مراجعة ليلة الامتحان

أولاً : المساحات :

س١ أكمل ما يأتي :

(١) سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة **متساويان في المساحة**

(٢) مساحة متوازي الأضلاع **تساوي** مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين

(٣) مساحة المثلث تساوي **نصف** مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشترك

(٤) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان **متساويين في المساحة**

(٥) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين **متساويين في المساحة**

(٦) المثلثات التي قواعدها متساوية الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون **متساوية المساحة**

(٧) المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة في الرأس ، تكون **متساوية المساحة**

(٨) المثلثان المتساويان في مساحتيهما ، والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم **يوازي هذه القاعدة**

(٩) عدد محاور تماثل شبه المنحرف المتساوي الساقين **واحد** وينصف **قاعدتيه**

(١٠) زاويتا القاعدة لشبه المنحرف المتساوي الساقين **متساويتان في القياس**

(١١) قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين **متساويان في الطول**

(١٢) أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ $\in \overline{\text{حـ ء}}$ فإذا كانت مساحة Δ أ هـ ب = ٢٠سم^٢ فإن مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٢ × ٢٠ = **٤٠ سم^٢**

(١٣) متوازي أضلاع الذي طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وطول ارتفاعه الأصغر ٤سم **فإن مساحته** = ٤ × ٧ = **٢٤ سم^٢**

(١٤) إذا كانت مساحة متوازي الأضلاع ٣٥ سم^٢ وطول أحد أضلاعه ٧ سم **فإن طول الارتفاع الساقط عليه** = ٣٥ ÷ ٧ = **٥ سم**

(١٥) **مساحة المثلث** الذي طول قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ٦ سم = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٦ = **٣٠ سم^٢**

(١٦) مثلث مساحته ٢٤سم^٢ وارتفاعه ٨ سم **فإن طول قاعدته** = $\frac{٢ \times ٢٤}{٨}$ = **٦ سم**

(١٧) **مساحة المعين** الذي طولا قطريه ٦ سم ، ١٠سم = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٢ = **٤٨ سم^٢**

(١٨) معين مساحته ٢٤سم^٢ وطول أحد قطريه ٨سم **فإن طول القطر الآخر** = $\frac{٢ \times ٢٤}{٨}$ = **٦سم**

(١٩) **مساحة المعين** الذي محيطه ١٢سم وارتفاعه ٦سم = ٣ × ٦ = **١٨ سم^٢**

(٢٠) معين مساحته ٣٥سم^٢ وطول قاعدته ٧ سم **فإن ارتفاعه** = ٣٥ ÷ ٧ = **٥ سم**

(٢١) **مساحة المربع** الذي طول قطره ٦ سم

$= \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٦ = ١٨$ سم²

(٢٢) إذا كان مربع مساحته ٥٠ سم²

فإن طول قطره $= \sqrt{٢ \times ٥٠} = ١٠$ سم

(٢٣) مربع محيطه ٢٠ سم **تكون مساحته**

$= ٥ \times ٥ = ٢٥$ سم²

(٢٤) مربع مساحته ٩ سم **يكون محيطه**

$= ٤ \times ٣ = ١٢$ سم

(٢٥) شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم

فإن مساحته $= \frac{٨+١٠}{٢} \times ٥ = ٤٥$ سم²

(٢٦) **مساحة شبه المنحرف** الذي طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٨ سم

$= ١٠ \times ٨ = ٨٠$ سم²

(٢٧) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٥ سم ومساحته ٧٥ سم² **فإن ارتفاعه** $= ٧٥ \div ١٥ = ٥$ سم

(٢٨) شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم² وارتفاعه ٥ سم **فإن طول قاعدته المتوسطة** $= ١٠٠ \div ٥ = ٢٠$ سم

(٢٩) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨سم **فإن طول قاعدته المتوسطة** $= \frac{٦+٨}{٢} = ٧$ سم

(٣٠) شبه منحرف طول القاعدة المتوسطة ١١ سم وطولا أحد قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم **فإن طول قاعدته الأخرى** $= ٢ \times ١١ - ٩ = ١٣$ سم

س٢ **تمارين متنوعة** :

(١) شبه المنحرف الذي مساحته ٤٢ سم² وطولاً قاعدتيه المتوازيتين ٥سم ، ٩سم **أوجد طول ارتفاعه .**

