

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



صبحي عطية السيد

الملف حل الأسئلة الموضوعية

موقع المناهج ← المناهج الكويتية ← الصف الحادي عشر العلمي ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

[نماذج اختبارات تجريبية حديثة لاختبارات الفانال مرفقة بالإجابة](#)

1

[النموذج الاول 11 علمي \(1\)](#)

2

[هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات](#)

3

[مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات](#)

4

[تحميل كتاب الطالب \(تمارين\) علمي](#)

5



وزارة التربية

الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

حل الأسئلة الموضوعية

أعداد وتجميع

أ/ صبحي عطية السيد

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

Complex Numbers

المجموعة B تمارين موضوعية

a b

(1) الصورة الجبرية للعدد: $3 + 2i$ هي: $\sqrt{-4} + 3$

السبب:

$$\sqrt{-4} + 3 = 2i + 3 = 3 + 2i$$

بأستخدام الآلة الحاسبة

a b

(2) مرافق العدد المركب: $z = 3 + 4i$ هو: $\bar{z} = -3 - 4i$

السبب:

$$\bar{z} = 3 - 4i \quad \text{هو} \quad z = 3 + 4i$$

a b

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z = 3 - 2i$ هو: $-z = 3 + 2i$

السبب:

$$-z = -3 + 2i \quad \text{هو} \quad z = 3 - 2i$$

a b

(4) الصورة المبسطة للتعبير: $(12 + 5i) - (2 - i)$ هي: $10 + 6i$

السبب:

ملوحظة عند استخدام الآلة الحاسبة يجب استخدام زر الطرح وليس اشارة (-) ولا سنحصل على خطأ

$$(12 + 5i) - (2 - i) = 12 + 5i - 2 + i = 10 - 6i$$

باستخدام الآلة الحاسبة

في التمارين (14-5)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) العدد: $\sqrt{-225} + 32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

a $-15 + 6i$

b $6 + 15i$

c $6 - 15i$

d $32 + 15i$

السبب:

الإجابات (a) و (b) و (c) لاتصلح لان جزءها الحقيقي لايساوي 32

باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{-225} + 32 = 15i + 32 = 32 + 15i$$

(6) حل المعادلة: $2x + 3yi = -10 - 6i$ هو:

a $x = 5, y = -2$

b $x = -5, y = -2$

c $x = -5, y = 2$

d $x = 5, y = 2$

السبب:

$$\begin{cases} 2x = -10 \\ 3y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-10}{2} = -5 \\ y = \frac{-6}{3} = -2 \end{cases} \quad x = -5, y = -2$$

(7) إذا كان $z_2 = -3 - i$ ، $z_1 = 5i + 2$ فإن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ تساوي:

- (a) $\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$ (b) $\frac{-1}{10} - \frac{17}{10}i$ (c) $\frac{-1}{10} + \frac{17}{10}i$ (d) $\frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$

$$z_1 = 2 + 5i \quad , \quad z_2 = -3 - i$$

$$\bar{z}_1 = 2 - 5i \quad , \quad \bar{z}_2 = -3 + i$$

$$\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\bar{z}_1}{z_2} = \frac{2-5i}{-3+i} = -\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$$

باستخدام الآلة الحاسبة

(8) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن (x, y) تساوي

- (a) (5, 1) (b) (-5, -1) (c) (5, -1) (d) (-5, 1)

$$i^2 = -1 \quad . \quad i^5 = i^4 \times i = 1 \times i = i$$

$$x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5 \Rightarrow -x + 3 y i = 5 + 3 i$$

$$\begin{cases} -x = 5 \Rightarrow x = -5 \\ 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

$$x = -5 \quad , \quad y = 1 \quad , \quad (x, y) = (-5, 1)$$

السبب:

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

- (a) $18 + 17i$ (b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$
(c) $6 + 17i$ (d) 18

$$(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9}) = (3 + 2i)(4 + 3i) = 6 + 17i$$

السبب:

يمكن كتابة التعبير السابق مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة وسيظهر الناتج مباشرة
(بشرط أن تكون الآلة الحاسبة بوضع الأعداد المركبة)

MODE + 2

كيفية التنفيذ

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (1 + 2i)^2$ هي:

- (a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = -3$ (d) $z = 5$

السبب:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$z = (1 + 2i)^2 = -3 + 4i$$

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (2 - i)^3$ هي:

(a) $z = 14 + 13i$

(b) $z = 14 - 13i$

(c) $z = 2 - 11i$

(d) $z = 2 - 13i$

السبب: باستخدام الآلة الحاسبة

$$z = (2 - i)^3 = (2 - i)^2 \cdot (2 - i)^1 = 2 - 11i$$

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

(b) $z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

(c) $z = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

(d) $z = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

السبب:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$z = \frac{i}{i+5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{3}i$$

(13) إذا كان $z = i$ فإن z^{250} يساوي:

(a) $-i$

(b) i

(c) 1

(d) -1

السبب: عند استخدام الآلة الحاسبة مباشرة في هذا التمرين سوف نحصل Err عند الاستخدام

∴ (250) عدد زوجي في هذا الحالة سوف نسعد كلا من الأجابة (a) و (b)

∴ (250) لا تقبل القسمة على 4 ∴ الإجابة (-1) هي

$$(i)^{250} = (i^2)^{125} = (-1)^{125} = -1$$

(14) ليكن $x \in \mathbb{Z}^+$ فإن مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5 + i^x)$ عدداً حقيقياً هي:

(a) \mathbb{Z}^+

(b) $\{0, 2, 4, 6, \dots\}$

(c) $\{1, 3, 5, \dots\}$

(d) $\{2, 4, 6, \dots\}$

السبب:

∴ الناتج عدداً حقيقي ∴ x يجب أن تكون عدد زوج

∴ الشرط أن $x \in \mathbb{Z}^+$ ∴ x لا يمكن أن تكون صفر

الأجابة (d) مجموعة الأعداد الزوجية الموجبة " بدون الصفر "

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

Polar Coordinates and Trigonometric Form of a Complex Number

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{7\pi}{6})$ هي: $A(-2\sqrt{3}, 2)$ (a) (b)

السبب: $r = 4$. $\theta = \frac{7\pi}{6}$

$x = r \cos \theta = 4 \cos \frac{7\pi}{6} = -2\sqrt{3}$. $y = r \sin \theta = 4 \sin \frac{7\pi}{6} = -2$

$A = (-2\sqrt{3}, -2)$

(2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي: $B(-1, 1)$ (a) (b)

السبب: $r = \sqrt{2}$. $\theta = 135^\circ$

$x = r \cos \theta = \sqrt{2} \cos 135^\circ = -1$. $y = r \sin \theta = \sqrt{2} \sin 135^\circ = 1$

$B = (-1, 1)$

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي: $M(1, \frac{5\pi}{4})$ (a) (b)

السبب: $r = 1$. $\theta = \frac{7\pi}{6}$

$x = r \cos \theta = 1 \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. $y = r \sin \theta = 1 \sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$B = (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

(4) العدد المركب: $z = \sqrt{3} - i$ بصورة المثلثية هو: $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (a) (b)

السبب: $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3} + i$

a

b

(5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$ هي $z = 1 - i$

السبب:

$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = 1 - i$$

a

b

(6) السعة الأساسية للعدد $z = \cos 30^\circ + i \cos 240^\circ$ هي 330°

السبب:

$$z = \cos 30^\circ + i \cos 240^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left| \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \right| = 30^\circ \quad . \quad x > 0 \quad . \quad y < 0$$

$$\theta = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$

في الصارين (7-13)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A \left(4, \frac{5\pi}{3} \right)$ هي:a $A(2, 2\sqrt{3})$

الربع الأول

b $A(-2, 2\sqrt{3})$

الربع الثاني

c $A(-2, -2\sqrt{3})$

الربع الثالث

d $A(2, -2\sqrt{3})$

الربع الرابع

السبب:

$$A \left(4, \frac{5\pi}{3} \right) \quad . \quad \theta = \frac{5\pi}{3} = \frac{5 \times 180^\circ}{3} = 300^\circ \quad (\text{الربع الرابع})$$

(8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ هي:a $B(1, \frac{-\pi}{4})$ b $B(1, \frac{\pi}{4})$ c $B(1, \frac{3\pi}{4})$ d $B(1, \frac{-3\pi}{4})$

السبب:

$$B \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$. \quad r = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} = 1$$

$$\alpha \tan^{-1} \left| \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-\sqrt{2}}{2}} \right| = \frac{\pi}{4} \quad . \quad \theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$y < 0 \quad . \quad x > 0$$

∴ z (تقع في الربع الرابع)

(9) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi)$ هي:

- (a) $z = 4\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$ ربع رابع
- (b) $z = 4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ ربع أول
- (c) $z = 4\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ ربع أول
- (d) $z = 4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$ ربع ثاني

السبب:

بدون حل يمكن مناقشة الاختيارات

تقع في الربع الرابع z أي أن $x > 0$, $y < 0$

(10) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي:

- (a) $z = 4\left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}\right)$
- (b) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}\right)$
- (c) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)$
- (d) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}\right)$

الحل

$$z = \frac{-4}{1-i} = -2 - 2i$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\tan^{-1} \left| \frac{-2}{-2} \right| = \frac{\pi}{4} \quad \therefore \theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$y < 0 \quad x < 0$$

$\therefore z$ (تقع في الربع الثالث)

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = 3\left(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي:

- (a) $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$
- (b) $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
- (c) $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
- (d) $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

السبب:

$$z = 3\left(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3}\right) = 3 \cos \frac{2\pi}{3} - 3 \sin \frac{2\pi}{3} i = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} i$$

(12) $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

a 1

b 0

c -1

d i^{-2n}

السبب:

$$\begin{aligned}(i^{2n+2} + i^{2n+8}) &= (i^{2n} \times i^2 + i^{2n} \times i^8) = i^{2n} (i^2 + i^2) \\ &= i^{2n} (-1 + 1) = 0\end{aligned}$$

(13) $(6 - 2i + 3i^5)^2$ تساوي:

a $35 - 12i$

b $35 + 12i$

c $81 - 12i$

d $81 + 12i$

السبب:

$$(6 - 2i + 3i^5)^2 = (6 - 2i + 3i \times i^4)^2 = (6 - i)^2 = 35 - 12i$$

Solving Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$

$$z = 3 + i \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = 3 - i \quad :$$

$$\bar{z} + 2 = 3 - i + 2 = 5 - i$$

(2) حل المعادلة: $2z + \bar{z} - 3 - 5i = 0$ هو: $z = 1 - 5i$

$$z = 1 - 5i \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = 1 + 5i \quad :$$

$$2(1 - 5i) + 1 + 5i - 3 - 5i = -10i \neq 0$$

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي: $\{-2 - i, 2 + i\}$

:

باستخدام الآلة الحاسبة مود 5, 3 نجد أن نجد أن الجواب خاطئ

أو ملاحظة : يجب أن يكون الحلان عدداً مترافقان لأنها معادلة تربيعية ذات معاملات حقيقية

(4) الجذران التربيعيان للعدد -1 هما: 1, -1

:

الجذر التربيعية للعدد السالب أعداد تخيلية

a

b

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 16 + 30i$ هما: $z_1 = 5 + 3i$, $z_2 = -5 - 3i$

:

باستخدام الآلة الحاسبة : $(5 + 3i)^2 = 16 + 30i$ والجذر الآخر هو المعكوس الجمعي

a

b

(6) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

:

إذا كان z_1 جذر للعدد z فإن الجذر الآخر هو المعكوس الجمعي $z_2 = z_1$

$$\therefore z_2 + z_1 = 0 \text{ صحيحة}$$

في التمارين (10-7)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) حل المعادلة: $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو:

a $z = 1 + 6i$ b $z = -1 + 6i$ c $z = 1 - 6i$ d $z = -1 - 6i$

:

يجب الحل بطريقة مقالية أو التعويض بالآلة الحاسبة أربع مرات

$$2z - 5 + 6i = -3\bar{z} \Rightarrow 2z + 3\bar{z} = 5 - 6i$$

$$2(x + iy) + 3(x - iy) = 5 - 6i \Rightarrow x = 1, y = 6$$

$$z = 1 + 6i$$

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي:

a $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$ b $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$

c $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$ d $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

:

باستخدام الآلة الحاسبة الاجابة الجذرين عددين مترافقين إذا a, b لاتتفع مباشرة

(9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما:

a $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

b $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

c $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

d $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

جذري العدد المركب متعاكسين اذا $d . c$ لا ينفعان :

في الحل a إشارة الجزئين الحقيقي والتخيلي متماثلين والحل مرفوض لأن إشارة الجزء التخيلي للعدد سالبة وبالتالي يجب أن يكون الأشارتين مختلفتين

(10) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو:

a $\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$

b $\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$

c $\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$

d $\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$

:

$$z = \frac{5-2i}{3-4i} = \frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$$

باستخدام الآلة الحاسبة

التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)

Graphs of Trigonometric Functions (Sine, Cosine and Tangent)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

في التمارين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة الدالة المثلثية $y = a \sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة 3π هي $y = 5 \sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(a) (b)

يوجد أكثر من دالة لها نفس السعة والدورة $y = \pm a \sin(\pm b x)$:

(2) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3 \sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$

(a) (b)

$$4 = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

(3) الدالة $y = 3 \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$

(a) (b)

$$\frac{4\pi}{3} = \frac{\pi}{\left|\frac{3}{4}\right|} = \frac{\pi}{|b|} = \text{دورة دالة الظل}$$

(4) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4 \cos(6x)$

(a) (b)

$$\frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{|6|} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

ملاحظة :

الفرق بين السؤال الأول والسؤال الرابع حدد الدالة أما في السؤال الرابع كتب يمكن أن يكون

(5) سعة الدالة $y = -5 \cos 2x$ هي -5

a

b

:

لا يمكن أن تكون السعة سالبة السعة $5 = |a|$

a

b

(6) في الدالة f حيث $f(x) = a \cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$

:

$$2|a| = \max f - \min f$$

a

b

(7) الدالتان f, g حيث $f(x) = \cos 8x$ ، $g(x) = \tan 4x$ لهما نفس الدورة.

:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{8} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{دورة جيب التمام} , \quad \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{|b|} = \text{دورة الظل}$$

في التمارين (17-8)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:

a

$$f(x) = 3 \cos x$$

a

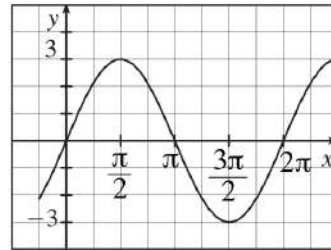
$$f(x) = 3 \sin x$$

c

$$f(x) = -3 \sin x$$

d

$$f(x) = \sin 3x$$



:

(a) لا تنفع لان المنحني يمر بالنقطة الأصل .

