« الاحتمالات »

التجربة العشوائية ؟

هي تجربة لا نعلم مسبقاً نتيجتها ولكن نعلم كل النتائج الممكنة لها

فضاء العينة ؟ هو مجموعة كل النتائج الممكنة لتجربة عشوائية نرمز له « Ω »

الحدث البسيط ؟ كل نتيجة واحدة ممكنة لتجربة عشوائية

الحدث ؟ هو كل مجموعة جزئية من فضاء العينة

أحداث رئيسية :

- Ω : الحدث الأكيد
- ∅ : الحدث المستحيل
- A' : الحدث المعاكس للحدث A
- A∩B : الحدث A و B في آن معاً
- A∪B : الحدث A أو B أو كلاهما على الأقل

قوانين أساسية :

1. $p(\emptyset) = 0$ $\quad p(\Omega) = 1$
   $0 \leq p(A) \leq 1$
2. $p(A) = 1 - p(A')$
   $p(A') = 1 - p(A)$
3. $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$
   $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

التجربة متساوية الاحتمال :

هي تجربة فيها لكل الأحداث البسيطة فرصة الوقوع نفسها

$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ ← احتمال حدث A هو

$n(A)$ ← عدد النتائج المؤدية إلى A

$n(\Omega)$ ← عدد النتائج الكلية

قانونا دومورغان :

- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

الاحتمال المشروط :

$p(B|A)$ وتقرأ الحدث $(A|B)$ « احتمال A علماً أنّ B قد وقع »

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

وبالأسلوب ذاته :

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

ومنه العلاقتين السابقتين

$p(A \cap B) = p(B|A) \times p(A)$

$p(A \cap B) = p(A|B) \times p(B)$

الاستقلال الاحتمالي لحدثين :

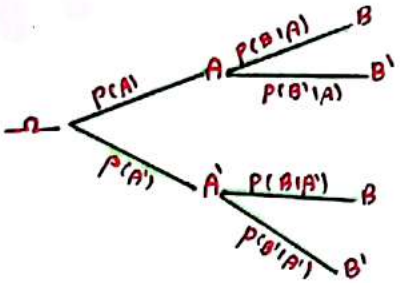
إذا كان $p(B|A) = p(B)$ كان A و B مستقلان احتمالياً

يكون الحدثان مستقلان احتمالياً إذا تحقق أنّ :

$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

التمثيل البياني للتجارب الاحتمالية :

نستخدم مع التجارب التي تتم على مراحل



- مجموع احتمالات العزوع المتعاقبة عن العقدة نفسها يساوي الواحد (1)
- احتمال مسار يساوي جداء احتمالات العزوع التي شكّلته.
- احتمال حدث نهائي يساوي مجموع احتمالات المسارات المؤدية إليه

قانون : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap B')$

المتحولات العشوائية :

المتحول العشوائي هو تابع معرّف على فضاء العينة Ω وقيمته في R نرمز له X - Y - Z ...

ولنرمز للمجموعة قيم متحول عشوائي (X) أو I حيث $I = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

ونرمز p_i إلى احتمال أن يأخذ X القيمة x_i حيث $(i = 1, \dots, n)$

وإنّ : $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$

وجدول قانون الاحتمال هو :

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

التوقع الرياضي :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} x_i p_i$$

التباين :

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 . p_i$$

الانحراف المعياري :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

الاستقلال الاحتمالي لمتحولين عشوائيين : يكون X و Y مستقلين احتمالياً إذا تحقق الشرط :

$p(X = x_i \cap Y = y_i) = p(X = x_i) \times p(Y = y_i)$

المتحولات العشوائية الحدّية :

اختبار برنولي : تجربة تتم بوقوع حدث محدد فقط احتمال وقوعه p

- $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k . q^{n-k}$

$x \in [0, 1, 2, \dots, n]$, $0 \leq k \leq n$

- n عدد الاختبارات (التكرارات)
- k عدد النجاحات
- p احتمال الحدث المحدد
- q احتمال المعاكس $q = 1 - p$

مبرهنة : ليكن X متحولاً عشوائياً حدّانياً بالوسيطين n و p عندئذٍ :

$E(X) = n \times p$ $\quad V(X) = n \times p \times q$

CamScanner

تجارب برنولية شهيرة :

① القاء حجر نيرد متوازن عدة مرات
« أو عدة أحجار نيرد »

② إلقاء قطعة نقود متوازنة عدة مرات
« أو عدة قطع نقود »

③ سحب كرات التتالي (في) الاعادة
« عدد الكرات كبير جداً أو تعطى كنسبة »

« كل تجربة تتكرر وبكل مستقل هي
تجربة برنولية »

متتاليات واحتمالات

هو ربط بين فكرتي المتتيل التجريبي
في الاحتمالات والمتتالية الهندسية
في المتتاليات