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$

② الحد العام: $U_n = U_m \, q^{(n-m)}$

③ أساس الهندسية q: $q^{(n-m)} = \frac{U_n}{U_m}$

④ مجموع حدود متعاقبة: $S = a\left[\frac{1-(q)^n}{1-q}\right]$

حيث أن a = الحد الأول

n = عدد الحدود

⑤ ثلاث حدود متعاقبة a b c

$b^2 = a \cdot c$

ملحوظة: كل متتالية من الشكل $U_n = (q)^n$ هي هندسية أساسها q

موقع سوريا التعليمية
SYRIA EDUCATION

Ex: $U_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أثبت أنها هندسية

$U_{n+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{2}{3}\right)^n}$

$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1}{\left(\frac{2}{3}\right)^n} = \left(\frac{2}{3}\right) = q$

نظامية

بطريقة القاعدة:

U_n هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

الحالة الثالثة: القسمة

نقارن مع الواحد $\frac{U_{n+1}}{U_n}$

① $\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1$ ← U_n متزايدة تماماً

U_n متناقصة تماماً

② $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$

③ $\frac{U_{n+1}}{U_n} = 1$ ← ثابتة

شرط استخدام القسمة للاطراد أن قيم U_n موجبة تماماً

مثال: $n \geq 0$ $U_n = (2)^n$ ادرس اطراد المتتالية

قيم U_n موجبة

$U_{n+1} = (2)^{n+1} \Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{(2)^{n+1}}{(2)^n}$

$\frac{(2)^n (2)^1}{(2)^n} = 2 > 1$

متزايدة تماماً

ملاحظة: $(\text{عدد سالب})^n$

يوجد تناوب موجب ثم سالب ثم موجب ثم سالب ...

المتتالية غير مطردة

موقع سوريا التعليمية