Grade :9

YAMAN ASFARI

تاسع سوريا 2025

- ملفات لشرح كامل المنهاج
- الإجابة على كافة الاستفسارات
- أتمتات متنوعة وملاحظات
- متابعة حتى يوم الامتحان

Grade 9

@Y1148TASSEA

عرض أفكار سريع لكتاب الهندسة على شكل

أسئلة اختيار من متعدد وصح أو خطأ

ليس الهدف السؤال فقط لا بل الفكرة التي يحملها السؤال .

لا تفتح هذا الملف قبل الانتهاء الكامل من مراجعة كتاب الجبر

وأنوه مجددا لا تهمل أوراق العمل والاختبارات الواردة بعد كل وحده

الشروحات ضمن أسئلة الاختيار من متعدد والصح او الخطأ هي للتوضيح ولتذكير الطلاب بالمعلومات السابقة .

بالامتحان نكتفي بوضع الإجابة فقط بعد حل السؤال على المسودة ان لزم الأمر

مراجعة سريعة لبعض افكار الوحدة الأولى هندسة

أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) **(نماذج وزارية)** $ABCD$ مربع طول قطره يساوي $2\sqrt{2}$ فإن طول ضلعه يساوي:

A	$\sqrt{8}$	B	2	C	$\sqrt{2}$

2) **(نماذج وزارية)** قيمة المقدار $sin^2 70^\circ + cos^2 70^0 = \cdots$

A	-1	B	1	C	2

3) **(الامتحان النصفي الموحد)** قيمة x في التناسب: $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\sqrt{12}}$ هي:

A	2	B	6	C	$\sqrt{3}$

4) **(الامتحان النصفي الموحد)** إذا كانت $\tan\hat{A} = 1$ فإن قياس الزاوية $\hat{A}$ هو:

A	60°	B	30°	C	45°

5) **(حماة 2018)** ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ طول وتره $BC = 10cm$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي:

A	$5cm$	B	$10cm$	C	$20cm$

6) **(حماة 2018)** قيمة x في التناسب $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$ تساوي:

A	$6\sqrt{2}$	B	6	C	$3\sqrt{2}$

7) **(ريف دمشق 2018)** مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $2cm$ فإن طول الارتفاع يساوي:

A	$\sqrt{3}\,cm$	B	$\frac{\sqrt{12}}{3}cm$	C	1.5 cm

8) **(درعا 2018)** إذا كانت $\hat{\theta}$ قياس زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\cos 40^\circ = \sin\hat{\theta}$ فإن قياس الزاوية $\hat{\theta}$ يساوي:

A	$\hat{\theta} = 50^\circ$	B	$\hat{\theta} = 60^\circ$	C	$\hat{\theta} = 70^\circ$

9) **(درعا 2018)** عدد محاور التناظر لمثلث متساوي الأضلاع هي:

A	ثلاث محاور	B	محوران فقط	C	محور واحد

10) **(السويداء 2018)** ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $AC = 2AB$ فإن قياس الزاوية $\hat{A}$ يساوي:

A	45°	B	60°	C	30°

11) **(الرقة 2018)** إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\hat{A} \neq \hat{C}$ فإن:

A	$\tan\hat{C} = 1$	B	$\sin\hat{C} = \sin\hat{B}$	C	$\sin\hat{C} = \cos\hat{A}$

12) **(حماة 2019)** إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة و $sin\hat{x} = \frac{1}{2}$ فإن $cos\hat{x}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	C	$\frac{1}{2}$

13) **(اللاذقية 2019)** ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ مرسوم في دائرة نصف قطرها 5 فإن طول الوتر BC يساوي:

A	10	B	5	C	أصغر من 10

14) **(ريف دمشق 2019)** إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة بحيث $sin\hat{x} = \frac{2}{3}$ فإن قيمة $cos\hat{x}$ تساوي:

A	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	C	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

15) **(درعا 2019)** ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ و $sin\hat{B} = \frac{2}{3}$ فإن $cos\hat{C}$:

A	$\frac{4}{9}$	B	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	C	$\frac{2}{3}$

16) **(حلب 2019)** إذا كانت $\cos 80^{\circ} = \sin x$ فإن x تساوي:

A	80°	**B**	10°	**C**	40°

17) **(إدلب 2019)** إذا كانت x قياس زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\sin\frac{3}{5}$ فإن $\cos x$ يساوي:

A	$\frac{4}{5}$	**B**	$\frac{5}{4}$	**C**	$\frac{3}{4}$

18) **(القنيطرة 2019)** إذا كانت x زاوية حادة في مثلث قائم بحيث $sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن $cos x$ يساوي:

A	$\frac{1}{2}$	**B**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**C**	$\frac{1}{3}$

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) **(نماذج وزارية)** قياس الزاوية الحادة في المثلث القائم والمتساوي الساقين يساوي 30 درجة .

2) **(نماذج وزارية)** إذا كان x قياس زاوية حادة فإن $0 < \sin x < 1$.

3) **(نماذج وزارية)** النسبة المثلثية $\sin 50^{\circ} = \cos 40^{\circ}$.

4) **(الامتحان النصفي الموحد)** إذا كانت $\hat{B}$ زاوية حادة وكان $\sin 50^{\circ} = \cos B$ فإن قيمة B هي 40° .

5) **(الدورة التكميلية)** ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ ، طول وتره $BC = 8$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي 4 .

6) **(حمص 2018)** ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}$ و $BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$ فهو متساوي الأضلاع.

7) **(ريف دمشق 2018)** قيمة x في التناسب $\frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{x}{\sqrt{2}}$ تساوي 2 .

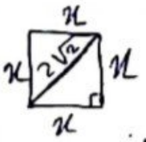
8) **(حلب 2018)** ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\sin \hat{A} = \frac{2}{3}$ فإن $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

9) **(دير الزور 2018)** $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم فإن $\sin \hat{\theta}$ عدد محصور بين الصفر والواحد .

10) **(الرقة 2018)** إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فإن $0 < \sin \hat{A} < 1$.

*** السؤال الأول:**

1) نستطيع تطبيق مبرهنة فيثاغورث:



$$x^2+x^2=8 \Rightarrow 2x^2=8 \Rightarrow x=2$$

الإجابة: B

فائدة ذكرتها لكم عدة مرات:
مربع طول ضلعه x فإن طول قطره $x\sqrt{2}$

. لاحظ هنا طول قطر المربع $2\sqrt{2}$ بالتالي فإن طول ضلعه $x=2$ و هذا الكلام ينطبق على المثلث القائم المتساوي الساقين.

2) تذكر دوماً المطابقة الزاوية:

$$\sin^2\hat{\theta}+\cos^2\hat{\theta}=1$$

نفس الزاوية

ومنه: $\sin^2 70 + \cos^2 70 = 1$

الإجابة B

3) جداء الطرفين = جداء الوسطين $\Leftarrow$ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{x}{\sqrt{12}}$

$$3x=\sqrt{3}\times\sqrt{12}$$

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

$$x=\frac{\sqrt{36}}{3}=\frac{6}{3}=2$$

الإجابة A.

4) يجب حفظ جدول النسب المثلثية للزوايا الحادة الشهيرة، اكتب مباشرة على المسودة كما علمتك سابقاً لأنك ستحتاجه في أكثر من مسألة:

$$\tan\hat{A}=1 \Rightarrow \hat{A}=45^\circ$$

الإجابة C

5) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم يقع في منتصف الوتر ويكون الوتر قطراً أي:

$$2R=10 \Rightarrow R=5\ cm$$

الإجابة A.

6) بتطبيق خاصة الضرب التقاطعي أو بملاحظة أن مقام الكسر الثاني ينتج عن مقام الكسر الأول بضربه على 2 نجد $x=6$

الإجابة B

7) (اطلع على لساني شعر وأنا أذكركم دوماً بأن:

. مساحة المثلث المتساوي الأضلاع:

$$S_3=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}\ ;\quad l \text{ طول الضلع}$$

. ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع:

$$h_3=\frac{l\sqrt{3}}{2}\ ;\quad l \text{ طول الضلع}$$

ومنه في سؤالنا يكون:

$$h_3=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ cm$$

ويكون مساحته:

$$S_3=\frac{4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\ cm^2$$

الإجابة A

(انتبه دوماً إلى الجواب والواحدة فممكن أن تشاهد أجوبة متقاربة في الخيارات)

8) أذكركم سريعاً:
في الزاويتين المتتامتين (مجموعهما 90°) تتحقق المساواة:

$$\sin\hat{\theta}=\cos(90^\circ-\hat{\theta})$$

أو:

$$\cos\hat{\theta}=\sin(90^\circ-\hat{\theta})$$

(جيب أحدهما = تجيب الأخرى)

مثلاً: $\sin 30^\circ=\cos 60^\circ$ ، $\sin 60^\circ=\cos 30^\circ$

$\sin 80^\circ=\cos 10^\circ$ ، $\sin 10^\circ=\cos 80^\circ$

وهكذا....

- بالعودة إلى السؤال:

$$\cos 40^\circ=\sin\hat{\theta} \Rightarrow \hat{\theta}=??$$

المساواة تحقق في الزاويتين المتتامتين أي أن:

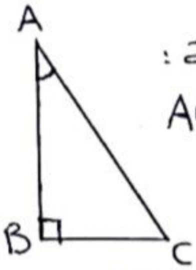
$$40^\circ+\hat{\theta}=90^\circ \Rightarrow \hat{\theta}=90^\circ-40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\theta}=50^\circ$$

الإجابة A.

