أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى التمثيلات الوسيطية لمستقيمين متوازيين وغير منطبقين d و d' كما يلي:

$$d:\begin{cases} x = t-1 \\ y = t \\ z = 2t-2 \end{cases} \quad t\epsilon R \qquad d':\begin{cases} x = \frac{1}{2}s \\ y = \frac{1}{2}s-1 \\ z = s \end{cases} \quad s\epsilon R$$

إن معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين d و d' هي:

$x+y-4z=-1$	C	$x-y+z=0$	B	$x-y+2=0$	A
		$x-y=0$	E	$2x-z=0$	D

إعداد: أ. محمد غوش

الحـــــــل:

نختار نقطة من المستقيم d و ذلك بتعويض $t=0$ فنجد $A(-1,0,-2)$

نختار نقطة من المستقيم d' و ذلك بتعويض $s=2$ فنجد $B(1,0,2)$

$\overrightarrow{u_d}(1,1,2) \quad \& \quad \overrightarrow{AB}(2,0,4) \quad \& \quad \overrightarrow{n_p}(a,b,c)$

$\overrightarrow{n_p}\perp\overrightarrow{u_d}$ ومنه $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{u_d}=\vec{0}$ فنجد 1) …… $\boxed{a+b+2c=0}$

$\overrightarrow{n_p}\perp\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ فنجد 2) …….. $\boxed{a+2c=0}$

نفرض $\boxed{c=-1}$ نجد $\boxed{a=2}$ نعوض في 1) فنجد $\boxed{b=0}$ فيكون $\overrightarrow{n_p}(2,0,-1)$

والمستوي P يمر من A $\;P: 2x-z=0$ فالخيار الصحيح هو **D**

تنسيق: م. صلاح سالم

3 – في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط

$A(1,0,0)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,0,1)$

فإن بعد المبدأ (O) عن المستوي (ABC) يساوي :

Ⓐ	0	Ⓑ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
Ⓒ	$\frac{1}{3}$	Ⓓ	1
Ⓔ	$\frac{2}{\sqrt{3}}$		أ. جهاد حبيب

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

إذا علمت $P_1 = x - 2y - 2z + a = 0$ & $P_2 = x - 2y - 2z + 4 = 0$

إن أصغر قيمة للعدد a والتي تحقق $\text{dist}(P_1, P_2) = 6$ تساوي:

A	$a = 4$	B	$a = 14$	C	$a = -8$	D	$a = 8$	E	$a = -14$

الحـــــل:

إعداد: محمد مصطفى

$$\text{dist}(P_1, P_2) = \frac{|d_1 - d_1|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\text{dist}(P_1, P_2) = \frac{|4 - a|}{\sqrt{9}} = 6 \;\Rightarrow |4 - a| = 18$$

إما $\boxed{a = -14} \Leftarrow 4 - a = 18$ وإما $\boxed{a = 22} \Leftarrow 4 - a = -18$

فالخيار الصحيح هو E

تنسيق: م. صلاح سالم

4 – في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(1,0,0)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,0,1)$ فإن حجم الهرم المنتظم الذي رأسه (O) وقاعدته المثلث ABC يساوي :

Ⓐ	$\frac{1}{6}$	Ⓑ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
Ⓒ	$\frac{1}{3}$	Ⓓ	$\frac{\sqrt{3}}{4}$
Ⓔ	$\frac{1}{12}$		أ . جهاد حبيب

5 – في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقط $B(0,1,2)$ و $C(5,0,1)$ و $G(2,1,2)$ عندئذٍ إحداثيات النقطة A التي تجعل النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي :

Ⓐ	$(1,2,3)$	Ⓑ	$(1,2,-3)$
Ⓒ	$(1,2,2)$	Ⓓ	$(1,-2,3)$
Ⓔ	$(-1,2,3)$		أ. علي جمول

في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس ليكن $ABCD$ رباعي وجوه ولتكن النقطة $A(0,0,-3.5)$ ولتكن $\mathcal{P},\mathcal{Q},\mathcal{R}$ هي المستويات المحورية للقطع المستقيمة $[AB]$ و $[BC]$ و $[CD]$ على الترتيب، إذا تقاطعت $\mathcal{R}$ و $\mathcal{Q}$ و $\mathcal{P}$ في نقطة $H(4,0,-0.5)$ فإنّ معادلة الكرة المارة برؤوس $ABCD$ هي:

