

2025

# منبر الرياضيات

تمارين مؤتممة للثالث الثانوي العلمي  
التوابع: النهايات والاستمرار

إعداد الأساتذة:

أمين الحايك محمد أحمد العيسى ورود حسينو

الإشراف العلمي:

الأستاذ: عبد الحميد السيد

تم تحميل الملف بواسطة : بوت مكتبتى التعليمية



انقر هنا للوصول إلى بوت مكتبتى التعليمية



بوت مكتبتى التعليمية : عبارة عن مكتبة إلكترونية تعليمية شاملة لغالبية ملفات المراحل الدراسية على تطبيق تيليجرام - يمكن الوصول لها عن طريق الرابط :

[https://t.me/Science\\_2022bot](https://t.me/Science_2022bot)

(1) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{-1\}$  وفق:  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$

عندئذ نقول أن للخط  $C$  مقاربين أحدهما أفقي والآخر شاقولي معادلتهما:

|                     |   |                     |   |                     |   |                      |   |
|---------------------|---|---------------------|---|---------------------|---|----------------------|---|
| $x = 2$<br>$y = -1$ | D | $x = -1$<br>$y = 2$ | C | $x = 1$<br>$y = -1$ | B | $x = -1$<br>$y = -2$ | A |
|---------------------|---|---------------------|---|---------------------|---|----------------------|---|

(2) ناتج  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin 2x}{3x}$  يساوي:

|   |   |               |   |               |   |               |   |
|---|---|---------------|---|---------------|---|---------------|---|
| 2 | D | $\frac{8}{3}$ | C | $\frac{4}{3}$ | B | $\frac{2}{3}$ | A |
|---|---|---------------|---|---------------|---|---------------|---|

(3) ناتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos x}{x-2}$  يساوي:

|    |   |   |   |           |   |           |   |
|----|---|---|---|-----------|---|-----------|---|
| -2 | D | 2 | C | $+\infty$ | B | $-\infty$ | A |
|----|---|---|---|-----------|---|-----------|---|

(4) ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $]1, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$  عندئذ  $f(f(x))$  يساوي:

|                     |   |                    |   |                     |   |                     |   |
|---------------------|---|--------------------|---|---------------------|---|---------------------|---|
| $\frac{7x-1}{3x-2}$ | D | $\frac{4x-5}{x+1}$ | C | $\frac{7x-4}{2x-1}$ | B | $\frac{7x-1}{2x+3}$ | A |
|---------------------|---|--------------------|---|---------------------|---|---------------------|---|

(5) ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $] -1, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  عندئذ  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$  يساوي:

|    |   |   |   |           |   |   |   |
|----|---|---|---|-----------|---|---|---|
| -1 | D | 1 | C | $+\infty$ | B | 2 | A |
|----|---|---|---|-----------|---|---|---|

(6) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وجدول تغيراته هو التالي:

|        |           |    |           |    |           |
|--------|-----------|----|-----------|----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | -1 | 0         | 1  | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ | 2  | $+\infty$ | -2 | $-\infty$ |

عندئذ تكون  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x))$

|   |   |    |   |           |   |           |   |
|---|---|----|---|-----------|---|-----------|---|
| 2 | D | -2 | C | $-\infty$ | B | $+\infty$ | A |
|---|---|----|---|-----------|---|-----------|---|

(7) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{3\}$  وفق:  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

إن أصغر قيمة للعدد  $L$  يحقق الشرط: أيًا كان  $x > L$  كان  $f(x)$  في المجال  $]1.9, 2.1[$  هي:

|    |   |    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 57 | D | 73 | C | 63 | B | 78 | A |
|----|---|----|---|----|---|----|---|

(8) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-2}{x-\sqrt{3}} & x \neq \sqrt{3} \\ \sin \theta & x = \sqrt{3} \end{cases}$

حيث  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  عندئذ قيمة  $\theta$  التي تجعل التابع  $f$  مستمراً على  $R$  تساوي:

|                 |   |                 |   |                 |   |                 |   |
|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|---|
| $\frac{\pi}{3}$ | D | $\frac{\pi}{6}$ | C | $\frac{\pi}{2}$ | B | $\frac{\pi}{4}$ | A |
|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|---|-----------------|---|

9) ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $[-2, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \sqrt{x+2}$  عندئذ يمكن القول أن التابع  $f$ :

|                      |   |                       |   |                   |   |                        |   |
|----------------------|---|-----------------------|---|-------------------|---|------------------------|---|
| غير مشتق عند $x = 2$ | D | غير مشتق عند $x = -2$ | C | مشتق عند $x = -2$ | B | غير مستمر عند $x = -2$ | A |
|----------------------|---|-----------------------|---|-------------------|---|------------------------|---|

10) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = \frac{2}{4+3\cos x}$

عندئذ فإن قيم  $f(x)$  تنتمي إلى المجال:

|                    |   |                    |   |          |   |                    |   |
|--------------------|---|--------------------|---|----------|---|--------------------|---|
| $[2, \frac{7}{2}]$ | D | $[\frac{2}{7}, 2]$ | C | $[3, 4]$ | B | $[\frac{1}{3}, 1]$ | A |
|--------------------|---|--------------------|---|----------|---|--------------------|---|

11) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = \frac{3\sin x + 1}{\sin x + 2}$

عندئذ فإن قيم  $f(x)$  تنتمي إلى المجال:

|           |   |           |   |                     |   |                     |   |
|-----------|---|-----------|---|---------------------|---|---------------------|---|
| $[-1, 1]$ | D | $[-2, 1]$ | C | $[-2, \frac{4}{3}]$ | B | $[\frac{-1}{3}, 2]$ | A |
|-----------|---|-----------|---|---------------------|---|---------------------|---|

12) ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $[0, 2[$  وفق:  $f(x) = (x - E(x))^2 + 1$  حيث  $E$  تابع الجزء الصحيح.

عندئذ يمكن التعبير عن  $f$  بعبارة مستقلة عن  $E$  بالشكل:

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| $\begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$     | B | $\begin{cases} x^2 - 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$ | A |
| $\begin{cases} x^2 + 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ (x-2)^2 + 1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$ | D | $\begin{cases} x^2 + 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$ | C |

13) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $I = [0, 2]$  وفق:  $f(x) = (x + E(x))^2 - 1$  حيث  $E$  تابع الجزء الصحيح.

عندئذ يمكن القول أن التابع  $f$ :

|                   |   |               |   |                   |   |                   |   |
|-------------------|---|---------------|---|-------------------|---|-------------------|---|
| غير مستمر على $I$ | D | مستمر على $I$ | C | مستمر عند $x = 2$ | B | مستمر عند $x = 1$ | A |
|-------------------|---|---------------|---|-------------------|---|-------------------|---|

14) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = x - E(x)$  حيث  $E$  تابع الجزء الصحيح.

عندئذ فإن قيم  $f(x)$  تنتمي إلى المجال:

|                    |   |          |   |                              |   |          |   |
|--------------------|---|----------|---|------------------------------|---|----------|---|
| $[0, \frac{1}{2}[$ | D | $[0, 1[$ | C | $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}[$ | B | $[1, 2[$ | A |
|--------------------|---|----------|---|------------------------------|---|----------|---|

15) الجدول الآتي يمثل تغيرات للتابع  $f$  المعرف على المجال  $I = [0, +\infty[$

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $x$     | 0 | 2  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0  | +         |
| $f(x)$  | 1 | -1 | 2         |

عندئذ تكون  $f(I)$

|          |   |           |   |           |   |            |   |
|----------|---|-----------|---|-----------|---|------------|---|
| $[1, 2[$ | D | $[-1, 1]$ | C | $[-1, 2[$ | B | $] -1, 2]$ | A |
|----------|---|-----------|---|-----------|---|------------|---|

(16) ليكن التابع  $f$  المعرّف على المجال  $I = [1, 3[$  وفق:  $f(x) = 2 - E(x)$  حيث  $E$  تابع الجزء الصحيح. عندئذ تكون  $f(I)$  تساوي:

|             |          |           |          |           |          |           |          |
|-------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| $\{1,2,3\}$ | <b>D</b> | $\{2,3\}$ | <b>C</b> | $\{0,1\}$ | <b>B</b> | $\{1,2\}$ | <b>A</b> |
|-------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|