9) ثلاث محاور **الإجابة A**
(أتحدث لاحقاً عن المصطلحات المتعلقة في المراجعة المتعلقة بالوحدة الثالثة)

10) نستطيع الحل بأكثر من طريقة:



$$AC = 2AB \Rightarrow AB = \frac{1}{2}AC$$

المطلوب قياس $\hat{A}$ ومعلوم لدينا الضلع المجاور لها ووتر المثلث القائم ومنه:

$$\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{1}{2}AC}{AC} = \frac{1}{2}$$

وبالتالي $\hat{A} = 60^\circ$ **الإجابة B**

- بطريقة أخرى: $\hat{C} = 30$ لأن الضلع المقابل لها يساوي نصف طول الوتر وبالتالي $\hat{A} = 60^\circ$

11) الانتباه جيداً هنا السؤال دقيق:

- المثلث ABC قائم في B وليس متساوي الساقين لأن $\hat{A} \neq \hat{C}$ وعليه فإن الزاويتين $\hat{A}, \hat{C}$ متتامتان (مجموعهما 90) وعليه فإن: $\sin\hat{C} = \cos\hat{A}$

أو $\sin\hat{A} = \cos\hat{C}$ **الإجابة C.**

- ملاحظة: الخيار B نستبعده مباشرة لأن B قائمة وليست حادة.
- وبما أن المثلث ليس متساوي الساقين أي $\hat{C} \neq \hat{A} \neq 45^\circ$ ومنه $\tan\hat{C} \neq 1$

أي الخيار الأخير أيضاً نستطيع استبعاده.

/ انتبه إلى هذه المناقشة تفيدك في أمثلة مشابهة. /

12) الرجاء الانتباه لعدم الوقوع بالخطأ:

$$\sin\hat{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\hat{x} = ?$$

نفس الزاوية

نستخدم مباشرة المطابقة:
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\cos x = +\frac{\sqrt{3}}{2}$$

الإجابة B

/ هنا النسبة هي لزاوية شهيرة $\hat{x} = 30^\circ$ أي نستطيع مباشرة أن نجد: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ولكن ليس بالضرورة أن تكون الزاوية شهيرة دوماً لذلك نعتمد على المطابقة مع الانتباه جيداً إلى المطلوب (نفس الزاوية أو غيرها)

13) وتر المثلث القائم هو قطر في الدائرة: وبالتالي $2R = BC = 10$

الإجابة A.

14) $$\sin\hat{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\hat{x} = ?$$

نفس الملاحظة في السؤال 12، الزاوية نفسها بالتالي نستخدم المطابقة $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ لنجد **الإجابة A**

(طبعاً الجذر الموجب فقط)

15) خطير جداً جداً: فخ بالامتحان

$$\sin\hat{B} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\hat{C} = ?$$

ليست الزاوية نفسها

لا نستخدم المطابقة، علينا الانتباه إلى أن الزاويتين $\hat{B}, \hat{C}$ متتامتان في المثلث القائم وعليه فإن:

$$\sin\hat{B} = \cos\hat{C} = \frac{2}{3}$$

الإجابة C

16) $\cos 80^\circ = \sin \hat{x} \Rightarrow \hat{x} = 10^\circ$

الإجابة B (المساواة محققة في الزاويتين المتتامتين)

17) $\sin \hat{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \hat{x} = ??$

$\sin^2 \hat{x} + \cos^2 \hat{x} = 1 \Rightarrow$

$\cos^2 \hat{x} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\Rightarrow \cos \hat{x} = \frac{4}{5}$ الإجابة A

18) $\sin \hat{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \hat{x} = ?$

الزاوية هي زاوية شهيرة حيث

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

الإجابة A. ويمكننا أيضاً دوماً باستخدام المطابقة لأجل الزوايا الغير شهيرة.

---

* السؤال الثاني:

1) خطأ الصحيح هو 45°

2) صح

$0 < \sin x < 1$

$0 < \cos x < 1$

بينما $\tan x$ ليس بالضرورة.

3) صح: زاويتان متتامتان.

4) صح: لأنّ متممة للزاوية 50°

$\hat{B} + 50^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 40^\circ$

5) صح: وتر المثلث القائم قطر في الدائرة

$2R = BC = 8 \Rightarrow R = 4$

6) صح:

$\cdot\ AB = 3\sqrt{2}$

$\cdot\ AC = \sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$\cdot\ BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

7) صح

$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$

$x = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$

8) صح لأنها نفس الزاوية ومنه

يجب أن تتحقق المطابقة:

$\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A} = 1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 \overset{?}{=} 1$

$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} \overset{?}{=} 1 \Rightarrow \frac{9}{9} = 1$

9) صح: $0 < \sin \hat{\theta} < 1$

10) صح حيث $\hat{A}$ زاوية حادة.

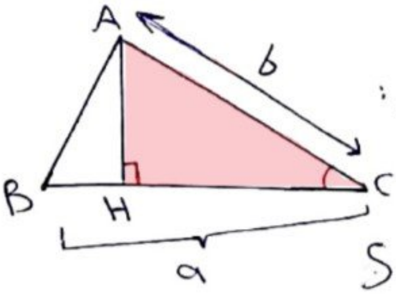
والتأكيد على أنّ: $\hat{\theta}$ حادة ومنه

$0 < \sin \hat{\theta} < 1$ ، $0 < \cos \hat{\theta} < 1$

بينما $\tan \hat{\theta}$ ليس بالضرورة.

11) الإثبات:

في الشكل المجاور:



مساحة المثلث ABC هي:

$S = \frac{1}{2} \cdot a b \cdot \sin C$

صح

$S = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}}{2}$

$= \frac{a \times AH}{2} = \frac{1}{2} a \times AH$

في المثلث القائم ACH لدينا:

$\sin \hat{C} = \frac{AH}{b} \Rightarrow AH = b \cdot \sin \hat{C}$

نعوض في المساحة:

$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \hat{C}$

* لبعض الأسئلة الإضافية المهمة.

السؤال الأول:

مثلث ABC قائم في $\hat{B}$ فيه $\frac{\hat{A}}{\hat{C}} = \frac{2}{3}$

احسب قياس كلاً من $\hat{A}$ و $\hat{C}$.

الحل: $\hat{B}=90^\circ$ ومنه $\hat{A}+\hat{C}=90^\circ$

ولدينا فرضاً:

$$\frac{\hat{A}}{\hat{C}} = \frac{2}{3}$$

حسب خواص التناسب: نثبت المقامات ونضيف إلى البسوط (أو بالعكس طالما العملية هي +)

$$\frac{\hat{A}+\hat{C}}{\hat{C}} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{90}{\hat{C}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \hat{C} = \frac{90\times 3}{5}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \frac{18\times 5\times 3}{5} = 54^\circ$$

ومنه،

$$\hat{A}+\hat{C}=90^\circ$$

$$\hat{A} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

السؤال الثاني:

جد عددين موجبين فرقهما 4 ونسبتهما $\frac{4}{3}$

الحل:

نفرض العدد الكبير x والعدد الصغير y

عندئذ $x-y=4$ ويكون انتباه:

كبير ← $\frac{4}{3} = \frac{x}{y}$ → كبير

صغير ← → صغير

حسب خواص التناسب نثبت المقامات ونطرح من البسوط (لكي نحصل على $x-y$)

$$\frac{4-3}{3} = \frac{x-y}{y} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{y}$$

الكبير $\Rightarrow y = 12 \Rightarrow x = 16$ الصغير

السؤال الثالث:

إذا كان $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

وكان $a+b=15$ احسب كلاً من a ، b

الحل: (في مثل هذه الأسئلة نحاول وضع المجهولين في كسر واحد باستخدام خواص التناسب)

- بتبادل بين الوسطين نجد:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

نثبت المقامات ونضيف للبسوط (أو بالعكس)

$$\frac{a+b}{b} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{15}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$b = \frac{3\times 15}{5} = 9$$

ومنه:

$$a+b=15 \Rightarrow a = 15-9 = 6$$

ملاحظة أخيرة:

- في السؤال عندما يعطيني إحدى النسبتين $\sin\hat{\theta}$ أو $\cos\hat{\theta}$ نستطيع حساب النسبة الأخرى من:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

ومن ثم حساب $\tan\hat{\theta}$ حيث

$$\tan\hat{\theta} = \frac{\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\theta}}$$

مثال:

لتكن $\hat{\theta}$ زاوية حادة حيث $\cos\hat{\theta}=\frac{5}{13}$

احسب كلاً من $\sin\hat{\theta}$ ، $\tan\hat{\theta}$

الحل:

$$\sin^2\hat{\theta}+\cos^2\hat{\theta}=1 \Rightarrow$$

$$\sin^2\hat{\theta}+\frac{25}{169}=1 \Rightarrow$$

$$\sin^2\hat{\theta}=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169} \Rightarrow$$

$$\sin\hat{\theta}=\frac{12}{13}$$

وبالتالي:

$$\tan\hat{\theta}=\frac{\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\theta}}$$

$$=\frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}=\frac{12}{13}\times\frac{13}{5}=\frac{12}{5}$$

- في السؤال عندما يعطي النسبة $\tan\hat{\theta}$ ويطلب منك حساب $\sin\hat{\theta}$ ، $\cos\hat{\theta}$ فيجب الانتباه إلى ما يلي:

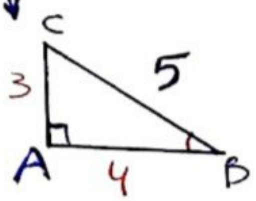
* إذا كان السؤال اختيار إجابة صحيحة أو صح أو خطأ:

ABC مثلث قائم في A حيث $\tan\hat{B}=\frac{3}{4}$ فإن $\sin\hat{B}=\dots$ ، $\cos\hat{B}=\dots$

- هنا نهتم بالجواب الأخير فقط لذلك على المسودة نقوم بما يلي:

• بما أن $\tan\hat{B}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{3}{4}$

فإننا نستطيع أن نرسم مثلث قائم A ونعين عليه الزاوية الحادة $\hat{B}$ بحيث الضلع المقابل هو 3 والمجاور هو 4