$(x+4)^2+y^2+(z-0.5)^2=5$	E	$(x-4)^2+y^2+(z+0.5)^2=5$	D
$(x-4)^2+y^2+(z+0.5)^2=32$	C	$x^2+y^2+(z-0.5)^2=5$	B
		$x^2+y^2+(z+3.5)^2=5$	A

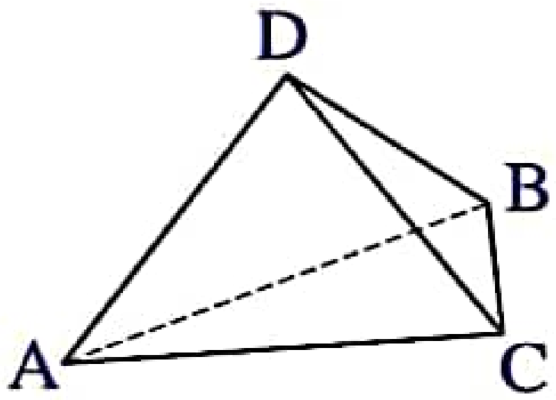
نحو الحل:

H تبعد عن رؤوس رباعي الوجوه بعد ثابت لأنّها نقطة تقاطع المستويات المحورية لثلاث أضلاع منه فإنّ H مركز الكرة و $R=HA$. ثم نعوض في القانون.

أ.رستم شاهين

$ABCD$ رباعي وجوه فيه I نقطة تحقق العلاقة : $2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

عندئذ النقطة I :



A	تنطبق على A	B	تقع في منتصف $[AC]$
C	تقع في منتصف $[BD]$	D	تقع في مركز ثقل الرباعي $ABCD$
E	تقع في مركز ثقل المثلث ABC		

م.ربيع الشيخ عبيد

الحـــــل:

$$2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \Rightarrow 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$$

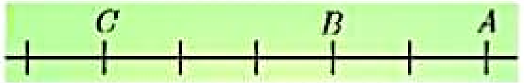
تنسيق: م. صلاح سالم

فتكون النقطة I تقع في منتصف $[BD]$ حسب علاقة المتوسط فالخيار الصحيح هو C

تمرين أشعّة (مركز أبعاد متناسبة)

إعداد: محمود المحمود 0936 838 276

في الشكل الآتي التدريجات متساوية:



1) إنَّ النقطة B مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المُثقّلتين:

A	B	C	D	E
$(A,3)\ ,(C,2)$	$(A,4)\ ,(C,3)$	$(A,3)\ ,(C,4)$	$(A,2)\ ,(C,3)$	$(A,3)\ ,(C,3)$

2) إنَّ النقطة A مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المُثقّلتين:

A	B	C	D	E
$(B,-3)\ ,(C,6)$	$(B,-2)\ ,(C,5)$	$(B,6)\ ,(C,-3)$	$(B,5)\ ,(C,-2)$	$(B,2)\ ,(C,5)$

3) إنَّ النقطة C مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المُثقّلتين:

A	B	C	D	E
$(B,-4)\ ,(A,6)$	$(B,-3)\ ,(A,5)$	$(B,5)\ ,(A,3)$	$(B,6)\ ,(A,-4)$	$(B,5)\ ,(A,-3)$

الحلول:	1	A	2	D	3	E

توضيح الحل:
نجد من الشكل أنّ $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ فتكون: B مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(A,3)$, $(C,2)$
و $5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ فتكون: A مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(B,5)$, $(C,-2)$
و $\overrightarrow{AC}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$ فتكون: C مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(B,5)$, $(A,-3)$

إعداد: محمود المحمود 0936 838 276

نتأمل في معلم متجانس $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطتين الأتيتين: $B(2,2,3)$ $A(1,2,3)$

والمستوي P الذي معادلته $3x+4y-z=0$

فإن معادلة المستوي Q الذي يعامد P ويمر من النقطتين A, B هي:

A	$y+4z-14=0$	B	$4z-y-14=0$	C	$x+y+z-14=0$
D	$x-y-14=0$	E	$x+y-7=0$		

إعداد: أ. جهاد حبيب

الحـــــــل:

$$\overrightarrow{n_p}(3,4,-1) \quad \& \quad \overrightarrow{AB}(1,00) \quad \& \quad \overrightarrow{n_Q}(a,b,c)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{n_p} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{n_p}=\vec{0} \quad \Rightarrow \boxed{3a+4b-c=0} \ldots\ldots(1 \\ \overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Rightarrow \boxed{a=0} \ldots\ldots(2 \end{cases}$$

نفرض $\boxed{c=4}$ نجد $\boxed{b=1}$ $\Leftarrow$ $\vec{n}(0,1,4)$ والمستوي Q يمر من A

$Q: y+4z-14=0$ فالخيار الصحيح هو **A**

تنسيق: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $\vec{v}$ و $\vec{u}$ شعاعان ونعرف الشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{q}$ بالعلاقتين :

$$\vec{W} = 2\vec{u} - \vec{v} \quad , \quad \vec{q} = 2\vec{u} + \vec{v}$$

فإذا كان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان نستطيع إثبات أن:

A	$\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطياً	B	$\vec{v}$ و $\vec{u}$ لهما النظيم نفسه	C	$\|\vec{u}\| = 2\|\vec{v}\|$
D	$\|\vec{u}\| = \frac{1}{2}\|\vec{v}\|$	E	$\|\vec{u}\| = 4\|\vec{v}\|$		إعداد: م. هدى مدني

الحـــــــل:

بما أم الشعاعان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان فإن $\vec{q}.\vec{W} = 0$

$$(2\vec{u} + \vec{v}).(2\vec{u} - \vec{v}) = 0 \Rightarrow 4\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = 0 \Rightarrow 4\|\vec{u}\|^2 = \|\vec{v}\|^2$$

$\|\vec{u}\| = \frac{1}{2}\|\vec{v}\| \Leftarrow 2\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ فالخيار الصحيح هو D

تنسيق: م. صلاح سالم

القول إن الشعاعين $\vec{v}$ و $\vec{u}$ غير الصفرين مرتبطان خطياً

A	$\vec{u}(1,2,-1),\vec{v}(2,4,2)$	B	$\vec{u}(2,0,2),\vec{v}(1,3,1)$
C	$\vec{u}(0,4,3),\vec{v}(2,2,0)$	D	$\vec{u}(0,1.2,0),\vec{v}(0,5,0)$
E	مهما يكن $\vec{v}$, $\vec{u}$ واقعين في مستويين متوازيين		

إعداد: م. سائر سلمه

$$\left.\begin{matrix}\vec{u}(0,1.2,0)\\ \vec{v}(0,5,0)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{u}=\frac{1.2}{5}\vec{v}$$

تنسيق: م. صلاح سالم

فيكون الشعاعان $\vec{v}$, $\vec{u}$ مرتبطان خطياً *فالخيار الصحيح هو* **D**

5 – في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,1,-1)$

والمستقيم الممثل وسطياً كما يلي :

$$d:\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -2t+1 \\ z = -t+2 \end{cases} \quad : t \in \mathbb{R}$$

فإن بُعد A عن d يساوي :

Ⓐ	1	Ⓑ	2
Ⓒ	3	Ⓓ	9
Ⓔ	6		أ : محمد السيدعلي

لتكن $M \in d$ عندئذٍ $M(2t-1,-2t+1,-t+2)$:

$$AM^2 = (2t-1-2)^2 + (-2t+1-1)^2 + (-t+2+1)^2$$
$$= (2t-3)^2 + (-2t)^2 + (-t+3)^2 \Rightarrow$$
$$AM^2 = 4t^2 - 12t + 9 + 4t^2 + t^2 - 6t + 9$$
$$= 9t^2 - 18t + 18 = 9(t^2 - 2t + 2)$$
$$= 9(t^2 - 2t + 1 + 1) = 9(t-1)^2 + 9$$