(b) تنفع لان المنحني يمر بالنقطة الأصل والسعة تساوي 3 والدورة هي $\frac{2\pi}{1}$

(b) لا تنفع لان إشارة الدالة سالب منحناها يبدأ من الأسفل وليس من الأعلى

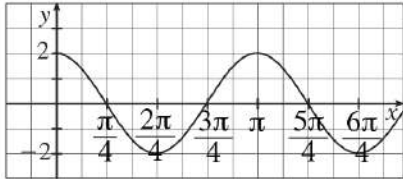
(d) لا تنفع لان سعة 1 والدورة $\frac{2\pi}{1}$ وليست $\frac{2\pi}{3}$

(9) لتكن $f(x) = 3 \tan 2x$ فإن:

- (a) السعة = 1 (b) السعة = 2 (c) السعة = 3 (d) ليس لها سعة

:

دالة الظل " \tan " ليس لها سعة



(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:

فإن f يمكن أن تكون:

- (a) $2 \cos 2x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\cos \frac{x}{2}$ (d) $\sin 2x$

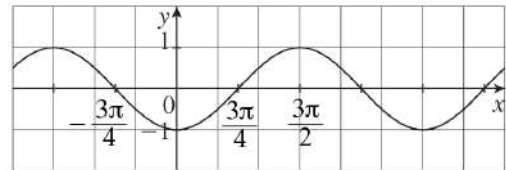
:

من خلال الرسم نلاحظ أن السعة 2 الأجابه حتما (a)

ملحوظة :

يمكن التعويض بنقطة من الخط البياني أو أكثر من نقطة في كل أجابه للتحقق مثل النقط (0,2)

(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:



- (a) π (b) 2π (c) 3π (d) $\frac{6\pi}{4}$

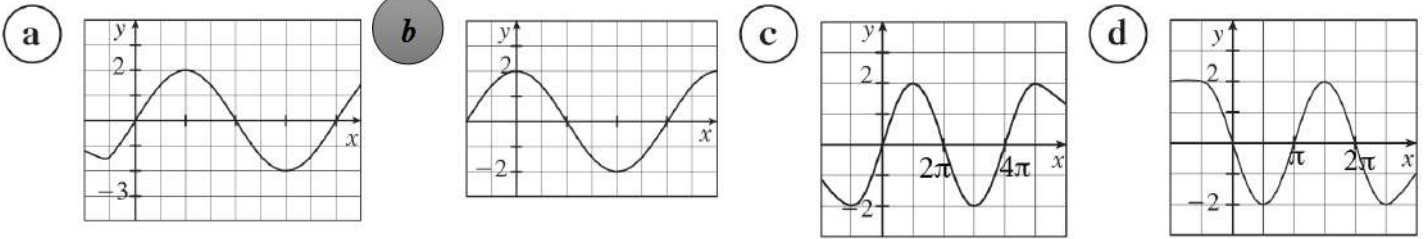
:

بين قمة وقاع " من 0 إلي $\frac{3\pi}{2}$ = $\frac{3\pi}{2}$

نحسب نصف الدورة : } بين نقطتي تقاطع مع محور الأفقي متتاليتين " من $\frac{-3\pi}{4}$ إلي $\frac{3\pi}{4}$ "

نضرب نصف الدورة بـ (2) الدورة = $2 \times \frac{3\pi}{2} = 3\pi$

(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x) = a \sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:



الدالة $y = a \sin bx$ يجب أن تمر من نقطة الأصل
 ∴ المنحني b لا ينفع أن يكون منحني للدالة .

(13) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

- (a) $y = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ (b) $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$
 (c) $y = -4 \cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$ (d) $y = 4 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

$$\frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

(14) الدالة $y = a \cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

- (a) $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (b) $y = 8 \cos(8x)$
 (c) $y = 2 \cos(8x)$ (d) $y = 8 \cos\left(\frac{x}{4}\right)$

الإجابة (b), (d) لا تنفع سعتهما مختلفة الأجوبة أم (c), (a) لان السعة متساوية

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = \frac{8\pi}{\pi} \Rightarrow |b| = 8$$

(15) معادلة الدالة المثلثية $y = a \sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

- (a) $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ (b) $y = 3 \sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3 \sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$
 (c) $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (d) $y = 3 \sin(4x)$ أو $y = -3 \sin(4x)$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = \frac{4\pi}{\pi} = 4$$

$$y = 3 \sin 4x \quad . \quad y = -3 \sin 4x$$

(16) معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$

(b) $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

(c) $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$

(d) $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{3}{4} \Rightarrow |b| = \frac{4\pi}{3}$$

(17) في الدالة المثلثية $y = -2 \sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

(a) $-2, \frac{3\pi}{5}$

(b) $2, \frac{10\pi}{3}$

(c) $2, \frac{3\pi}{5}$

(d) $2, \frac{2\pi}{15}$

$$|a| = |-2| = 2 = \text{السعة} \quad , \quad \frac{2\pi}{|b|} = \frac{10\pi}{3} \quad \text{الدورة هي}$$

قانون الجيب

Law of Sine

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20$ cm, فإن: $AC = 10.154$ cm (a) (b)

من قانون الجيب :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$AC = BC \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$AC = 10 \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 40^\circ} = 10.15426612$$

- (2) في المثلث ABC : $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm, فإن: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (a) (b)

من قانون الجيب :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{16}{\sin 80^\circ} = 16.2$$

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{12}{\sin 50^\circ} = 15.6$$

$$\frac{AC}{\sin \beta} \neq \frac{AB}{\sin \gamma}$$

(3) في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

(a) (b)

القانون خطأ : القانون الصحيحة هي : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

في التمارين (4-9)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(4) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10 \text{ cm}$, فإنّ طولَي \overline{AB} , \overline{BC} يساويان:

- (a) 7.43 cm , 15.32 cm (b) 6.53 cm , 13.47 cm
(c) 13.47 cm , 15.32 cm (d) 7.43 cm , 6.53 cm

$\alpha = 80^\circ$. $\beta = 40^\circ$. $\gamma = 60^\circ$

$b = 10 \text{ cm}$

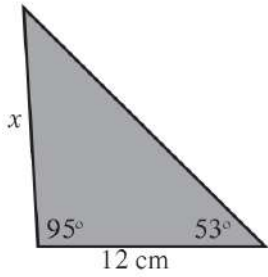
∴ الزاوية β هي أصغر زاوية ∴ الضلع b هو أصغر ضلع

$BC > 0$. $AB > 10$

الإجابة الوحيد التي تصلح هي الإجابة (c)

ملاحظة : ترتيب الأضلاع يشبه ترتيب قياسات الزوايا الضلع الأطول يقابل الزاوية الأكبر .

(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:



- (a) 8.6 cm (b) 15 cm
(c) 18.1 cm (d) 19.2 cm

$\vartheta = 180^\circ - (95^\circ + 53^\circ) = 32^\circ$

$\frac{x}{\sin 53^\circ} = \frac{12}{\sin 32^\circ} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot \sin 53^\circ}{\sin 32^\circ} = 18.1$

(6) مثلث قياسات زواياه: $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ ، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالى:

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

$$\frac{9}{\sin 50^\circ} = \frac{x}{\sin 70^\circ}$$

الضلع المقابل لأصغر زاوية 50° هو أصغر ضلع
إذا كان x أكبر ضلع فهو مقابل لأكبر زاوية 70°

$$x = \frac{9 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ} = 11.04$$

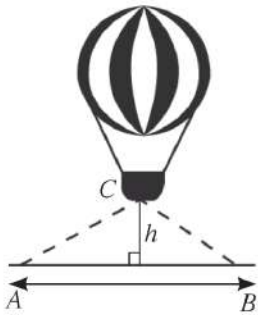
(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 56^\circ$, $AB = 19$ cm, $AC = 23$ cm, طول \overline{BC} يساوي:

- (a) 12 cm (b) 18 cm
(c) 19 cm (d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

المعلوم ضلعين وزاوية محصورة بينهما ∴ لا يمكن استخدام قانون الجيب

ملحوظة : لا استخدام قانون الجيب نحن بحاجة الي ضلع وزاوية مقابلة

(8) رأى شخصان، أحدهما يقف عند النقطة A والثاني عند النقطة B ، منطادًا،
حيث المسافة بينهما 3 km. إذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة A هي
 28° وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة B هي 37° ، فإن ارتفاع المنطاد عن سطح
الأرض هو:



- (a) $h \approx 1200$ m (b) $h \approx 2500$ m
(c) $h \approx 940$ m (d) $h \approx 880$ m

$$\gamma = 180^\circ - (28^\circ + 37^\circ) = 118^\circ$$

نوجد الزاوية الثالثة

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow \frac{b}{\sin 37^\circ} = \frac{3}{\sin 115^\circ}$$

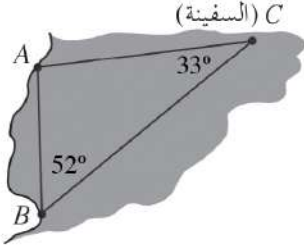
نوجد احد الضلعين a أو b

$$b = \frac{3 \cdot \sin 37^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 2$$

في المثلث القائم CCA : $\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$$\sin 28^\circ = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 2 \cdot \sin 28^\circ \approx 940 \text{ cm}$$

(9) تقع منارتان A, B على خط واحد من الشمال إلى الجنوب وتساوي المسافة بينهما 20 km،



إذا كان قائد السفينة موجود في الموقع C بحيث إن $m(\widehat{ACB}) = 33^\circ$

وعامل الراديو موجود في الموقع B بحيث إن: $m(\widehat{ABC}) = 52^\circ$

فإن المسافة بين السفينة وكل من المنارتين تساوي:

(a) $AC \approx 13.8 \text{ km}, BC \approx 10.9 \text{ km}$

(b) $AC \approx 32.6 \text{ km}, BC \approx 36.6 \text{ km}$

(c) $AC \approx 28.9 \text{ km}, BC \approx 10.9 \text{ km}$

(d) $AC \approx 28.9 \text{ km}, BC \approx 36.6 \text{ km}$

:

$$AC = AB \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = 20 \cdot \frac{\sin 52^\circ}{\sin 33^\circ} \approx 28.9 \quad K \cdot m$$

الإجابة أما (c) أو (d)

$$\alpha = 180^\circ - (52^\circ + 33^\circ) = 95^\circ$$

$$\alpha > \beta \quad \Rightarrow \quad a > b$$

الإجابة (d) يمكن حساب طول الضلع BC بنفس الطريقة السابقة

$$BC = AB \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = 20 \cdot \frac{\sin 95^\circ}{\sin 33^\circ} \approx 36.6 \quad K \cdot m$$

قانون جيب التمام

Law of Cosine

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC : $AB = 24 \text{ cm}$, $AC = 19 \text{ cm}$, $BC = 27 \text{ cm}$ فإن: $m(\hat{A}) \approx 76.82^\circ$

$$\cos(\hat{A}) = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB} = \frac{19^2 + 24^2 - 27^2}{2 \times 19 \times 24} = \frac{13}{57}$$

$$\therefore m(\hat{A}) = \cos^{-1} \frac{13}{57} \approx 76.82^\circ$$

(2) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $BC = 44 \text{ cm}$, $AB = 20 \text{ cm}$ فإن: $AC \approx 50.5 \text{ cm}$

معلوم ضلعين وزاوية مقابل أحدهما يجب تطبيق قانون الجيب :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{44}{\sin(60^\circ)} = \frac{20}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{20 \sin(60^\circ)}{44} = \frac{5\sqrt{3}}{22}$$

$$\therefore \gamma = \sin^{-1} \left(\frac{5\sqrt{3}}{22} \right) = 23^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - (60^\circ + 23^\circ) = 97^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{44}{\sin(60^\circ)} = \frac{b}{\sin 97^\circ} \Rightarrow b = \frac{44 \sin 97^\circ}{\sin(60^\circ)} = 50.5 \text{ cm}$$

(3) في المثلث ABC : $b^2 + c^2 < 2bc \cos A$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore a^2 > 0 \Rightarrow b^2 + c^2 - 2bc \cos A > 0 \Rightarrow b^2 + c^2 > 2bc \cos A$$

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm , 8 cm , 12 cm فإن قياس الزاوية الكبرى

في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4°

a

b

أكبر زاوية تقابل ضلع " 12 cm "

$$\cos \theta = \frac{5^2 + 8^2 - 12^2}{2 \times 5 \times 8} = -\frac{11}{16}$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{11}{16}\right) = 133.4^\circ$$

في التمارين (5-10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10$ cm , $BC = 20$ cm فإن طول \overline{AB} يساوي:

- (a) $AB = 10\sqrt{7}$ cm (b) $AB = 10\sqrt{3}$ cm (c) $AB = 12.4$ cm (d) $AB = 29$ cm

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2 - 2 BC \cdot AC \cos(c)}$$

$$AB = \sqrt{20^2 + 10^2 - 2 \times 20 \times 10 \cos(60^\circ)} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30$ cm , $AC = 40$ cm فإن طول \overline{BC} يساوي:

- (a) $BC \approx 60.8$ cm (b) $BC \approx 36$ cm (c) $BC \approx 68$ cm (d) $BC \approx 21$ cm

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos(A)}$$

$$BC = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \times 40 \times 30 \cos(120^\circ)} = 10\sqrt{37} \approx 60.8 \text{ cm}$$

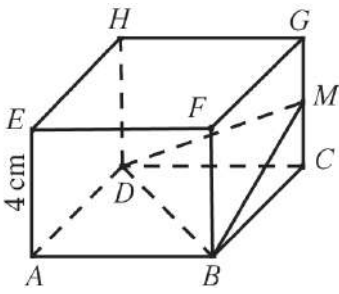
(7) إذا كان $AB = 12$ cm , $AC = 17$ cm , $BC = 25$ cm فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي:

- (a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

أكبر زاوية تقابل ضلع " 12 cm "

$$\cos \alpha = \frac{17^2 + 12^2 - 25^2}{2 \times 17 \times 12} = -\frac{8}{17}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{8}{17}\right) = 118^\circ$$



(8) مكعب $ABCDEF GH$ طول ضلعه 4 cm ، النقطة M منتصف الضلع \overline{GC}

فإن: قياس الزاوية (\widehat{DMB}) يساوي:

- (a) 78.46° (b) 86.82° (c) 11.54° (d) 3.2°

$$MB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$$

في المثلث القائم NCD

$$MD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$$

في المثلث القائم MCD

في المثلث القائم DAB القائم في A والمتطابق الضلعين

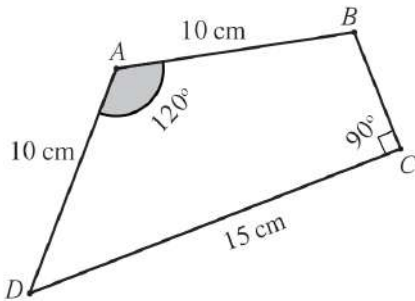
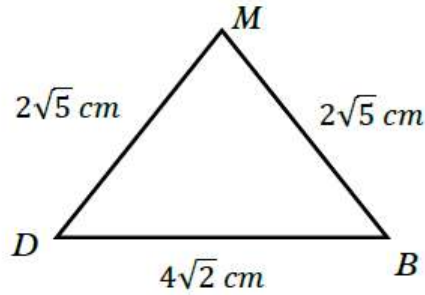
$$DB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$$

DMB مثلث علمت أطوال أضلاعه الثلاثة باستخدام قاعدة جيب التمام نجد

$$\cos(\widehat{DMB}) = \frac{(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{2})^2}{2 \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$$

$$m(\widehat{DMB}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\approx 78.46^\circ$$



(9) في الشكل الرباعي $ABCD$ طول \overline{BC} هو:

- (a) 12.16 cm (b) 8.66 cm
(c) 11.5 cm (d) 13.7 cm

نرسم القطر BD

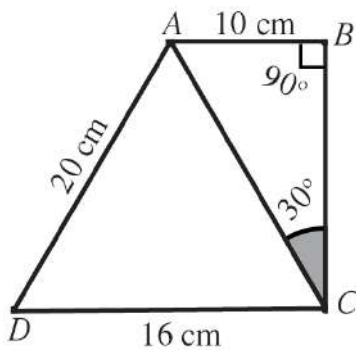
في المثلث ABD

$$BC = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos(\widehat{BAD})}$$

$$AB = \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \cos(120^\circ)} = 10\sqrt{3} \approx 60.8\text{ cm}$$

في المثلث BCD القائم في C حسب فيثاغورث

$$BC = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - 15^2} = 5\sqrt{3} \approx 8.66\text{ cm}$$



(10) في الشكل الرباعي $ABCD$ ، قياس الزاوية (\widehat{BAD}) يساوي تقريباً:

- (a) 110° (b) 104°
(c) 107° (d) 120°

:

المثلث ABC قائم في B ثلاثيني ستيني

الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم يساوي نصف الوتر

$$AC = 20 = \text{طول الوتر} \quad \therefore \quad AB = 10 \text{ cm}$$

المثلث ADC اطوال اضلاعه معلومة لايجاد قياس الزاوية \widehat{DAC} نستخدم قانون الجيب التمام •

$$\cos(\widehat{DAC}) = \frac{(20)^2 + (20)^2 - (16)^2}{2 \times 20 \times 20} = \frac{17}{25}$$

$$m(\widehat{DAC}) = \cos^{-1}\left(\frac{17}{25}\right) \\ \approx 47^\circ$$

$$m(\widehat{BAD}) = 60^\circ + 47^\circ$$

مساحة المثلث

Area of Triangle

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته.

a

b

الإجابة صحيحة لأن قاعدة هيرون تعتمد على الأضلاع والمحيط

a

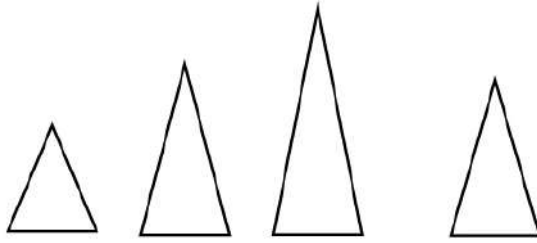
b

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة.

الإجابة صحيحة لأن لايجاد مساحة مثلث أو لحل مثلث أو لرسم مثلث نحن نحتاج إلي ضلع واحد

على الأقل ٠٠٠ هناك عدد لانتهائي من المثلثات يمكن أن تكون لها نفس القياسات الزوايا

وهكذا ..



a

b

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية.

خطأ : يمكن استخدام قاعدة هيرون لأي مثلث علم أطوال أضلاعه

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته.

a

b

يمكن إيجاد المساحة بمعلومية الأضلاع فقط .

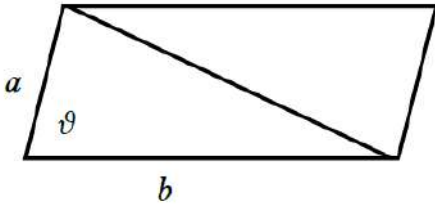
(5) إذا كان a, b طولاً ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما

فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab \sin \theta$

a

b

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين مساحة كلاً منهما يساوي $\frac{1}{2} ab \sin \theta$



مساحة متوازي الأضلاع = $ab \sin \theta$

(6) في المثلث ABC : $AC = 9 \text{ cm}$, $AB = 7 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$

فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي 15 cm^2

a

b

$$s = \frac{1}{2} (9 + 7 + 5) = 10.5 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \sqrt{10.5 (10.5 - 9)(10.5 - 7)(10.5 - 5)} \approx 17.4 \text{ cm}^2$$

في التمارين (7-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $m(\widehat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

a

4.6 cm^2

b

3.86 cm^2

c

1.93 cm^2

d

2.3 cm^2

$$\text{Area} = \frac{1}{2} a \cdot b \sin c = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \sin 40^\circ \approx 1.93 \text{ cm}^2$$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي:

(a) $6\sqrt{15} \text{ cm}^2$

(b) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(c) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(d) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$$s = \frac{1}{2} (7 + 8 + 9) = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = 12\sqrt{5} \text{ Cm}^2$$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$

(b) $a^2 \text{ units}^2$

(c) $\frac{1}{2} a^2 \text{ units}^2$

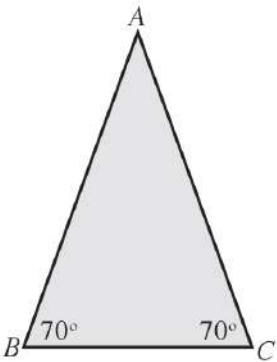
(d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \text{ units}^2$

$$s = \frac{1}{2} (a + a + a) = \frac{3a}{2} \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right)} \text{ Cm}^2$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \sqrt{\frac{3}{16} a^4} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^4 \text{ units}^2$$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالي 8 cm^2 فإن طول \overline{AB} هو حوالي:



(a) 5 cm

(b) 8 cm

(c) 4 cm

(d) 6 cm

$$\alpha = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$8 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin 40^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} a \cdot b \sin \alpha$$

$$\frac{16}{\sin 40^\circ} = x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

أعداد وتجميع : أ / صبحي عطية السيد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

محمد عطية السيد أحمد
أعداد وتجميع : أ / صبحي عطية السيد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

محمد عطية السيد أحمد
أعداد وتجميع : أ / صبحي عطية السيد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ / صبحي عطية السيد أحمد

إثبات صحة متطابقات مثلثية

Confirming Trigonometric Identities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $3 \sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة.

(a)

(b)

: من خلال التعويض في طرفي المتطابق ببعض القيم غير الصفر

لأنه إذا كانت $x = 30^\circ$ مثلاً فإن :

$$\text{الطرف الأيسر} = 3 \sin 30^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{الطرف الأيمن} = \sin 3 \times 30^\circ = \sin 90^\circ = 1$$

(a)

(b)

(2) $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة.

:

من خلال التعويض في طرفي المتطابق ببعض القيم غير الصفر

لأنه إذا كانت $x = 60^\circ$ مثلاً فإن :

$$\text{الطرف الأيسر} = \cos 2x = \cos 2 \times 60^\circ = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{الطرف الأيمن} = \sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \neq \sin^2 x - \cos^2 x \quad \text{وبالتالي :}$$

(3) $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$ السبب تمثل متطابقة.

a

b

$$\begin{aligned}\sec x - \cos x &= \frac{1}{\cos x} - \cos x = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x \sin x}{\cos x} = \tan x \sin x = \text{الطرف الأيمن}\end{aligned}$$

a

b

(4) الصورة المبسطة للمقدار: $\sqrt{\frac{\csc x}{\sin^3 x} - \frac{\cot x}{\sin^3 x}}$ هي: $\frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\csc x}{\sin^3 x} - \frac{\cot x}{\sin^3 x}} &= \sqrt{\frac{\frac{1}{\sin x}}{\sin^3 x} - \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\sin^3 x}} = \sqrt{\frac{1}{\sin^4 x} - \frac{\cos x}{\sin^4 x}} \\ &= \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\sin^4 x}} = \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin^2 x} \neq \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}\end{aligned}$$

في التمارين (5-10)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) المقدار: $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:

a $\sin x \tan x$

b $\sin x \sec^2 x$

c $\cos x \sec^2 x$

b $\sin x \csc x$

$$\begin{aligned}\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} &= \frac{\tan^2 x}{\sin x} = \tan^2 x \cdot \frac{1}{\sin x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sin x} = \sin x \cdot \sec^2 x\end{aligned}$$

(6) المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:

a $-4 \sin x \cos x$

b 2

c -2

d $4 \sin x \cos x$

$$\begin{aligned}
 & (\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 \\
 &= \cos^2 x + 2 \cos x \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x + 2 \cos x \sin x - \sin^2 x \\
 &= 4 \sin x \cos x
 \end{aligned}$$

(7) المقدار: $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار:

- a $\sec x \csc x$ b $\sec x \sin x$
 c $\sec x \cos x$ d $\sin x \cos x$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\tan x} + \tan x &= \cot x + \tan x = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x} \\
 &= \frac{1}{\sin x \cos x} = \csc x \sec x
 \end{aligned}$$

(8) المقدار: $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

- a $\tan^2 x$ b $\cot^2 x$
 c $\tan^2 x \sin^2 x$ d $\cot^2 x \cos^2 x$

$$\begin{aligned}
 \tan^2 x - \sin^2 x &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) \\
 &= \sin^2 x (\sec^2 x - 1) = \sin^2 x \tan^2 x
 \end{aligned}$$

(9) المقدار: $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

- a 1 b -1
 c 2 d -2

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1 &= \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x + 1 \\
 &= \sin^2 x + \cos^2 x + 1 = 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

(10) المقدار: $\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

a $-\tan x \sin x$

b $-\tan x$

c $\tan x \sin x$

d $\tan x$

:

$$\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \frac{-\sin^2 x}{\cos x} = -\sin^2 x \cdot \frac{1}{\cos x} = -\sin x \cdot \tan x$$

حل معادلات مثلثية

Solving Trigonometric Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

$$\sin \alpha = |\sin x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} :$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{or} \quad x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad : k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{المعادلة } \cos x = \sqrt{2} \approx 1.4 \text{ ليس لها حل} :$$

(b)

(b)

(3) حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

$$\tan \alpha = |\tan x| = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3} :$$

$$\tan x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثاني أو الرابع

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} + k\pi = \frac{2\pi}{3} + k\pi : k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{or } x = 2\pi - \frac{\pi}{3} + k\pi \quad x = \frac{5\pi}{3} + k\pi \quad : k \in \mathbb{Z}$$

(4) حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$

a b

$$\sin x \tan^2 x = \sin x \Rightarrow \sin x \tan^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (\tan^2 x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0 \notin (0, \pi) \quad \pi \notin (0, \pi)$$

$$\tan^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \pm 1$$

$$\tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in (0, \pi) \quad \text{or} \quad x = \frac{5\pi}{4} \notin (0, \pi)$$

$$\tan x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \in (0, \pi) \quad \text{or} \quad x = \frac{7\pi}{4} \notin (0, \pi)$$

(5) حلول المعادلة $2 \sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$

a b

$$2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0, 2\pi) \quad x = \frac{3\pi}{4} \in [0, 2\pi)$$

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4} \in [0, 2\pi) \quad x = \frac{7\pi}{4} \in [0, 2\pi)$$

في التمارين (11-6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

a الأول b الأول أو الثالث

c الثالث d الثاني أو الرابع

$$\sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = -\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = -1 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow \tan x < 0$$

وبالتالي فإن x تقع في الربع الثاني أو الرابع

(7) حلول المعادلة: $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$

(b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

:

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \sin x + 1)(\sin x + 1) = 0$$

$2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$	$\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1$
x تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع	x زاوية ربعية فتكون
$x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi]$	$x = \frac{3\pi}{2} \in [0, 2\pi]$
$x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi]$	

(8) حلول المعادلة: $2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$

(d) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$

:

$$2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x = -1$$

$$2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$(\sqrt{2} \sin x \cos x - 2 \sin x) - (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$2 \sin x (\sqrt{2} \cos x - 1) - (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \sin x - 1) = 0$$

$\sqrt{2} \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$
x تقع في الربع الأول أو الربع الرابع	x تقع في الربع الأول أو الربع الثاني
$x = \frac{\pi}{4} \in [0, 2\pi)$	$x = \frac{\pi}{6} \in [0, 2\pi)$
$x = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \in [0, 2\pi)$	$x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \in [0, 2\pi)$

(9) عدد حلول المعادلة: $2 \cos 4x = 1$ حيث $x \in [0, \frac{\pi}{8})$ هو:

- (a) 0
(c) 2

- (b) 1
(d) 3

:

$$2 \cos 4x = 1 \Rightarrow \cos 4x = \frac{1}{2}$$

زاوية الأسناد للزاوية $4x$ تساوي $\frac{\pi}{3}$

الـ $4x$ تقع في الربع الأول أو الربع الرابع لأن $4x > 0$ وبالتالي فإن :

$4x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$	$4x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$
$k = 0: x = \frac{\pi}{12} + \frac{0 \times \pi}{2} = \frac{\pi}{12} \in [0, \frac{\pi}{8})$	$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{0 \times \pi}{2} = \frac{5\pi}{12} \notin [0, \frac{\pi}{8})$
$k = 1: x = \frac{\pi}{12} + \frac{1 \times \pi}{2} = \frac{13\pi}{12} \notin [0, \frac{\pi}{8})$	يوجد حل واحد فقط

(10) حلول المعادلة: $3 \tan 2y = \sqrt{3}$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6} + k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

(b) $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

(c) $\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$ ، حيث k عدد صحيح.