(17) ليكن التابع  $f$  المعرّف على  $R$  وفق:  $f(x) = x^3 - 12x + 1$  عندئذ يكون للمعادلة  $f(x) = 0$

|            |          |            |          |      |          |         |          |
|------------|----------|------------|----------|------|----------|---------|----------|
| أربعة حلول | <b>D</b> | ثلاثة حلول | <b>C</b> | حلان | <b>B</b> | حل وحيد | <b>A</b> |
|------------|----------|------------|----------|------|----------|---------|----------|

(18) ليكن التابع  $f$  المعرّف على  $R^*$  وفق:  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

عندئذ فإن  $f(]0, +\infty[)$  يساوي:

|     |          |                  |          |                |          |                |          |
|-----|----------|------------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| $R$ | <b>D</b> | $] -\infty, -2[$ | <b>C</b> | $]0, +\infty[$ | <b>B</b> | $[2, +\infty[$ | <b>A</b> |
|-----|----------|------------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|

(19) ليكن التابع  $f$  المعرّف والمستمر على  $R$  وجدول تغيراته هو التالي:

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $3$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $1$  | $-1$ | $3$       |     |

عندئذ يكون عدد حلول المعادلة  $f(x) - 1 = 0$

|   |          |   |          |   |          |   |          |
|---|----------|---|----------|---|----------|---|----------|
| 3 | <b>D</b> | 2 | <b>C</b> | 1 | <b>B</b> | 0 | <b>A</b> |
|---|----------|---|----------|---|----------|---|----------|

(20) ليكن التابع  $f$  المعرّف على  $R$  وفق:  $f: x \mapsto x - \cos x$

عندئذ فإن عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  في المجال  $I = ]0, \frac{\pi}{2}[$  يساوي:

|   |          |   |          |   |          |   |          |
|---|----------|---|----------|---|----------|---|----------|
| 3 | <b>D</b> | 2 | <b>C</b> | 1 | <b>B</b> | 0 | <b>A</b> |
|---|----------|---|----------|---|----------|---|----------|

(21) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $R$  وفق:  $f(x) = ax^2 - 2x + 1$  (حيث  $a \in R^*$ )

عندئذ فإن قيم  $a$  التي من أجلها لا يتقاطع  $C$  مع محور الفواصل بأية نقطة هي:

|             |          |          |          |         |          |         |          |
|-------------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|----------|
| $0 < a < 1$ | <b>D</b> | $a < -2$ | <b>C</b> | $a > 1$ | <b>B</b> | $a < 0$ | <b>A</b> |
|-------------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|----------|

(22) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $R \setminus \{2\}$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x - 2}$

عندئذ فإن  $C$  يقبل مقارباً مائلاً في جوار  $+\infty$  معادلته:

|             |          |             |          |             |          |             |          |
|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| $y = x + 2$ | <b>D</b> | $y = x - 1$ | <b>C</b> | $y = x - 2$ | <b>B</b> | $y = x - 6$ | <b>A</b> |
|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|

(23) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $R^*$  وفق:  $f(x) = x - 3 - \frac{1}{x^2}$

والمستقيم الذي معادلته  $y = x - 3$   $\Delta$ : مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وجوار  $-\infty$  عندئذ يكون:

|                              |          |                              |          |
|------------------------------|----------|------------------------------|----------|
| $C$ تحت $\Delta$ على $R_+^*$ | <b>B</b> | $C$ فوق $\Delta$ على $R_+^*$ | <b>A</b> |
| $C$ فوق $\Delta$ على $R_-^*$ |          | $C$ تحت $\Delta$ على $R_-^*$ |          |
| $C$ تحت $\Delta$ على $R^*$   | <b>D</b> | $C$ فوق $\Delta$ على $R^*$   | <b>C</b> |

(24) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$   
 إذا علمت أن  $C$  يقبل مقارباً مائلاً في جوار  $+\infty$  يرمز له  $\Delta$   
 عندئذ تكون معادلة المسقيم  $d$  العمودي على  $\Delta$  في النقطة  $(2, 1)$  هي:

|              |          |              |          |              |          |             |          |
|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|-------------|----------|
| $y = -x - 1$ | <b>D</b> | $y = -x + 3$ | <b>C</b> | $y = 2x - 3$ | <b>B</b> | $y = x - 1$ | <b>A</b> |
|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|-------------|----------|

(25) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق:  $f(x) = 2x - \frac{\sin^2 x}{x}$