تنطبق M على المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d عندما

$t = 1$ ويكون البعد المطلوب $dist(A,d) = 3$

5 – في معلم متجانس (O,i,j,k) لدينا النقطة $A(2,1,-1)$

والمستقيم الممثل وسطياً كما يلي :

$$d:\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -2t+1 \quad :t \in \mathbb{R} \\ z = -t+2 \end{cases}$$

فإن بُعد A عن d يساوي :

Ⓐ	1	Ⓑ	2
Ⓒ	3	Ⓓ	9
Ⓔ	6		

أ : محمد السـيدعلى

ليكن α عدداً حقيقياً ، ولنتأمل النقاط الثلاث: $C(-1,1,\alpha)$ $B(-1,5,-3)$ $A(3,1,-3)$

فإن المثلث ABC متساوي الأضلاع من أجل:

A	$\alpha = -3$	B	$\alpha = -3, \alpha = -3$	C	أياً كانت قيمة α من R
D	$\alpha = 1, \alpha = -7$	E	$\alpha = -1, \alpha = -7$		

إعداد: أ. علي علي

الحـــــــل:

$$\overrightarrow{AB}(-4,4,0) \quad \& \quad \overrightarrow{AC}(-4,0,\alpha+3) \quad \& \quad \overrightarrow{BC}(0,-4,\alpha+3)$$

$$AB^2 = (-4)^2 + (-4)^2 + 0 = 32$$

$$AC^2 = (-4)^2 + 0 + (\alpha+3)^2 = 16 + (\alpha+3)^2$$

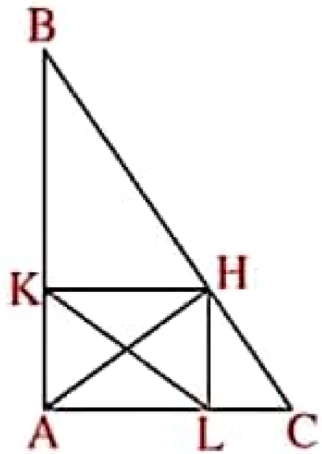
$$BC^2 = 0 + (-4)^2 + (\alpha+3)^2 = 16 + (\alpha+3)^2$$

بما أن المثلث ABC متساوي الأضلاع فمحقق لدينا $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{BC}\|$

$$AC^2 = AB^2 \Rightarrow 16 + (\alpha+3)^2 = 32 \quad \Rightarrow \quad (\alpha+3)^2 = 16$$

$$\begin{cases} \alpha + 3 = 4 \Rightarrow & \boxed{\alpha = 1} \\ \alpha + 3 = -4 \Rightarrow & \boxed{\alpha = -7} \end{cases} \Rightarrow$$ فالخيار الصحيح هو D

تنسيق: م. صلاح سالم



ABC مثلث قائم في A و $ALHK$ مستطيل عندئذٍ فإن الجداء $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{KL}$ يساوي:

A	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$	B	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HA}$	C	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{LA}$
D	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AK}$	E	$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$		

إعداد: أ.مازن الزعبي

الحـــــل:

بما أن النقطة L مسقط H على (AC) فالخيار الصحيح هو A

تنسيق: م. صلاح سالم

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط :

$$A(-4,\alpha,2) \quad B(-2,1,\beta) \quad C(\gamma,3,-5) \quad G(0,1,-1)$$

عندئذٍ قيم α,β,γ التي تجعل G مركز ثقل المثلث ABC هي:

A	$\alpha=-1,\beta=0,\gamma=6$	B	$\alpha=6,\beta=0,\gamma=-1$	C	$\alpha=1,\beta=0,\gamma=-6$
D	$\alpha=6,\beta=-1,\gamma=0$	E	$\alpha=\beta=\gamma=3$		

إعداد: م. عدي خميس

الحـــــل:

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\Rightarrow \frac{-4-2+\gamma}{3}=0\Rightarrow \boxed{\gamma=6}$$

$$y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\Rightarrow \frac{\alpha+1+3}{3}=1\Rightarrow \boxed{\alpha=-1}$$

$$z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\Rightarrow \frac{2+\beta-5}{3}=-1\Rightarrow \boxed{\beta=0}$$