(d) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ، $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

:

$$3 \tan 2y = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2y = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

زاوية الأسناد للزاوية $2y$ تساوي $\frac{\pi}{6}$ ولكن $\tan 2y > 0$

$2y$ تقع في الربع الأول أو الربع الثالث وبالتالي فإن :

$$2y = \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow y = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \quad \text{أو} \quad 2y = \pi + \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow y = \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$$

(11) مجموعة حل المعادلة $3 \tan(3x) = \sqrt{3}$ على الفترة $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ هي:

- a $\{\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}\}$
 b $\{\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}\}$
 c $\{\frac{-5\pi}{18}, \frac{\pi}{18}\}$
 d $\{\frac{-5\pi}{18}, \frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}\}$

:

$$3 \tan 3x = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 3x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

زاوية الأسناد للزاوية $3x$ تساوي $\frac{\pi}{6}$ ولكن $\tan 3x > 0$

$3x$ تقع في الربع الأول أو الربع الثالث وبالتالي فإن

$3x = \frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} : k \in \mathbb{Z}$	$3x = \frac{5\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} : k \in \mathbb{Z}$
$k = 0 : x = \frac{\pi}{18} + \frac{0 \times \pi}{3} = \frac{\pi}{18} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$x = \frac{5\pi}{18} + \frac{0 \times \pi}{3} = \frac{5\pi}{18} \notin (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
$k = 1 : x = \frac{\pi}{18} + \frac{1 \times \pi}{3} = \frac{7\pi}{18} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	
$k = -1 : x = \frac{\pi}{18} + \frac{-1 \times \pi}{3} = \frac{-5\pi}{18} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	

متطابقات المجموع والفرق

Sum and Difference Identities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

(a)

(b)

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \cos(60^\circ - 45^\circ) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$(3) \cos \left(h + \frac{\pi}{2} \right) = -\cos h$$

(a)

(b)

:

$$\cos \left(h + \frac{\pi}{2} \right) = \cos h \cos \frac{\pi}{2} - \sin h \sin \frac{\pi}{2} = 0 - \sin h \times 1 = -\sin h$$

$$(4) \tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$$

a

b

:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = (2 - \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^2 = 14$$

في التمارين (5-11)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(5) \tan \frac{7\pi}{12} \text{ تساوي:}$$

a $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}$

b $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

c $2 + \sqrt{3}$

d $-2 - \sqrt{3}$

:

باستخدام الآلة الحاسبة

$$\tan \frac{7\pi}{12} = \tan \left(\frac{4\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} \right) = \tan \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = -2 - \sqrt{3}$$

$$(6) \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \text{ تساوي:}$$

a $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

b $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

c $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

d $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

:

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$$

$$(7) \tan \left(h + \frac{\pi}{4} \right) \text{ تساوي:}$$

a $1 + \tan h$

b $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$

c $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$

d $1 - \tan h$

:

$$\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan h + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan h \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan h + 1}{1 - \tan h \times 1} = \frac{\tan h + 1}{1 - \tan h}$$

: تساوي $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ (8)

- (a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$ (b) $\sqrt{2}(\cos x + \sin x)$
 (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x + \sin x)$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$

:

$$\begin{aligned} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x) \end{aligned}$$

: تساوي $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$ (9)

- (a) $\cos 112^\circ$ (b) $\cos 76^\circ$
 (c) $\sin 112^\circ$ (d) $\sin 76^\circ$

$$\cos 94^\circ \cos 18^\circ - \sin 94^\circ \sin 18^\circ = \cos(94^\circ - 18^\circ) = \cos 78^\circ$$

: تساوي $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ (10)

- (a) $\cos \frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin \frac{4\pi}{21}$
 (c) $\cos \frac{10\pi}{21}$ (d) $\sin \frac{10\pi}{21}$

:

$$\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{7} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{4\pi}{21}$$

$$\text{تساوي: } \frac{\tan \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{3}}{1 + \tan \frac{\pi}{5} \tan \frac{\pi}{3}} \quad (11)$$

a $\tan \frac{2\pi}{15}$

b $\tan \frac{8\pi}{15}$

c $\tan \left(\frac{-8\pi}{15} \right)$

d $\tan \left(\frac{-2\pi}{15} \right)$

:

$$\frac{\tan \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \frac{\pi}{5} \cdot \tan \frac{\pi}{3}} = \tan \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{3} \right) = \tan \left(-\frac{2\pi}{15} \right)$$

متطابقات ضعف الزاوية ونصفها

Double-Angle and Half-Angle Identities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

(a)

(b)

لأنه من قانون ضعف الزاوية يكون

$$\sin 4x = \sin 2(2x) = 2 \sin(2x) \cos(2x)$$

(2) $\sin 4x = -4 \cos x \sin^3 x + 4 \cos^3 x \sin x$

(a)

(b)

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x = 2 (2 \sin x \cos x) (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$= 4 \sin x \cos^3 x - 4 \cos x \sin^3 x = -4 \cos x \sin^3 x + 4 \sin x \cos^3 x$$

(3) $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$

(a)

(b)

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

بتربيع الطرفين

(4) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(a)

(b)

لأنه من قانون ضعف الزاوية يكون

$$\cos 6x = \cos 2(3x) = 2 \cos^2(3x) - 1$$

$$(5) \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$

a

b

:

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

بالتعويض عن x بـ $\frac{x}{2}$ يكون

$$\cos 2\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \Rightarrow \cos x = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

في التمارين (6-8)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \quad 2 \cos^2 \frac{x}{2} \text{ تساوي:}$$

a $\frac{1 + \cos x}{2}$

b $1 + \cos x$

c $1 + \cos 2x$

d $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

:

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

بالتعويض عن x بـ $\frac{x}{2}$ يكون

$$\cos x = \cos 2\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \Rightarrow 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \cos x + 1$$

$$(7) \quad \cos \frac{\pi}{8} \text{ تساوي:}$$

a $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

b $\sqrt{2} - 1$

c $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$

d $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$

:

$$\cos \frac{\pi}{8} = \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right) \quad . \quad 0 < \frac{x}{4} < \frac{\pi}{2} \quad . \quad 0 < \frac{x}{8} < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

(8) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\cos \theta = \frac{-7}{25}$, فإن $\cos \frac{\theta}{2}$ يساوي:

a $\frac{2}{5}$

b $\frac{-2}{5}$

c $\frac{-3}{5}$

d $\frac{3}{5}$

$$0 < \vartheta < \frac{3\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad 0 < \frac{\vartheta}{2} < \frac{3\pi}{4}$$

الزاوية $\frac{\vartheta}{2}$ تقع في الربع الثاني ويكون $\cos \frac{\vartheta}{2} < 0$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\vartheta}{2} &= -\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\vartheta}{2}}{2}} = -\sqrt{\frac{1 + \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} \\ &= -\sqrt{\frac{1 - \frac{7}{25}}{2}} = -\sqrt{\frac{\frac{18}{25}}{2}} = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

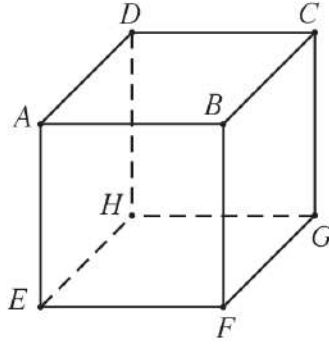
()

المستقيّات والمستويات في الفضاء

Lines and Planes in Space

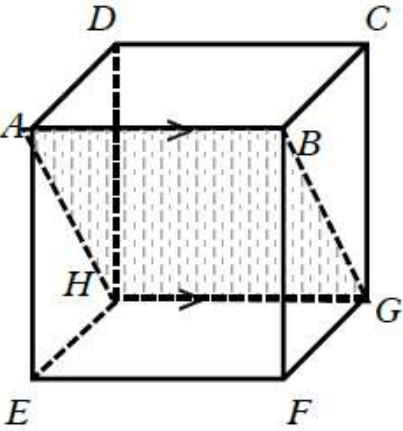
المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.
 ABCDEFGH مكعب.



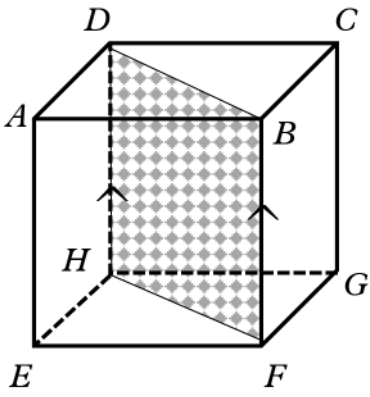
(1) المستقيمان AB, HG يعينان مستويًا.

(a) (b)



المستقيمان AB, HG يعينان مستويًا
 (لأنهما مستقيمان متوازيان)

(2) النقاط B, D, H, F تعين مستويًا.

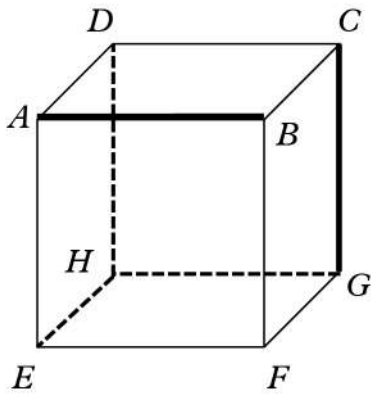


النقاط B, D, H, F تعين مستويًا

لأن $\overrightarrow{BF} // \overrightarrow{DH}$

وبالتالي فإن B, D, H, F تعين المستوي $(BDHF)$

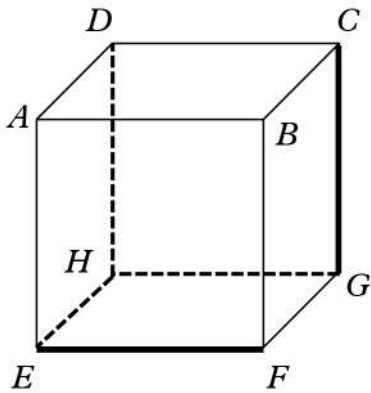
(3) النقاط A, B, G, C تعين مستويًا.



النقاط A, B, G, C لا تعين مستويًا

لأن \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{GC} متخالفان ولا يمكن أن يحويهما مستوي واحد

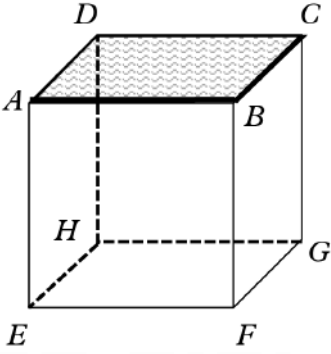
(4) المستقيمان GC, EF يعينان مستويًا.



المستقيمان $\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{EF}$ لا يعينان مستويًا

لأنهما مستقيمان متخالفان

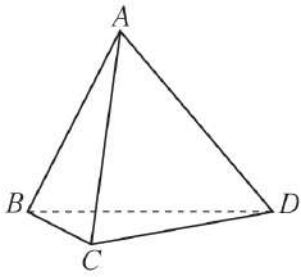
(5) المستقيمان AB , BC يعينان مستويًا.



:

المستقيمان AB , BC يعينان مستويًا

لأنهما مستقيمان متقاطعان $\overrightarrow{BC} \cap \overrightarrow{AB} = \{B\}$



في التمرينين (6-7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

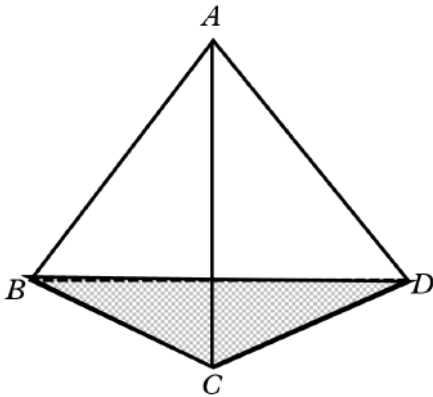
(6) النقاط B, C, D تعيّن:

مستويًا واحدًا

مستويين مختلفين

لا يمكن أن تعيّن مستويًا

عدد لا منته من المستويات المختلفة



:

النقاط B, C, D تعين مستويًا واحدًا

(لأنهما ليست على استقامة واحدة)

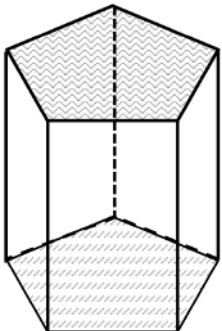
(7) أوجه منشور قائم خماسي القاعدة يعيّن:

خمسة مستويات مختلفة

سنة مستويات مختلفة

سبعة مستويات مختلفة

ثمانية مستويات مختلفة



:

منشور قائم خماسي القاعدة يعين سبعة مستويات

خمسة جانبية ومستويين للقاعدتين

المستقيمت والمستويات المتوازية في الفضاء

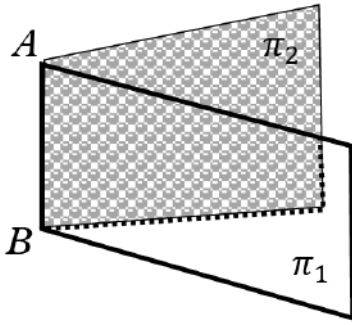
Parallel Lines and Planes in Space

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل.

(a) (b)



إذا اشتركا المستويان π_1 . π_2 في نقطة واحدة على الأقل فإنها يشتركان في مستقيم وبالتالي فهما غير متوازيين .

(a) (b)

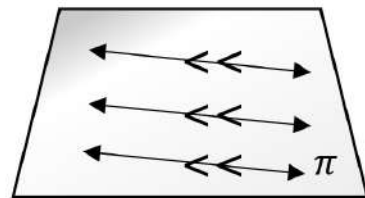
(2) إذا وازى مستقيم مستويًا فإنهما لا يشتركان في أي نقطة من نقاطهما.



إذا كان $\vec{l} // \pi$ فإنه إما يكون $\vec{l} \subset \pi$ أو $\vec{l} \cap \pi = \emptyset$

(a) (b)

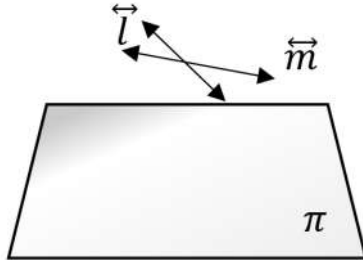
(3) إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن \vec{l} يوازي مستقيمًا وحيدًا في π



إذا مستقيم \vec{l} مستوي π فإنه يوازي عدد لانهايتي من المستقيمت المتوازية في π وليس مستقيمًا واحدًا .

(4) إذا كان: $\vec{m} // \pi$, $\vec{l} // \pi$ فإن $\vec{l} // \vec{m}$

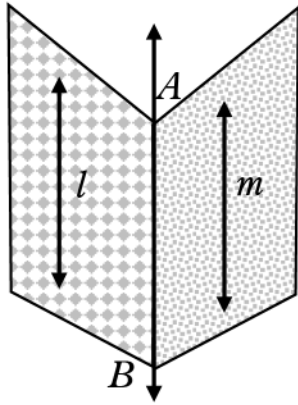
a b



من الممكن أن \vec{l} لأبوازي \vec{m}

(5) إذا توازي مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلياً من هذين المستقيمين.