الحل :

∵ طول القاعدة المتوسطة $= \frac{٥+٩}{٢} = ٧$ سم

∴ طول ارتفاعه $= ٤٢ \div ٧ = ٦$ سم

(٢) معين النسبة بين طولي قطريه ٣ : ٤ فإذا كانت مساحته ٥٤سم² **أوجد طول كل من قطريه .**

الحل : **نفرض أن: طولاً القطرين** ٣س ، ٤س

∵ **مساحة المعين** $= \frac{١}{٢} \times$ ٣س $\times$ ٤س $= ٥٤$

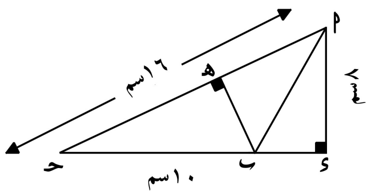
∴ ٦س² $= ٥٤$ (÷٦)

∴ س² $= ٩$ ⟸ س $= ٣$

∴ **طولاً القطرين** ٩ سم ، ١٢ سم

س٣ **مسائل البرهان** :

(١) **من الشكل المقابل :**



ب حـ = ١٠ سم

، أ حـ = ١٦ سم

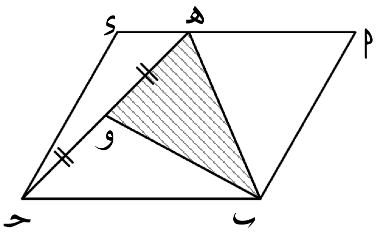
، أ ء = ٨سم

أكمل :

(١) **مساحة** △ أ ب حـ $= \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٨ = ٤٠$ سم²

(٢) **طول** $\overline{\text{ب هـ}}$ $= \frac{٢ \times ٤٠}{٥} = ١٦$ سم

(٢) **في الشكل المقابل :** أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحته ٤٨ سم² ، و منتصف $\overline{\text{هـ حـ}}$



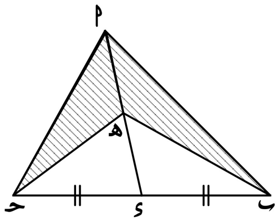
أكمل :

(١) م △ هـ ب حـ $= \frac{١}{٢}$ م ▱ أ ب حـ ء $= ٢٤$ سم²

(٢) م △ و هـ ب $= \frac{١}{٢}$ م △ هـ ب حـ

$= ١٢$ سم²

③ من الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :

م△ أ هـ ب = م△ أ هـ جـ

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط في △ أ ب جـ

∴ م△ أ ء ب = م△ أ ء جـ ← ①

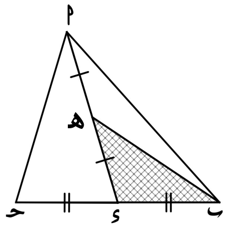
∵ $\overline{\text{هـ ء}}$ متوسط في △ هـ ب جـ

∴ م△ هـ ء ب = م△ هـ ء جـ ← ②

بطرح ② من ① ينتج أن :

∴ $\boxed{\text{م△ أ هـ ب = م△ أ هـ جـ}}$

④ من الشكل المقابل :



هـ منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

أثبت أن :

م△ ب ء هـ = $\frac{1}{4}$ م△ أ ب جـ

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط في △ أ ب جـ

∴ م△ أ ء ب = $\frac{1}{2}$ م△ أ ب جـ ← ①

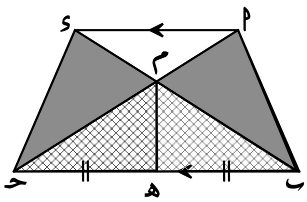
∵ $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسط في △ أ ب ء

∴ م△ ب هـ ء = $\frac{1}{2}$ م△ أ ب ء ← ②

من ① ، ② ينتج أن :

∴ $\boxed{\text{م△ ب ء هـ = }\frac{1}{4}\text{ م△ أ ب جـ}}$

⑤ من الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :

م **الشكل** أ م هـ ب = م **الشكل** ء م هـ جـ

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ قاعدة مشتركة

∴ م△ أ ء ب = م△ أ ء جـ

بحذف م△ أ ء م من الطرفين :