فيكون حسب فيثاغورث $CB=5$

ومنه:

$$\sin\hat{B}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{3}{5}$$

$$\cos\hat{B}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{4}{5}$$

* أما إذا لم يكن السؤال اختيار إجابة صحيحة أو صح أو خطأ عندئذ فنحن ملزمين بالعمل وفقاً الآتي:

$$\tan\hat{B}=\frac{3}{4}\xrightarrow[\text{طرفي المساواة}]{\text{نربع}}$$

$$\tan^2\hat{B}=\frac{9}{16}\Leftrightarrow\frac{\sin^2\hat{B}}{\cos^2\hat{B}}=\frac{9}{16}$$

نثبت المقام ونضيف إلى البسط

$$\frac{\underbrace{\sin^2\hat{B}+\cos^2\hat{B}}_{\text{البسط يساوي } 1}}{\cos^2\hat{B}}=\frac{9+16}{16}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{\cos^2\hat{B}}=\frac{25}{16}\Rightarrow$$

$$\cos^2\hat{B}=\frac{16}{25}\Rightarrow \boxed{\cos\hat{B}=\frac{4}{5}}$$

ولحساب $\sin B$ نعوض في المطابقة $\sin^2 B+\cos^2 B=1$ أو مباشرة:

$$\tan\hat{B}=\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{\sin\hat{B}}{\frac{4}{5}}\Rightarrow$$

$$\sin\hat{B}=\frac{\frac{4}{5}\times 3}{4}=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\hat{B}=\frac{3}{5}}$$

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الثانية هندسة

السؤال الأول: **في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:**

1) **(نماذج وزارية)** أسطوانة بحجم $1000m^3$ صمم نموذجاً مصغراً لها حجمه $8m^3$ فيكون معامل التصغير يساوي:

A	$\frac{1}{125}$	B	$\frac{1}{5}$	C	$\frac{2}{100}$

2) **(نماذج وزارية)** المثلث EFD تصغير للمثلث ABC فنسبة التصغير K تكون:

A	$K = 1$	B	$K < 1$	C	$K > 1$

3) **(نماذج وزارية)** مثلثان متشابهان مساحة الأول $25m^2$ ومساحة الثاني $100m^2$ فنسبة التكبير هي:

A	4	B	75	C	2

4) **(نموذج تربية حماة التدريبي)** المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي نفسها حل المعادلة:

A	$2x + 3 = 4$	B	$2x + 3 = 5$	C	$2x + 3 = 6$

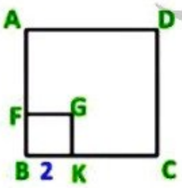
5) **(ريف دمشق 2018)** مربع مساحته $9m^2$ ، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36m^2$ فإن معامل التكبير يساوي:

A	4	B	3	C	2

6) **(حلب 2018)** مكعب حجمه $27m^3$ ، صمم نموذجاً مكبراً له حجمه $125m^3$ فإن معامل التكبير يساوي:

A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{5}{3}$	C	$\frac{125}{27}$

السؤال الثاني: **في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:**



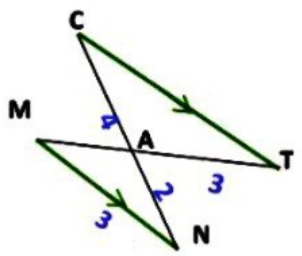
في الشكل المرسوم جانباً: لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

1) **(الامتحان النصفي الموحد)** إذا كان $BK = 2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6 .

2) **(الامتحان النصفي الموحد)** نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

في الشكل المجاور: (NC) و (MT) مستقيمان متقاطعان في A والمستقيمان (CT) و (NM) متوازيان

و $AC = 4$ و $AN = 2$ و $MN = TA = 3$ **فإن:**



3) **(حماة 2018)** $AM = \frac{3}{2}$.

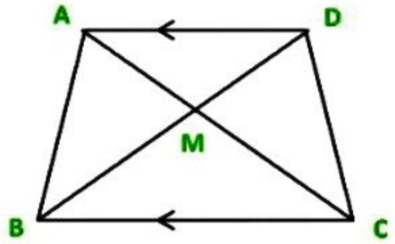
4) **(حماة 2018)** $CT = 4$.

5) **(حماة 2018)** $\frac{MN}{TC} = \frac{1}{2}$.

6) **(حماة 2018)** $\frac{\text{مساحة } NAM}{\text{مساحة } TCA} = \frac{2}{3}$.

---

7) **(حمص 2018)** إذا كانت نسبة التشابه $0 < K < 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل.



في الشكل المرسوم جانباً $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD = 2$ و $BM = 3$

8) **(القنيطرة 2018)** فإن: $\frac{AD}{BC} = \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC}$.

9) **(القنيطرة 2018)** المثلث MDA تصغير للمثلث BMC فإن معامله $\frac{2}{3}$.

10) **(القنيطرة 2018)** النسبة $\frac{MA}{MC} = \frac{3}{2}$.

11) **(القنيطرة 2018)** $\frac{\text{مساحة } MAD}{\text{مساحة } MBC} = \frac{9}{4}$.

Maher Barbar

والأماني فى متناول الجميع ولكن فى النهاية
لايفوز الا أهل العزائم

. أولاً:

. حل السؤال الأول:

*1) نفرض أن:

. حجم الأسطوانة الكبيرة $V_1 = 1000\ cm^3$

. حجم الأسطوانة الصغيرة $V_2 = 8\ cm^3$

. المطلوب معامل التصغير لذلك نقسم

. حجم الأسطوانة الصغيرة على حجم الأسطوانة

. الكبيرة حيث نعلم أن نسبة حجمي

. شكلين متشابهين تساوي مكعب نسبة

. التشابه:

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3 \Rightarrow k^3 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3}$$

$$k^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

. فالإجابة الصحيحة هي B.

*2) تذكر أن:

. $k > 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل

. $k < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير الشكل

. $k = 1$ يؤول التشابه إلى تطابق

. الإجابة الصحيحة هي B، ونذكر $k > 0$

*3) نفرض أن:

. مساحة المثلث الصغير: $S_1 = 25\,m^2$

. مساحة المثلث الكبير: $S_2 = 100\,m^2$

. المطلوب نسبة التكبير لذلك نقسم

. مساحة المثلث الكبير على مساحة

. المثلث الصغير حيث نعلم أن:

نسبة مساحتي شكلين متشابهين أي

مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{100}{25} = 4$$

ومنه: $k = 2$ (ولا نأخذ الجذر الآخر)

. فالإجابة الصحيحة هي C

*4) نسبة التكبير هي عدد $k > 1$ أي

يجب أن نختار المعادلة التي حلها عدد أكبر من 1

. لاحظ:

. المعادلة A:

$$2x + 3 = 4$$

$$2x = 4 - 3 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

عدد أصغر من 1 فليست A إجابة صحيحة

. المعادلة B:

$$2x + 3 = 5$$

$$2x = 5 - 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

عدد يساوي 1 فليست B إجابة صحيحة

. المعادلة C:

$$2x + 3 = 6 \Rightarrow 2x = 6 - 3$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

عدد أكبر من 1 ومنه الإجابة الصحيحة C

*5) بنفس طريقة حل السؤال 3

المطلوب نسبة التكبير ونفرض

مساحة المربع الصغير $S_1 = 9\,m^2$

مساحة المربع الكبير $S_2 = 36\,m^2$

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow k = 2$$

فالإجابة الصحيحة هي C

*6) نفرض:

حجم المكعب الصغير $v_1=27m^3$

حجم المكعب الكبير $v_2=125m^3$

المطلوب معامل التكبير

لذلك نقسم حجم المكعب الكبير على حجم المكعب الصغير حيث نعلم أن نسبة حجمي شكلين متشابهين هي مكعب نسبة التشابه:

$$\frac{v_2}{v_1}=k^3 \Rightarrow k^3=\frac{125}{27}$$

$$k^3=\frac{5^3}{3^3}=\left(\frac{5}{3}\right)^3$$

أي أن $k=\frac{5}{3}$

فالإجابة الصحيحة B.

حل السؤال الثاني:

المربع BKGF هو تصغير المربع ABCD بنسبة $\frac{1}{3}$

*1) نعلم أن: التشابه يضرب الأطوال بالعدد k حيث: k هي تصغير بنسبة $\frac{1}{3}$

لذلك نأخذ ضلع من المربع الصغير على ضلع من المربع الكبير:

$$\frac{BK}{BC}=k \Rightarrow \frac{2}{BC}=\frac{1}{3}$$
تصغير

ومنه $BC=6$ أو بطريقة أخرى

1. المطلوب طول ضلع المربع الكبير لذلك نقسم الكبير على الصغير مع الانتباه إلى قلب نسبة التصغير لتصبح تكبير كما يلي

$$\frac{BC}{BK}=k \Rightarrow BC=k\times BK$$
تكبير

$$=\frac{3}{1}\times 2=6$$

فالإجابة صحيحة.

*2) المطلوب مساحة المربع الصغير إلى الكبير بالتالي

صغير
$$\frac{S(BKGF)}{S(ABCD)}=k^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$
كبير — تصغير

فالإجابة خاطئة.

لنكتب مباشرة النسب الثلاث:

$$\left.\begin{matrix}AMN\\ ATC\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{AM}{AT}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{CT}=k$$

$$\frac{AM}{3}=\frac{2\div 2}{4\div 2}=\frac{3}{CT}=k=\frac{1}{2}$$

*3) $\frac{AM}{3}=\frac{1}{2}\Rightarrow MA=\frac{3}{2}$

الإجابة صحيحة

*4) $\frac{3}{CT}=\frac{1}{2}\Rightarrow CT=6$

الإجابة خاطئة

*5) $\frac{MN}{CT}=k=\frac{1}{2}$

الإجابة صحيحة

*6) صغير
$$\frac{S(NAM)}{S(ATC)}=k^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$
كبير — تصغير

فالإجابة خاطئة

*7) أعيد التذكير مجدداً:

$k<1$ يؤول التشابه إلى تصغير

$k>1$ يؤول التشابه إلى تكبير

$k=1$ يؤول التشابه إلى تطابق

$k>0$ عدد موجب دوماً

$0<k<1$ يؤول التشابه إلى تصغير فالإجابة خاطئة.