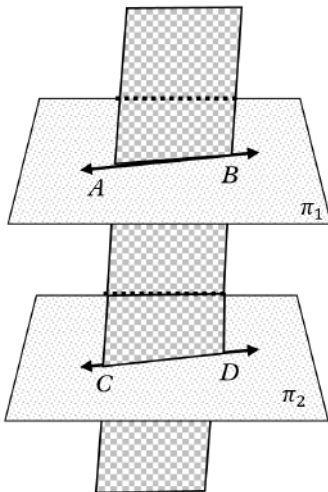
a b



إذا $\vec{l} // \vec{m}$, $\vec{l} \subset \pi_1$, $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن $\vec{l} // \vec{m} // \overline{AB}$

في التمارين (6-8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.
(6) إذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطّي التقاطع:

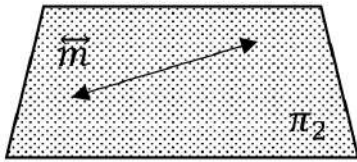
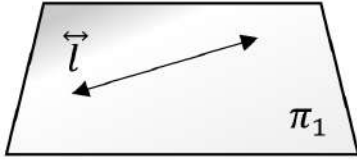
- a متقاطعان
b متخالفتان
c متوازيان
d متعامدان



إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، المستوى π قاطع لهما
وكان $\pi_1 \cap \pi = \overline{AB}$. $\pi_2 \cap \pi = \overline{CD}$
فإن $\overline{AB} // \overline{CD}$

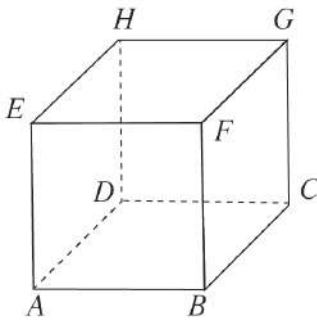
(7) إذا كان $\vec{m} \subset \pi_2$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\pi_1 // \pi_2$ فإن:

- (a) $\vec{l} // \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$
 (c) متخالفان \vec{l}, \vec{m} (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$



إذا كان $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ ، $\pi_1 // \pi_2$ فإن $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

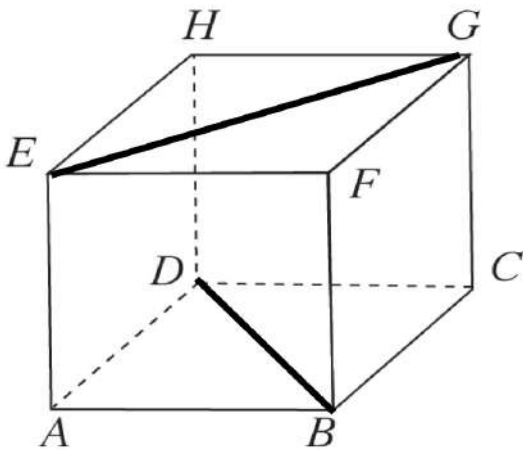
(8) في المكعب $ABCDEFGH$ ، \vec{BD} ، \vec{EG} هما:



- (a) متوازيان
 (b) متقاطعان
 (c) متخالفان
 (d) يحويهما مستوي واحد

في المكعب $ABCDEFGH$

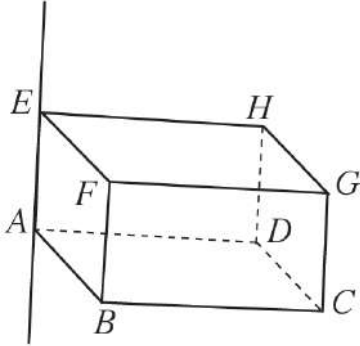
$\vec{BD} // \vec{EG}$ مستقيمان متخالفان



تعامد مستقيم مع مستوي

Perpendicular Line with a Plane

المجموعة B تمارين موضوعية

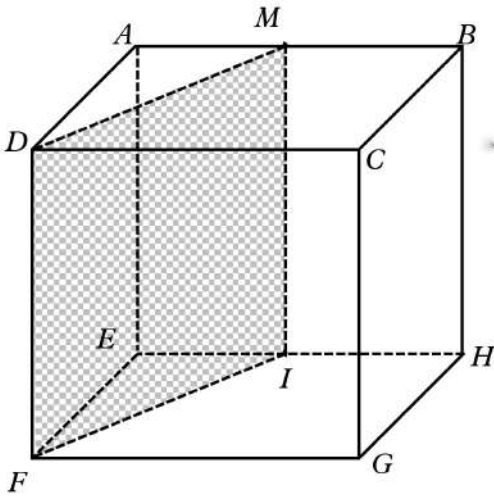


في التمارين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.
أسئلة التمرينين (1-2)، على الشكل المقابل حيث ABCDEHGF مكعب،
النقطة M منتصف AB، I منتصف EH.

(1) $\overline{MI} \perp (EFGH)$

a

b



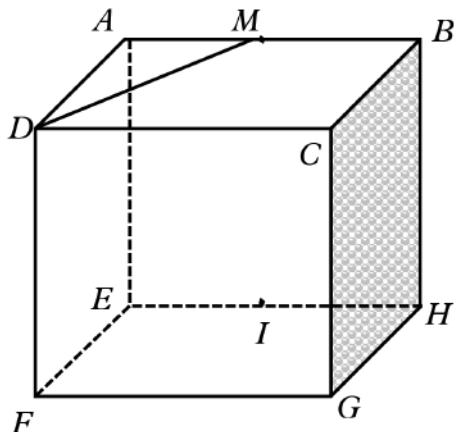
لأن وجه المكعب مربع الشكل والقطعة المستقيمة الواصلة
بين منتصفي ضلعين متقابلين توازي هذين الضلعين

، وبالتالي فإن $\overline{MI} \parallel \overline{BH}$ وحيث $\overline{BH} \perp (EFGH)$ فإن $\overline{MI} \perp (EFGH)$

(2) $\overline{MD} \perp (BCGH)$

b

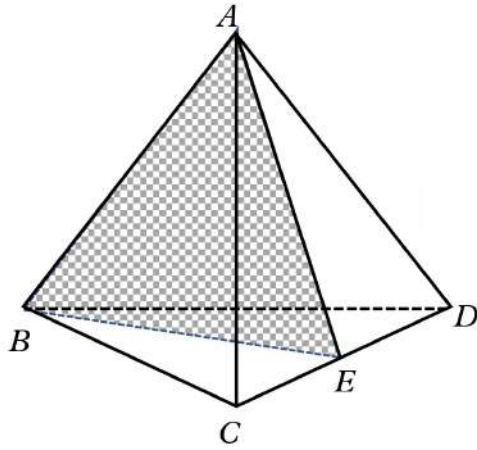
b



$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، \overline{MD} ليس عمودي على \overline{AD}
وبالتالي فإن \overline{MD} ليس عمودياً على \overline{BC}

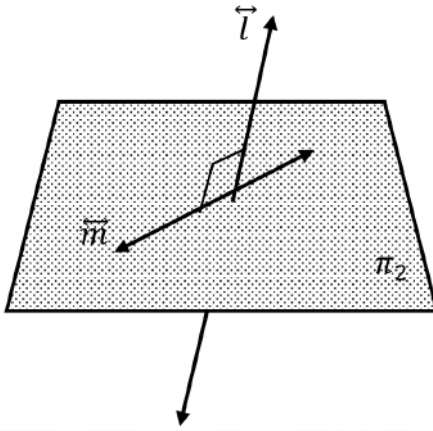
وحيث $\overline{MD} \subset (BCGH)$ فإن \overline{MD} ليس عمودي على $(BCGH)$

(3) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحره متطابقة فإن: $\overline{AB} \perp \overline{CD}$



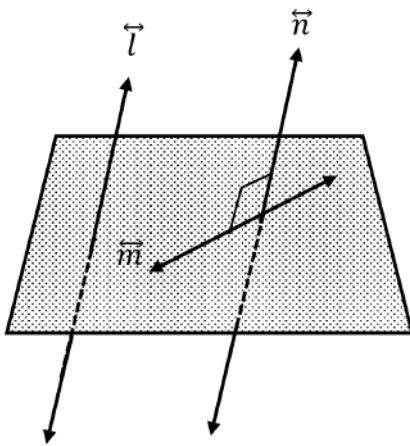
إذا كان الهرم ثلاثي القاعدة وجميع أحره متطابقة فإن أي وجه من أوجهه يكون مثلث متطابق الأضلاع، ويكون $\overline{CD} \perp (ABE)$ لأن E منتصف \overline{CD} وبالتالي فإن $\overline{AB} \subset (ABE)$ لأن $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

(4) إذا كان $\vec{l} \perp \vec{m}$, $\vec{m} \subset \pi$ فإن $\vec{l} \perp \pi$



في الشكل المقابل $\vec{l} \perp \pi$, $\vec{m} \subset \pi$ في الشكل المقابل $\vec{l} \perp \pi$ ليست محتواه \vec{l}

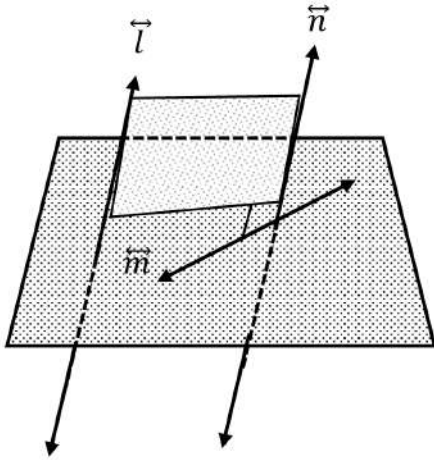
(5) إذا كان المستقيمان l, m متخالفان وكان $\vec{n} \perp \vec{m}$ فإن $\vec{l} \perp \vec{n}$



في الشكل المقابل $\vec{l} \perp \vec{m}$ متخالفان $\vec{m} \perp \vec{n}$ ليست عموديا \vec{n}

(6) إذا كان المستقيمان l, m متخالفان وكان $\vec{n} \perp \vec{m}$ فإن \vec{l}, \vec{n} متخالفان.

a b



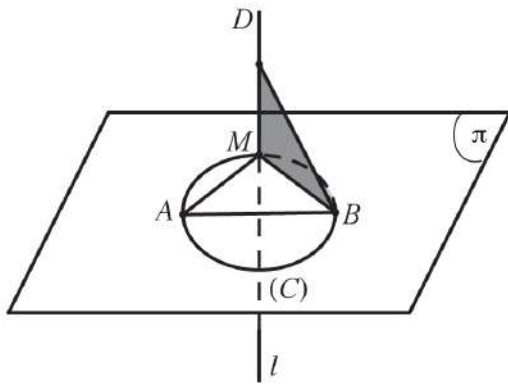
في الشكل المقابل $\vec{l} \perp \vec{m}$ متخالفان $\vec{n} \perp \vec{m}$

فقد يكون $\vec{l} \cdot \vec{n}$ يحويهما مستوي واحد

في التمارين (8-11)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) في الشكل المقابل :

إذا كان $\vec{l} \perp (AMB)$ ، \overline{AB} قطر في الدائرة (C) فإن :



a $\overline{AB} \perp \overline{BD}$

b $\vec{l} \perp (BMD)$

c $\overline{AM} \perp (BMD)$

d $\overline{AB} \perp \overline{BM}$

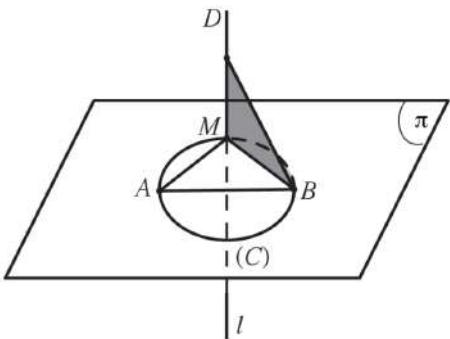
$\therefore \vec{l} \perp (AMB) \cdot \overline{AM} \subseteq (AMB)$

$\therefore \vec{l} \perp \overline{AM}$ _____ (1)

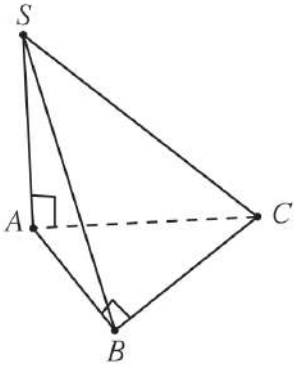
\therefore الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي 90°

$\therefore \overline{MB} \perp \overline{AM}$ _____ (2)

من (1) (2) $\overline{AM} \perp (BMD)$ نظرية



(8) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ، $\overrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:

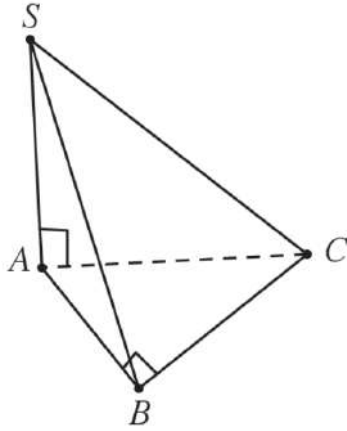


(a) المثلث SAB قائم في \widehat{B}

(b) $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

(d) المثلث SCB قائم في \widehat{C}



$$\because \overrightarrow{SA} \perp (ABC) . \overrightarrow{BC} \subseteq (ABC)$$

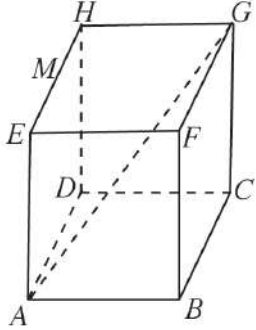
$$\therefore \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{BC} \text{ ————— (1)}$$

\because في المثلث ABC فيه $m(\widehat{B}) = 90^\circ$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC} \text{ ————— (2)}$$

من (1) (2) نظرية $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره \overline{AG} يساوي:

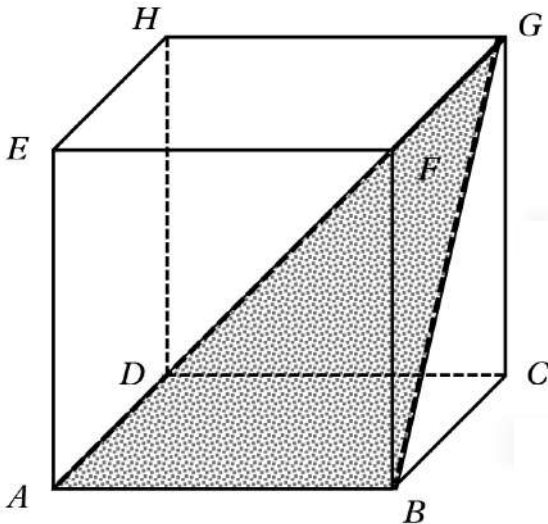


(a) $\sqrt{3}$ cm

(b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) 9 cm

(d) 18 cm



لديك الآن معلومة هامة:

في المكعب تكون النسبة بين

طول ضلع المكعب : طول قطر أحد الأوجه : طول القطر المكعب

$$1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

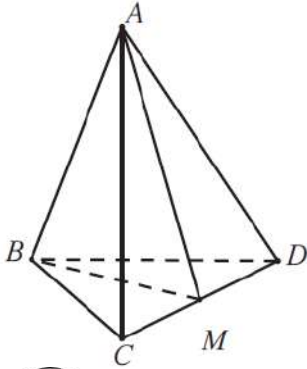
وحيث أن طول ضلع المكعب = 3 cm

طول ضلع المكعب : طول قطر أحد الأوجه : طول القطر المكعب

$$3 : 3\sqrt{2} : 3\sqrt{3}$$

The Dihedral Angle

المجموعة B تمارين موضوعية

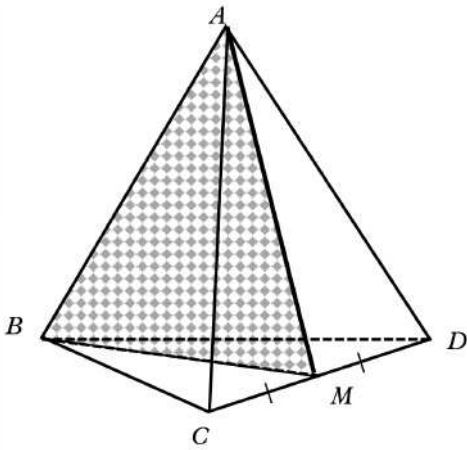


في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.
أسئلة التمرينين (1-2)، على الشكل المقابل.