فالخيار الصحيح هو A

تنسيق: م. صلاح سالم

نتأمل في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $B(1,1,1)$

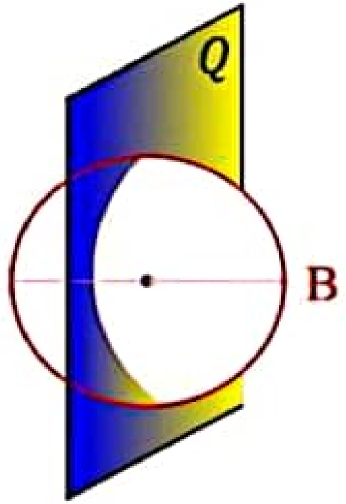
والمستوي $Q: x - z = 2$ هو المستوي المحوري لقطر الكرة Ω

الممثلة كما في الشكل المجاور ، فإن معادلة الكرة Ω تعطى بالشكل:

A	$x^2 + y^2 + z^2 = 3$	B	$(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$	C	$(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{2}$
D	$(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$	E	$x^2 + y^2 + z^2 = 2$		

إعداد: م. علي علي

الحـــــــل:



طريقة 1)نوجد المعادلات الوسطية للمستقيم d المار من B والعمودي على المستوي Q

$$\vec{u}_d = \vec{n}_Q(1,0,-1)$$

$$d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 1 \qquad t \in R \\ z = -t + 1 \end{cases}$$

نعوض معادلات الوسطية للمستقيم d في معادلة المستوي Q فنجد: $t = 1$

نعوض قيمة $t = 1$ في معادلات الوسطية لـd فنجد:$A(2,1,0)$ مركز الكرة

كتابة معادلة الكرة S

$$\overrightarrow{AB}(-1,0,+1)$$

$$R = AB = \sqrt{1 + 0 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}}$$

$S: (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ *فالخيار الصحيح هو* **D**

طريقة 2)

نحسب بعد النقطة B عن المستوي Q وهو يساوي نصف قطر الكرة

$$R = dist(B - Q) = \frac{|1 - 1 - 2|}{\sqrt{(1)^2 + (0)^2 + (1)^2}} = \sqrt{2}$$

ويجب أن تحقق النقطة B معادلة الكرة المعطاة *فالخيار الصحيح هو* **D**

تنسيق: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن النقاط $B(2,3,6)$، $A(2,3,0)$، $M(4,-1,2)$ ، فإنّ بعد النقطة M عن المستقيم (AB) هو:

A		B		C		D		E	
A	$2\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{5}$	C	$3\sqrt{2}$	D	4	E	$2\sqrt{5}$

إنّ $\overrightarrow{AB}=(0,0,-6)$ فالمعادلات الوسيطية للمستقيم (AB) هي:

$$(AB):\begin{cases}x=2\\ y=3 \quad ;t\in\mathbb{R}\\ z=-6t\end{cases}$$

ولتكن $M'\in(AB)$ فإنّ إحداثياتها $M'(2,3,-6t)$ ومنه $\overrightarrow{M'M}\left(2,-4,2+6t\right)$

ومن أجل M' مسقط M على المستقيم (AB) فإنّ $\overrightarrow{M'M}$ و $\overrightarrow{AB}$ متعامدان، ومنه:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{M'M}=0\Rightarrow$$

$$0+0-12-36t=0$$

$$t=\frac{-12}{36}=\frac{-1}{3}$$

ومنه فإنّ $M'(2,3,2)$ و $\overrightarrow{M'M}\left(2,-4,0\right)$

وتكون المسافة المطلوبة $d=\left\|\overrightarrow{M'M}\right\|=\sqrt{4+16+0}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

عبد الرحمن

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل الأشعة

$\vec{w}(-4,m,-2),\vec{u}(1,0,2)\ ,\vec{v}(-1,2,0)$

فإن قيمة العدد الحقيقي m التي تجعل الأشعة $\vec{w},\vec{u}\ ,\vec{v}$ مرتبطة خطياً هي:

A	$m=3$	B	$m=6$	C	$m=-3$	D	$m=1$	E	$m=-6$

الحـــــــل:

بما أن الأشعة $\vec{w},\vec{u}\ ,\vec{v}$ مرتبطة خطياً فمحقق لدينا العلاقة الشعاعية:

$$\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}\Rightarrow(-4,m,-2)=a(1,0,2)+b(-1,2,0)$$

$$-4=a-b\ \ldots.(1\qquad\&\qquad m=2b\ \ldots.(2\qquad\&\qquad -2=2a\ \ldots..(3$$

من 3) نجد أن $a=-1$ نعوض في 1) فنجد أن $b=3$

نعوض قيمة $b=3$ في 2) فنجد : $\boxed{m=6}$ فالخيار الصحيح هو B

تنسيق: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقاط:

$A(2,3,0) \quad C(2,3,6) \quad B(4,-1,2)$

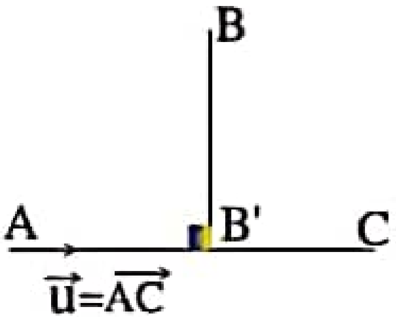
يكون بعد النقطة B عن المستقيم (AC) هو:

A	$2\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{5}$	C	$3\sqrt{2}$
D	4	E	$2\sqrt{5}$	إعداد: عبد الرحمن	

الحـــــــــل:

1) ❺ $\vec{u} = \overrightarrow{AC}(0,0,6)$

$$AC = \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 6k \end{cases} \quad : k \in R$$



نفرض $B'(x,y,z)$ هي هي المسقط القائم لـB على (AC)

$B'(2,3,6k)$

$\overrightarrow{BB'}(-2\ ,4,6k-2)$

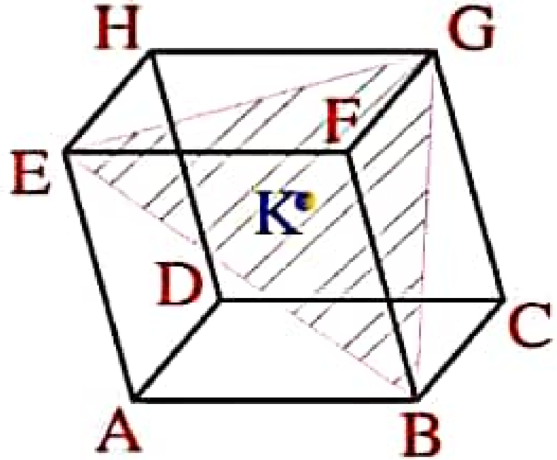
$\overrightarrow{BB'} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Rightarrow 36k - 12 = 0$

$\Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{3}} \Rightarrow \quad \left\{\overrightarrow{BB'}(2,4,0)\right\}$

بعد النقطة B عن المستقيم (AC) $BB' = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ فالخيار الصحيح هوE

تنسيق: م. صلاح سالم

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح و K مركز ثقل المثلث BEG



عندئذ يكون $\overrightarrow{DK}$ مساوياً :

A	$\frac{1}{2}\overrightarrow{DF}$	B	$\frac{1}{3}\overrightarrow{DF}$	C	$\frac{2}{3}\overrightarrow{DF}$
D	$\frac{1}{4}\overrightarrow{DF}$	E	$\frac{3}{4}\overrightarrow{DF}$		م. عبد الحميد السيد

الحـــــــل:

لدينا 1) $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FD}$ ....

ولدينا 2) $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}=3\overrightarrow{FK}$ ....