• لنكتب مباشرة النسب الثلاث من قاعدتا مشبه المنحرف متوازيات
أي في المثلثين MAD ، MBC لدينا $(AD)\parallel(BC)$ وفق:

$$\left.\begin{matrix} MAD \\ MCB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{MA}{MC}=\frac{MD}{MB}=\frac{AD}{BC}=k$$

$$\frac{2}{3}=\frac{MD}{MB}=\frac{AD}{BC}=k \Rightarrow k=\frac{2}{3}$$

*8) عبارة صحيحة وهي نفس عبارة النسب الثلاث

*9) عبارة صحيحة لاحظ نسبة التشابه $k=\frac{2}{3}$ أي نسبة تصغير

*10) إن $\frac{MA}{MC}=k=\frac{2}{3}\neq\frac{3}{2}$ فالعبارة خاطئة

*11) نسبة مساحتي شكلين متشابهين أي مربع نسبة التشابه:

المطلوب: مساحة المثلث الصغير MAD على الكبير MBC

$$\frac{S(MAD)}{S(MBC)} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

صغير / كبير

فالعبارة خاطئة

// انتبه //

$\frac{9}{4}$ هي نسبة مساحة الكبير $S(MBC)$ إلى الصغير $S(MAD)$

أسئلة إضافية: (دورات) تشابه نسبته k عندئذٍ:

12) تُضرب الأطوال بالعدد k ✓

13) تُضرب الزوايا بالعدد k ✗ (التشابه يحافظ على قياس الزوايا)

14) تُضرب المساحات بالعدد k^2 ✓

15) تُضرب الحجوم بالعدد k^3 ✓

* أسئلة إضافية:

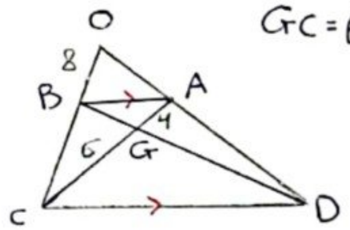
- السؤال الأول:

في الشكل المجاور:

$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[CD]$، $[AB]$

نعلم أن: $OB = 8\ cm$

$GC = 6cm\ ,\ GA = 4cm$



والمطلوب:

1) وازن النسبتين: $\frac{OB}{OC}$ ، $\frac{GA}{GC}$

- بما أن $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه متوازيتان أي أن: $BA \parallel CD$ وعليه فإن:

• حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين GAB ، GCD نجد:

$$\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots (1)$$

• حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين OBA ، OCD نجد:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد أن النسبة $\frac{BA}{CD}$ مشتركة

ومنه:

$$\frac{GA}{GC} = \frac{OB}{OC} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots *$$

أي أن النسبتين $\frac{OB}{OC}$ ، $\frac{GA}{GC}$ متساويتان

2) احسب الطول $[BC]$.

من * نجد:

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{OC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{OC} \Rightarrow$$

$$OC = 12\ cm \Rightarrow BC = 12 - 8 = 4cm$$

3) أثبت أن المثلثين OBA ، OCD متشابهان واستنتج النسبة $\frac{\text{مساحة } OBA}{\text{مساحة } OCD}$

المثلثان متشابهان لتناسب أضلاع الأول مع مقابلاتها من الثاني حسب مبرهنة النسب الثلاث ونسبة التشابه:

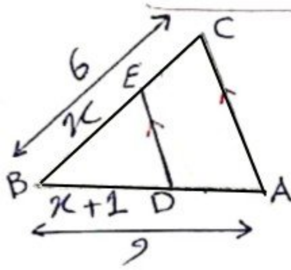
$$\underbrace{\frac{OB}{OC}} = \frac{OA}{OD} = \frac{BA}{CD} = K \Rightarrow$$

$$\frac{8}{12} = K \Rightarrow K = \frac{2}{3}$$

ونعلم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه أي:

$$\frac{S_{(OBA)}}{S_{(OCD)}} = K^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

- السؤال الثاني:



في الشكل المرافق المستقيمان (CA) ، (ED) متوازيان والمطلوب:

1) احسب قيمة x

لدينا فرضاً $(CA) \parallel (ED)$ وبالتالي حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين BDE ، BAC نكتب:

$$* \ldots \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{ED}{CA} \Rightarrow$$

$$\frac{x+1}{9} = \frac{x}{6} \Rightarrow 9x = 6x + 6 \Rightarrow$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

2) احسب $[AD]$ ، $[EC]$.

- حساب $[AD]$: $x = 2 \Rightarrow [BD] = x + 1 = 3$

$$\Rightarrow [AD] = 9 - 3 = 6$$

- حساب $[EC]$:

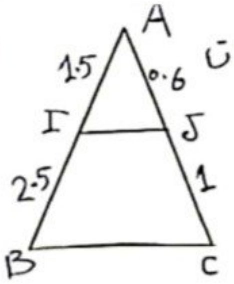
$$[BE] = x = 2 \Rightarrow [EC] = 6 - 2 = 4$$

3) احسب النسبة $\frac{ED}{CA}$.

من * لدينا:

$$\frac{ED}{CA} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{ED}{CA} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

*السؤال الثالث: تأمل المعطيات



في الشكل المجاور، ثم أثبت أن $(BC)\parallel(IJ)$

الحل:

لكي يكون $(BC)\parallel(IJ)$ يجب أن تتحقق المساواة:

$$\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$$

$$\cdot\ \frac{AI}{AB}=\frac{1.5}{4}=\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$$

$$\cdot\ \frac{AJ}{AC}=\frac{0.6}{1.6}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

$\Rightarrow$ $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ وبما أن النقاط A,I,B على القاطع AB منسجمة بالترتيب مع النقاط A,J,C على القاطع AC فالمستقيمان (IJ)، (BC) متوازيان حسب مبرهنة النسب الثلاث العكسية.

*ثانياً: المثلث ABC مكبر عن المثلث AIJ بنسبة تكبير k أوجد k ثم أثبت أن: $9S(ABC)=64S(AIJ)$

الحل: بما أن $(BC)\parallel(IJ)$ /إثباتاً/ فالمثلثات ABC، AIJ متشابهان حسب مبرهنة النسب الثلاث والمثلث ABC تكبير عن المثلث AIJ بنسبة تكبير k حيث:

نسبة التصغير هي $\frac{3}{8}$ فنسبة التكبير $k=\frac{8}{3}$

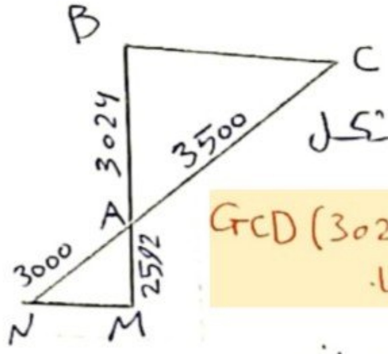
(أو النسبة أطوال أضلاع الكبير إلى أطوال أضلاع الصغير)

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين: k^2

$$\frac{S(ABC)}{S(AIJ)}=k^2=\frac{64}{9}\Rightarrow$$

$$9S(ABC)=64S(AIJ)$$

السؤال الرابع:



تأمل الأطوال على الشكل المجاور:

1) احسب $GCD(3024,2592)$ بالطريقة التي تختارها.

حسب خوارزمية إقليدس نجد:

$$3024=1\times2592+432$$

$$2592=6\times432+0\Rightarrow$$

$$GCD(3024,2592)=432$$

2) اختزل الكسرين $\frac{3000}{3500}$ ، $\frac{2592}{3024}$

$$\cdot\ \frac{3000}{3500}=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$$

$$\cdot\ \frac{2592\div432}{3024\div432}=\frac{6}{7}$$

3) قل بأن كان المستقيمين (MN) و (BC) متوازيين أم متقاطعين مع شرح إجابتك.

نفس طريقة حل الطلب الأول في السؤال السابق:

$$\cdot\ \frac{AN}{AC}=\frac{3000}{3500}=\frac{6}{7}$$

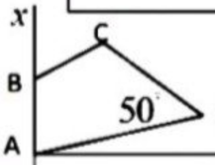
$$\cdot\ \frac{AM}{AB}=\frac{2592}{3024}=\frac{6}{7}$$

$\Rightarrow$ المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث حيث النقاط B,A,M على القاطع BM منسجمة بالترتيب مع النقاط N,A,C على القاطع NC

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحه من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

❶ (ادلب 2018) $ABCD$ رباعي دائري فيه قياس $B\hat{C}D = 115^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D$ يساوي

A	65°	B	25°	C	115°



❷ (الحسكة 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي دائري فيه $A\hat{D}C = 50^\circ$
فإن قياس الزاوية $C\hat{B}x$ يساوي:

A	40°	B	50°	C	130°

❸ (السويداء و طرطوس 2019) AB ضلع في مخمس منتظم $ABCDE$ مركزه O فان قياس $A\hat{O}B$ يساوي:

A	72°	B	75°	C	60°

❹ (الحسكة 2019) المستقيم d يمس دائرة C مركزها O نصف قطرها $R = 6$ فان بعد مركز الدائرةعن المستقيمd

A	يساوي 6	B	أقل من 6	C	أكبر من 6

❺ (الرقة 2019) في الرباعي الدائري مجموع الزاويتين المتقابلتين يساوي :

A	100°	B	180°	C	90°

❻ (الرقة 2019) AB ضلع في مسدس منتظم مركزه O فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

A	72°	B	90°	C	60°

❼ (اللاذقية 2019) دائرة مركزها O ، $\widehat{BC}$ قوس فيها قياسه 40° فان قياس الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ يساوي :

A	20°	B	40°	C	80°

❽ (درعا 2019) AB ضلع في مضلع منتظم مركزه O عدد أضلاعه $(n = 12)$ فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

A	60°	B	45°	C	30°

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الآتية:

① (السويداء 2018) إذا كان $ABCDEF$ مسدس منتظم فإن قياس الزاوية $C\hat{D}E$ يساوي 120°

② (اللاذقية 2018) إذا كان قياس $\hat{A} = 100^\circ$ في الرباعي الدائري $ABCD$ فإن قياس الزاويةالمقابلة لها $\hat{C} = 80^\circ$

③ (دمشق 2018) النقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 40°

④ (تكميلي 2018) لنقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 45°

⑤ للمثلث المتساوي الساقين محورا تناظر

⑥ طول قطر الدائرة المارة برؤوس مسدس منتظم هو 10 فيكون محيط هذا المسدس 60

⑦ الدائرة $C(O,R)$ تمس الدائرة $C'(O',R')$ داخلاً فإن : $OO' > R' - R$

* أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

- السؤال الأول:

1)- نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين وبالتالي:
$ABCD$ رباعي دائري فيه $B\hat{C}D = 115°$
فيكون قياس الزاوية المقابلة لها
$B\hat{A}D = 65°$
الإجابة الصحيحة هي A.

2)- نعلم أن: في الرباعي الدائري الزاوية الخارجية تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها ومنه:
$C\hat{B}x = A\hat{D}C = 50°$
الإجابة الصحيحة هي B

3- قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم والتي تحصر أحد أضلاعه $A\hat{O}B$ تعطى: $A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$ ، $n=5$ فرضاً
ومنه:
$A\hat{O}B = \frac{360°}{5} = 72°$
الإجابة الصحيحة هي A

4)- نعلم أن: المستقيم المماس للدائرة C يبعد عن مركزها بعداً ثابتاً يساوي نصف القطر أي أن: $R = 6$ بالتالي
بعد المستقيم d عن مركز الدائرة هو $R = 6$
الإجابة الصحيحة هي A

5) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعها $180°$)
فالإجابة الصحيحة هي B

6) بطريقة مشابهة للسؤال 3 نجد $A\hat{O}B = 60°$ الإجابة C

7) قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي قياس القوس المقابل وبالعكس
ومنه $B\hat{O}C = \widehat{BC} = 40°$
الإجابة الصحيحة هي B

8) $A\hat{O}B = \frac{360}{12} = 30°$
الإجابة C

- السؤال الثاني:

1)- نعلم أن قياس الزاوية المركزية في المسدس المنتظم $A\hat{O}B = 60°$ وقياس الزاوية الداخلية فيه (المحصورة بين ضلعين متتاليين)
$C\hat{D}E = 180° - A\hat{O}B \Rightarrow$
$= 180° - 60° = 120°$
فالعبارة صحيحة

2)- في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين، $\hat{A} = 100$ تقابلها $\hat{C} = 80$
$\hat{A} + \hat{C} = 180$ فالعبارة صحيحة

3) $A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360}{8} = 45^\circ$ فالعبارة خاطئة.

4) العبارة صحيحة من الطلب السابق

5) للمثلث المتساوي الساقين محور تناظر واحد وهو محور ضلع القاعدة فقط. فالعبارة خاطئة.

تذكر: عدد المحاور التناظرية لأي مضلع منتظم يساوي عدد أضلاعه.
- المثلث المتساوي الأضلاع: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظرية 3.
- المربع: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظرية هو 4
- المستطيل: ليس مضلع منتظم وعدد محاوره التناظرية هو 2.
- المخمس المنتظم: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظرية هو 5. ...وهكذا

وتذكر أيضاً: كل مضلع منتظم قابل للارتسام في دائرة مركز هذه الدائرة هو مركز المضلع المنتظم.

6) $2R = 10 \Rightarrow R = 5$

نعلم أن: طول ضلع المسدس المنتظم يساوي طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه (وهو المضلع المنتظم الوحيد الذي يحقق هذه الخاصة)

ومنه $l = 5$ وعليه أي مضلع منتظم يساوي

$P = n \times l$; n عدد أضلاعه ، l طول ضلعه

$P = 6 \times 5 = 30$ فالعبارة خاطئة.

7) عبارة خاطئة والصواب: $OO' = R' - R$

* إضافي: دورة 2020 ، مسدس منتظم مرسوم في دائرة نصف قطرها 5cm فإن محيط المسدس يساوي .....؟؟ $P = n \times l = 6 \times 5 = 30cm$

// انتبه إلى الفرق، قد يعطيك القطر - أو نصف القطر //

* ملاحظة:

• في الامتحان سنجد مسألة الهندسة بـ 200 درجة، هذه المسألة ستكون من هذه الوحدة والوحدات التي سبقتها (مسألة شاملة).

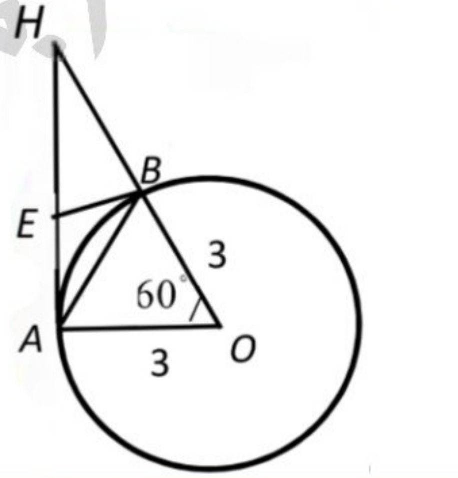
* تنويه: لحل أي مسألة هندسة:

• ضع الفرضيات مباشرة على الرسم الموجود.
• كل معلومة تظهر معك في الطلبات أيضاً ضعها مباشرة على الرسم.
• التزم بترتيب الطلبات.

* مسألة (دورة): الرقم 208

في الشكل المرسوم جانباً: دائرة مركزها النقطة O ونصف قطرها $OA=3$

(HA)، (EB) مماسان للدائرة في النقطتين A، B على الترتيب وفيه $B\hat{O}A=60^\circ$



1) احسب قياس الزاويتين $B\hat{A}E$ ، $\hat{H}$.

(يحل بأكثر من طريقة)

• $B\hat{O}A=60^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AB}=60^\circ$ (مركزية تقاس بقياس القوس المقابل وبالعكس)

- لدينا فرضاً (HA) مماس للدائرة في A وبالتالي:

• $B\hat{A}E=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}=30^\circ$ (مماسية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصرها)

• $HA \perp AO \Rightarrow H\hat{A}O=90^\circ$ (المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس)

• في المثلث HAO القائم في A لدينا $\hat{O}=60$ ومنه $\hat{H}=30^\circ$ (ضع هذه المعطيات على الرسم)

2) أثبت أن $OH=6$ ثم احسب طول AH

(يحل بأكثر من طريقة)

• نعلم أن: في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر

- لدينا:

المثلث HAO قائم في A فيه $\hat{H}=30^\circ$ و $OA=3$

وبالتالي:

$AO=\frac{1}{2}HO$ ومنه $HO=2AO$

$HO=2(3)=6$

- ولحساب AH نستطيع تطبيق فيثاغورث أو الاستفادة من إحدى النسب للزاويتين 30° أو 60°

$$\cos 30^\circ=\frac{AH}{HO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AH}{6} \Rightarrow$$

$$AH=3\sqrt{3}$$

3) احسب $\cos E\hat{H}B$ واستنتج طول HE.

بداية المثلث EHB قائم في B

حيث المماس (EB) يعامد نصف القطر OB في B بالتالي $E\hat{B}H=90^\circ$ ومنه في المثلث القائم EHB لدينا:

$$\underbrace{\cos E\hat{H}B}=\frac{HB}{HE}$$

(لأن $HB=6-3=3$)

$$\cos 30^\circ=\frac{3}{HE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{HE} \Rightarrow$$

$$HE=\frac{3\times 2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$

4) أثبت أن النقاط A، E، B، O تقع على دائرة واحدة ثم عيّن مركزها

في الرباعي $AEBO$ لدينا:

$\hat{B}=90^\circ$ (إثباتاً)
$\hat{A}=90^\circ$ (إثباتاً)

زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي $AEBO$ فهو دائري أي أن النقاط A، E، B، O تقع على دائرة واحدة مركزها منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين OEB، OEA

أي منتصف OE

* طلب إضافي:

5) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث AOB، ما طبيعة العدد الناتج؟

• مساحة الدائرة: $S_{circle} = \pi R^2 ; R = 3$

$= \pi (3)^2 = 9\pi$ وحدة مربعة

• المثلث AOB متساوي الساقين فيه الزاوية $\hat{O} = 60°$ فهو متساوي الأضلاع ونعلم أن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع:

$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} ; \ell = 3$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4}$ وحدة مربعة

• مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث AOB هي S حيث:

$S = S_{circle} - S_3 = 9\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$= 9\left(\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ وحدة مربعة.

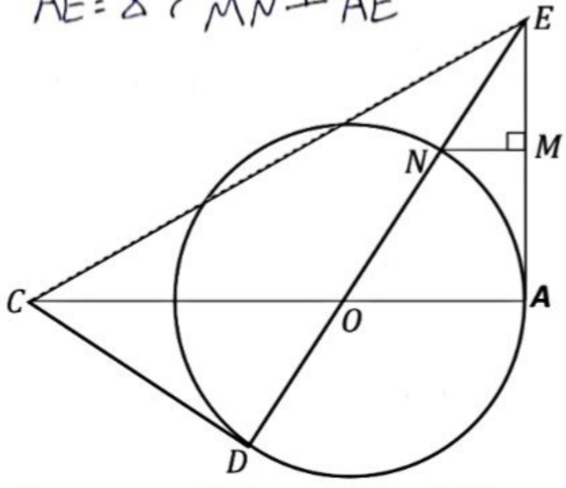
وهو عدد غير عادي.

---

* مسألة (دورة)

في الشكل المرافق: دائرة مركزها O ونصف قطرها 6 و AE مماس لها في A و CD مماس لها في D.

$AE = 8$ ، $MN \perp AE$



1) أثبت أن $MN \parallel OA$

$MN \perp AE$ (فرضاً)

$OA \perp AE$ (المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس)

$\Leftarrow MN \parallel OA$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان.

2) احسب طول OE ثم استنتج NE.

المثلث OAE قائم في A إثباتاً وحسب فيثاغورث نجد:

$[OE]^2 = [OA]^2 + [AE]^2$

$= 36 + 64 \Rightarrow [OE] = 10$

ومنه $NE = 10 - 6 = 4$

3) اكتب النسب الثلاث في المثلثين AOE ، MNE واستنتج طول MN.

$MN \parallel OA$ إثباتاً ومنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين AOE ، MNE:

$\frac{EM}{EA} = \frac{EN}{EO} = \frac{NM}{OA} \Rightarrow$

$\frac{EM}{8} = \frac{4}{10} = \frac{NM}{6} \Rightarrow$

$\frac{NM}{6} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow NM = \frac{12}{5} = 2.4$

4) أثبت أن AECD رباعي دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

في الرباعي AECD لدينا:

$\hat{A} = 90°$

$\hat{D} = 90°$ (لأن CD مماس)

زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي AECD

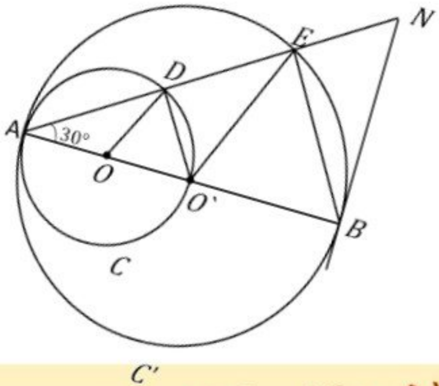
فهو دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين CAE ، CDE أي منتصف CE.

* مسألة (دورة)

في الشكل المجاور، C' دائرة قطرها AB ومركزها O'

NB مماس للدائرة C' في B

C دائرة قطرها AO' حيث $D\hat{A}O'=30°$



1) احسب قياس كلاً من القوسين $\widehat{EB}$ ، $\widehat{DO'}$

• في الدائرة C لدينا:

$D\hat{A}O'=30°$ وهي زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{DO'}$ ومنه:

$$D\hat{A}O'=\frac{1}{2}\widehat{DO'} \Rightarrow \widehat{DO'}=2(30)=60°$$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس)

• وبنفس الطريقة نجد في الدائرة C':

$N\hat{A}B=30°$ وهي زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{EB}$ ومنه $\widehat{EB}=60°$ (لنفس السبب السابق)

2) أثبت أن $D\hat{O}O'=E\hat{O'}B$ واستنتج أن $O'E \parallel OD$

• في الدائرة C لدينا:

$D\hat{O}O'=\widehat{DO'}=60°$ (مركزية تقاس بقياس القوس المقابل لها)

• وكذلك الأمر في الدائرة C' لدينا

$E\hat{O'}B=\widehat{EB}=60°$ (مركزية ....)

• وبالتالي:

$D\hat{O}O'=E\hat{O'}B=60°$ وهما في وضع التناظر بالنسبة للمستقيمين (OD) ، $(O'E)$ والقاطعين (AE)،(AB)

فالمستقيمان (OD) ، $(O'E)$ متوازيان.

3) احسب النسبة $\dfrac{\text{مساحة المثلث } AOD}{\text{مساحة المثلث } AO'E}$

• لدينا $OD \parallel O'E$ إثباتاً وبالتالي المثلثان AOD ، $AO'E$ متشابهان ونسبة التشابه هي النسب الثلاث حيث:

$$\frac{AO}{AO'}=\frac{AD}{AE}=\frac{OD}{O'E}=K \Rightarrow$$

ونلاحظ أن $AO'=R'$ ، $AO=R$

$$AO'=2AO \Leftrightarrow R'=2R$$

$$\frac{R}{2R}=\frac{AD}{AE}=\frac{OD}{O'D}=K=\frac{1}{2}$$

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي K^2 مربع نسبة التشابه ومنه:

$$\frac{S(AOD)}{S(AO'E)}=K^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

/ انتبه دوماً إلى المطلوب: هنا المطلوب مساحة الصغير إلى الكبير لذلك أوجدنا نسبة التصغير/

4) أثبت أن الرباعي $BNDO'$ دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

• في الدائرة C لدينا:

$A\hat{D}O'=90°$ (محيطية تحصر قوس نصف الدائرة)

ومنه: (مكملتها)

ولدينا $N\hat{D}O'=90°$، NB مماس للدائرة C' في B فهو يعامد نصف قطرها في B أي:

$$O'B \perp BN$$

مما سبق نجد:

في الرباعي $BNDO'$ لدينا:

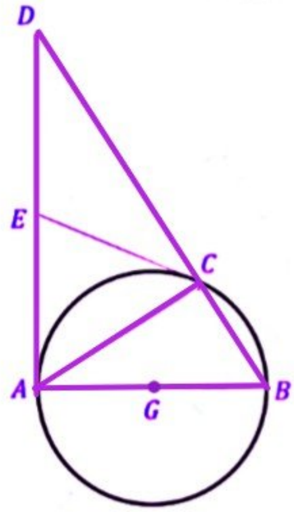
$\left.\begin{array}{l}\hat{D}=90° \\ \hat{B}=90°\end{array}\right\}$ زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي

$BNDO'$ فهو دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين BNO' ، DNO' أي منتصف NO'.

*** مسألة (دورة) + إيضاحات:**

في الشكل المرافق دائرة مركزها النقطة G وقطرها $AB=12$ حيث $B\hat{A}C=30^\circ$

مماس الدائرة في A يتقاطع مع BC في D.



1) احسب مساحة المثلث ACD.

• بداية المثلث ACB قائم في C حيث: $A\hat{C}B$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة

فيه $AB=12$ أيضاً $B\hat{A}C=30^\circ$ ومنه

$$\underbrace{\cos B\hat{A}C}=\frac{AC}{AB}\Rightarrow$$

$$\cos 30^\circ=\frac{AC}{12}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AC}{12}\Rightarrow$$

$$AC=6\sqrt{3}$$

المثلث BAD قائم في A لأن المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس وبالتالي

$$D\hat{A}C=90^\circ-30^\circ=60^\circ$$

(أو مماسية قياسها يساوي نصف القوس $\widehat{AC}$ حيث $\widehat{AC}=2\hat{B}=120^\circ$ لأن $\hat{B}$ محيطية)

ومنه: في المثلث القائم ACD نجد:

$$\underbrace{\tan D\hat{A}C}=\frac{DC}{AC}$$

$$\tan 60=\frac{DC}{6\sqrt{3}}$$

ومنه: $(\tan 60^\circ=\sqrt{3})$

$$\sqrt{3}=\frac{DC}{6\sqrt{3}}\Rightarrow DC=18$$

وبالتالي:

مساحة المثلث القائم ACD تساوي نصف جداء ضلعيه القائمين:

$$S_{(ACD)}=\frac{[AC]\times[DC]}{2}$$

$$=\frac{6\sqrt{3}\times 18}{2}=6\sqrt{3}\times 9$$

$$=54\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

2) إذا كانت E منتصف AD أثبت أن CE مماس للدائرة في C.

(يجب إثبات أن قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم EC مع الدائرة يساوي نصف قياس القوس $\widehat{AC}$)

• E منتصف الوتر في المثلث القائم ACD وبالتالي $ED=AE$ ويكون

EC متوسط في المثلث القائم متعلق بالوتر DA ونعلم أن: في المثلث القائم: المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر ومنه:

$$EC=AE$$

أي أن المثلث AEC متساوي الساقين في E فيه $\hat{A}=60^\circ$ فهو متساوي الأضلاع أي أن

$$E\hat{C}A=60^\circ$$

وعلماً أن $\widehat{AC}=120^\circ$ نجد:

$$E\hat{C}A=\frac{1}{2}\widehat{AC}$$

فهي زاوية مماسية.

أي أن EC مماس للدائرة في C.

(أو نستطيع أن نصل C إلى G وبعد أن أثبتنا أن AEC متساوي الأضلاع، نُبرهن أن $E\hat{C}G=90^\circ$ أي أن المستقيم EC يُعامد نصف القطر في C فهو مماس - افهم الطريقتين)

3) أثبت أن الرباعي AGCE دائري عين مركزها واحسب طول نصف قطرها.

• CE مماس للدائرة في C إثباتاً.

EA مماس للدائرة في A فرضاً، وبالتالي

$$\left\{\begin{array}{l} CE \perp GC \\ EA \perp AG \end{array}\right.$$ لأن المماس يتعامد نصف القطر في نقطة التماس.

أصبح لدينا في الرباعي AGCE

$$\left\{\begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{C} = 90^\circ \end{array}\right.$$ زاويتان متقابلتان ومتكاملتان فهو دائري ومركز الدائرة المارة

برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين EGC ، EGA أي منتصف EG.

• لنحسب نصف قطرها.

من المثلث القائم EGA وحسب فيثاغورث نجد:

$$[EG]^2 = [AG]^2 + [AE]^2 = (6)^2 + (6\sqrt{3})^2$$

حيث EAC متساوي الأضلاع إثباتاً وطول ضلعه $6\sqrt{3}$

$$= 36 + 108 = 144 \Rightarrow [EG] = 12$$

وهو قطر في الدائرة المارة برؤوس الرباعي AGCE وبالتالي نصف قطر تلك الدائرة

$$\frac{[EG]}{2} = 6$$

ماذا تلاحظ ؟؟ مركز الدائرة المارة برؤوس الرباعي AGCE سيكون بالضبط نقطة تقاطع المستقيم EG مع القوس $\overset{\frown}{AC}$

* إضافي وتترك الحل للطلاب:

• أثبت أن الرباعي EGCD شبه منحرف، احسب محيطه.

• احسب مساحة المثلث GCB وطول أحد ارتفاعاته.

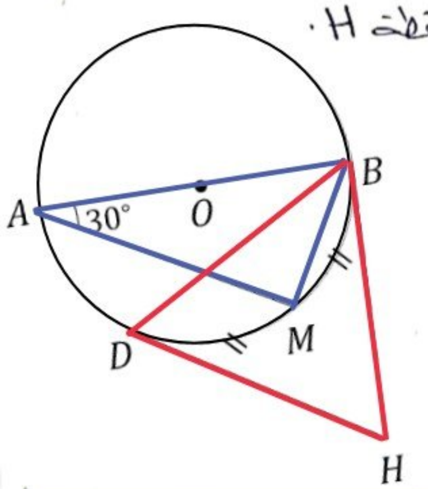
• أثبت أن الرباعي AGCH معين واحسب مساحته (حيث H نقطة تقاطع المستقيم EG مع القوس $\overset{\frown}{AC}$)

* مسألة (دورة)

في الشكل المجاور دائرة مركزها النقطة O وقطرها AB طوله 10.

M نقطة من الدائرة حيث $\overset{\frown}{MD} = \overset{\frown}{MB}$

$B\hat{A}M = 30^\circ$ ، HB ، HD مماسان للدائرة في النقطتين B ، D على الترتيب ويتقاطعان في النقطة H.



1) احسب قياس $A\hat{M}B$ واستنتج $\overset{\frown}{BM}$ ، $\overset{\frown}{AD}$

$A\hat{M}B$ زاوية محيطية وتحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي $A\hat{M}B = 90^\circ$

• لدينا فرضاً $B\hat{A}M = 30^\circ$ وهي محيطية قوسها المقابل $\overset{\frown}{BM}$ ومنه:

$$B\hat{A}M = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BM} \Rightarrow \overset{\frown}{BM} = 2(30^\circ) = 60^\circ$$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس)

وبما أن $\overset{\frown}{MD} = \overset{\frown}{MB}$ فإن:

$$\overset{\frown}{BM} = 60^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{MD} = 60^\circ \Rightarrow$$

قياس نصف قوس الدائرة 180° وبالتالي:

$$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DM} + \overset{\frown}{MB} = 180^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = 60^\circ$$

(ويمكن الحساب بالاستعانة بالزاوية $\hat{B} = 60^\circ$)

2) احسب قياس $D\hat{B}M$ و $B\hat{D}H$.

$$D\hat{B}M = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DM} = 30^\circ$$ (محيطية)

• DH مماس للدائرة في D ومنه $B\hat{D}H$ مماسية قوسها $\overset{\frown}{DB}$ ومنه:

$$B\hat{D}H = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2}(120^\circ) = 60^\circ$$

(قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس)

3) احسب أطوال المثلث $A\hat{M}B$ ومن ثم مساحته.

• لقد أثبتنا أن المثلث AMB قائم في M
فيه $B\hat{A}M=30°$ ، $AB=10$ وبالتالي:

$$[BM]=\frac{1}{2}[AB]=\frac{1}{2}(10)=5$$

(لأن الضلع المقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم يساوي نصف طول وتره ... أو نستخدم إحدى النسب المثلثية للزاويتين ($\hat{A}=30°$ ، $\hat{B}=60°$)

• حساب AM عن طريق فيثاغورث أو:

$$\underbrace{\cos B\hat{A}M}=\frac{AM}{AB}\Rightarrow$$

$$\cos 30°=\frac{AM}{10}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AM}{10}\Rightarrow$$

$$AM=5\sqrt{3}$$

• مساحة المثلث القائم تساوي نصف جداء ضلعيه القائمين ومنه:

$$S_{(ABM)}=\frac{[AM]\times[MB]}{2}=\frac{5\sqrt{3}\times5}{2}$$

$$=\frac{25}{2}\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

4) أثبت أن المثلث DBH متساوي الأضلاع.

$$B\hat{D}H=D\hat{B}H=60°$$

(محيطيتان تحصران القوس $\overset{\frown}{DB}=120°$)

وبالتالي $B\hat{H}D=60°$ (مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$)

* إضافي: أثبت أن DB منصف للزاوية $A\hat{B}M$

في المثلث القائم ABM لدينا:

$$\hat{A}=30°,\ \hat{M}=90°\Rightarrow\hat{B}=60°$$

ووجدنا: $D\hat{B}M=30°$ ومنه $D\hat{B}A=60-30°=30°$

أي أن DB منصف للزاوية $A\hat{B}M$.

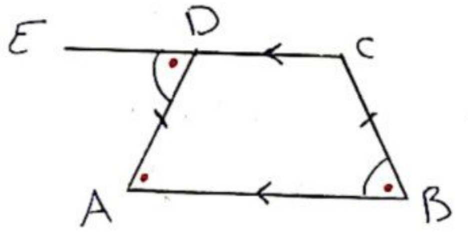
(حُل بطرائق أخرى)

* سؤال:

ناقش صحة الادعاء الآتي مبدياً رأيك.

• كل شبه منحرف متساوي الساقين هو رباعي دائري.

الحل:



في الشكل المرافق:

ABCD شبه منحرف متساوي الساقين بالتالي زاويتا القاعدة متساويتان
$\hat{A}=\hat{B}$ فرضاً (لأنه متساوي الساقين)

• قاعدتا شبه المنحرف متوازيتان

$$DC \parallel AB$$

(ارسم ممدد لإحدى الساقين أو القاعدتين)

لنمدد DC إلى E فيكون:

$$\Leftarrow\begin{cases}E\hat{D}A=D\hat{A}B & \text{تبادل داخلي ....}\\ \text{ولكن} & \\ C\hat{B}A=D\hat{A}B & \text{زاويتا القاعدة ....}\end{cases}$$

وبالتالي

$$E\hat{D}A=C\hat{B}A$$

أي أن الزاوية الخارجية في الرباعي ABCD تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها فهو رباعي دائري.
وبالتالي الادعاء صحيح وكل شبه منحرف متساوي الساقين هو رباعي دائري.

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الرابعة.

* الموشور القائم:

• مساحته الجانبية:

$S_\ell = P\cdot h$; h ارتفاع الموشور، P محيط القاعدة

• مساحته الكلية:

$S_T = S_\ell + 2S_b$; S_b مساحة إحدى قاعدتيه.

حجم الموشور:

$V = S_b \times h$

* الأسطوانة الدورانية:

هي موشور قائم قاعدتاه دائرة، القوانين الخاصة بها هي نفس القوانين السابقة حيث:

- مساحتها الجانبية:

$S_\ell = P\times h \Rightarrow S_\ell = 2\pi R\cdot h$

مساحتها الكلية:

$S_T = S_\ell + 2S_b$

$\Rightarrow S_T = 2\pi R\cdot h + 2\pi R^2$

حجمها:

$V = S_b \times h = \pi R^2 \times h$

- ملاحظة: الأسطوانة الدورانية ناتجة من دوران مستطيل حول أحد بعديه أو من دوران مربع حول أحد أضلاعه.
(س أو x + اختر الإجابة الصحيحة)

* متوازي المستطيلات:

هو موشور قائم قاعدته مستطيل حجمه هو جداء أبعاده الثلاثة:

$V = x\cdot y\cdot z$

* المكعب:

هو موشور قائم شكل أوجهه مع القاعدتين عبارة عن مربعات متطابقة ويكون:

$S_\ell = 4a^2$; a حرف المكعب

$S_T = 6a^2$; a حرف المكعب

$V = a^3$; a حرف المكعب

المقاطع:

بشكل عام

* مقطع موشور قائم بمستوٍ يوازي إحدى قاعدتيه هو مضلع (أو دائرة) يطابق القاعدة.

* مقطع متوازي مستطيلات لمستوٍ يوازي أحد أوجهه هو مستطيل مطابق لذلك الوجه.

* مقطع متوازي مستطيلات لمستوٍ يوازي أحد أحرفه هو مستطيل أحد بعديه يساوي ذلك الحرف.

* مقطع مكعب لمستوٍ يوازي أحد أوجهه (أو إحدى قاعدتيه) هو مربع مطابق لذلك الوجه.

* مقطع مكعب لمستوٍ يوازي أحد أحرفه دون أن يوازي أحد أوجهه هو مستطيل أحد بعديه يساوي ذلك الحرف

مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي قاعدتها (أو يُعامد محورها) هو دائرة تطابق القاعدة.

* مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها (أو يحوي محورها) هو مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الأسطوانة.

وفي الحالة الخاصة يكون مربع إذا كان طول قطر قاعدة الأسطوانة يساوي طول ارتفاعها (⇐ طول محورها)

*** الهرم :** حجمه :

$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$$

* نقول عن هرم إنه منتظم إذا تحقق الشرطين:

١- قاعدته مضلع منتظم

٢- ارتفاع الهرم يصل بين مركز القاعدة ورأس الهرم.

* في الهرم المنتظم: الأوجه الجانبية هي مثلثات متساوية الساقين وطبوقة.

*** رباعي الوجوه المنتظم** (٣ أوجه + قاعدة)

هو هرم منتظم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع، الأوجه الجانبية مثلثات متساوية الأضلاع وطبوقة مع القاعدة أيضاً.

- إذا طلب المساحة الجانبية للهرم في هذه الحالة: $S_L = 3S_3$ (S_3 هي مساحة مثلث متساوي الأضلاع)
- إذا طلب المساحة الكلية: $S_T = 4S_3$

• أما قانون الحجم هو ذاته قانون حجم الهرم لأنه بالأساس هو هرم.

مقطع هرم :

* مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو مضلع مصغر عن القاعدة

*** المخروط الدوراني :**

* مجسم ينتج عن دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين
(أو دوران مثلث حول أحد ارتفاعاته)

* حجم المخروط:

$$V = \frac{1}{3} S_b \times h$$

وعليه فإن: (هام): حجم المخروط يساوي ثلث حجم الأسطوانة المشتركة معه بالقاعدة والارتفاع. ويكون حجم الأسطوانة ثلاثة أمثال حجم ذلك المخروط.