والمستقيم الذي معادلته  $y = 2x$ :  $\Delta$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وجوار  $-\infty$  عندئذ يكون:

|                              |          |                              |          |
|------------------------------|----------|------------------------------|----------|
| $R^*$ تحت $\Delta$ على $C$   | <b>B</b> | $R^*$ فوق $\Delta$ على $C$   | <b>A</b> |
| $R_+^*$ تحت $\Delta$ على $C$ | <b>D</b> | $R_+^*$ فوق $\Delta$ على $C$ | <b>C</b> |
| $R_-^*$ فوق $\Delta$ على $C$ |          | $R_-^*$ تحت $\Delta$ على $C$ |          |

(26) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف بالعلاقة:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$

وتحقق الخواص الآتية:

- المسقيم الذي معادلته  $x = 2$  مقارب شاقولي للخط  $C$
- المستقيم الذي معادلته  $y = x - 3$  مقارب للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وجوار  $-\infty$
- $f(0) = \frac{1}{2}$  ..... وذلك من أجل قيم  $(a, b, c, d)$  الحقيقية:

|                  |          |                  |          |                 |          |                  |          |
|------------------|----------|------------------|----------|-----------------|----------|------------------|----------|
| $(1, -3, -7, 2)$ | <b>D</b> | $(1, -3, 2, -7)$ | <b>C</b> | $(1, -3, 7, 2)$ | <b>B</b> | $(1, -3, -2, 7)$ | <b>A</b> |
|------------------|----------|------------------|----------|-----------------|----------|------------------|----------|

(27) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق:  $f(x) = |x + 2| + \frac{1}{x}$

إذا علمت أن  $C$  يقبل مقارباً مائلاً  $d_1$  في جوار  $-\infty$  ويقبل مقارباً مائلاً  $d_2$  في جوار  $+\infty$   
 عندئذ المسقيمان  $d_1$  و  $d_2$  يتقاطعان في النقطة:

|           |          |           |          |          |          |          |          |
|-----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $(0, -2)$ | <b>D</b> | $(-2, 0)$ | <b>C</b> | $(2, 0)$ | <b>B</b> | $(0, 2)$ | <b>A</b> |
|-----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|

(28) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, -2] \cup [0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$   
 عندئذ الخط  $C$  يقبل مقارباً مائلاً في جوار  $-\infty$  معادلته:

|             |          |              |          |              |          |             |          |
|-------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|-------------|----------|
| $y = x - 1$ | <b>D</b> | $y = -x + 1$ | <b>C</b> | $y = -x - 1$ | <b>B</b> | $y = x + 1$ | <b>A</b> |
|-------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|-------------|----------|

(29) إن نهاية التابع  $f$  المعين بالعلاقة  $f(x) = \frac{1}{x} - \sin x$  عندما تسعى  $x$  إلى  $+\infty$

|            |          |           |          |   |          |    |          |
|------------|----------|-----------|----------|---|----------|----|----------|
| غير موجودة | <b>D</b> | $+\infty$ | <b>C</b> | 1 | <b>B</b> | -1 | <b>A</b> |
|------------|----------|-----------|----------|---|----------|----|----------|

(30) إن نهاية التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = \begin{cases} |x| \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & : x \neq 0 \\ 1 & : x = 0 \end{cases}$  عند الصفر:

|            |          |           |          |   |          |   |          |
|------------|----------|-----------|----------|---|----------|---|----------|
| غير موجودة | <b>D</b> | $+\infty$ | <b>C</b> | 1 | <b>B</b> | 0 | <b>A</b> |
|------------|----------|-----------|----------|---|----------|---|----------|

| السؤال | الإجابة الصحيحة |
|--------|-----------------|
| 1      | C               |
| 2      | C               |
| 3      | C               |
| 4      | B               |
| 5      | C               |
| 6      | B               |
| 7      | C               |
| 8      | D               |
| 9      | C               |
| 10     | C               |
| 11     | B               |
| 12     | C               |
| 13     | D               |
| 14     | C               |
| 15     | B               |
| 16     | B               |
| 17     | C               |
| 18     | A               |
| 19     | C               |
| 20     | B               |
| 21     | B               |
| 22     | B               |
| 23     | D               |
| 24     | C               |
| 25     | D               |
| 26     | D               |
| 27     | C               |
| 28     | B               |
| 29     | D               |
| 30     | D               |