من 1) و 2) نجد : $\overrightarrow{FK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FD}$ ومنه نجد $\overrightarrow{KD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{FD}$ أي $\overrightarrow{DK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DF}$ فالخيار الصحيح هو C

نتأمل فِي معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الرباعي $ABCD$ ، حيث النقاط الأتية:

$$A(0,\alpha,-1)\quad,\quad B(1,1,-2)\quad,\quad C(3,\beta,0)\quad,\quad D(2,-3,1)$$

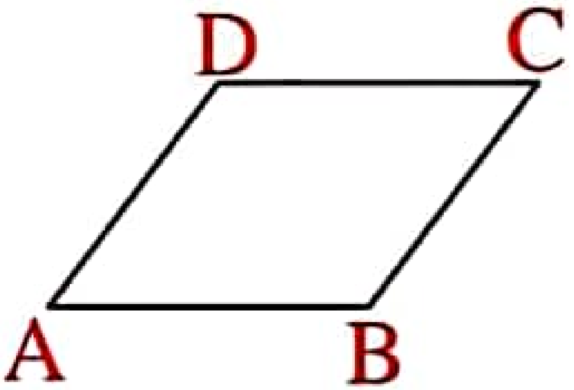
إن قيمة α , β التي تجعل $ABCD$ معين هي :

A	$\alpha=-1$ و $\beta=-1$	B	$\alpha=-\frac{3}{5}$ و $\beta=-\frac{7}{5}$	C	$\alpha=-\frac{7}{4}$ و $\beta=-\frac{1}{4}$
D	$\alpha=0$ و $\beta=-2$	E	$\alpha=-\frac{3}{2}$ و $\beta=-\frac{1}{2}$		م. سائر سلمه

الحـــــــل:

$$\overrightarrow{AB}(1,1-\alpha,-1)\quad,\quad \overrightarrow{AD}(2,-3-\alpha,2)\quad,\quad \overrightarrow{DC}(1,\beta+3,-1)$$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $1-\alpha=\beta+3 \Rightarrow \alpha+\beta=-2 \ldots(1$



$$AB=AD \Rightarrow AB^2=AD^2$$

$$1+(1-\alpha)^2+1=4+(-3-\alpha)^2+4$$

$$3-2\alpha+\alpha^2=17+6\alpha+\alpha^2$$

$$8\alpha=-14 \Rightarrow \boxed{\alpha=-\frac{7}{4}} \xRightarrow{\text{نعوض في (1}} \boxed{\beta=-\frac{1}{4}}$$

فالخيار الصحيح هو C

في معلم متجانس $\vec{v}$ و $\vec{u}$ شعاعان ونعرف الشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{q}$ بالعلاقتين :

$$\vec{W} = 2\vec{u} - \vec{v} \quad , \quad \vec{q} = 2\vec{u} + \vec{v}$$

فإذا كان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان نستطيع إثبات أن:

A	$\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطياً	B	$\vec{v}$ و $\vec{u}$ لهما النظيم نفسه	C	$\lVert\vec{u}\rVert = 2\lVert\vec{v}\rVert$
D	$\lVert\vec{u}\rVert = \frac{1}{2}\lVert\vec{v}\rVert$	E	$\lVert\vec{u}\rVert = 4\lVert\vec{v}\rVert$		إعداد: م. هدى مدني

الحـــــــل:

بما أم الشعاعان $\vec{W}$ و $\vec{q}$ متعامدان فإن $\vec{q}.\vec{W} = 0$

$$(2\vec{u} + \vec{v}).(2\vec{u} - \vec{v}) = 0 \Rightarrow 4\lVert\vec{u}\rVert^2 - \lVert\vec{v}\rVert^2 = 0 \Rightarrow 4\lVert\vec{u}\rVert^2 = \lVert\vec{v}\rVert^2$$

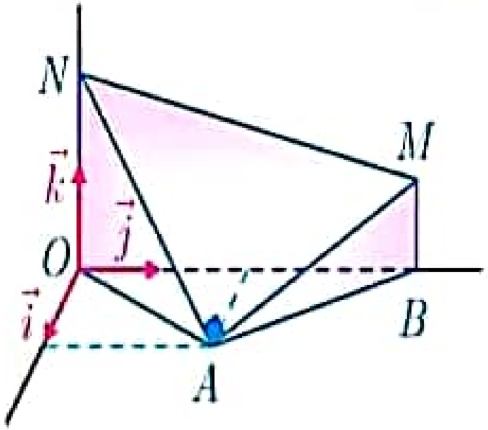
$2\lVert\vec{u}\rVert = \lVert\vec{v}\rVert \Rightarrow \lVert\vec{u}\rVert = \frac{1}{2}\lVert\vec{v}\rVert$ فالخيار الصحيح هو D