مقطع مخروط :

* مقطع مخروط بمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة.

---

* **السطح الكروي - الجسم الكروي**

* **جسم كروي:** $OM \leq R$

* **سطح كروي:** $OM = R$

* حجم الكرة: بدلالة نصف قطرها R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

* مساحة السطح الكروي:

$$V = 4\pi R^2$$

* ملاحظة: حجم الكرة يساوي مساحة السطح الكروي في حالة واحدة فقط وهي عندما $R = 3$

(اختيار من متعدد + صح أو خطأ ↓)

- حجم الكرة بدلالة قطرها d:

$$d = 2R \Rightarrow R = \frac{d}{2}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}\pi d^3$$

- مساحة سطحها بدلالة قطرها d:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 4\pi\left(\frac{d^2}{4}\right) = \pi d^2$$

* الدائرة الكبرى: مركزها مركز الكرة دائرة واقعة على الكرة وقطرها يساوي قطر الكرة، ويوجد عدد لا نهائي من الدوائر الكبرى على الكرة.

* الدائرة الصغرى: دائرة واقعة على الكرة لا ينطبق مركزها على مركز الكرة وقطرها أصغر تماماً من قطر الكرة.

* دوران دائرة حول قطرها يولد كرة
* دوران قرص دائري حول قطره يولد مجسم كروي.

المقاطع:

* مقطع كرة بمستوٍ يبعد عن مركز الكرة مسافة تساوي نصف قطرها هو نقطة.

* مقطع كرة بمستوٍ يبعد عن مركز الكرة مسافة أصغر من نصف قطرها هو دائرة صغرى.

* مقطع كرة بمستوٍ مار من مركزها (المسافة بينه وبين مركز الكرة صفر) هو دائرة كبرى.

* مقطع جسم كروي بمستوٍ هو قرص دائري.

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الرابعة هندسة

السؤال الاول: في كل حالة آتية إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة . اكتبها.

1) **السويداء 2018**: مكعب طول حرفه $\sqrt{2}$ فإن حجمه :

$2\sqrt{2}$	C	$8\sqrt{2}$	B	$4\sqrt{2}$	A

2) **الرقة 2018**:اسطوانة دورانية طول قطر قاعدتها 6cm فإن مقطع هذه الاسطوانة بمستو يوازي قاعدتها هو دائرة مساحتها:

$48\pi\ cm^2$	C	$36\pi\ cm^2$	B	$9\pi\ cm^2$	A

3) **القنيطرة 2018**:مكعب طول حرفه $x = 0.01\ m$ فيكون حجمه :

$10^{-12} m^3$	C	$10^{-6} m^3$	B	$10^{-2} m^3$	A

4) **حلب 2018**:مكعب حجمه $27\ m^3$ صمم نموذجا مكبراً له حجمه $125\ m^3$ فإن معامل التكبير يساوي:

$\frac{125}{27}$	C	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{3}{5}$	A

5) **ريف دمشق2018**:مربع مساحته $9\ m^2$ ، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36\ m^2$ فإن معامل التكبير يساوي:

2	C	3	B	4	A

6) **طرطوس2018**:مكعب طول حرفه $x = 0.1\ m$ فيكون حجمه:

$10^{3} m^3$	C	$10^{-3} m^3$	B	$10^{-2} m^3$	A

7) **دير الزور 2018**:مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي قاعدتها هو :

قطعة مستقيمة	C	مستطيل	B	دائرة	A

8) **حمص 2018**: مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي قاعدته هو :

دائرة طبوقة على دائرة القاعدة	C	دائرة مكبرة عن دائرة القاعدة	B	دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة	A

9) **دمشق2018**هرم ارتفاعه $9\ cm$ وقاعدته مربع طول ضلعه $3\ cm$ فإن حجم الهرم يساوي:

$36\ cm^3$	C	$27\ cm^3$	B	$81\ cm^3$	A

السؤال الثاني: أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات التالية:

1) **(دمشق2018)** سطح كروي مركزه O ونصف قطره R هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $OM < R$.
2) **(دمشق2018)** مقطع اسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها هو مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الأسطوانة
3) **(درعا 2018)** المخروط الدوراني ينتج من دوران مثلث قائم الزاوية حول أحد الضلعين القائمتين.
4) **(درعا 2018)** مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو مضلع طبوق مع قاعدته
5) **(حلب 2018)** مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي القاعدة هي دائرة طبوقة مع القاعدة
6) **(الحسكة2018)** أسطوانة دورانية نقطعها بمستوي يوازي محورها كان المقطع مستطيل
7) **(اللاذقية2018)** مقطع الكرة بمستو يمر من مركزها هو دائرة طول قطرها يساوي طول قطر الكرة .
8) **(اللاذقية2018)** المكعب الذي طول ضلعه a فإن حجمه مساويا $3a^2$.
9) **(الرقة2018)** مقطع هرم بمستو يوازي قاعدته هو تكبير للقاعدة .
10) **(دير الزور2018)** مكعب طول حرفه $2\times10^2\ cm$ فإن حجمه يساوي $8\times10^2\ cm^3$.
11) **(دير الزور2018)** المجسم الكروي الذي مركزه O ونصف قطره R مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق $OM \geq R$.
12) **(ريف دمشق2018)** مقطع مخروط دوراني موازٍ للقاعدة هو دائرة مصغرة عن دائرة قاعدة المخروط.
13) **(طرطوس 2018)** مقطع مخروط دوراني يوازي القاعدة هو دائرة طبوقة على القاعدة.
14) **(طرطوس 2018)** مقطع اسطوانة بمستوٍ يوازي محورها هو دائرة.
15) **(السويداء 2018)** مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل
16) **(طلاب سوريا المقيمين في لبنان2019)** مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل
17) **(وزاري 2018)** مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو تكبير للقاعدة

* السؤال الأول:

1) $a=\sqrt{2}$ ، نعلم أن حجم المكعب:

$v = a^3 = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$

الإجابة C

2) قطع أسطوانة دورانية لمستوٍ يوازي قاعدتها (يُعامد محورها) هو دائرة تطابق دائرة القاعدة.

• طول قطر دائرة القاعدة: $2R=6 \Rightarrow R=3$

- مساحة دائرة القاعدة:

$S = \pi R^2 = 9\pi\ cm^2$

ومنه المقطع دائرة مساحتها أيضاً $9\pi\ cm^2$

الإجابة A.

3) $a=0.01\ m$ ، حجم المكعب:

$v = a^3 = (0.01)^3 = \left(\frac{1}{100}\right)^3 = (10^{-2})^3$

$= 10^{-6}\ m^3$

الإجابة B.

4) المطلوب معامل التكبير (نسبة التشابه)

حجم المكعب الصغير $v_1 = 27\ m^3$

حجم المكعب الكبير $v_2 = 125\ m^3$

ومنه معامل التكبير (حيث نعلم نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه)

$\frac{v_2 \ (\text{كبير})}{v_1 \ (\text{صغير})} = k^3$ تكبير

$\frac{125}{27} = k^3 \Rightarrow k^3 = \left(\frac{5}{3}\right)^3$

وبالتالي معامل التكبير $k = \frac{5}{3}$

الإجابة B.

(لو طلب معامل التصغير $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{5} = k$ تصغير)

5) مساحة المربع الصغير $S_1 = 9\ m^2$

مساحة المربع الكبير $S_2 = 36\ m^2$

المطلوب معامل التكبير (نسبة التشابه)

- نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه.

$\frac{S_2 \ (\text{كبير})}{S_1 \ (\text{صغير})} = k^2$ تكبير $\Rightarrow \frac{36}{9} = k^2 \Rightarrow$

$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$ الإجابة C

(فتكون نسبة التصغير $\frac{1}{2}$)

6) $a=0.1\ m$ ، حجم المكعب:

$v = a^3 = (0.1)^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3}\ m^3$

الإجابة B.

7) قطع أسطوانة دورانية لمستوٍ يوازي قاعدتها (أو يُعامد محورها) هو دائرة تطابق القاعدة.

الإجابة A.

8) قطع مخروط دوراني لمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة أصغر من القاعدة

الإجابة A.

9) حجم الهرم يُعطى بالمساواة:

$v = \frac{1}{3} S_b \times h$

حيث: h ارتفاع الهرم $h = 9\ cm$

S_b: مساحة القاعدة وهي عبارة عن مربع طول ضلعه $3\ cm$ فمساحته $S_b = \ell^2 = 9\ cm^2$

$\Rightarrow v = \frac{1}{3}(9)(9) = 27\ cm^3$

الإجابة B.

*** السؤال الثاني:**

1) خطأ. سطح كروي ⟸ $OM = R$

2) صح.

3) صح. (وقد تأتي: دوران مثلث حول ارتفاعه)

4) خطأ. مضلع وصغير عن القاعدة.

5) خطأ. دائرة وصغرة عن القاعدة.

6) صح.

7) صح. (المقطع سيكون دائرة كبرى)

8) خطأ. $v = a^3$

9) خطأ. وصغير عن القاعدة.

10) خطأ. وهنا $a = 2\times10^2$

$$v = a^3 = (2\times10^2)^3 = 2^3\times10^6 = 8\times10^6\ cm^3$$

11) خطأ. مجسم كروي $OM \le R$

12) صح.

13) خطأ. دائرة وصغرة عن القاعدة.

14) خطأ. مستطيل ويمكن أن يكون مربعاً.

15) صح.

16) صح.

مكرر

17) خطأ. تصغير للقاعدة.

راجع أوراق العمل وحلول الدورات بالإضافة إلى الاختبار المتعلق بالوحدة وأسئلة الوحدة التي ركزت عليها.

والأسئلة الواردة في ملف كل درس.