∴ م△ أ م ب = م△ ء م جـ ← ①

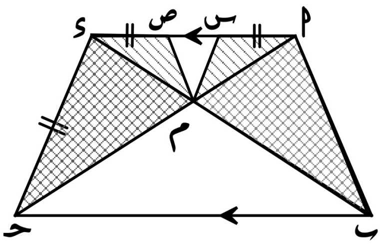
∵ $\overline{\text{م هـ}}$ متوسط في △ م ب جـ

∴ م△ م هـ ب = م△ م هـ جـ ← ②

بجمع ① ، ② ينتج أن :

∴ $\boxed{\text{م الشكل أ م هـ ب = م الشكل ء م هـ جـ}}$

⑥ من الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

، أ س = ص ء

أثبت أن :

م **الشكل** أ ب م س = م **الشكل** ء جـ م ص

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ م△ أ ء ب = م△ أ ء جـ

بحذف م△ أ ء م من الطرفين :

∴ م△ أ م ب = م△ ء م جـ ← ①

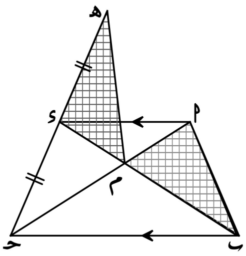
∵ أ س = ص ء ، م رأس مشتركة

∴ م△ أ س م = م△ ء ص م ← ②

بجمع ① ، ② ينتج أن :

∴ $\boxed{\text{م الشكل أ ب م س = م الشكل ء جـ م ص}}$

⑦ من الشكل المقابل :



أ د // ب جـ

، د منتصف هـ جـ

أثبت أن :

م△أ م ب = م△هـ م د

البرهان : ∵ أ د // ب جـ

∴ م△أ د ب = م△أ د جـ

بحذف م△أ د م من الطرفين :

∴ م△أ م ب = م△د م جـ ← ①

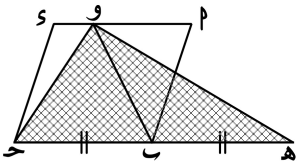
∵ م د متوسط في △ م هـ جـ

∴ م△م د هـ = م△م د جـ ← ②

من ① ، ② **ينتج أن :**

∴ م△أ م ب = م△هـ م د

⑧ من الشكل المقابل :



أ ب جـ د متوازي أضلاع

، ب جـ = ب هـ

أثبت أن : م△و هـ جـ = م▱أ ب جـ د

البرهان :

∵ △و ب جـ ، ▱أ ب جـ د

يشتركان في القاعدة ب جـ ، أ د // ب جـ

∴ م△و ب جـ = $\frac{1}{2}$ م▱أ ب جـ د ← ①

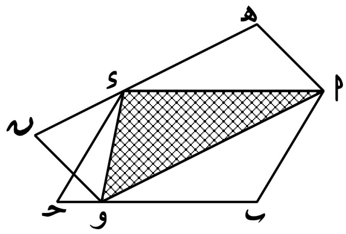
∵ و ب متوسط في △و هـ جـ

∴ م△و ب جـ = $\frac{1}{2}$ م△و هـ جـ ← ②

من ① ، ② **ينتج أن :**

∴ م△و هـ جـ = م▱أ ب جـ د

⑨ من الشكل المقابل : أ ب جـ د ، هـ أ و ن متوازيًا أضلاع



أثبت أن :

م▱أ ب جـ د

= م▱هـ أ و ن

البرهان : ∵ △أ د و ، ▱أ ب جـ د

يشتركان في القاعدة أ د ، أ د // ب جـ

∴ م△أ د و = $\frac{1}{2}$ م▱أ ب جـ د ← ①

∵ △أ د و ، ▱هـ أ و ن

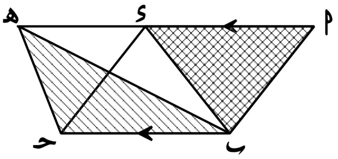
يشتركان في القاعدة أ و ، أ و // هـ ن

∴ م△أ د و = $\frac{1}{2}$ م▱هـ أ و ن ← ②

من ① ، ② **ينتج أن :**

م▱أ ب جـ د = م▱هـ أ و ن

⑩ من الشكل المقابل :



أ ب جـ د ▱

، هـ ∈ أ د

برهن أن :

م△أ ب د = م△ب جـ هـ

البرهان :

∵ △أ ب د ، ▱أ ب جـ د

يشتركان في القاعدة أ د ، أ د // ب جـ

∴ م△أ ب د = $\frac{1}{2}$ م▱أ ب جـ د ← ①

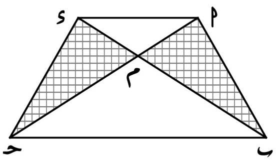
∵ △ب جـ هـ ، ▱أ ب جـ د

يشتركان في القاعدة ب جـ ، ب جـ // أ د

∴ م△ب جـ هـ = $\frac{1}{2}$ م▱أ ب جـ د ← ②

من ① ، ② **ينتج أن :** م△أ ب د = م△ب جـ هـ

⑪ من الشكل المقابل :



م△أ م ب = م△د م جـ

أثبت أن : أ د // ب جـ

البرهان :

∵ م△أ م ب = م△د م جـ **بإضافة م△أ د م :**

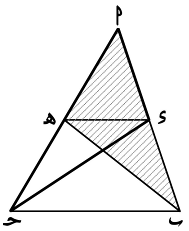
∵ م△أ د ب = م△أ د جـ

وهما يشتركان في القاعدة أ د

∴ أ د // ب جـ

⑫ من الشكل المقابل : م△أ ب هـ = م△أ جـ د

برهن أن : د هـ // ب جـ



البرهان :

∵ م△أ ب هـ = م△أ جـ د

بحذف م△أ د هـ من الطرفين:

∴ م△د هـ ب = م△د هـ جـ

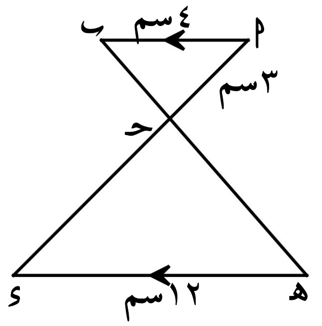
وهما يشتركان في القاعدة د هـ

∴ د هـ // ب جـ

ثانياً : التشابه :-

س٤ مسائل البرهان :

① من الشكل المقابل :



أثبت أن :

△ أ ب جـ ~ △ د هـ جـ

ثم أوجد طول : $\overline{\text{دجـ}}$

البرهان :

∵ $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{هـد}}$

∴ ق(∠أ) = ق(∠د) بالتبادل

، ق(∠ب) = ق(∠هـ) بالتبادل

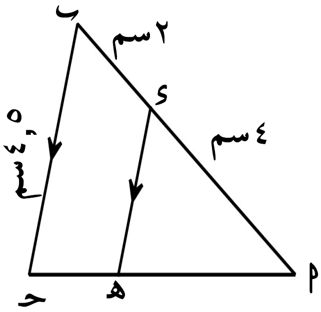
∴ △ أ ب جـ ~ △ د هـ جـ

$$\frac{\text{أب}}{\text{دهـ}} = \frac{\cancel{\text{بجـ}}}{\cancel{\text{هـجـ}}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{دجـ}}$$

∴ $\frac{٤}{١٢} = \frac{٣}{\text{دجـ}}$

∴ دجـ = $\frac{١٢ \times ٣}{٤}$ = ٩ سم

② من الشكل المقابل :



أثبت أن :

△ أ ب جـ ~ △ أ د هـ

ثم أوجد طول : $\overline{\text{دهـ}}$

البرهان :

∵ $\overline{\text{بجـ}}$ // $\overline{\text{دهـ}}$

∴ ق(∠ب) = ق(∠أ د هـ) بالتناظر

، ق(∠جـ) = ق(∠أ هـ د) بالتناظر

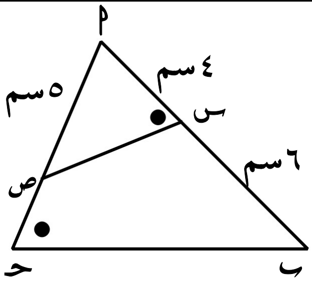
∴ △ أ ب جـ ~ △ أ د هـ

$$\frac{\text{أب}}{\text{أد}} = \frac{\text{بجـ}}{\text{دهـ}} = \frac{\cancel{\text{أجـ}}}{\cancel{\text{أهـ}}}$$