تنسيق: م. صلاح سالم

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ‏ m,n عددان حقيقيان موجبان يحققان $n > m$ و $n.m = 6$

نتأمل النقاط $N(0,0,n)$ ‏ $M(0,6,m)$ ‏ $B(0,6,0)$ ‏ $A(\sqrt{3},3,0)$

إن قيمة n,m التي يكون عندها حجم المجسم $A0BMN$ يساوي $5\sqrt{3}$هي:



$n = 4, m = \frac{3}{2}$	C	$n = 6, m = 1$	B	$n = 3, m = 2$	A
إعداد: أحمد حسن		$n = 3\sqrt{2}, m = \sqrt{2}$	E	$n = 2\sqrt{2}, m = \sqrt{3}$	D

الحـــــــل:

من الفرض لدينا $m.n = 6 \ldots\ldots (1$

ولما كان حجم الهرم $AOBMN$ يساوي $5\sqrt{3}$ فإن

$$V = \frac{1}{3} S_{(OBMN)} \times h$$

$$S_{(OBMN)} = \frac{BM + ON}{2} \times OB$$

$$S_{(OBMN)} = \frac{m+n}{2} \times 6 = 3(m+n)$$

$$h = x_A = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \times 3(m+n) \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$m + n = 5 \qquad \ldots \ (2$$

بالحل المشترك بين 1) و 2) نجد :

$m = 2$ ، $n = 3$ وذلك لأن $n > m$

تنسيق: م. صلاح سالم

في معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ إنّ إحداثيات النقطة C من محور الفواصل والمتساوية البعد عن النقطتين $A(2,3,0)$ و $B(0,2,1)$ هي:

A		B		C		D		E	
A	$(0,0,0)$	B	$(2,0,0)$	C	$(3,0,0)$	D	$(1,0,0)$	E	$(4,0,0)$

لتكن إحداثيات $C(x,0,0)$ ؛ عندئذ:

$$AC = BC \quad \Rightarrow$$

$$AC^2 = BC^2 \quad \Rightarrow$$

$$(x-2)^2+(-3)^2+(0)^2=(x)^2+(-2)^2+(-1)^2$$

$$x^2-4x+4+9=x^2+4+1$$

$$-4x=-8 \quad \Rightarrow \quad x=2 \quad \Rightarrow$$

$$C(2,0,0)$$

علي جمول

في معلم متجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى معادلة المستوي P بالشكل:

$P: 2x - y + z + 1 = 0$ وإذا كان $dis_{(A-P)} = \sqrt{6}$ و $A(3,1,0)$

عندئذٍ تكون إحداثيات النقطة A' مسقط A على P

A	$(2,3,1)$	B	$(1,1,-2)$	C	$(1,0,-1)$	D	$(1,2,-1)$	E	$(2,-1,1)$

إعداد: أ. محمد العيسى

الحـــــــل:

الطريقة 1) يجب التحقق من (انتماء A' إلى المستوي P و الارتباط الخطي ل $\overrightarrow{A'A}$ و $\overrightarrow{n_p}$)

الطريقة 2) يجب التحقق من (انتماء A' إلى المستوي P و $A'A = \sqrt{6}$)

الطريقة 3) نستخدم القانون البسيط $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} - \frac{ax_A+by_A+cz_A+d}{a^2+b^2+c^2} \times \overrightarrow{n_p}$

$$(x,y,z) = (3,1,0) - \frac{2(3)-(1)+0+1}{4+1+1} \times (2,-1,1)$$

$(x,y,z) = (3,1,0) - (2,-1,1)$ ومنه $\begin{cases} x = 3-2 = 1 \\ y = 1+1 = 2 \\ z = 0-1 = -1 \end{cases} \rightarrow A'(1,2,-1)$

الطريقة 4) الطريقة الكلاسيكية فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم