

3- حل معادلات من الدرجة الثالثة:

لدينا نوعان:

1- معادلات أمثلها حقيقية:

نوجه أحد الجذور ذهنياً وهو Z_0 ، ثم نقسم المعادلة على $(Z - Z_0)$ فنخرج $Q(Z)$:
فتكتب بالشكل:

$$(Z - Z_0)(Q(Z)) = 0$$

حيث $Q(Z)$ هو كثير حدود من الدرجة الثانية:

2- النوع الثاني: علماً بأنها تقبل حلاً:

<p>حل حقيقي</p> <p>نفرض الخ هو</p> <p>$Z = a$</p> <p>ونكتب المعادلة بالشكل:</p> <p>$(Z - a)(Z^2 + bZ + c)$</p>	<p>حل تخيلي</p> <p>نفرض الخ هو:</p> <p>$Z = ai$</p> <p>ونكتب المعادلة بالشكل:</p> <p>$(Z - ai)(Z^2 + bZ + c)$</p>
--	---

ثم ننشر ونقارن مع المعادلة الأصلية.

3- حل معادلات دائرة (البعق):

نفرض الخ هو Z_0 \Leftarrow نفهم متوه

إقليدية على $Z^2 - Z_0^2$ فنحصل على $Q(Z)$.

لأن

$$(Z - Z_0)(Z + Z_0) = Z^2 - Z_0^2 = Z^2 - Z_0^2 + Z_0^2 = Z^2 - Z_0^2$$

فصبح المعادلة:

$$(Z^2 - Z_0^2)(Q(Z)) = 0$$

قاعدة: إذا جاز السؤال:
أثبت أن العدد حقيقي:

$$\Rightarrow Z = \bar{Z}$$

حيث:

$$|Z| = \frac{1}{\bar{Z}}$$

\Leftarrow يمثل محور الفواصل.

أثبت أن العدد تخيلي:

$$\Rightarrow Z = -\bar{Z}$$

\Leftarrow يمثل محور الترتيب.

$$Z \cdot \bar{Z} = 1$$

$$\Rightarrow |Z| = 1$$

(تطبيقات الأعداد العقدية)

القوانين الهندسية للأعداد المركبة:

نفرضي $Z = x + yi$

- العدد العقدي الممثل للشفاع \vec{AB} :

$$\vec{Z}_{AB} = Z_B - Z_A = b - a$$

- العدد العقدي الممثل لقطرية \vec{AB} :

$$|\vec{Z}_{AB}| = |Z_B - Z_A| = |b - a|$$

- العدد العقدي الممثل للنقطة G:

مركز ثقل المثلث ABC:

$$Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$$

- العدد العقدي الممثل للنقطة M:

مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط:

$$(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)$$

$$Z_M = \frac{\alpha Z_A + \beta Z_B + \gamma Z_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

حيث: $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

- قاعدة: إذا كان $\vec{Z}_{AB} = \vec{Z}_{CD}$

كان الرباعي ABCD متوازي أضلاع

تمثيل بعض المجموعات الخاصة

<p>$Z - a = Z - b$</p> <p>تمثل الأعداد Z</p> <p>دائرة مركزها W</p> <p>ونصف قطرها r</p>	<p>$Z - a = r$</p> <p>تمثل الأعداد Z</p> <p>دائرة مركزها W</p> <p>ونصف قطرها r</p>
---	---

ملاحظة هامة:

1- لقيمين صنادقة مجموعته النقاط نفرضي

$Z = x + yi$ ثم حسب الطولية ونشكل المعادلة

2- لإثبات أن النقاط A و B و C تقع على

دائرة واحدة مركزها المبدأ

ونصف قطرها r ثبت أن:

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = r$$

3- لإثبات أن النقاط

A و B و C تقع على استقامة واحدة ثبت وجود شعاعين

مرتبطتين خطياً أي:

$$\vec{Z}_{AB} = \text{عدد} \times \vec{Z}_{AC}$$

(النسبة بين شعاعين)

- النسبة بين شعاعين هي:

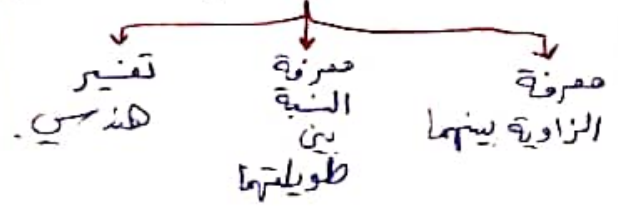
$$\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{DC}} = \frac{\vec{Z}_B - \vec{Z}_A}{\vec{Z}_C - \vec{Z}_D} = \frac{b-a}{c-d}$$

* الزاوية بين شعاعين:

$$(\vec{DC}, \vec{AB}) = \arg\left[\frac{\vec{AB}}{\vec{DC}}\right] = \arg\left[\frac{b-a}{c-d}\right]$$

$$= \left[\frac{\vec{Z}_B - \vec{Z}_A}{\vec{Z}_C - \vec{Z}_D}\right] = \left[\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{DC}}\right]$$

* نستفيد من هاب النسبة بين شعاعين:



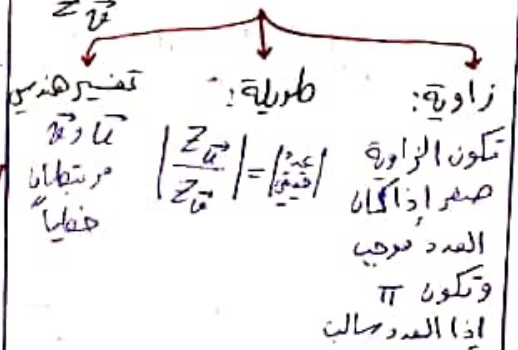
- ملاحظة: إذا كان \vec{u} شعاع واحدة على المحور الحقيقي وبالتالي:

* النسبة بينهما: $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_u}$

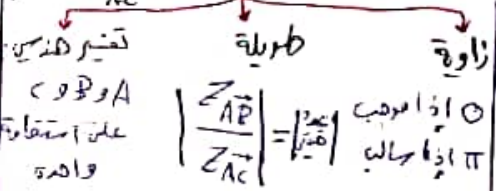
* الزاوية بينهما: $\arg\left[\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_u}\right] = \arg(\vec{AB})$

- صانعة جميع الحالات:

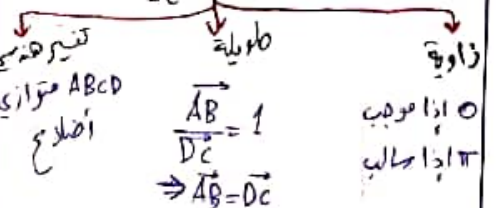
1- عدد حقيقيين: $\frac{\vec{Z}_u}{\vec{Z}_v}$



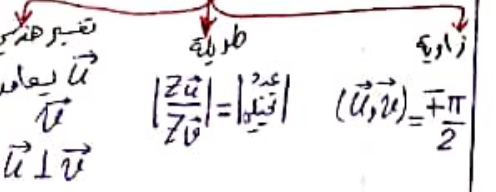
2- عدد حقيقيين: $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{AC}}$



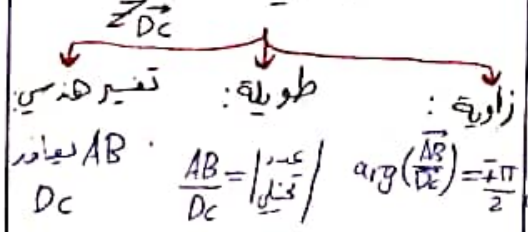
3- $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{DC}} = +1$



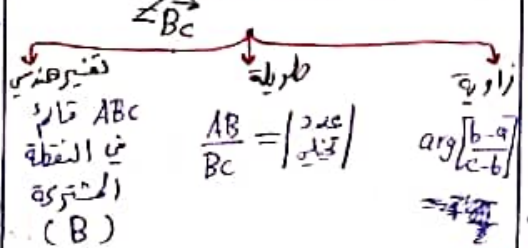
4- عدد تخيلين: $\frac{\vec{Z}_u}{\vec{Z}_v}$



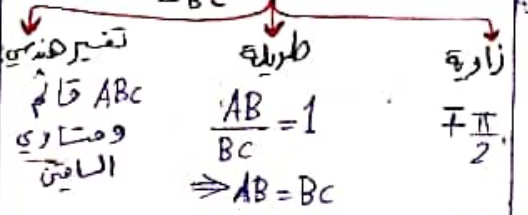
5- عدد تخيلين: $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{DC}}$



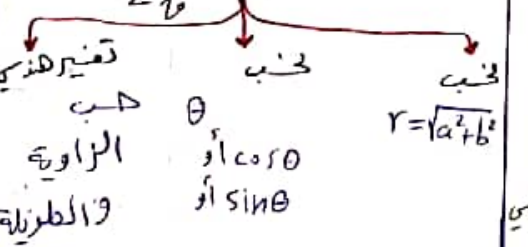
6- عدد تخيلين: $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{BC}}$



7- $\frac{\vec{Z}_{AB}}{\vec{Z}_{BC}} = +i$



8- عدد عقدي (a+bi): $\frac{\vec{Z}_u}{\vec{Z}_v}$



ملاحظة:

إذا كانت الزاوية بين شعاعين $(\vec{AB}, \vec{BC}) = \pm \frac{\pi}{3}$ كان الشكل مثلث متساوي الأضلاع.



الكتابة العقديّة للتحويلات
الهندسيّة

مدرس في قسم هندسة الميكانيك العام

عضو هيئة تدريسية في قسم هندسة الميكانيك العام

← إنحساب T: عدد عقدي لشماع الإنحساب

← تماكي H: عدد عقدي لمركز التماكي ونسبة التماكي k.

← دوران R: عدد عقدي لمركز الدوران وزاوية الدوران θ .

← تناظر: تناظر بالنسبة لماذا؟؟

1- الإنحساب: بفرض $M'(z)$ صورة $M(z)$ وفق إنحساب T شماع \bar{a} وممثل بالعدد العقدي b وفه

$$Z' = Z + b$$

2- التماكي: بفرض $M'(z)$ صورة $M(z)$ وفق تماكي H مركزه b ونسبة k

$$Z' - b = k(Z - b)$$

حالة خاصّة: إذا كان مركز التماكي هو المبدأ 0 وفه

$$Z' = b.Z$$

3- التناظر: بفرض $M'(z)$ صورة $M(z)$

وفق تماكي S عند نقطة a بالحوالات:

a- تماكي بالنسبة لمحور الفواصل نفير إشارة y:

$$Z' = \bar{Z}$$

b- بالنسبة لمحور الترتيب نفير إشارة x:

$$Z' = -\bar{Z}$$

c- تماكي بالنسبة للمبدأ 0 نفير إشارة x و y:

$$Z' = -Z$$

d- تناظر بالنسبة لنقطة A(a):

$$Z' = 2a - Z$$