بنك الوحدة الثالثة هندسة

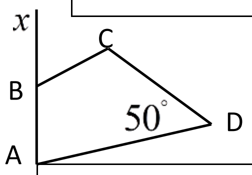
أولا : أسئلة اختيار إجابة صحيحة

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها :

❶ (ادلب 2018) $ABCD$ رباعي دائري فيه قياس $B\hat{C}D = 115^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D$ يساوي

A	65°	B	25°	C	115°

❷ (الحسكة 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي دائري فيه $A\hat{D}C = 50°$
فإن قياس الزاوية $C\hat{B}x$ يساوي:



A	40°	B	50°	C	130°

❸ (السويداء و طرطوس 2019) AB ضلع في مخمس منتظم $ABCDE$ مركزه O فان قياس $A\hat{O}B$ يساوي:

A	72°	B	75°	C	60°

❹ (الحسكة 2019) المستقيم d يمس دائرة C مركزها O نصف قطرها $R = 6$ فان بعد مركز الدائرةعن المستقيمd

A	يساوي 6	B	أقل من 6	C	أكبر من 6

❺ (الرقة 2019) في الرباعي الدائري مجموع الزاويتين المتقابلتين يساوي :

A	100°	B	180°	C	90°

❻ (الرقة 2019) AB ضلع في مسدس منتظم مركزه O فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

A	72°	B	90°	C	60°

❼ (اللاذقية 2019) دائرة مركزها O ، $\widehat{BC}$ قوس فيها قياسه 40° فان قياس الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ يساوي :

A	20°	B	40°	C	80°

❽ (درعا 2019) AB ضلع في مضلع منتظم مركزه O عدد أضلاعه $(n = 12)$ فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

A	60°	B	45°	C	30°

ثانيا : أسئلة الصح والخطأ

في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ :

① (السويداء 2018) إذا كان $ABCDEF$ مسدس منتظم فإن قياس الزاوية $C\hat{D}E$ يساوي 120°

② (اللاذقية 2018) إذا كان قياس $\hat{A} = 100°$ في الرباعي الدائري $ABCD$ فإن قياس الزاويةالمقابلة لها $\hat{C} = 80°$

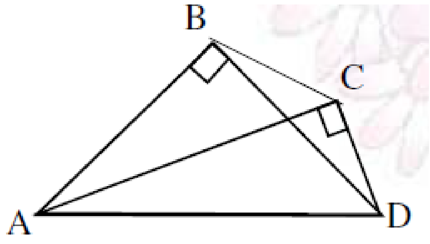
③ (دمشق 2018) النقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 40°

④ (تكميلي 2018) لنقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 45°

⑤(تكميلي 2018) تقاس الزاوية المحيطية في الدائرة بنفس قياس القوس المقابل لها

⑥(تكميلي 2018) تقاس الزاوية المماسية في الدائرة بنصف قياس القوس المقابل لها

⑦(ادلب 2018) في الشكل المجاور : $ABCD$ رباعي فيه : $A\hat{B}D = A\hat{C}D = 90^{\circ}$



وفيه : $AB = BD$ و $AD = 2CD$ فإن :

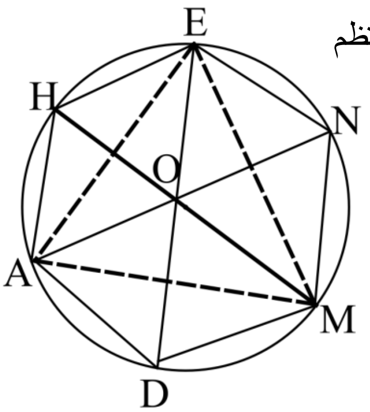
1) الرباعي $ABCD$ دائري .

2) قياس الزاوية $A\hat{D}B = 45^{\circ}$.

3) قياس الزاوية $A\hat{D}C = 30^{\circ}$.

4) $\sin C\hat{A}D = \dfrac{1}{2}$.

⑧ (دير الزور 2019) في الشكل المرسوم جانبا دائرة مركزها O بداخلها مسدس منتظم



والمطلوب : أجب بصح أو خطأ عن كل ممايلي

1- كل مضلع قابل للارتسام في دائرة

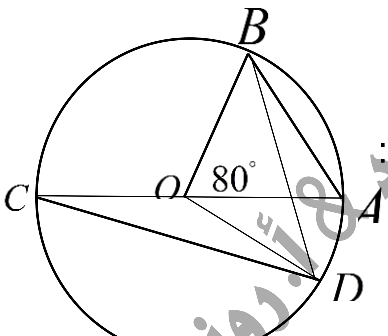
2- المثلث EMA متساوي الاضلاع

3- المثلث ANE قائم

4- قياس $N\hat{O}E = 45^{\circ}$

ثالثا : أسئلة (التمارين 40 درجة)

1 (ادلب 2018) في الشكل المرسوم جانباً : دائرة C مركزها O فيها :



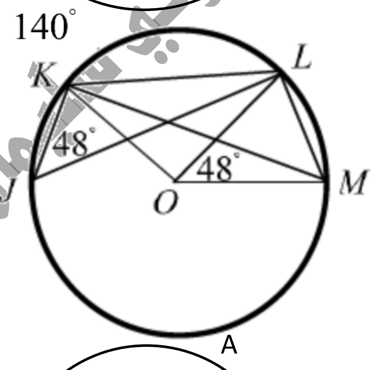
قياس $A\hat{O}B = 80^{\circ}$ ، قياس القوس $\widehat{DC} = 140^{\circ}$ ، $B\hat{A}D = 120^{\circ}$ والمطلوب:

1) احسب قياس $\widehat{DA}$.

2) أثبت أن $A\hat{C}D = A\hat{B}D$.

3) احسب قياسات زوايا المثلث OCD.

2 (الرقة 2018) لتكن J ,K , L , M نقاط من دائرة مركزها (O)

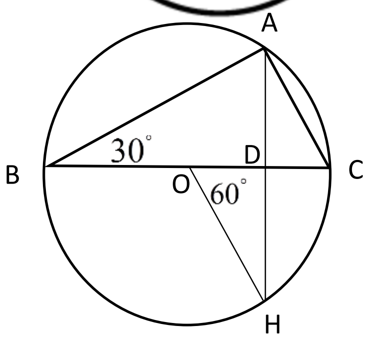


$K\hat{J}L = L\hat{O}M = 48^{\circ}$

1) احسب قياسات الاقواس $\widehat{LK}, \widehat{LM}$ وقياس الزاوية $L\hat{O}K$

2) احسب قياسات زوايا المثلث KML

3 (السويداء 2018): في الشكل المرسوم جانباً:



$[BC]$ قطر في دائرة مركزها O ، H نقطة من الدائرة حيث

$C\hat{O}H = 60^{\circ}$ وقياس $A\hat{B}C = 60^{\circ}$ والمطلوب:

1) أثبت أن $AC \parallel OH$.

2) $\widehat{AB} = 2\,\widehat{CH}$

3) أثبت أن AH يعامد OC

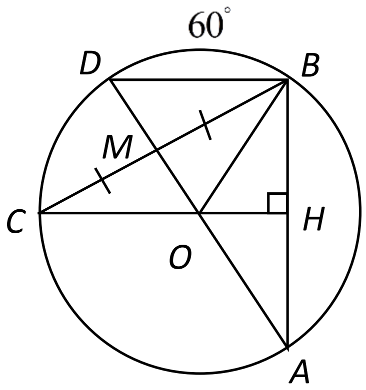
4 (القنيطرة 2018) في الشكل المجاور دائرة مركزها(O) قطرها AD

قياس $\widehat{DB} = 60°$ ، M منتصف BC. المطلوب:

1) ما نوع المثلث DBA واحسب قياسات زواياه.

2) أثبت أن OD يعامد CB .

3) احسب قياس الزاوية $B\hat{O}C$



5 (القنيطرة 2018) في الشكل المرسوم جانبا:

ABD مثلث قائم الزاوية في A وطول الوتر فيه $BD = 8$

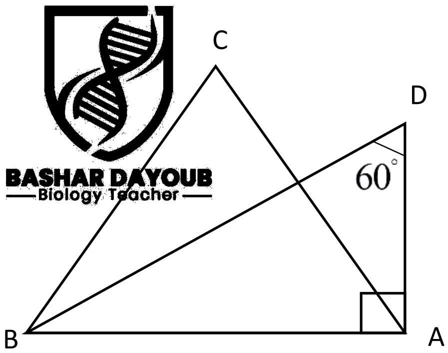
وفيه قياس الزاوية $B\widehat{D}A = 60°$ والمثلث ABC متساوي الاضلاع

المطلوب:

1) أثبت أن BD منصف للزاوية $C\hat{B}A$.

2) احسب $\cos \widehat{DBA}$ واستنتج طول BA.

3) أثبت أن النقط B , C , D , A تقع على دائرة واحدة

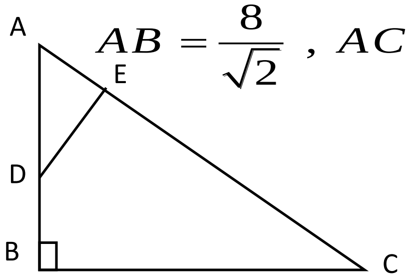


6 (الحسكة 2018) ABC مثلث قائم في Bفيه: $AB = \frac{8}{\sqrt{2}}$, $AC = 8\sqrt{2}$, $AD = 4$

1) أوجد $\sin \hat{C}$ واستنتج قياس الزاوية $\hat{C}$

2) إذا علمت أن $A\widehat{D}E = 30°$ أثبت أن $BCED$ رباعي دائري

ما نوع المثلث ADE بالنسبة إلى زواياه ، ثم احسب DE



7 (الحسكة 2018) في الشكل المرسوم جانبا:

$[AB]$ قطر في الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 5

فيها $[FD]$ يعامد $[AB]$ في النقطة E و $\widehat{AF} = 2\,\widehat{FB}$

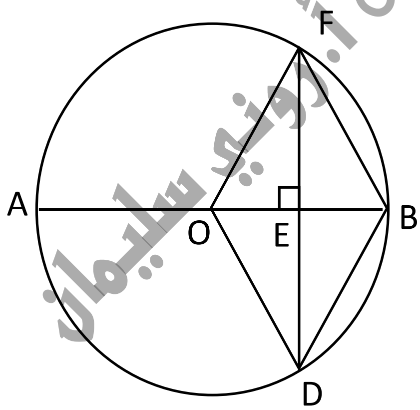
والمطلوب :

1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{BF} = 60°$

واستنتج نوع المثلث BOF بالنسبة لأضلاعه.

2) احسب الأطوال EF, EB, FB .