∴ $\frac{٦}{٤} = \frac{٤,٥}{\text{دهـ}}$

∴ دهـ = $\frac{٤ \times ٤,٥}{٦}$ = ٣ سم

③ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

△ أ س ص ~ △ أ جـ ب

ثم أوجد طول : $\overline{\text{جـص}}$

البرهان : ∵ △ أ س ص ، △ أ جـ ب

فيهما $\left\{ \begin{array}{ll} \text{ق(∠أ س ص) = ق(∠جـ)} & \\ \text{(∠أ)} & \text{مشتركة} \end{array} \right.$

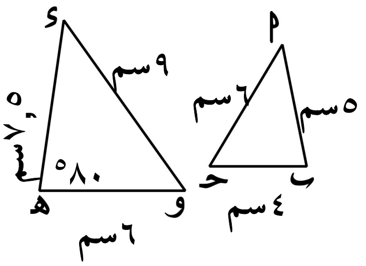
∴ △ أ س ص ~ △ أ جـ ب

$$\frac{\text{أس}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{س ص}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{أص}}{\text{أب}}$$

∴ $\frac{٤}{\text{أجـ}} = \frac{٥}{١٠}$ ∴ أجـ = $\frac{٤ \times ١٠}{٥}$ = ٨ سم

∴ أجـ = ٨ − ٥ = ٣ سم

④ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

△ أ ب جـ ~ △ د هـ و

ثم أوجد : ق(∠ب)

البرهان : ∵ △ أ ب جـ ، △ د هـ و فيهما

$$\frac{\text{أب}}{\text{دهـ}} = \frac{٥}{٧,٥} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{\text{بجـ}}{\text{هـو}} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{\text{أجـ}}{\text{دو}} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$$

∴ △ أ ب جـ ~ △ د هـ و

∴ ق(∠ب) = ق(∠هـ) = ٨٠°

س٥ أكمل ما يأتي :

① يتشابه المضلعان إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

② يتشابه المضلعان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

③ المضلعان المتشابهان لثالث متشابهان

④ كل المربعات تكون متشابهة

⑤ إذا كانت نسبة التكبير بين المضلعين المتشابهين = ١ فإن المضلعين يكونان متطابقان

⑥ مضلعان متشابهان النسبة بين طولا ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ **تكون** النسبة بين محيطيهما هي ٣ : ٥

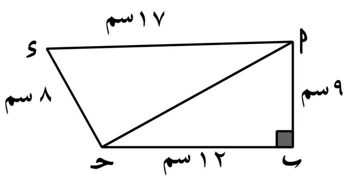
⑦ مثلثان متشابهان ، النسبة بين طولا ضلعين متناظرين فيهما 2 : 3 فإذا كان محيط المثلث الأكبر ٦٠ سم فإن : محيط المثلث الأصغر = $\frac{٢ \times ٦٠}{٣}$ = ٤٠ سم

⑧ إذا كان: △ ا ب حـ ~ △ ء هـ و ، ا ب = $\frac{١}{٤}$ ء هـ فإن : محيط △ ا ب حـ = $\frac{١}{٤}$ محيط △ ء هـ و

ثالثاً : عكس فيثاغورث وإقليدس والمساقط :

س٦ مسائل البرهان :

① في الشكل المقابل :



أثبت أن: ق(∠ ا حـ ء) = ٩٠°

ثم أوجد مساحة

الشكل : ا ب حـ ء

البرهان : ∵ △ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ ا حـ = $\sqrt{(١٢)^٢ + (٩)^٢}$ = ١٥ سم

∵ △ ا حـ ء **فيه :**

(ا ء)^٢ = (١٧)^٢ = $\boxed{٢٨٩}$

، (ا حـ)^٢ + (حـ ء)^٢ = (١٥)^٢ + (٨)^٢ = $\boxed{٢٨٩}$

∴ (ا ء)^٢ = (ا حـ)^٢ + (حـ ء)^٢

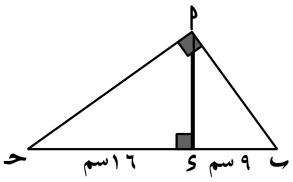
∴ **ق(∠ ا حـ ء)** = ٩٠°

∴ **مساحة الشكل** ا ب حـ ء = م△ا ب حـ + م△ا حـ ء

= $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٥

= ٦٠ + ٥٤ = ١١٤ سم^٢

② في الشكل المقابل :



أوجد طول:

$\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا حـ}$ ، $\overline{ا ء}$

البرهان :

باستخدام نظرية إقليدس

∴ (ا ب)^٢ = ب ء × ب حـ

= ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ ا ب = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

∴ (ا حـ)^٢ = حـ ء × حـ ب

= ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

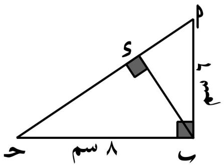
∴ ا حـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ١٥ سم

∴ (ا ء)^٢ = ء ب × ء حـ

= ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ ا ء = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

③ في الشكل المقابل :



أوجد طول: $\overline{\text{أ حـ}}$ ، طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overline{\text{أ حـ}}$

البرهان :

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ أ حـ = $\sqrt{(٦)^{٢} + (٨)^{٢}}$ = ١٠ سم

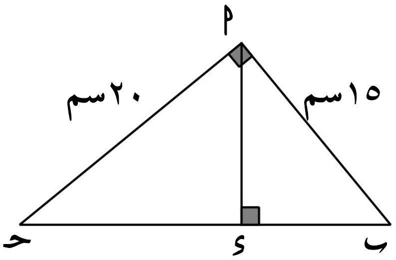
∵ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overline{\text{أ حـ}}$ هو $\overline{\text{أ ء}}$

باستخدام نظرية إقليدس

∴ (أ ب)^{٢} = أ ء × أ حـ

(٦)^{٢} = أ ء × ١٠ ∴ أ ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ سم

④ في الشكل المقابل :



أوجد طول: $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ، **مساحة** Δ أ ب حـ

البرهان :

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

∴ ب حـ = $\sqrt{(١٥)^{٢} + (٢٠)^{٢}}$ = ٢٥ سم

∴ أ ء = $\frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ١٢ سم

∴ **مساحة** Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٥ × ١٢

= ١٥٠ سم^{٢}

س٧ تحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه :

① حدد نوع Δ أ ب حـ **بالنسبة لزواياه حيث :**

أ ب = ٧سم ، أ حـ = ١٢ سم ، ب حـ = ٩ سم

البرهان : ∵ Δ أ ب حـ **فيه :**

(أ ب)^{٢} = (١٢)^{٢} = ١٤٤

، (أ حـ)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (٧)^{٢} + (٩)^{٢} = ١٣٠

∴ (أ ب)^{٢} > (أ حـ)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في حـ

② حدد نوع Δ س ص ع **بالنسبة لزواياه حيث :**

س ص = ٤ سم ، ص ع = ٦ سم ، س ع = ٥ سم

البرهان : ∵ Δ س ص ع **فيه :**

(ص ع)^{٢} = (٦)^{٢} = ٣٦

، (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢} = (٤)^{٢} + (٥)^{٢} = ٤١

∴ (ص ع)^{٢} < (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢}

∴ Δ س ص ع حاد الزوايا

س٨ أكمل ما يأتي :

① مسقط نقطة تنتمي لمستقيم على هذا المستقيم هي نقطة
② طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم ≥ طول القطعة المستقيمة الأصلية
③ مسقط قطعة المستقيمة **عمودية** على المستقيم هو نقطة وطولها = صفر
④ إذا كان: $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ **فإن :** طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = طول $\overline{\text{أ ب}}$
⑤ أ ب حـ مثلث قائم في ∠ ب **فإن :** مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو {ب}
⑥ Δ أ ب حـ فيه (أ ب)^{٢} = (أ حـ)^{٢} + (ب حـ)^{٢} **فإن :** ق(∠ حـ) قائمة
⑦ Δ أ ب حـ فيه (ب حـ)^{٢} − (أ ب)^{٢} = (أ حـ)^{٢} **فإن :** ق(∠ أ) = ٩٠°
⑧ Δ أ ب حـ فيه (ب حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} **فإن :** ∠ أ تكون منفرجة
⑨ Δ س ص ع فيه (س ص)^{٢} < (ص ع)^{٢} + (س ع)^{٢} **فإن :** ∠ ص تكون حادة
⑩ Δ ء هـ و فيه (هـ و)^{٢} − ٢ = (ء هـ)^{٢} + (ء و)^{٢} **فإن :** ∠ ء تكون منفرجة