إذا كان ABCD هرم جميع حروفه متساوية الطول، M منتصف \overline{CD}
فإن:

(1) \overline{CD} عمودي على \overline{AB}

(a) (b)



إذا كان الهرم ثلاثي القاعدة وجميع أوجهه متطابقتا
أي أن يكون كل وجه من أوجه مثلث متطابق الأضلاع

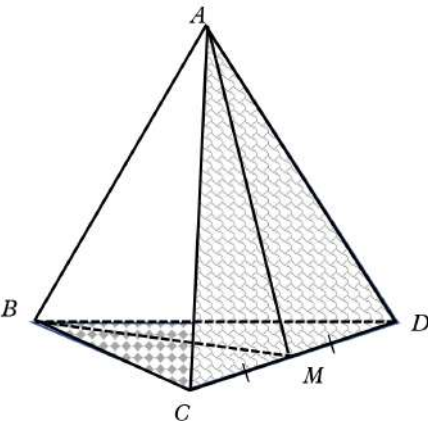
ويكون : $\overline{BM} \perp \overline{CD}$ ، $\overline{AM} \perp \overline{CD}$

يكون : $\overline{CD} \perp (ABM)$

$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{AB} \subset (ABM)$

(a) (b)

(2) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(BDC, \overline{DC}, ADC)$ هي \widehat{AMD}



لأن حافة الزاوية الزوجية هي : \overline{CD}

$\overline{AM} \subset (ACD)$ ، $\overline{AM} \perp \overline{CD}$

$\overline{BM} \subset (BCD)$ ، $\overline{BM} \perp \overline{CD}$

وبالتالي فإن:

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

هي \widehat{AMB} هي $(BCD, \overline{DC}, ADC)$

أسئلة التمرينين (3-4)، على الشكل المقابل.

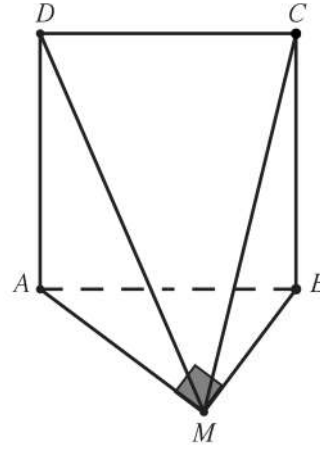
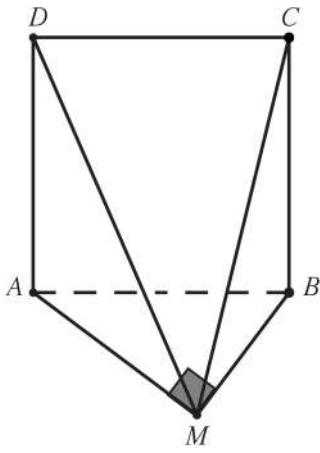
المثلث AMB قائم الزاوية في M ، \overrightarrow{AD} متعامد مع المستوي AMB .
إذا أخذنا النقطة C بحيث يكون $ABCD$ مربعًا.

فإن:

(3) \overrightarrow{BM} متعامد مع (MAD)

a

b



$$\because \overrightarrow{AD} \perp (AMB) . \overrightarrow{BM} \subset (AMB)$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BM} \text{ _____ (1)}$$

$$\because \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \text{ _____ (2)}$$

$$\text{نظرية} \quad \therefore \overrightarrow{BM} \perp (MAD) \quad \text{من (1) , (2)}$$

a

b

(4) \overrightarrow{CB} متعامد مع (AMB)

$$\because \overrightarrow{AD} \perp (AMB) . \overrightarrow{BM} \subset (AMB)$$

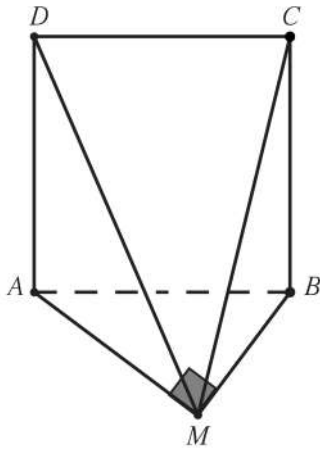
$$\therefore \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BM} \text{ _____ (1)}$$

$$\because \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \text{ _____ (2)}$$

$$\text{نظرية} \quad \therefore \overrightarrow{BM} \perp (MAD) \quad \text{من (1) , (2)}$$

$$\overrightarrow{AD} \perp (AMB) \quad . \quad \overrightarrow{BC} // \overrightarrow{AD} \quad (\text{من خواص المربع})$$

$$\overrightarrow{BC} \perp (AMB)$$



في التمارين (5-10)، ظلّ رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

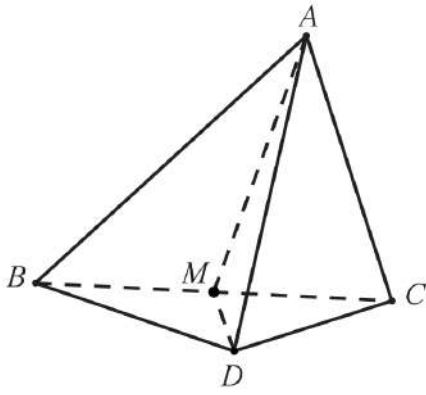
أسئلة التمارين (5-7)، على الشكل المقابل. حيث إن:

M منتصف \overline{BC}

ABC ، DBC مثلثان لهما ضلع مشترك \overline{BC} حيث $BC = x$

وهما متطابقا الأضلاع ولا يحويهما مستو واحد.

(5) الزاوية الزوجية $(BAC, \overline{BC}, BCD)$ هي:

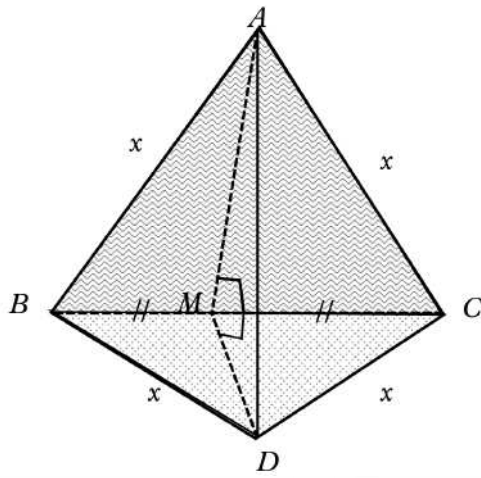


a \widehat{AMD}

b \widehat{BMC}

c \widehat{AMB}

d \widehat{BAM}



لأن حافة الزاوية الزوجية هي \overline{BC} :

$$\overline{AM} \subset (ABC) \quad \overline{AM} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{DM} \subset (BCD) \quad \overline{DM} \perp \overline{BC}$$

وبالتالي فإن:

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

\widehat{AMD} هي $(BAC, \overline{BC}, BCD)$

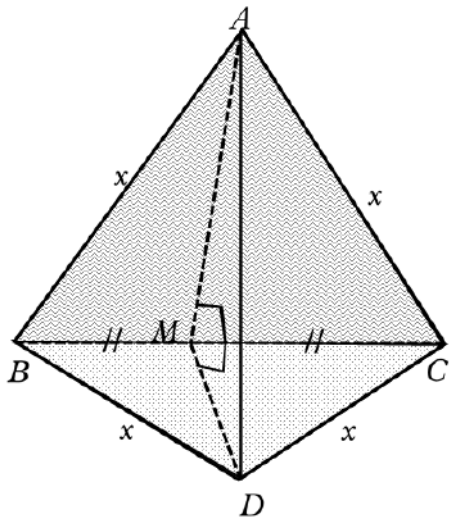
(6) إذا كان: $m(\widehat{AMD}) = 60^\circ$ فقيمة AD بدلالة x هي:

a $\frac{x}{2}$

b $\frac{x\sqrt{2}}{2}$

c $x\sqrt{3}$

d $\frac{x\sqrt{3}}{2}$



حيث أن ΔABC متطابق الأضلاع وطول ضلعه x

وأیضا ΔDBC متطابق الأضلاع وطول ضلعه x

$$\text{فإن } AM = MD$$

$$AM = MD = AC \sin(\widehat{ACM}) = x \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

من قانون جيب التمام في المثلث

$$(AD)^2 = (AM)^2 + (MD)^2 - 2AM \cdot MD \cos(\widehat{AMD})$$

$$(AD)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \cos(60)$$

$$(AD)^2 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

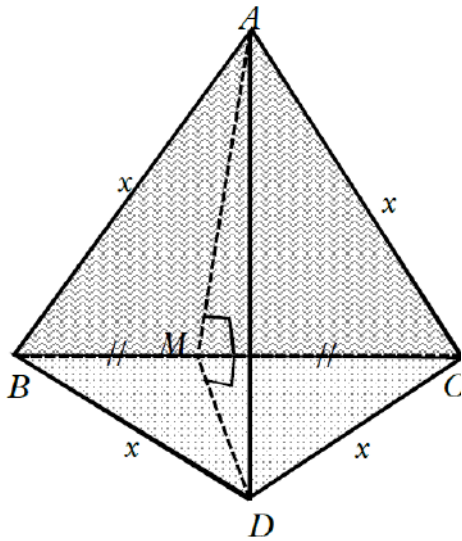
(7) إذا كان $AD = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ ، فإن $m(\widehat{AMD})$ يساوي:

(a) 90°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 30°



حيث أن ΔABC متطابق الأضلاع وطول ضلعه x

وأیضا ΔDBC متطابق الأضلاع وطول ضلعه x

فإن $AM = MD$

$$AM = MD = AC \sin(\widehat{ACM}) = x \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

من قانون جيب التمام في المثلث AMD

$$(AD)^2 = (AM)^2 + (MD)^2 - 2AM \cdot MD \cos(\widehat{AMD})$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \cos(\widehat{AMD})$$

$$\cos(\widehat{AMD}) = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times \frac{\sqrt{3}}{2} x} = \frac{1}{2}$$

$$m(\widehat{AMD}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

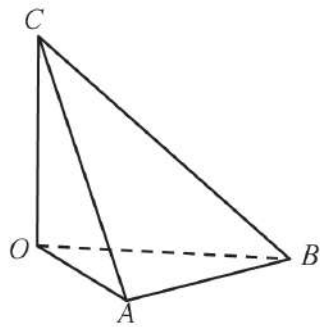
أسئلة التمرين (8-9) على الشكل المقابل.

إذا كان OAB مثلث فيه:

$$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ, OB = 2x, OA = x$$

\vec{OC} متعامد مع المستوي OAB

(8) طول \overline{AB} يساوي:

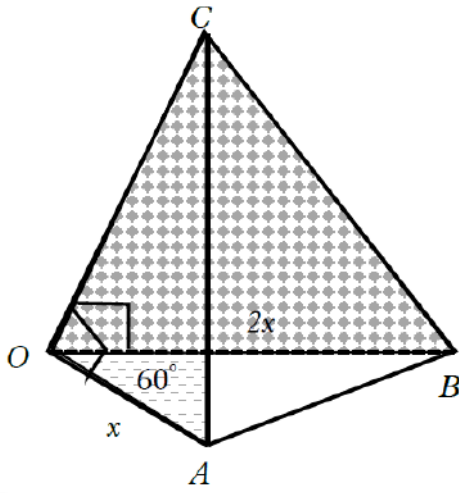


(a) x

(b) $x\sqrt{2}$

(c) $x\sqrt{3}$

(d) $\frac{x}{2}$



لإيجاد AB نستخدم قانون جيب التمام في المثلث AOB :

$$(AB)^2 = (OA)^2 + (OB)^2 - 2OA \cdot OB \cos(\widehat{AOB})$$

$$(AB)^2 = (x)^2 + (2x)^2 - 2 \times x \times 2x \cos(60)$$

$$(AB)^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \times \frac{1}{2} = 3x^2$$

$$AB = \sqrt{3}x$$

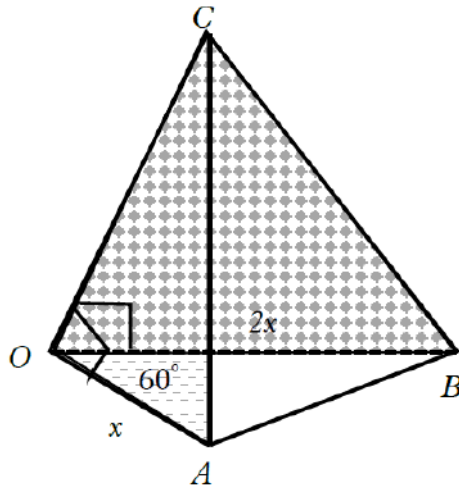
(9) قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overrightarrow{OC}, BOC)$ هو:

(a) 30°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 90°

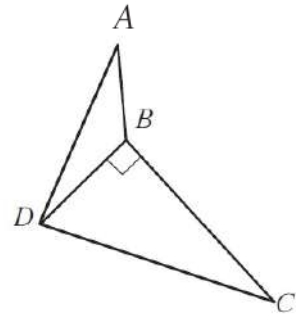


هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(AOC, \overrightarrow{OC}, BOC)$ \widehat{AOC}

وبالتالي فإن قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overrightarrow{OC}, BOC)$ يساوي 60°

(10) في الشكل المقابل، المثلث DBC قائم الزاوية في B ،

إذا كان \overline{AB} عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overline{BD} هي:



(a) \widehat{DBC}

(b) \widehat{ABC}

(c) \widehat{ABD}

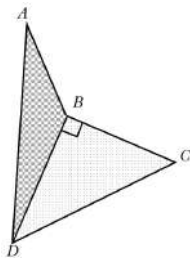
(d) \widehat{ADC}

لأن حافة الزاوية الزوجية \overline{BD} هي

$$\overline{AB} \perp \overline{BD}, \overline{CB} \perp \overline{BD}$$

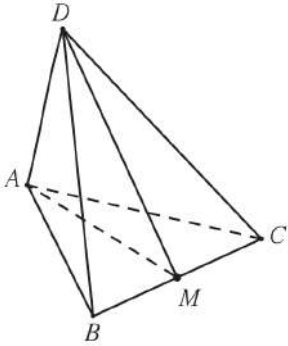
وبالتالي فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

\overline{BD} هي \widehat{ABC}



Perpendicular Planes

المجموعة B تمارين موضوعية



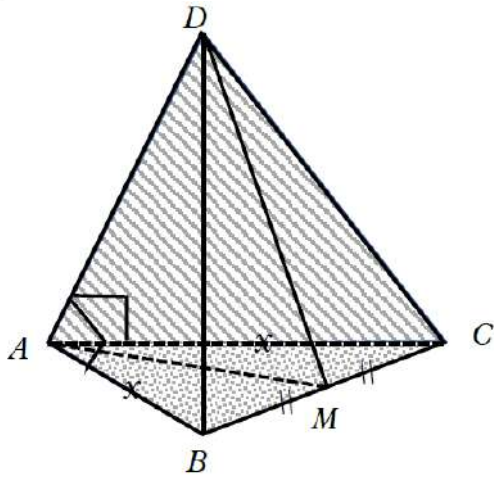
في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.
أسئلة التمارين (1-5)، على الشكل المقابل.

إذا كان \vec{AD} متعامد مع (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف BC فإن:

(1) $(ABC) \perp (DAC)$

(a)

(b)



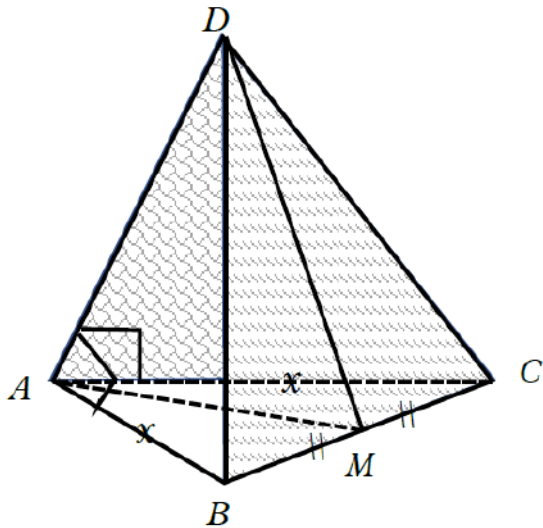
$$\therefore \vec{AD} \perp (ABC) . \vec{AD} \subset (DAC)$$

$$\therefore (ABC) \perp (DAC)$$

(2) $(DBC) \perp (DAC)$

(a)

(b)



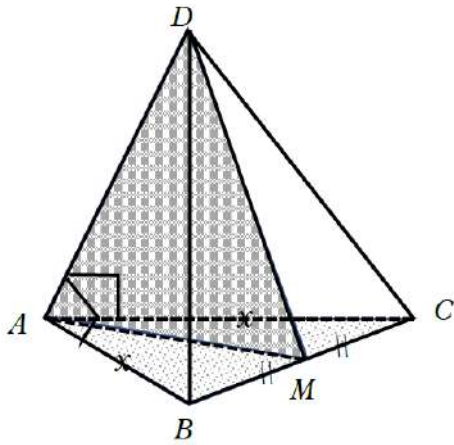
\vec{AD} ليس عموديا على (DBC)

وبالتالي فإن (DAC) . (DBC) غير متعامدان

(3) $(AMD) \perp (ABC)$

a

b



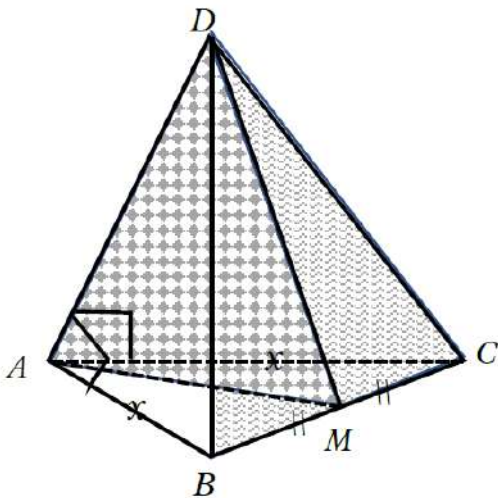
∴ $\overrightarrow{AD} \perp (ABC) . \overrightarrow{AD} \subset (AMD)$

∴ $(AMD) \perp (ABC)$

(4) $(AMD) \perp (DBC)$

a

b



∴ $\overrightarrow{AD} \perp (ABC) . \overrightarrow{BC} \subset (ABC)$

∴ $(ABC) \perp (DAC)$

$\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$ _____ (1)

$\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BC}$ _____ (2)

من خواص المثلث المتطابق الضلعين M منتصف BC

من (1) ، (2)

∴ $\overrightarrow{BC} \perp (AMD)$

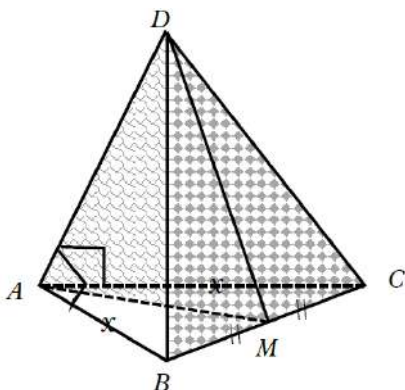
∴ $\overrightarrow{BC} \perp (AMD) . \overrightarrow{BC} \subset (DBC)$

∴ $(AMD) \perp (DBC)$

(5) $DC = DB$

a

b



∴ $(AMD) \perp (DBC)$

∴ $\overrightarrow{BC} \perp (AMD)$

$\overrightarrow{DM} \subset (AMD)$

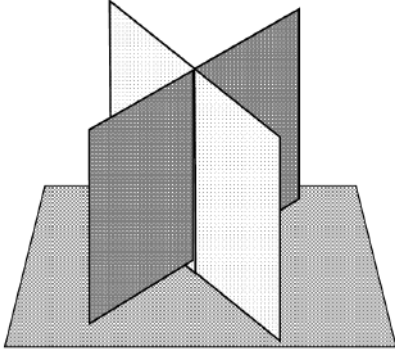
∴ $\overrightarrow{DM} \perp \overrightarrow{BC}$

وحيث أن M منتصف BC فإن $DC = DB$

(6) المستويان العمودان على ثالث متوازيان.

a

b



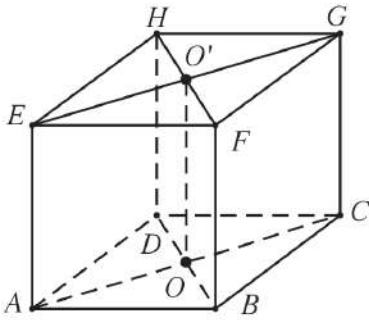
:

في التمارين (7-12)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

أسئلة التمرين (7-8)، على الشكل المقابل حيث إن:

$ABCDEFGH$ شبه مكعب فيه:

O مركز المستطيل $ABCD$ ، O' مركز المستطيل $EFGH$



(7) $(EFGH)$ ، $(FGCB)$ هما:

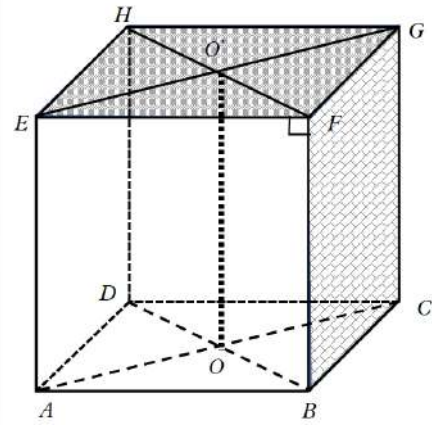
- a متعامدان b متوازيان c منطبقان d ليس أيًا مما سبق

من خواص شبه المكعب الزاوية الزوجية

بين كل وجه من أوجه تساوي 90°

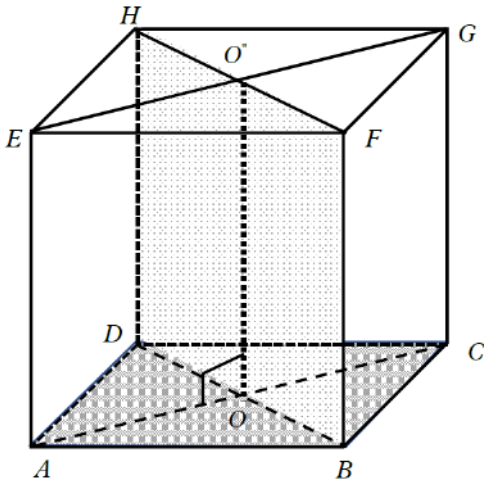
وبالتالي فإن

$$(FGCB) \perp (EFGH)$$



(8) $(ABCD)$ ، $(DBFH)$ هما:

- a متوازيان b منطبقان c متعامدان d ليس أيًا مما سبق



لأن الزاوية الزوجية بين $(ABCD)$

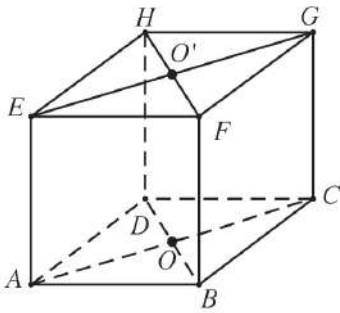
$(DBFH)$ تساوي 90°

وبالتالي فإن

$(ABCD) \perp (DBFH)$

أسئلة التمرينين (9-10)، على الشكل المقابل حيث إن: مكعب $ABCDEFGH$ طول ضلعه a .

O مركز المربع $ABCD$ ، O' مركز المربع $EFGH$



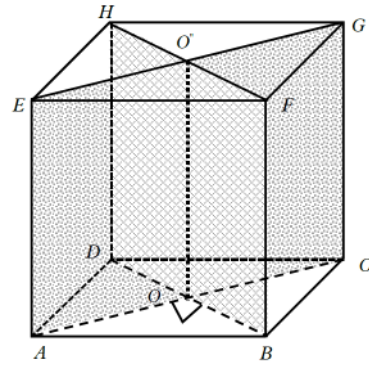
(9) $(EACG)$ ، $(DHFB)$ هما:

متعامدان **b**

منطبقان **a**

ليس أيًا مما سبق **d**

متوازيان **c**



حيث أن قطري المربع متعامدين فإن

الزاوية الزوجية بين

$(DHFB)$ ، $(EACG)$ تساوي 90°

$(DHFB) \perp (EACG)$

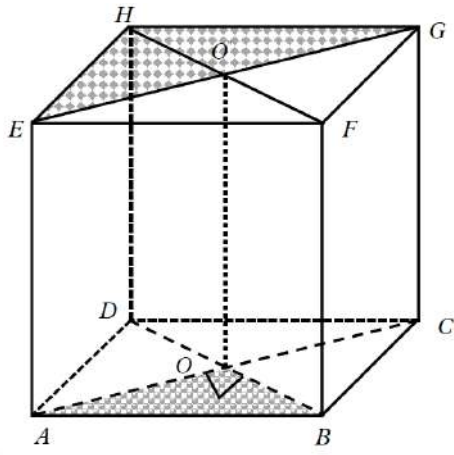
(10) (HGE) ، (OAB) هما:

ليس أيًا مما سبق **d**

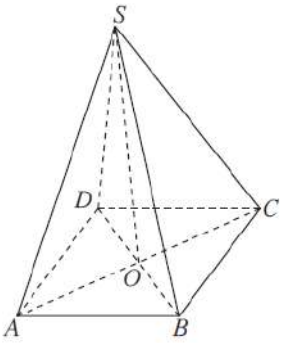
منطبقان **c**

متوازيان **b**

متعامدان **a**



:
 $(AOB) \subset (ABCD)$
 $(EHG) \subset (EFGH)$
 $(ABCD) // (EFGH)$
 من خواص المكعب
 $(AOB) // (EHG)$



(11) إذا كان $ABCD$ مربع مركزه O ، فإن $\vec{SO} \perp (ABCD)$ ؛

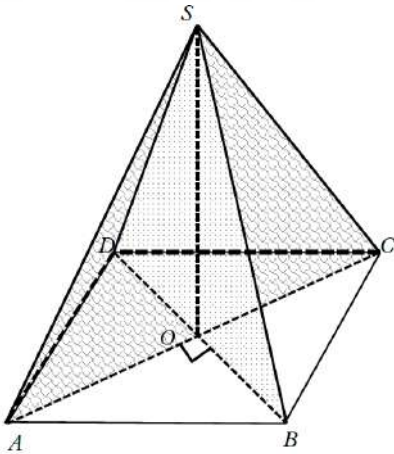
- a $(SAB) \perp (SBC)$ b $(SAC) \perp (SBD)$
 c $(SAB) // (SCD)$ d $(SAD) \perp (ABCD)$

حيث أن قطر المربع متعامدين

$\vec{SO} \perp (ABCD)$ فإن قياس الزاوية الزوجية بين

(OAB) و (SOB) تساوي 90°

وبالتالي $(SAC) \perp (SBD)$



(12) إذا كان: $\vec{T} \perp \pi_1$ ، $\vec{T} \subset \pi_2$ فإن:

- a $\pi_1 // \pi_2$ b $\pi_1 \perp \pi_2$ c $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{T}$ d $\pi_1 = \pi_2$

$$\pi_1 \perp \pi_2 \quad \vec{T} \subset \pi_2, \vec{T} \perp \pi_1$$

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

Counting Principle, Permutations and Combinations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) قيمة المقدار $10!$ هي 3 628 800

a

b

:

$$10! = 3628800$$

باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

a

b

(2) قيمة المقدار $5! \times 4!$ هي 360

:

لأن باستخدام الآلة الحاسبة : نجد أن $5! \times 4! = 120 \times 24 = 2880$

a

b

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد في صفّ هو $4!$

:

لأن الشخص الأولي لديه أربعة فرص في الجلوس ، والشخص الثاني لديه ثلاثة فرص في الجلوس ، الشخص الثاني لديه فرصتان في الجلوس ، الشخص الرابع لديه فرص واحد في الجلوس

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = \text{وبالتالي يكون عدد طرق الجلوس}$$

a

b

(4) قيمة المقدار $3 \times {}_5C_4$ هي 15

:

باستخدام الآلة الحاسبة $3 \times {}_5C_3 = 5 \times 3 = 15$

$$(n-r)! = n! - r! \quad (5)$$

a

b

:
لأن المضروب لا يمكن توزيعه $(n-r)! \neq n! - r!$

في التمارين (15-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) قيمة المقدار $\frac{10!}{7!3!}$ هي:

a $\frac{10}{21}$

b $\frac{1}{120}$

c 120

d 1

: باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$\frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

(7) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي:

a 75 600

b 7 560

c 2.5

d 210

: باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$${}_{10}C_6 \times {}_6P_4 = 120 \times 360 = 75600$$

(8) قيمة المقدار ${}_9C_2 \times \frac{{}_7C_4}{{}_9C_4}$ هي:

a 18

b 5.184

c 10

d 735

: باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$${}_9C_2 \times \frac{{}_7C_4}{{}_9C_4} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10$$

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق السلة من بين 12 لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟

a 95 040

b 475 200

c 392

d 11 404 800

إذا كان ترتيب المراكز مهم فإن عدد طرق اختيار 5 لأعيين من بين 12 لاعبا

$${}_{12}P_5 = 95040 \text{ وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن } {}_{12}P_5 \text{ يساوي}$$

(10) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

:

حيث أن الاختبار من مجموعة فهذا يعني أن ترتيب العناصر غير مهم
ذلك نحسب عدد التوافيق، وبالتالي فإن عدد طرق اختيار 3 أعلام من 7 أعلام تساوي

$${}_{7}C_3 = 35 \text{ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن}$$

(11) إذا كان هناك طريق واحدة تصل بين كل مدينتين. فما عدد الطرق التي تصل بين 8 مدن.

- (a) 20 160 (b) 2 520 (c) 40 320 (d) 5 040

:

عدد الطرق التي تصل بين 8 مدن هي : $(8 - 1)! = 7! = 5040$

(12) في المخزن 6 بطاريات من ماركات مختلفة، 3 بطاريات جديدة و3 مستخدمة. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار على الأقل بطارية واحدة جديدة من 3 بطاريات؟

- (a) 1 (b) 19 (c) 9 (d) 6

:

لأنه يمكن أخذ كل الخيارات الممكنة لـ 3 بطاريات من بين $(3+3=6)$ بطارية

ورفض اختيار 3 بطاريات من (البطاريات المستخدمة) فيكون

$$\text{عدد اختيارات باستخدام الآلة الحاسبة هي: } {}_6C_3 - ({}_3C_3 \times {}_3C_0) = 20 - 1 = 19$$

(13) بكم طريقة مختلفة يجلس أحمد ومحمد وعلي وجاسم وفهد بشرط تجاور محمد وأحمد؟

(a) 5!

(b) 4!

(c) 2! × 4!

(d) 2! × 5!

:

من الرسم أن هناك 4 طرائق مختلفة لجلوس محمد وأحمد متجاورين
وعدد طرق جلوس محمد وأحمد تساوي 2!

عدد طرق جلوس علي وجاسم وفهد 3! وبالتالي فإن إجمالي عدد طرق الجلوس
تساوي $4(2!)(3!) = (4!)(2!) = 48$

محمد	أحمد	علي	وجاسم	فهد
علي	أحمد	محمد	أحمد	فهد
علي	جاسم	أحمد	محمد	فهد
علي	جاسم	فهد	أحمد	محمد

(14) إذا كان: ${}_n P_3 = 60$ فإن n تساوي

(a) 6

(b) 5

(c) 4

(d) 2

:

$${}_n P_3 = 60$$

$$n(n-1)(n-2) = 60$$

$$n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3$$

$$n = 5$$

(15) مجموعة حل المعادلة: ${}_6 C_r = 15$ هي:

(a) {2}

(b) {4}

(c) {2, 4}

(d) {3}

:

$${}_6 C_r = {}_6 C_2 = 15 \text{ (مقبول)}$$

عندما $r = 2$ فإن

$${}_6 C_r = {}_6 C_3 = 20 \text{ (مرفوض)}$$

عندما $r = 3$ فإن

$${}_6 C_r = {}_6 C_4 = 15 \text{ (مقبول)}$$

عندما $r = 4$ فإن

The Binomial Theorem

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مفكوك $(c+1)^5$ هو: $c^5 + 5c^4 + 10c^3 + 10c^2 + 5c + 1$

(a) (b)

:

مفكوك

$$(c+1)^5 = {}_5C_0c^5 + {}_5C_1c^4 + {}_5C_2c^3 + {}_5C_3c^2 + {}_5C_4c + {}_5C_5c^0$$

$$(c+1)^5 = c^5 + 5c^4 + 10c^3 + 10c^2 + 5c + 1$$

(a) (b)

(2) إذا كان الحد $126c^4d^5$ أحد حدود مفكوك $(c+d)^n$ ، فإن قيمة n هي 5

:

إذا كان الحد $126C^4d^5$ أحد مفكوك $(c+d)^n$ فإن :

$$n - r = 4 \dots \dots (1), r = 5 \dots \dots (2)$$

بالتعويض من (1), (2) فإن

$$n - 5 = 4 \Rightarrow n = 9$$

(a) (b)

(3) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(r+x)^n$ هو 7 فإن قيمة n هي 7

:

معامل T_2 يساوي 7

$${}_nC_1 = 7 \Rightarrow n = 7$$

(4) الحد الثاني من $(x+3)^9$ هو $54x^8$

a b

:

نوجد الحد الثاني في مفكوك $(x+3)^9$

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$T_2 = T_{1+1} = 9 C_1 \times x^{9-1} \times 3^1 = 27 x^8$$

(5) معامل الحد السابع في مفكوك $(x-y)^7$ هو عدد سالب.

a b

:

نوجد الحد السابع في مفكوك $(x-3)^7$

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$T_7 = T_{6+1} = 7 C_6 \times x^{7-6} \times (-3)^6 = 27 x$$

يكون معامل الحد السابع موجب لأن (-3) مرفوعة لأس زوجي

(6) مفكوك $(a-b)^3$ هو:

a $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$

b $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

c $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$

d $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

:

مفكوك

$$(a-b)^3 = {}_3C_0 a^3 - {}_3C_1 a^2b + {}_3C_2 a b^2 - {}_3C_3 b^3$$
$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

(7) الحد الثالث من مفكوك $(a-b)^7$ هو:

a $-21a^5b^2$

b $-7a^6b$

c $7a^6b$

d $21a^5b^2$

نوجد الحد الثالث في مفكوك $(a - b)^7$:

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$T_3 = T_{2+1} = 7 C_2 \times (a)^{7-2} \times (-b)^2 = 21 a^5 b^2$$

(8) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو:

(a) الحد الثاني

(b) الحد الثالث

(c) الحد الرابع

(d) الحد الخامس

مفكوك $(2a - 3b)^6$:

$$(2a - 3b)^6 = {}_6C_0(2a)^6 + {}_6C_1(2a)^{6-1}(-3b)^1 + {}_6C_2(2a)^{6-2}(-3b)^2 \\ + {}_6C_3(2a)^{6-3}(-3b)^3 + {}_6C_4(2a)^{6-4}(-3b)^4 + {}_6C_5(2a)^{6-5}(-3b)^5 \\ + {}_6C_6(2a)^{6-6}(-3b)^6$$

$$(2a - 3b)^6 = 64 a^6 - 576 a^5 b + 2160 a^4 b^2 + \dots$$

معامل الحد الثالث الذي معاملته 2160

(9) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c - 4b)^5$ هو:

(a) 5170

(b) 3312

(c) 4320

(d) 2316

نوجد الحد الثالث في مفكوك $(3c - 4b)^5$:

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$T_3 = T_{2+1} = 5 C_2 \times (3c)^{5-2} \times (-4b)^2 = 4320 a^3 b^2$$

(10) في مفكوك $(x+y)^9$ تكون رتبة الحد: $126x^5y^4$ هي:

- (a) الرابعة (b) الخامسة (c) السادسة (d) التاسعة

:

إذا كان الحد $126 x^5 y^4$ أحد حدود مفكوك $(x+y)^9$

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$n = 9 \quad 9 - r = 5 \Rightarrow r = 9 - 5 = 4$$

وبالتالي فإن $r = 4$ وتكون رتبة الحد هي الرتبة الخامسة لأن

$$T_5 = T_{4+1}$$

(11) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

- (a) T_3 (b) T_6 (c) T_5 (d) T_8

:

في مفكوك كثيرة الحدود $(3x+2y)^8$ نجد $n = 8$

في الحد الذي يحتوي على x^3y^5 نلاحظ أن أس y يساوي 5 وبالتالي فإن $r = 5$

$$\therefore T_{r+1} = n C_r \times x^{n-r} \times y^r$$

$$\therefore T_{5+1} = 8 C_3 \times (3x)^{8-5} \times (2y)^5 = 8 C_5 \times 3^3 \times 2^5 x^3 y^5$$

الحد السادس هو الذي يحتوي على x^3y^5 أي الحد هو T_6

Probability

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إن اختيار لون السيارة عشوائياً، اختيار الدواليب عشوائياً هما حدثان مستقلان.

(a) (b)

:

لأن وقوع أحدهما لا يؤثر في وقوع الآخر .

(a) (b)

(2) الحدثان m ، n مستقلان، $P(m) = \frac{12}{17}$ ، $P(n) = \frac{3}{8}$ ، إذاً $P(m \cap n) = \frac{9}{17}$

:

حيث أن الحدثين m ، n مستقلان فيكون

$$p(n \cap m) = p(n) \cdot p(m) = \frac{2}{8} \times \frac{12}{17} = \frac{9}{34}$$

(a) (b)

(3) عند رمي حجر نرد، فإن احتمال ظهور العدد 4 أو ظهور عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(s) = 6$$

$$A = \{4\} \quad , \quad B = \{2, 4, 6\}$$

الحدث $A \cup B$ (للحصول 4 أو عدد زوجي)

$$A \cup B = \{4\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 4, 6\} \quad n(A \cup B) = 3$$

$$p(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(4) في اختبار صح - خطأ، أجبت عن 5 أسئلة عشوائياً. احتمال أن تكون 3

من إجاباتك صحيحة هو $\frac{5}{16}$

(a) (b)

الحدث E : (أن يكون 3 من إجاباتك صحيحة)
 وحيث أن الإختيار صرح أو خطأ فنستخدم احتمال ذات الحدين ،

$$K = 3 \quad n = 5 \quad 1 - m = \frac{1}{2} \quad m = \frac{1}{2} \quad \text{وتكون}$$

$$\therefore P(E) = nC_k m^k \cdot (1 - m)^{n-k}$$

$$\therefore P(E) = {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = 10 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

في التمارين (5-11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) الحدثان m, n مستقلان، $P(m) = \frac{1}{3}$ ، $P(n) = \frac{9}{10}$ إذاً $P(m \cap n)$ تساوي:

a $\frac{1}{3}$

b $\frac{25}{30}$

c $\frac{3}{10}$

d $\frac{11}{30}$

حيث أن m, n مستقلان فيكون

$$p(n \cap m) = p(n) \cdot p(m) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{10}$$

(6) الحدثان t, r متنافيان $P(t) = \frac{3}{5}$ ، $P(r) = \frac{1}{3}$ إذاً $P(t \cup r)$ تساوي:

a $\frac{1}{5}$

b $\frac{14}{15}$

c $\frac{4}{15}$

d 0

حيث أن الحدثين r, t متنافيان فيكون :

$$P(t \cup r) = P(t) + P(r) = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{14}{15}$$

(7) الحدثان t, r متنافيان $P(t) = \frac{1}{7}$ ، $P(r) = 60\%$ إذاً $P(t \cup r)$ تساوي:

(a) 28%

(b) 42%

(c) $\frac{16}{35}$

(d) $\frac{26}{35}$

:

حيث أن الحدثين r, t متنافيان فيكون :

$$P(t \cup r) = P(t) + P(r) = \frac{1}{7} + \frac{3}{5} = \frac{26}{35}$$

(8) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{5}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) 1

:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\} \quad . n(s) = 6$$

$$A = \{2,4,6\} \quad , \quad B = \{2,3,5\}$$

الحدث $A \cup B$ (للحصول عدد زوجي أو عدد أولي)

$$A \cup B = \{2,4,6\} \cup \{2,3,5\} = \{2,3,4,5,6\} \quad n(A \cup B) = 5$$

$$p(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{5}{6}$$

(9) يحتوي كيس على 5 كرات من اللون الأزرق، 3 كرات من اللون الأحمر. أخذت عشوائياً كرتان معاً من الكيس. احتمال الحدث: «أن تكون كرة حمراء والأخرى كرة زرقاء» هو:

(a) $\frac{1}{14}$

(b) $\frac{28}{15}$

(c) $\frac{2}{7}$

(d) $\frac{15}{28}$

:

بفرض أن S فضاء العينة فيكون :

$$n(S) = {}_8C_2 = 28$$

وبفرض الحدث B : (كرة زرقاء وكرة حمراء) فيكون

$$n(B) = {}_5C_1 \times {}_3C_1 = 5 \times 3 = 15$$

$$P(B) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } B}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } S} = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{15}{28}$$

(10) يتوزع طلاب مدرستين A، B على الصفوف الثلاثة الأخيرة وفق النسب التالية:

الصف	العاشر	الحادي عشر	الثاني عشر
A	37%	35%	28%
B	38%	34%	28%

اختير عشوائيًا طالب من كل مدرسة. احتمال أن يكون طالب من الصف العاشر أو الصف الحادي عشر من المدرسة A وطالب من الصف الثاني عشر من المدرسة B هو:

- (a) 20.16% (b) 100%
(c) 0% (d) 79.84%

بفرض أن الحدث E هو الحدث المطلوب فيكون احتمال هذا الحدث هو :

$$\begin{aligned} P(E) &= (37\% + 35\%) \times 28\% \\ &= 0.2016 \\ &= 20.16\% \end{aligned}$$

(11) 90% من قمصان التي تنتجها إحدى الشركات لا عيب فيها. اختار مراقب الجودة 8 قمصان عشوائيًا. احتمال أن يكون 3 قمصان من هذه المجموعة لا عيب فيها هو تقريبًا:

- (a) 0.033 (b) 5.9×10^{-4}
(c) 4×10^{-4} (d) 2.955

الحدث E (أن يكون 3 قمصان من هذه المجموعة لا عيب فيها)

وتكون $n = 0.90$. $1 - n = 1 - 0.90 = 0.10$. $n = 0.90$. $K = 3$. $n = 8$.

$$\therefore P(E) = nC_k m^k \cdot (1 - m)^{n-k}$$

$$\therefore P(E) = {}_8C_3 (0.9)^3 \cdot (0.10)^{8-3} = 4 \times 10^{-4} = 0.0004$$