3)أثبت أن الرباعي $FODB$ معين واحسب مساحته

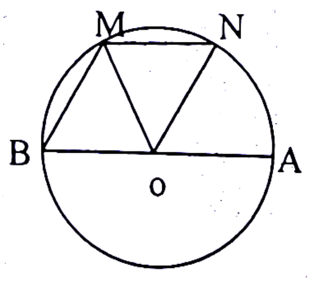


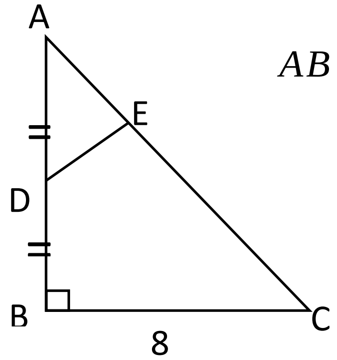
8 (حماه 2018) A, N, M, B نقاط من دائرة مركزها O ،

وطول قطرها $AB = 8$ $\widehat{BM} = \widehat{MN} = \widehat{NA}$،

احسب كلاً من قياس الزاويتين $A\hat{B}M$, $A\hat{O}N$

واستنتج أن : $BM \parallel ON$، أثبت أن المثلث ONM متساوي الأضلاع واحسب مساحته

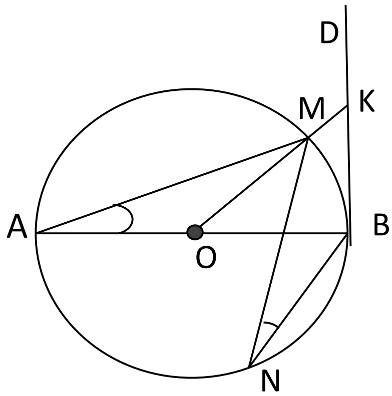




9 <u>(حمص 2018)</u> مثلث ABC قائم في B فيه $AB = BC = 8$ و D منتصف AB

1) احسب AC , $\sin \hat{C}$

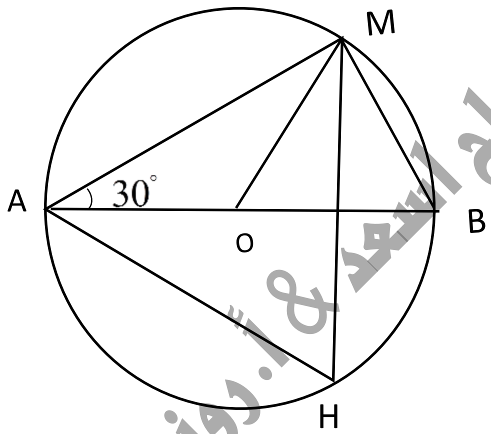
2) إذا علمت أن $BCED$ رباعي دائري استنتج قياس $E\widehat{D}A$ ثم احسب DE



10 <u>(درعا 2018)</u> دائرة مركزها (O) قياس $M\hat{N}B = 15^\circ$ ، BD مماس نمدد OM ليقطع المماس في K بحيث $BK = 5$

1) احسب قياس $\widehat{MB}$ واستنتج قياس $K\hat{O}B$ وقياس $M\hat{A}B$.

2) احسب طول $[OK]$ ، ثم احسب OB نصف قطر الدائرة .



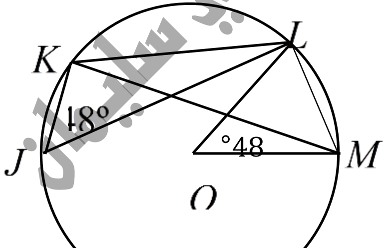
11 <u>(ديرالزور2018)</u> $[AB]$ قطر في دائرة C مركزها O ونصف قطرها يساوي $5\ cm$

النقطة M تقع على الدائرة بحيث يكون $M\hat{A}B = 30°$.

1) احسب قياس الزاوية $A\widehat{M}B$ وقياس القوس $\widehat{AM}$.

2) ما نوع المثلث OMB مع التعليل.

3) علل قياس الزاوية $A\widehat{B}M$ يساوي قياس الزاوية $A\widehat{H}M$



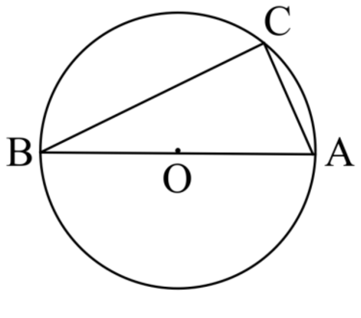
12 <u>(ريف دمشق & طرطوس 2018)</u>:

M, L, K, J نقاط من دائرة مركزها O ، $K\hat{J}L = L\hat{O}M = 48°$

المطلوب:

1) احسب قياسات زوايا المثلث LKM .

2) احسب قياس الزاوية $K\hat{O}M$.



13 <u>(تكميلي 2018)</u> في الشكل المجاور دائرة C مركزها O وطول قطرها $AB = 8$

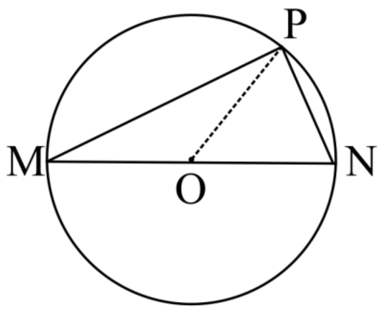
C نقطة تحقق : $\widehat{BC} = 2\,\widehat{CA}$ والمطلوب :

1- أثبت ان $\widehat{CA} = 60°$ واحسب قياسات زوايا المثلث ABC

2- احسب طول BC

14 (الامتحان النصفي الموحد 2018) في الشكل المجاور دائرة C مركزها O وطول قطرها $MN = 8$

$\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$ والمطلوب :



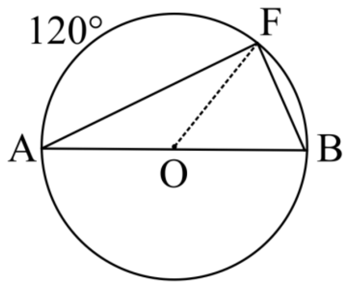
1- أثبت ان $\widehat{PN} = 60°$

2- احسب قياسات زوايا المثلث PNM

3- احسب طول PM

15 (حمص 2019) في الشكل المجاور دائرة C مركزها O قطرها $\text{AB} = 6$

$\widehat{AF} = 120°$ والمطلوب :



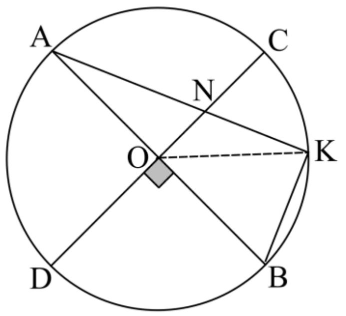
1- احسب قياس الزاوية $F\hat{O}B$

2- احسب قياسات زوايا المثلث ABF

3- احسب طول كلا من AF , BF

16 (ادلب 2019) في الشكل المجاور $[AB]$ و $[CD]$ قطران متعامدان

في دائرة مركزها O ، K نقطة من القوس $\widehat{BC}$ حيث $\widehat{BC} = 40°$ المطلوب:



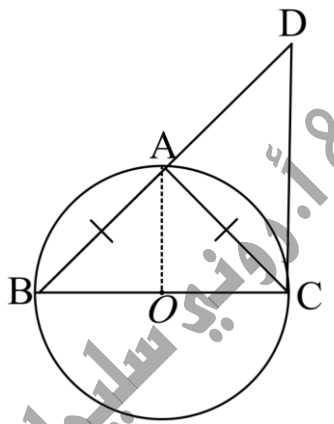
1- احسب قياس كلا من $\widehat{BK}$ ، $A\hat{O}K$

2- احسب قياسات زوايا المثلث ABK

3- اثبت ان $NOBK$ رباعي دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه

17 (الحسكة 2019) في الشكل المجاور ABC مثلث متساوي الساقين

مرسوم في دائرة قطرها $BC = 3\sqrt{2}$ ، CD مماس للدائرة في C والمطلوب :



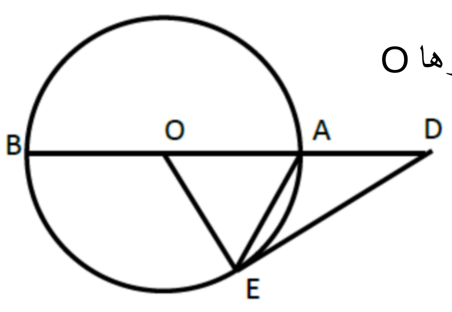
1- أثبت أن $AB = 3$

2- احسب قياس القوس $\widehat{AB}$

3- أثبت ان $CD \parallel AO$ واكتب النسب الثلاث للمثلثين DCB , AOB واستنتج طول CD

18 (الرقة & حلب 2019) في الشكل المجاور ED مماس للدائرة التي مركزها O

ولدينا $B\hat{O}E = 120°$ والمطلوب :

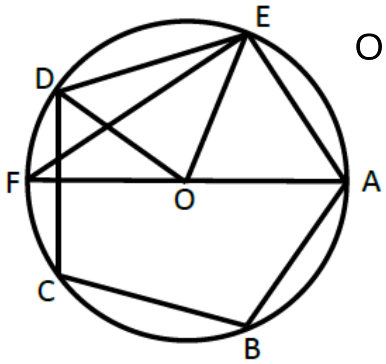


1- احسب قياسات الزوايا $A\hat{O}E$ و $O\hat{E}D$

2- اثبت ان المثلث AOE متساوي الاضلاع

3- استنتج ان $OD = 2AD$

19 (اللاذقية & القنيطرة 2019) $ABCDE$ مخمس منتظم مرسوم في دائرة مركزها O وقطرها AF والمطلوب :

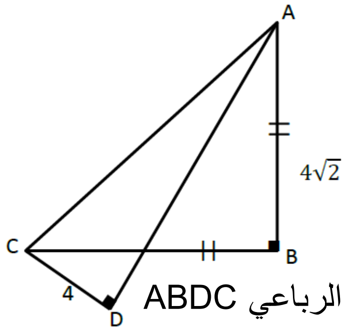


1- اثبت ان قياس الزاوية $A\hat{O}E = 72°$

2- احسب قياسات زوايا المثلث EAF واستنتج قياس القوس $\widehat{EDF}$

3- احسب قياس الزاوية $F\hat{O}D$

20 (حماة 2019) في الشكل المرسوم جانبا ABC مثلث قائم في B ومتساوي الساقين فيه $AB = CB = 4\sqrt{2}$ وأيضا ADC قائم في D وفيه $CD = 4$ والمطلوب:

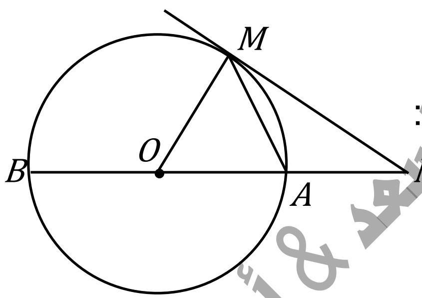


1- احسب طول AC

2- احسب $\sin\ C\hat{A}D$ من المثلث CAD واستنتج قياس $C\hat{A}D$

3- اثبت ان الرباعي ABDC دائري واستنتج قياس القوس $\widehat{CD}$ من الدائرة المارة برؤوس الرباعي ABDC

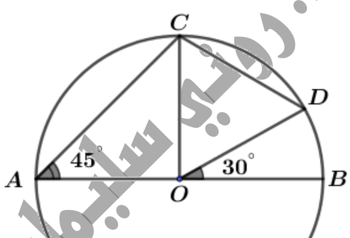
21 (درعا 2019) MN مماس للدائرة C التي مركزها O ونصف قطرها $OA = 4$ وقياس القوس $\widehat{AM}$ يحقق $\widehat{AM} = \frac{1}{3}\widehat{AB}$ المطلوب:



1) أثبت أن $\widehat{AM} = 60°$ ثم احسب قياسات زوايا المثلث OMN

2) أثبت أن A منتصف ON واحسب MN

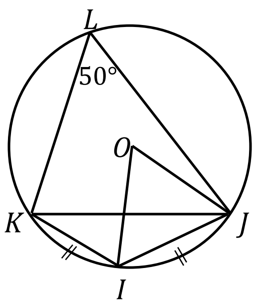
22 (دمشق 2019) في الشكل المجاور دائرة مركزها O ونصف قطرها 4 فيها $C\hat{A}O = 45°$ و $B\hat{O}D = 30°$ والمطلوب :



1) احسب قياس كلاً من $\widehat{CD}$ و $A\hat{O}C$

2) ما نوع المثلث COD واستنتج طول CD

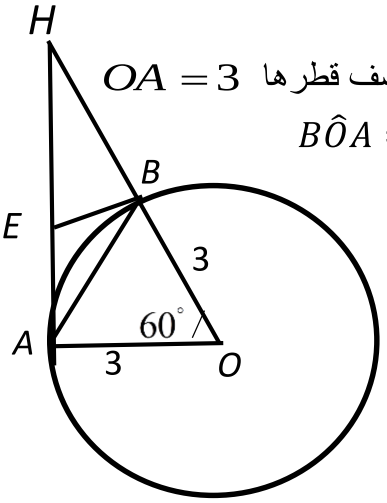
23 (ريف دمشق 2019) في الشكل المجاور، دائرة C مركزها O فيها $K\hat{L}J = 50°$ ، I منتصف القوس $\widehat{KJ}$، المطلوب:



1) احسب قياس القوس $\widehat{KJ}$ و قياس الزاوية $I\hat{O}J$.

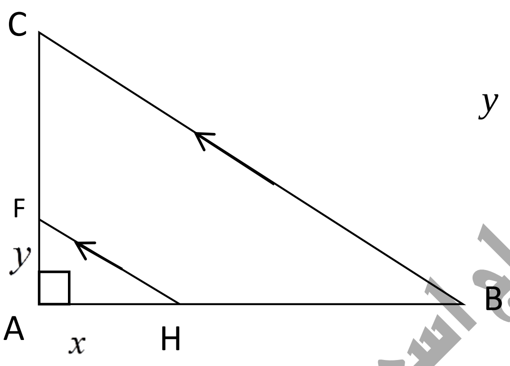
2) احسب قياسات زوايا المثلثات KIJ.

المسائل الرئيسية (100 درجة)



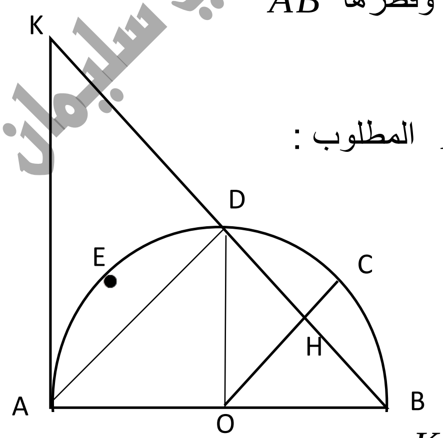
المسألة الأولى (الرقة 2018) : في الشكل المرسوم جانباً: دائرة مركزها O ونصف قطرها $OA = 3$
$(HA),(EB)$ مماسان للدائرة في النقطتين B و A على الترتيب و $B\hat{O}A = 60^\circ$
والمطلوب:
1) احسب قياس كلاً من الزاويتين $B\hat{A}E$, $\hat{H}$
2) أثبت أن $OH = 6$ ثم احسب طول AH.
3) احسب $\cos E\hat{H}B$ واستنتج طول HE.
4) أثبت أن النقط A , E , B , O تقع على دائرة واحدة ، ثم عيّن مركزها .

المسألة الثانية (السويداء 2018) : ABC مثلث قائم في A، طولا ضلعه القائمين $AB = 8\ cm,\ AC = 6\ cm$



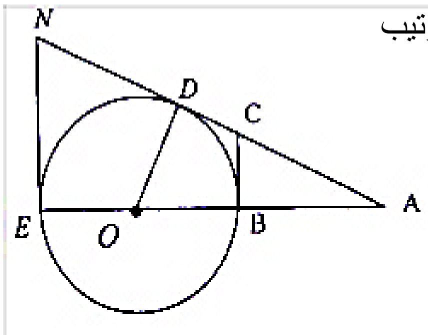
1) احسب طول الوتر BC واحسب $\tan\hat{B}$
2) H نقطة من AB رُسم منها مستقيم يوازي BC ويقطع AC في F ، لنرمز إلى الطول AH بالرمز x وللطول AF بالرمز y
اكتب النسب الثلاث المتساوية ثم استنتج أن $y = \frac{3}{4}x$.
3) في حالة $x = 4$ احسب $\left(\frac{S_{AHF}}{S_{ABC}}\right)$
4) انقل الشكل إلى ورقة إجابتك ثم ارسم من النقطة H مستقيماً يعامد CB في النقطة N ، ثم أثبت أن $HNCA$ رباعي دائري، وعيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

المسألة الثالثة (الحسكة 2018) : في الشكل المجاور نصف دائرة مركزها O وقطرها AB



النقاط E,D,C تحقق: $\widehat{AE} = \widehat{ED} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$
وليكن AK مماس للدائرة في النقطة A و H نقطة تقاطع OC مع DB المطلوب :
1) أوجد قياس كل من الزاوتين $D\hat{A}B$, $C\hat{O}B$ واستنتج $OC \parallel AD$
2) إذا كان المثلث OHB تصغير للمثلث ADB
اكتب النسب الثلاث واستنتج معامل التصغير
3) أثبت أن $DO \perp AB$ واستنتج أن المثلث DOB تصغير للمثلث KAB
4) أثبت صحة العلاقة $(DB)^2 = BH \times BK$

<u>المسألة الرابعة (حماه 2018)</u> : في الشكل المرسوم جانباً دائرة مركزها O ونصف قطرها $OB = 4$



$EN\ ,NA\ ,BC$ ثلاثة مماسات للدائرة في النقاط $B,\ D,\ E$ على الترتيب

وقياس الزاوية $\hat{A} = 30°$ ، والمطلوب :

1) أثبت أن $D\hat{O}B = 60^{\circ}$ ، واستنتج أن B منتصف AO .

2) أثبت أن النقاط $B,\ C,\ D,\ O$ تقع على دائرة واحدة ، عين مركزها.

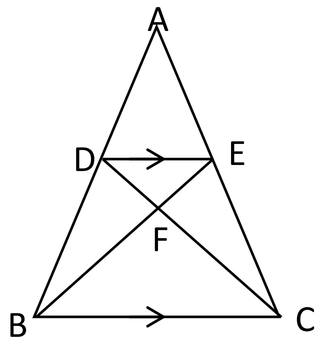
3) أثبت أن $AD = 4\sqrt{3}$.

4) احسب $\cos\hat{A}$ واستنتج $2EA = \sqrt{3}AN$

<u>المسألة الخامسة (اللاذقية 2018)</u> : في الشكل المجاور ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A

فيه المستقيمان (DE) و (BC) متوازيان والمستقيمان (BE) , (CD) متقاطعان في F

اذا علمت أن $AD = 2\ cm\ ,DB = 3\ cm\ ,BF = 4\ cm$ والمطلوب :



1) اذا كان المثلث ADE تصغير للمثلث ABC اكتب النسب الثلاث ثم اكتب معامل التصغير.

2) اذا كان المثلث FDE تصغير للمثلث FBC اكتب النسب الثلاث.

3) اثبت ان $\frac{\mathrm{FE}}{\mathrm{FB}} = \frac{2}{5}$ واستنتج طول EF.

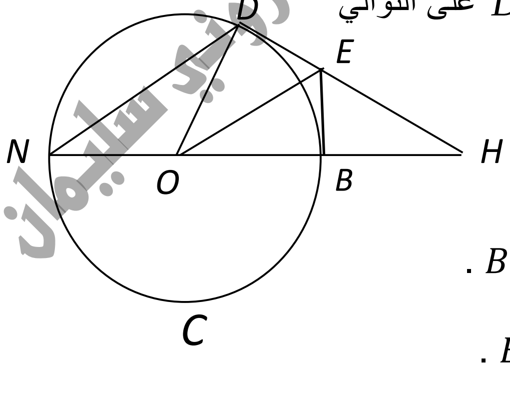
اثبت ان الرباعي $BCED$ دائري واستنتج $D\hat{C}\mathrm{E} = \mathrm{E}\hat{B}D$

<u>المسألة السادسة (حلب 2018)</u> : في الشكل المرسوم جانباً:

C دائرة مركزها O و $[NB]$ قطر فيها و D نقطة من الدائرة بحيث

$\widehat{ND} = \frac{2}{3}\widehat{NB}$ و (BE) , (DH) مماسان للدائرة في النقطة B و D على التوالي

والمطلوب :



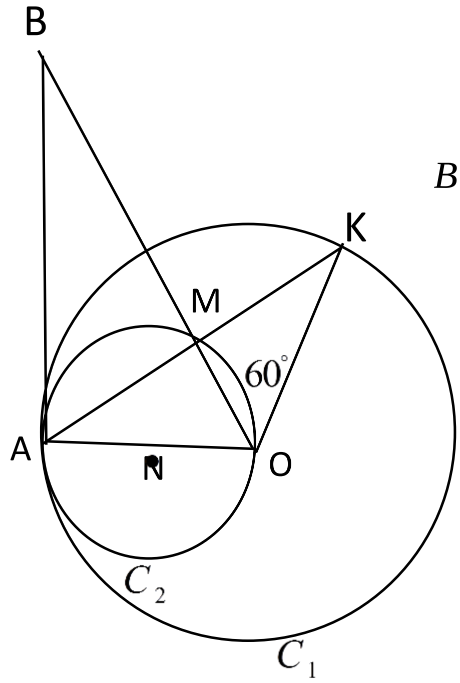
1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{DB} = 60°$.

2) احسب قياسات زوايا المثلث HOD واستنتج أن $OB = \frac{1}{2}OH$.

3) أثبت أن الرباعي $ODEB$ رباعي دائري، واستنتج قياس الزاوية $B\hat{E}D$.

4) أثبت أن المثلث OEH متساوي الساقين، واحسب قياس الزاوية $B\hat{O}E$.

5) أثبت أن $DN \| OE$



المسألة السابعة (ديرالزور & حمص 2018) : في الشكل المرسوم جانباً:

C_1 دائرة مركزها O و AO قطراً للدائرة C_2 التي مركزها N

الدائرتان C_1 و C_2 متماستان داخلاً في النقطة A حيث $AO = 4$, $BO = 8$

قياس القوس $\widehat{OM} = 60°$ و BA مماس مشترك للدائرتين في النقطة A

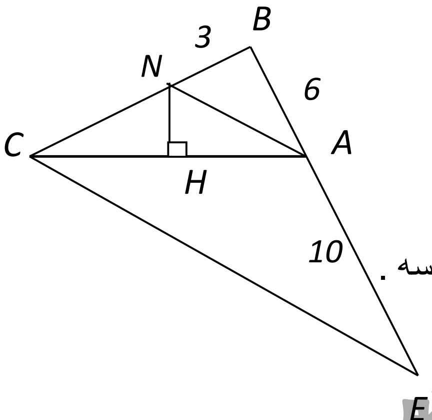
والمطلوب:

1) أثبت أن $BA = 4\sqrt{3}$

2) احسب قياسات زوايا المثلث AMO .

3) احسب طول كل من OM و AM و BM .

4) أثبت أن الرباعي $BAOK$ دائري وعيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.



المسألة الثامنة (درعا 2018) : في الشكل المرسوم جانباً:

ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 6$, $CB = 8$, $CA = 10$

والنقطة N من CB بحيث: $NB = 3$ ، والنقطة E على امتداد BA

وبحيث $AE = 10$ و $NH \perp CA$ ، والمطلوب:

1) أثبت أنّ المثلث ABC قائم في B .

2) أثبت أن $HNBA$ رباعي دائري ، واحسب طول قطر الدائرة المارة برؤوسه .

3) احسب كلاًّ من النسبتين $\frac{BA}{BE}$ و $\frac{BN}{BC}$ ، وقارن بينهما .

واستنتج أنّ $CE \parallel NA$.

أثبت أنّ AN منصف للزاوية $C\hat{A}B$

المسألة التاسعة (دمشق 2018) : K , M , L , N نقاط من دائرة مركزها O حيث MN قطر في الدائرة طوله $8\ cm$ ، $M\widehat{N}K = 30°$, $L\widehat{M}N = 45°$

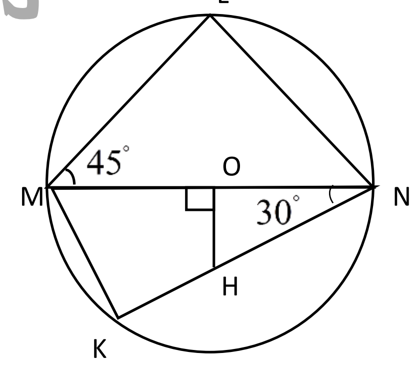
المطلوب:

1) ما نوع المثلث LMN بالنسبة لأضلاعه؟ واستنتج قياس الزاوية $M\widehat{N}L$.

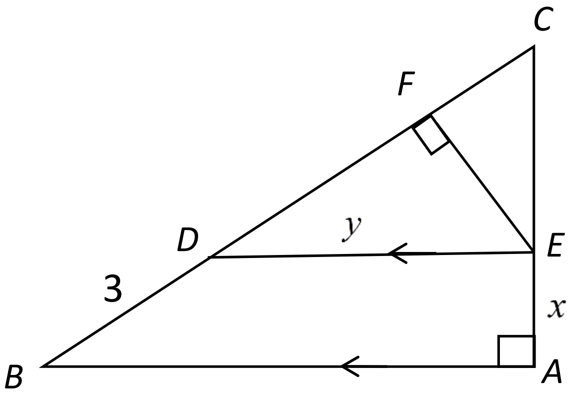
2) احسب قياس كل من $M\widehat{K}N$ و $L\widehat{M}K$

3) احسب طول كلاً من KN , MK , ML .

4) إذا كان $HO \perp MN$ أثبت أن الرباعي $OHKM$ دائري ، عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.



المسألة العاشرة (ريف دمشق 2018) :



في الشكل المرسوم جانباً ABC مثلث قائم في A ،

طول ضلعيه القائمتين: $AB = 8$ ، $AC = 6$ **المطلوب**:

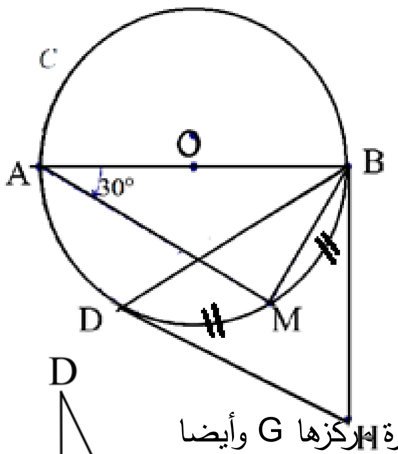
1) احسب طول $[BC]$ ، واحسب $\cos \hat{B}$

2) D نقطة من $[BC]$ بحيث يكون طول $BD = 3$ رُسم DE مستقيماً يوازي $[BA]$ ، لنرمز إلى الطول AE بالرمز x وللطول DE بالرمز y ، احسب قيمة كل من x و y.

3) احسب نسبة مساحة المثلث CED إلى مساحة المثلث CAB .

4) EF عمود على CB ، أثبت أن الرباعي $BAEF$ رباعي دائري

المسألة الحادية عشر (طرطوس 2018) : في الشكل المجاور دائرة مركزها O وقطرها AB طوله 10



M نقطة من الدائرة حيث $\overset{\frown}{MD} = \overset{\frown}{MB}$ و $B\hat{A}M = 30°$

و HB , HD مماسان للدائرة في النقطتين D, B على الترتيب

ويتقاطعان في النقطة H . المطلوب :

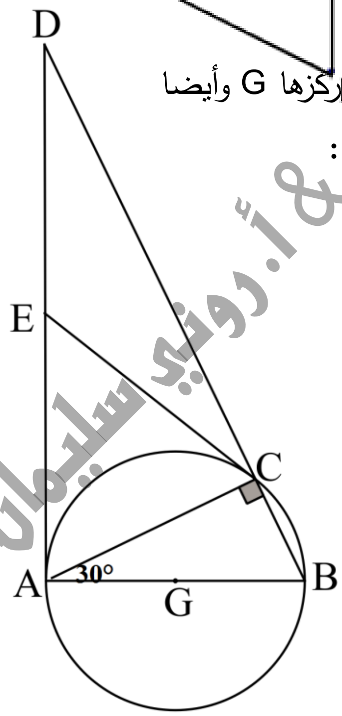
1) احسب قياس الزاوية $A\hat{M}B$ ، واستنتج قياس $\overset{\frown}{BM}$, $\overset{\frown}{AD}$

2) احسب قياس $D\hat{B}M$ واستنتج قياس $B\hat{D}H$.

3) احسب أطوال أضلاع المثلث AMB واحسب مساحته.

4) أثبت أن المثلث DBH متساوي الأضلاع

المسألة الثانية عشر (تكميلي 1 2018) : ABC مثلث قائم في C ومرسوم في دائرة مركزها G وأيضا $AB = 12$, $B\hat{A}C = 30°$ مماس الدائرة في A يتقاطع مع BC في D والمطلوب:



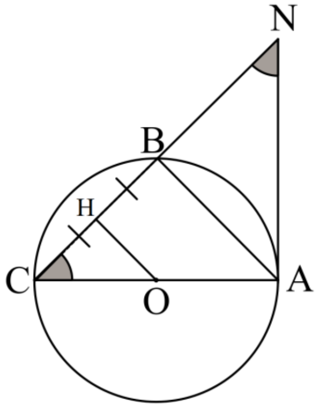
1− احسب مساحة المثلث ACD

2− اذا كانت E منتصف AD اثبت ان المستقيم CE مماس للدائرة في النقطة C

3− اثبت ان الرباعي AGCE دائري

4− احسب حجم الكرة التي قطرها AB

<u>المسألة الثالثة عشر (تكميلي 2018)</u> : في الشكل المجاور دائرة مركزها O



وقطرها $AC = 2\sqrt{2}$ ، AN مماس للدائرة في A والنقطة H منتصف CB

وأيضا $\widehat{N} = \hat{C}$ المطلوب :

1- احسب قياس الزاوية $A\hat{C}N$ ثم استنتج قياس القوس $\widehat{AB}$

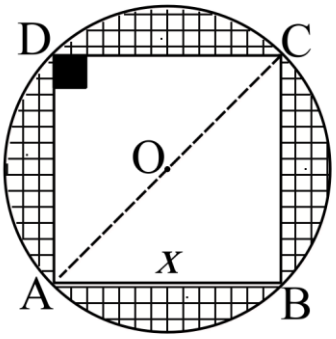
2- احسب طول CN واحسب $\sin A\hat{C}N$

3- اثبت ان B منتصف NC واستنتج طول AB

4- اثبت ان المثلث COH تصغيرا للمثلث CAB واستنتج معامل التصغير

5- اثبت ان الرباعي ANHO دائري، وعين مركزالدائرة المارة برؤوسه

<u>المسألة الرابعة عشر (النصفي الموحد 2018)</u> : في الشكل المرسوم جانبا



ABCD مربع مرسوم في دائرة مركزها O وطول ضلعه : $AB = x$ والمطلوب:

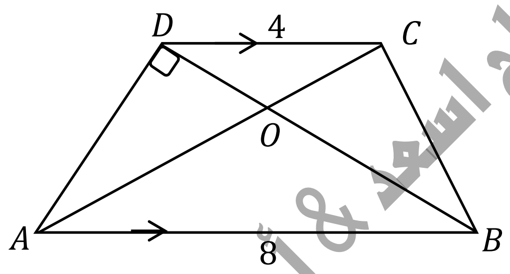
1− احسب طول قطره AC بدلالة x

2− احسب قياس القوس $\widehat{AC}$ وحسب $\tan B\hat{A}C$

3− احسب مساحة الدائرة بدلالة x

4− اذاكانت S مساحة المنطقة المظللة اثبت ان : $S = x^2\frac{(\pi-2)}{2}$ واحسب قيمة x اذا كانت: $S = (\pi - 2)$

<u>المسألة الخامسة عشر (حمص 2019)</u> : في الشكل المرسوم جانباً:



$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $AB = 8$, $CD = 4$ و

فيه قياس الزاوية $A\hat{D}B = 90°$ و $BD = 4\sqrt{3}$، المطلوب:

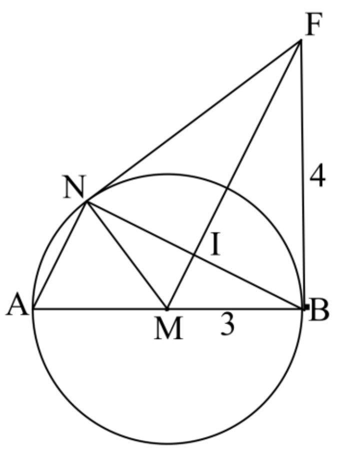
1) احسب AD و استنتج قياس الزاوية $A\hat{B}D$.

2) اكتب النسب الثلاث للمثلثين OCD و OAB.

3) إذا كانت S مساحة المثلث OAB، و $\acute{S}$ مساحة المثلث OCD ، احسب النسبة $\frac{\acute{S}}{S}$.

4) إذا علمتَ أنّ $ABCD$ رباعي دائري، جِدْ قياس الزاوية $B\hat{C}A$ ، عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه، و احسب نصف قطرها.

<u>المسألة السادسة عشر (طرطوس 2019)</u> : في الشكل المرسوم جانبا



C دائرة مركزها M $[AB]$ قطرا فيها ونصف قطرها يساوي 3 ،

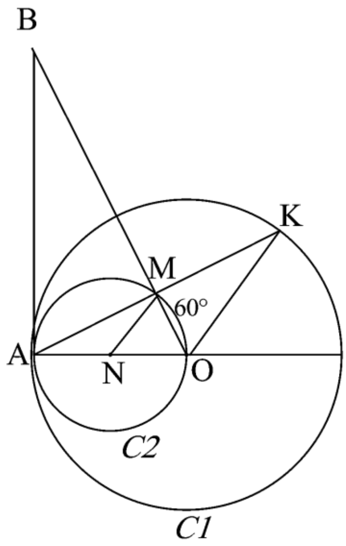
$(FB), (FN)$ مماسان لها و $BF = 4$ والمطلوب :

1- اثبت ان المثلثان ANB و FMB قائمان

2- اثبت ان : $F\hat{B}N = N\hat{A}B$

3- اثبت ان الرباعي $BFNM$ دائري وعين مركز الدائرة المارة من رؤوسه واحسب طول نصف قطرها

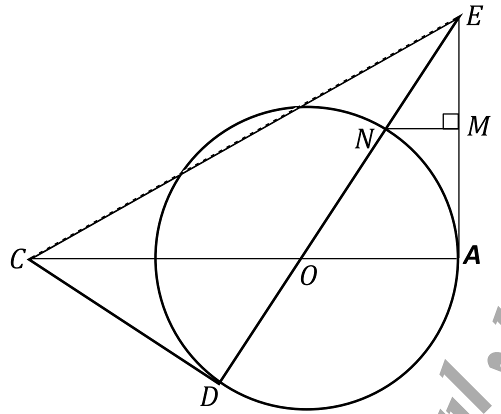
4- اثبت ان MF منصف للزاوية $N\hat{F}B$ ثم استنتج ان $AN \| FM$



المسألة السابعة عشر (ادلب 2019) :

في الشكل المرسوم جانبا $C1$ دائرة مركزها O ونصف قطرها $AO = 3$
$C2$ دائرة مركزها N و AO قطرا فيها ، الدائرتان $C1$ و $C2$ متماستان داخلا
في A حيث $BA = 3\sqrt{3}$, $BO = 6$ و قياس $\widehat{OM} = 60°$

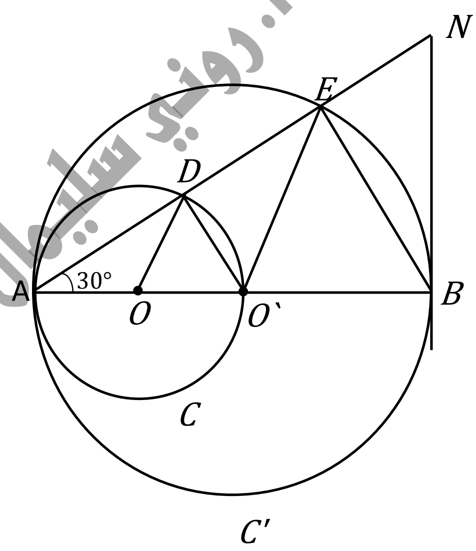
1) اثبت ان المثلث BAO قائم في A ، مانوع المثلث AMO
2) احسب قياس الزاوية $M\hat{A}O$ وقياس القوس $\widehat{KD}$
3) اثبت ان $MN \| KO$ واكتب النسب الثلاث للمثلثين ANM , AOK
4) اذا علمت ان S' مساحة المثلث AMN تساوي $\frac{9\sqrt{3}}{16}$ احسب S مساحة المثلث AOK



المسألة الثامنة عشر (الحسكة و اللاذقية 2019) :

في الشكل المرسوم جانباً: دائرة مركزها O و نصف قطرها 6 ،
AE مماس لها في A و CD مماس لها في D
$AE = 8$ و MN يعامد AE . و المطلوب:

1) أثبت أنّ $MN \| OA$.
2) احسب طول OE ثم استنتج طول NE.
3) اكتب النسب الثلاث في المثلثين AOE و MNE، و استنتج طول MN.
4) أثبت أنّ $AECD$ رباعي دائري، و عيّن مركز الدائرة المارّة برؤوسه



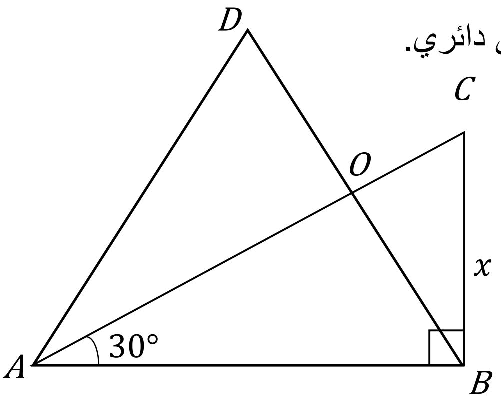
المسألة التاسعة عشر (حلب و الرقة 2019) :

في الشكل المجاور `$C$ دائرة قطرها $AB$ ومركزها `O
NB مماس للدائرة `$C$ ، $C$ دائرة قطرها $O`A$ ،
قياس الزاوي ة $D\hat{A}O = 30°$ ، والمطلوب:

1) احسب قياس كل من القوسين $\widehat{EB}$ و $\widehat{DO`}$
2) أثبت أن $D\hat{O}O` = E\hat{O`}B$ واستنتج أنّ $O`E \| OD$
3) احسب النسبة: $\frac{\text{مساحة المثلث } AOD}{\text{مساحة المثلث } AO`E}$
4) أثبت أنّ الرباعي `$BNDO$ دائري ، وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

المسألة العشرون (درعا و السويداء 2019) : في الشكل المرسوم جانباً

ABC مثلث قائم في B وفيه $C\hat{A}B = 30°$ و ABD مثلث متساوي الأضلاع. والمطلوب:



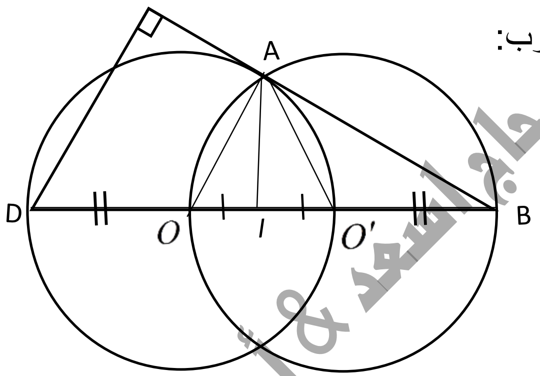
1) أوجد قياس كل من $B\hat{C}A$ و $A\widehat{D}B$ واستنتج أن $ABCD$ رباعي دائري.

2) إذا كان $BC = x$ احسب بدلالة x كلاً من (AC) و (BD)

3) أثبت تعامد المستقيمين (AC) و (BD).

4) إذا علمت أنّ مساحة المثلث OCB تساوي $2\sqrt{3}$ احسب قيمة x.

المسألة الواحد والعشرون (القنيطرة و حماه 2019) : في الشكل المجاور $\acute{C}(\acute{O},r), C(O,r)$ دائرتان طبوقتان و متقاطعتان، النقطة I منتصف $\acute{O}O$ و DEB مثلث قائم في $\hat{E}$ ، والمطلوب:



5) أثبت أن AB مماس للدائرة C.

6) أبت أن المثلث $AO\acute{O}$ متساوي الأضلاع.

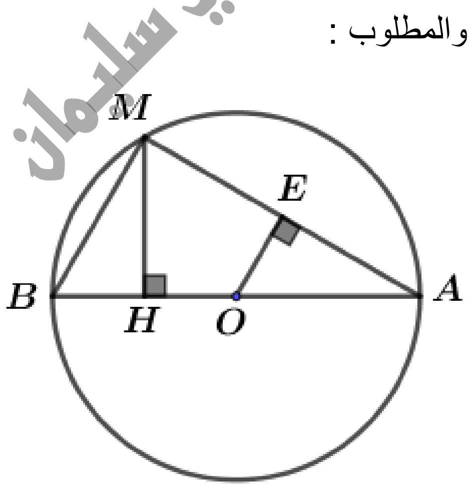
7) أثبت أن الرباعي $EDIA$ رباعي دائري، و عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

8) أثبت أنّ $DE \parallel OA$ ثمّ اكتب النسب الثلاث للمثلثين ABO, EBD

و استنتج أن $BA = \frac{2}{3}EB$

المسألة الثانية والعشرون (دمشق 2019) : في الشكل المرسوم جانباً دائرة مركزها O ونصف قطرها 6

فيها AM يعامد OE و AB يعامد MH وقياس القوس $\widehat{AM} = 120^\circ$ والمطلوب :



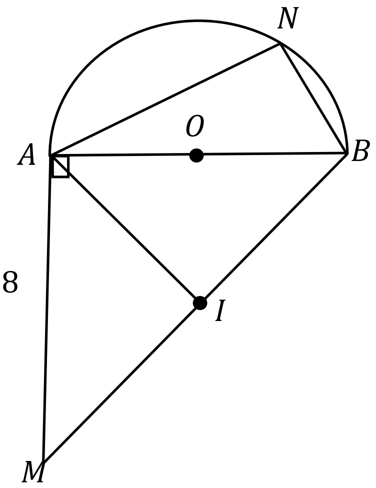
1) احسب قياس زوايا المثلث BAM وأطوال أضلاعه

2) احسب طول OE ثم $\cos(E\hat{O}A)$

ثم علل تساوي الزاويتين $B\widehat{M}H$ و $O\hat{A}E$

3) أثبت أنّ الرباعي HOEM دائري

عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب نصف قطرها



المسألة الثالثة والعشرون (دير الزور 2019) : في الشكل المجاور :

نصف دائرة مركزها ، (O) طول قطرها (8) وفيها: ، AM يعامد AB

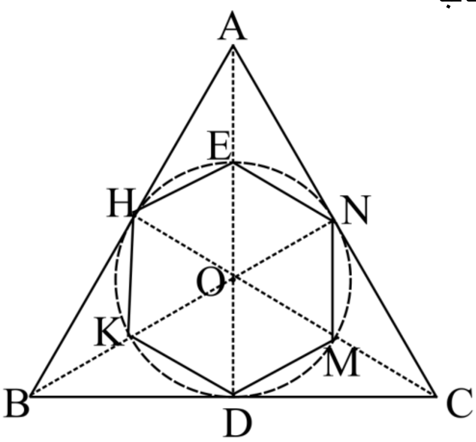
I منتصف $[MB]$ ، $\widehat{AN} = 2\widehat{NB}$ ، $AB = AM = 8$

1) احسب قياس القوس $\widehat{NB}$

2) اثبت ان قياس الزاوية : $\widehat{NAB} = 30°$

3) احسب طول كل من NB ، NA.

4) اثبت ان الرباعي $BNAI$ دائري واحسب مساحة الشكل $BNAM$



المسألة الرابعة والعشرون (المقيمين في لبنان 2019) : في الشكل المرسوم جانبا

داائرة مركزها O تمس داخلا أضلاع المثلث ABC المتساوي الاضلاع

الشكل $EHKDMN$ مسدس منتظم طول ضلعه 4 والمطلوب:

1− اثبت ان قياس وان المثلث OAN قائم في N

2− اثبت ان E منتصف [OA] واحسب طول OA و AN

3− اثبت ان الرباعي $AHON$ دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه

4− اثبت ان $HBCN$ شبه منحرف متساوي الساقين

تمت بعونه تعالى وكل الشكر للزملاء المدرسين

ممن ساهموبكتابة أسئلة الدورات السابقة

لاتنسونا من الدعاء

مدرسا المادة: أ .أحمد حسين حاج اسعد & أ . روني سليمان

أولاً: (1)

(1) $B\hat{C}D = 115 \Rightarrow B\hat{A}D = 180 - 115 = 65°$ (A)

(2) $x\hat{B}C = C\hat{D}A = 50°$ (B)

لأنه الزاوية الخارجية تساوي المقابلة للمجاورة لها

(3) $A\hat{O}B = \frac{360}{5} = 72°$ (A)

(4) بعد المركز عن المماس $= R = 6$ (A)

(5) 180 (B)

(6) $A\hat{O}B = \frac{360}{6} = 60°$ (C)

(7) $B\hat{O}C = \widehat{BC} = 40°$ (B)

تقاس المركزية بنفس قياس القوس التي تحصره

(8) $A\hat{O}B = \frac{360}{12} = 30°$ (C)

ثانياً: (1) صح لأنه $C\hat{O}D = \frac{360}{6} = 60°$

$\Rightarrow C\hat{D}E = 180 - 60 = 120$

(2) صح (3) خطأ $45°$

(4) صح (5) صح

(6) صح

(7) (1) صح لأنه

فيه C و B في جهة واحدة بالنسبة AD

و $A\hat{B}D = A\hat{C}D$

(2) صح لأنه قائم ومتساوي الساقين

(3) خطأ إنه $C\hat{A}D = 30$ لأنه الضلع المقابل لها نصف طول الوتر

(4) صح لأنه $\sin 30° = \frac{1}{2}$

(8) (1) خطأ فقط المنتظم

(2) صح (3) صح

(4) خطأ $N\hat{O}E = 60°$

ثالثاً: $\boxed{1}$

ملاحظة هامة جداً لكل التمارين:

ضع المعطيات بقلم رصاص على الرسمة ثم ضع أيضاً ما يمكنك الاستفادة من هذه المعطيات لأنه ذلك يساعدك كثيراً في إيجاد الحلول:

(1) $\widehat{DA} = \widehat{CA} - \widehat{CD}$

$= 180 - 140 = 40°$

(2) $A\hat{C}D = \frac{1}{2}\widehat{CD} = 20°$ لأنها محيطية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصره.

$A\hat{B}D = \frac{1}{2}\widehat{CD} = 20$ لنفس السبب

$\Leftarrow A\hat{B}D = A\hat{C}D$ محيطيتان تحصران القوس نفسه

(3) $D\hat{O}C = \overset{\frown}{CD} = 140°$
مركزية تقاس بنفس قياس القوس التي تحصره
$O\hat{D}C = O\hat{C}D = 20°$
لأن $R = OD = OC$

$\boxed{2}$ (1) $\overset{\frown}{LM} = L\hat{O}M = 48°$
لأن الزاوية المركزية تقاس بقياس القوس التي تحصره.
$\overset{\frown}{LK} = 2\, L\hat{J}K = 2\times 48 = 96°$
لأن الزاوية المحيطية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصره
لأنها مركزية $L\hat{O}K = \overset{\frown}{LK} = 96°$
(2) لأنها محيطية $L\hat{M}K = \frac{1}{2}\overset{\frown}{LK} = 48°$
لأنها محيطية $L\hat{K}M = \frac{1}{2}\overset{\frown}{LM} = 24$
$M\hat{L}K = 180 - (48+24) = 108°$

$\boxed{3}$ (1) بما أن $A\hat{B}C = 30°$ والمثلث $A\hat{B}C$ قائم لأنه أحد أضلاعه قطر في الدائرة المارة برؤوسه ومنه $\boxed{A\hat{C}B = 60}$
ولدينا $\boxed{C\hat{O}H = 60°}$ فرضا
$\Leftarrow$ $C\hat{O}H = A\hat{C}B$ لأن $OH \parallel AC$
متماثلتين وضعية التبادل الداخلي.
(2) لأنها محيطية $\overset{\frown}{AB} = 2\, A\hat{C}B = 120°$
لأنها مركزية $\overset{\frown}{CH} = C\hat{O}H = 60°$
$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 2\,\overset{\frown}{CH}$

(3) $C\hat{A}H = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CH} = 30°$
لأنها محيطية
$\Rightarrow C\hat{D}A = 180 - (A\hat{C}D + C\hat{A}D)$
$= 180 - (60+30) = 90°$
ومنه $AH \perp CO$

$\boxed{4}$ (1) $D\hat{A}B$ قائم لأنه أحد أضلاعه قطر في الدائرة المارة برؤوسه.
$\boxed{\hat{B} = 90}$ $B\hat{A}D = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB} = 30°$
$B\hat{D}A = 180 - (90+30) = 60$
(2) بما أن M منتصف CB فإن
$CB \perp OD$ حسب خاصية: «المستقيم المار بمركز دائرة ومنتصف وتر عمودي على ذلك الوتر»
(3) المثلثين $B\hat{O}M$ و $C\hat{O}M$ متطابقان
لأن «$MC = MB$ و $R = OC = OB$»
حسب حالة وتر وضلع قائمة
ومنه $C\hat{O}M = B\hat{O}M = 60°$
$\Rightarrow C\hat{O}B = 120°$

$\boxed{5}$ $C\hat{B}A = 60°$
لأن CBA متساوي الأضلاع
لأن $B\hat{D}A$ قائم $\hat{D} = 60°$ $\Leftarrow A\hat{B}D = 30°$
$\Rightarrow D\hat{B}C = 60 - 30° = 30° \Rightarrow$
BD منصف.

$\hat{BOF} = \overset{\frown}{BF} = 60^\circ$, $R = FO = BO$

ومنه $\overset{\triangle}{BOF}$ متساوي الأضلاع (لأنه متساوي الساقين إحدى زواياه 60°).

$FB = OB = 6$ (2)

FE ارتفاع في المثلث لأنه $EB = \frac{1}{2} OB = 3$ المتساوي الأضلاع فهو متوسط

$EF = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2}(6) = 3\sqrt{3}$

قانون ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع

(3) OB مستقيم مار بمركز الدائرة $FD \perp OB$

$\Leftarrow$ $ED = EF$ حسب خاصية: المستقيم المار بمركز دائرة وعمودي على وتر فيها ينصف ذلك الوتر ، فالرباعي معين لأن أقطاره متناصفة متعامدة

$S = \frac{1}{2}$ (جداء قطريه) $= \frac{1}{2}(OB \times FD)$

$= \frac{1}{2}(6 \times (2 \times 3\sqrt{3})) = 18\sqrt{3}$

$\boxed{8}$ $\overset{\frown}{AB} = 180 \Rightarrow \overset{\frown}{NA} = \frac{180}{3} = 60^\circ$

$\Rightarrow \hat{AON} = \overset{\frown}{AN} = 60^\circ$

$\Rightarrow \hat{ABM} = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AM} = \frac{1}{2}(120) = 60^\circ$

بما أن $\hat{ABM} = \hat{AON}$ وهما في وضعية التبادل الداخلي فإن $BM // ON$

$\overset{\frown}{NM} = \hat{NOM} = 60^\circ$ و $R = OM = ON$

ومنه $\overset{\triangle}{NOM}$ متساوي الأضلاع

قانون مساحة المثلث المتساوي الأضلاع

$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16$

$\boxed{S = 4\sqrt{3}}$

$\cos \hat{DBA} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

$\cos \hat{DBA} = \frac{BA}{BD}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BA}{8} \Rightarrow BA = \frac{8\sqrt{3}}{2} = \boxed{4\sqrt{3}}$

(3) $\hat{BCA} = 60^\circ$ لأن $\overset{\triangle}{BCA}$ متساوي الأضلاع

لأن D و C في جهة واحدة بالنسبة لـ BA

و $\hat{BCA} = \hat{BDA} = 60^\circ$ فالرباعي دائري

$\boxed{6}$ (1) $\sin \hat{C} = \frac{BA}{CA} = \frac{\frac{8}{\sqrt{2}}}{8\sqrt{2}}$

$= \frac{8}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\hat{C} = 30^\circ}$

(2) بما أن $\hat{ADE} = 30^\circ \Rightarrow \hat{BDE} = 180 - 30 = 150^\circ$

ومنه أصبح لدينا: $\hat{BDE} + \hat{BCE} = 180^\circ$

فالرباعي $BCED$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين فيه

(3) لدينا $\hat{CAB} = 90 - 30 = 60^\circ$

$\Leftarrow$ $\hat{AED} = 180 - (60 + 30)$

$= 90^\circ \Rightarrow$ المثلث قائم

$\sin \hat{A} = \frac{DE}{AD}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DE}{4} \Rightarrow DE = \frac{4\sqrt{3}}{2} = \boxed{2\sqrt{3}}$

$\boxed{7}$ (1) $\overset{\frown}{AF} + \overset{\frown}{FB} = 180$

$2\overset{\frown}{FB} + \overset{\frown}{FB} = 180$

$3\overset{\frown}{FB} = 180$

$\overset{\frown}{FB} = \frac{180}{3} = 60^\circ$

$\boxed{9}$ إيجاد صيغ مثلثية لحساب AC أو ...

① $\sin \hat{C} = \sin 45° = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8}{AC}$

$AC = \frac{2\times 8}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = \boxed{8\sqrt{2}}$

② $E\hat{D}A = E\hat{C}B = 45°$

لأن الزاوية الخارجية للرباعي الدائري = المقابلة للمجاورة

$\hat{AED} = 180 - (45+45) = 90°$ مثلث قائم في $\hat{AED}$

$\Rightarrow \cos \hat{D} = \frac{DE}{AD}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{DE}{4} \Longrightarrow DE = \frac{4\sqrt{2}}{2} \boxed{2\sqrt{2}}$

$\boxed{10}$

① $M\hat{N}B = \frac{1}{2}\widehat{MB} \Rightarrow \boxed{\widehat{MB} = 30°}$

$K\hat{O}B = \widehat{MB} = 30°$

$M\hat{A}B = \frac{1}{2}\widehat{MB} = 15°$

② $KB = \frac{1}{2} OK$ لأن الضلع المقابل للزاوية 30°

$\boxed{OK = 10}$ يساوي نصف طول الوتر

$OB^2 = OK^2 - KB^2 = 100 - 25 = 75$

$OB = \sqrt{75} = \boxed{5\sqrt{3}}$

$\boxed{11}$

① $A\hat{M}B = 90°$

لأنها محيطية تحصر قوس نصف الدائرة

$\Rightarrow M\hat{B}A = 180 - (90+30) = 60°$

$\Rightarrow \widehat{MA} = 2 M\hat{B}A = 120$

② مكرر

③ $A\hat{B}M = A\hat{H}M$

لأنهما محيطيتان تحصران القوس نفسه $\widehat{AM}$

$\boxed{12}$ ⟵ $\boxed{15}$ مكرر

$\boxed{16}$ هنا يوجد خطأ في السؤال

K نقطة من القوس $\widehat{BC}$

كيف $\widehat{BK} = 40°$ والطلب الأول

احسب قياس كل من $\widehat{BC}$ و $A\hat{O}K$

① $\widehat{BC} = B\hat{O}C = 90°$

$A\hat{O}K = 180 - 40 = 140°$

② $B\hat{K}A = 90$ محيطية

$B\hat{A}K = \boxed{20°} = \frac{1}{2}\widehat{BC}$

$K\hat{B}A = 180 - (90+20) = 70°$

③ $\hat{K} + \hat{O} = 180$

فالرباعي دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين فيه

مركزها في منتصف الوتر BN .

$\boxed{17}$ لأن $A\hat{C}B$ تساوي نصف

$\hat{C} = \hat{B} = 45°$ ⟸ وهو قائم

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{3\sqrt{2}}$

$AB = \frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2} = \frac{3\times \cancel{2}}{\cancel{2}} = 3$

$\widehat{AB} = 2 A\hat{C}B = 90°$

Ao متوسط في المثلث المتساوي

الساقين فهو ارتفاع أي $BC \perp Ao$

و لدينا Dc مماس ⟸ $Bc \perp Dc$

$\widehat{EDF} = 180 - 72 = 108^\circ$

$A\hat{O}E = E\hat{O}D = 72^\circ$ (3)

$\Rightarrow F\hat{O}D = 180 - (72 + 72)$

$= 180 - 144 = 36^\circ$

20

(1) $AC^2 = AB^2 + BC^2$ حسب فيثاغورث

$= (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2$

$= 16 \times 2 \times 2 = 16 \times 4$

$AC = \sqrt{16 \times 4} = 4 \times 2 = 8$

أو من خلال النسب بالمثلثية للزاوية 45°.

(2) بما أن $AC = 8$ و $CD = 4$

إذاً $CD = \frac{1}{2}AC \Leftarrow C\hat{A}D = 30^\circ$

$\Rightarrow \sin C\hat{A}D = \sin 30 = \frac{1}{2}$

أو من خلال تعويض المقابل والوتر الانفصال

أي طريقة (2) $\sin C\hat{A}D = \frac{CD}{CA} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\Leftarrow C\hat{A}D = 30^\circ$

(3) بما أن B، D في جهة واحدة بالنسبة

لـ CA و $C\hat{B}A = C\hat{D}A = 90^\circ$ ما كافي

دائري والمركز في منتصف الوتر CA.

21

(1) $AM = \frac{1}{3}\widehat{AB} = \frac{1}{3}(180) = 60^\circ$

قياسات OMN $\hat{M} = 90^\circ$ لأنه MN عمودي

$\hat{O} = 60$ لأنها مركزية تحصر $\widehat{MA} \Leftarrow \hat{N} = 30^\circ$

(2) بما أنه $N = 30^\circ \Leftarrow OM = \frac{1}{2}NM$ و $OM = OA$

$\Leftarrow OA = \frac{1}{2}ON$

$MN^2 = ON^2 - OM^2 = 64 - 16$

$= 48 \Rightarrow \boxed{MN = 4\sqrt{3}}$

والعموديان على مستقيم واحد متوازيان

$\Leftarrow DC \parallel AO$

$\left.\begin{array}{l}AOB\\DCB\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AO}{DC} = \frac{AB}{DB} = \frac{OB}{CB}$

$\frac{OB}{CB} = \frac{1}{2}$ لأن O منتصف CB

$\leftarrow \frac{3}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{DC = 6}$

18

(1) $A\hat{O}E = 180 - B\hat{O}E =$

$180 - 120 = \boxed{60^\circ}$

$O\hat{E}D = 90^\circ$ لأنه ED مماس

(2) $R = OE = OA$

ومنه: $E\hat{O}A \Leftarrow \triangle EOA$ متساوي الأضلاع

(3) $O\hat{D}E = 30^\circ \Leftarrow$ الضلع المقابل لها OE

يساوي نصف طول الوتر OD

$OE = \frac{1}{2}OD$

ولكن $OE = OA \Leftarrow \boxed{OA = \frac{1}{2}OD}$

19

(1) بما أنه المضلع خماسي منتظم إذاً

$A\hat{O}E = \frac{360}{5} = 72^\circ$

(2) $\hat{E} = 90$ لأنها محيطية تحصر نصف الدائرة

$\hat{F} = \frac{1}{2}\widehat{EA} \Leftarrow \hat{F} = \frac{1}{2}(72^\circ)$

$\Leftarrow \hat{F} = 36^\circ \Leftarrow \hat{A} = 180 - (90 + 36)$

$= 180 - 126 = 54^\circ$

22 متكرر في تمارين الكتاب

23 ① $\widehat{KJ} = 2K\hat{L}J \Leftarrow \widehat{KJ} = 100°$ لأنها محيطية تحصر القوس $\widehat{KJ}$

$\widehat{IJ} = \widehat{IK} = \frac{100}{2} = 50° \Leftarrow I\hat{O}J = \widehat{JI} = 50°$ لأنها مركزية تحصر القوس $\widehat{IJ}$

② إن الرباعي $KIJL$ دائري $\Leftarrow K\hat{I}J = 180 - 50 = 130°$

وإن الأقواس المطوقة تحصر أوتار متساوية $\Leftarrow KI = JI$

$J\hat{K}I = K\hat{J}I = \frac{180-130}{2} = \frac{50}{2} = 25°$

المسألة الرئيسية: الأولى: ① $B\hat{A}E = \frac{1}{2}\widehat{BA} = 30°$ لأنها مماسية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصر

$\hat{H} = 30°$ لأن المثلث $O\hat{A}H$ قائم في $\hat{A}$ وقياس $O = 60°$

② بما أن $\hat{H} = 30 \Leftarrow$ الضلع المقابل لـ $\hat{H}$، هو OA يساوي نصف طول الوتر $OH \Leftarrow OH = 2 \times 3 = 6$ / حسب فيثاغورث نجد: $AH^2 = OH^2 - OA^2$

$= 36 - 9 = 27 \Rightarrow AH = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

③ $\cos E\hat{H}B = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftarrow \cos E\hat{H}B = \frac{HB}{HE} \Leftarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{HE}$

$\Rightarrow HE = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = \boxed{2\sqrt{3}}$

④ إن $\hat{A} + \hat{B} = 180$ فالرباعي $OAEB$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين فيه، مركزها في منتصف الوتر OE.

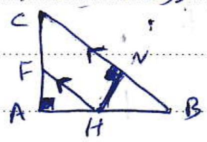
الثانية: ① نحسب BC حسب فيثاغورث فنجد أن $BC = 10$، $\tan\hat{B} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

② بما أن $CB \parallel FH$ فإنه حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد أن

$\left.\begin{matrix}FAH\\CAB\end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{FA}{CA} = \frac{FH}{CB} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{x}{8} \Rightarrow y = \frac{6x}{8} = \frac{3x}{4}$

③ بما أن $x = 4 \Leftarrow \frac{AH}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Leftarrow \boxed{K = \frac{1}{2}} \Leftarrow \frac{S_{AHF}}{S_{ABC}} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

(4) بما أن $\hat{N}+\hat{A}=180$ فالرباعي دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه في منتصف الوتر المشترك CH



المسألة الثالثة (1) $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}=\frac{180}{4}=45^\circ$ ⟸

$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\overset{\frown}{DCB}=\frac{1}{2}(90)=45^\circ$ و $C\hat{O}B=\overset{\frown}{CB}=45^\circ$

بما أن $D\hat{A}B=C\hat{O}B=45^\circ$ وهما في حالة تناظر ⟸ $AD \parallel CO$.

(2) لأن OB نصف AB $\left.\begin{array}{l}OHB\\ADB\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{OH}{AD}=\frac{OB}{AB}=\frac{HB}{DB}=\frac{1}{2}=K$

محيطية ومركزية مشتركتان بنفس القوس $B\hat{O}D=2B\hat{A}D=2\times45=90^\circ$

(3) بما أن AK مماس فإن $\boxed{AB \perp AK}$ • $\Rightarrow \boxed{BO \perp AB}$

ومنه نستنتج أن $BO \parallel AK$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

ومن التوازي نستنتج أن الأضلاع متناسبة حسب مبرهنة النسب الثلاث

ومن التناسب نستنتج أن $B\hat{O}D$ تصغير لـ $B\hat{A}K$ ومنه

(4) وبما أن: $\boxed{\frac{HB}{DB}=\frac{BO}{AB}}$ $\boxed{\frac{BO}{BA}=\frac{BD}{BK}}=\frac{OD}{AK}$

نعوض $\frac{HB}{DB}=\frac{BD}{BK}$ ⟸ $\boxed{BD^2=HB\times BK}$

المسألة الرابعة (1)

بما أن DA مماس ⟸ $A\hat{D}O=90^\circ$

$\hat{A}=30^\circ$ ⟸ $A\hat{O}D=60$

بما أن $A=30^\circ$ فإن $OD=\frac{1}{2}OA$ فإن $OD=OB$ و

$OB=\frac{1}{2}OA$

(2) $\hat{B}+\hat{D}=180$ فالرباعي دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين فيه والمركز منتصف OC

(3) $\cos\hat{A}=\frac{DA}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{DA}{8}$

ومنه $DA=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

(4) من المثلث $\hat{AEN}$ نجد أن: $\cos A=\frac{EA}{NA}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{EA}{NA} \Rightarrow \boxed{2EA=\sqrt{3}NA}$

الخامسة

$\left.\begin{matrix} ADE \\ ABC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \boxed{\frac{DE}{BC}}$

$\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} = K$

$\left.\begin{matrix} FDE \\ FCB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FB} = \boxed{\frac{DE}{CB}}$

نلاحظ أن $\frac{DE}{CB}$ نسبة مشتركة

فالنسب جميعها متساوية ومنه

$\frac{FE}{FB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{FE}{4} = \frac{2}{5}$

$FE = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1.6$

تركيز:

بما أن $BC \parallel DE \Leftarrow$ بالتناظر $A\hat{E}D = A\hat{C}B$

وبما أن $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ لأن $AB = AC$

ومنه $A\hat{E}D = A\hat{B}C$

فالرباعي دائري لتساوي الزاوية الخارجية مع الزاوية المقابلة لمجاورتها.

وبما أن C و B في جهة واحدة بالنسبة لـ DE والرباعي دائري

اذاً $D\hat{C}E = D\hat{B}E$.

السادسة: مكرر

السابعة (1) بما أن BA مماس نحسب فيثاغورث في المثلث $B\hat{A}O$:

$BA^2 = OB^2 - OA^2 = 64 - 16 = 48$

$BA = \sqrt{48} = \sqrt{16\times3} = 4\sqrt{3}$

(2) $A\hat{M}O$ $M = 90$ لأن أحد أضلاعه قطر في الدائرة المارة برؤوسه.

$\hat{A} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{MO} = 30^\circ$ لأنها محيطية تحصر $\overset{\frown}{MO}$

$\Leftarrow M\hat{O}A = 90 - 30 = 60^\circ$

(3) بما أن $\hat{A} = 30$ فإن الضلع المقابل للزاوية 30 يساوي نصف طول الوتر $\Leftarrow OM = \frac{1}{2}AO = 2$

$\cos 30 = \frac{AM}{AO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{4}$

$\Rightarrow AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$BM = BO - OM = 8 - 2 = 6$

(4) في المثلث القائم في A $A\hat{O}B$ نجد أن $\hat{B} = 30^\circ$

وفي المثلث المتساوي الساقين $A\hat{O}K$ نجد أن

$\hat{K} = \hat{A} = 30^\circ$

ومنه بما أن K و B في جهة واحدة بالنسبة لـ AO و $A\hat{B}O = A\hat{K}O$ فالرباعي دائري ومركزه في منتصف الوتر BO

الثامنة:

$NA^2 = 10^2 = 100$

$BA^2 + BC^2 = 36 + 64 = 100$

فالمثلث قائم حسب عكس فيثاغورث في B

$$\frac{S_{CED}}{S_{CAB}} = K^2 = \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$$

$\hat{A} + \hat{F} = 180$ فالرباعي دائري المركز منتصف BE

الحادية عشر: $A\hat{M}B = 90°$ سوف نختصر من التعليلات للتكرار

إذاً $\widehat{MD} = \widehat{BM} = 60$ لدينا $\widehat{BM} = 2B\hat{A}M = 60°$

$\widehat{AD} = 180 - 120 = 60°$

$D\hat{B}M = \frac{1}{2}\widehat{DM} = 30°$

$B\hat{D}H = \frac{1}{2}BD = 60°$ زاوية مماسية خارجية BDH المثلث

$A\hat{M}B \longrightarrow \hat{M} = 90°, A = 30°, \hat{B} = 60°$

$$S = \frac{MB \times MA}{2}$$

$\boxed{MB = 5} \longleftarrow MB = \frac{1}{2}MA$

$MA^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow MA = 5\sqrt{3}$

$$\Longrightarrow S = \frac{5 \times 5\sqrt{3}}{2} = 12.5\sqrt{3}$$

لدينا $HB = HD$ حسب خاصية (من نقطة خارج الدائرة يمكن رسم مماسين لها المسافة بين النقطة ونقطتي التماس متساوية) ولدينا $B\hat{D}H = 60$ فالمثلث BDH متساوي الأضلاع

الثانية عشر: الطلبات الثلاثة الأولى نفس تمرين في الكتاب

(4) $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(6)^3$

$= \frac{4\pi(6\times6\times\cancel{6})}{\cancel{3}} = 8 \times 36\pi$

$= 288\pi\ cm^3$

(2) بما أن $\hat{H} + \hat{B} = 180°$ فالرباعي دائري، وطول نصف قطرها يساوي نصف طول NA، لحساب NA حسب فيثاغورث في المثلث القائم $N\hat{A}B$

$NA^2 = AB^2 + BN^2 = 36 + 9 = 45$

$NA = \sqrt{45} = \sqrt{9\times5} = 3\sqrt{5}$

ومنه $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ = نصف القطر

(3) $\frac{BA}{BE} = \frac{6}{16} = \boxed{\frac{3}{8}}$

$\frac{BN}{BC} = \boxed{\frac{3}{8}}$

$\Longrightarrow \frac{BA}{BE} = \frac{BN}{BC}$

ومنه حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث نجد أن $CE // NA$

تركيز: $B\hat{A}N = B\hat{E}C$ (تناظر)

$N\hat{A}C = A\hat{C}E$ (تبادل داخلي)

ولكن $B\hat{E}C = A\hat{C}E$ $EA=CA$

ومنه $N\hat{A}C = B\hat{A}N$ ومنه NA منصف

التاسعة: مكرر

العاشرة: حسب فيثاغورث $BC = 10$

$\cos B = \frac{BA}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

حسب مبرهنة النسب الثلاث

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB} \Rightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{7}{10} = \frac{y}{8}$$

$y = \frac{56}{10} = 5.6$ ، $\boxed{x = 1.8}$

الثالث عشر:

① بما أن NA مماس فإن المثلث

$\hat{C} = \hat{N} = \frac{90}{2} = 45$ ومنه قائم $\overset{\triangle}{ACN}$

$\overset{\frown}{AB} = 2\,B\hat{C}A = 90°$

لأنه ضعف زاوية محيطية يساوي الصغرى

② $CN^2 = CA^2 + AN^2$

$= 4\times2 + 4\times2 = 8 + 8 = 16$

$\Rightarrow CN = \sqrt{16} = 4$

$\sin A\hat{C}N = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\sin B\hat{C}N = \frac{BA}{CA} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BA}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow BA = \frac{2\times2}{2} = 2 = \frac{1}{2}CN$

$\Rightarrow$ B منتصف CN

لأن المتوسط المتعلق بالوتر $= \frac{1}{2}$ طول الوتر

④ H منتصف CB، O منتصف CA

فإن $HO \parallel BA$ (حسب خاصة القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين ......)

ومن التوازي حسب مبرهنة النسب الثلاث الأضلاع متناسبة ومنه التناسب يوجد تشابه إذا COH تصغير لـ CAB معامل التصغير:

$K = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}$

⑤ لدينا بما أن $\begin{cases} HO \parallel BA \\ CN \perp BA \end{cases}$ $CN \perp HO$

ومنه $\hat{H} = 90°$ $\Leftarrow$ $\hat{A} + \hat{H} = 180°$

فالرباعي دائري والمركز منتصف ON.

الرابعة عشر:

① $AC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$

$\boxed{AC = \sqrt{2}\,x}$ حيث x عدد موجب

② $\overset{\frown}{AC} = 180°$, $\tan B\hat{A}C = \frac{x}{x} = 1$

③ $S_{\text{الدائرة}} = \pi r^2 = \pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2$

$= \frac{2}{4}\pi x^2 = \frac{1}{2}\pi x^2$

$S_{\text{المظللة}} = S_{\text{الدائرة}} - S_{\text{المربع}}$

$= \frac{1}{2}\pi x^2 - x^2$

$= x^2\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{1}_{(2)}\right] = x^2\left[\frac{\pi - 2}{2}\right]$

$x^2\left[\frac{\pi-2}{2}\right] = \pi - 2$

$x^2 = \frac{(\pi-2)}{\frac{(\pi-2)}{2}} = \cancel{(\pi-2)} \times \frac{2}{\cancel{(\pi-2)}}$

$x^2 = 2 \Rightarrow$ إما $x = -\sqrt{2}$ مرفوض

أو $\boxed{x = \sqrt{2}}$ مقبول

الحادية عشر : (1)

$AD^2 = 64 - 16\times3 = 64 - 48 = 16$

$\boxed{AD = 4} \Rightarrow \hat{ABD} = 30°$

لأن طول AD يساوي نصف طول الوتر AB

(2) $\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{DC}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(3) $\frac{S_{OCD}}{S_{OAB}} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

(4) بما أن $\hat{C}$ و $\hat{D}$ في جهة واحدة بالنسبة لـ BA والزاويتان متساويتان فإنه $B\hat{C}A = B\hat{D}A = 90°$ المركز في منتصف الوتر AB ونصف قطرها يساوي نصف طول AB أي 4

السادسة عشر :

(1) $\hat{ANB}$ أحد أضلاعه قطر....

$\hat{FMB}$ أحد أضلاعه مماس

(2) $\hat{FBN}$ مماسية تساوي نصف قياس $\overset{\frown}{BN}$

$\hat{NAB}$ محيطية " " " $\overset{\frown}{BN}$

$\Leftarrow \hat{NAB} = \hat{FBN}$

(3) $\hat{B} + \hat{N} = 180$ فهو دائري

المركز منتصف FM, نصف القطر نصف طول FM حيث $FM = 5$ و منه نصف القطر $= 2.5$

(4) $\hat{MFN}$ و $\hat{MFB}$ قائمتان ومتطابقان حسب حالة وتر وضلع قائمة ومنه $\hat{MFN} = \hat{MFB} \Leftarrow MF$ منصف

بما أن MF منصف للزاوية $\hat{NMB} \Leftarrow$

$F\hat{M}B = \frac{1}{2} N\hat{M}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{NB}$

وبالمثل: $N\hat{A}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{NB}$ محيطية

ومنه $N\hat{A}B = F\hat{M}B$ وهما في وضعية التناظر إذن $AN \parallel FM$

السابعة عشر : (1) $BO^2 = 36$

$BA^2 + AO^2 = (3\sqrt{3})^2 + 3^2 = 27 + 9 = 36$

حسب عكس فيثاغورث المثلث قائم في $\hat{A}$

$\hat{AMO}$ قائم في M لأن أحد أضلاعه قطر.....

(2) $\hat{MAO} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{MO} \Leftarrow \hat{MAO} = 30°$

$\overset{\frown}{KD} = 2\times\hat{MAO} = 60$

(3) $K\hat{O}D = \overset{\frown}{KD} = 60°$ لأنها مركزية

$M\hat{N}O = \overset{\frown}{MO} = 60$ " "

$\Leftarrow K\hat{O}D = M\hat{N}O$ وهما في وضعية التناظر

$\Leftarrow MN \parallel KO \Leftarrow \frac{AMN}{AKO} \Rightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AO} = \frac{MN}{KO}$

بما أن الأضلاع متناسبة فالمثلثان متشابهان و $K = \frac{1}{2}$

لأن AN نصف طول AO $\Leftarrow$

$\frac{S_{AMN}}{S_{AKO}} = K^2 \Rightarrow \frac{\frac{9\sqrt{3}}{16}}{S_{AKO}} = \frac{1}{4}$

$$S_{AKO} = \frac{9\sqrt{3}}{16} \times 4$$

$$\boxed{S_{AKO} = \frac{9\sqrt{3}}{4}}$$

الثامنة عشر: (1) بما أنه AE مماس

← $AE \perp OA$ ولدينا $MN \perp AE$

والعمودان على مستقيم واحد متوازيان

← $OA \parallel MN$ (2) حسب فيثاغورث

$OE^2 = AE^2 + OA^2 = 64 + 36 = 100$

$\Rightarrow \boxed{OE = 10} \Rightarrow NE = OE - ON = 10 - 6 = 4$

(3) $EMN \sim EAO \Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{EN}{EO} = \frac{MN}{AO}$

← $\frac{4}{10} = \frac{MN}{6}$ ← $MN = \frac{6\times4}{10} = 2.4$

(4) بما أنه CD مماس ← $\hat{CDE} = 90°$

بما أنه A و D في جهة واحدة بالنسبة

لـ CE ولدينا $\hat{CDE} = \hat{CAE} = 90$

فالرباعي دائري والمركز في منتصف CE

التاسعة عشر: (1) $\overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{OD} = 2\hat{DAO} = 60°$

(2) $\overset{\frown}{DO'}$ مركزية تقابل $D\hat{O}O' = \overset{\frown}{DO'} = 60$

$\overset{\frown}{EB}$ " " $E\hat{O'}B = \overset{\frown}{EB} = 60$

ومنه $E\hat{O'}B = D\hat{O}O'$ ، وهما في

وضعية التناظر ← $OD \parallel O'E$

$K = \frac{AO}{AO'} = \frac{1}{2}$

(3) $\Rightarrow \frac{S_{AOD}}{S_{AO'E}} = K^2 = \frac{1}{4}$

(4) $\hat{NDO'} = 90°$ ← $\hat{D} + \hat{B} = 180°$

فالرباعي دائري لوجود زاويتين

متقابلتين متكاملتين فيه

والمركز في منتصف NO'

العشرون: $BC = x$ مقابل للزاوية $30°$

← $AC = 2BC = \boxed{2x}$

$BD = BA \Rightarrow BA^2 = AC^2 - BC^2$

$= 4x^2 - x^2 = 3x^2$

$\Rightarrow \boxed{BD = \sqrt{3}x}$

$$S_{OCB} = \frac{OC \times OB}{2}$$

لأنه المثلث $\hat{OCB}$ قائم لأن:

$\hat{C} = 60$ و $C\hat{B}O = C\hat{B}A - O\hat{B}A$

$= 90 - 60 = 30°$

← $C\hat{O}B = 180 - (60+30)$ ← $C\hat{O}B = 90°$

حساب OC بدلالة x

$OC = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}x$ لأنه مقابل للزاوية $30°$

حساب OB بدلالة x

$OB^2 = CB^2 - OC^2 = x^2 - \frac{1}{4}x^2$

$OB^2 = \frac{3}{4}x^2 \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

نعوض في المساحة

$$S_{OCB} = \frac{\frac{1}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x}{2} = 2\sqrt{3}$$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3}$

$x^2 = 4\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = 16$

ومنه لما $x=4$ مقبول أو $x=-4$ مرفوض

الواحد والعشرون ① لدينا المثلث $\overset{\triangle}{AOB}$ قائم في A لأنه أحد أضلاعه ......
ومنه $OA \perp AB$ و OA نصف قطر في الدائرة C ومنه AB مماس لها.

② $R = OA = OO' = O'A$ فالمثلث متساوي الأضلاع.

③ AC متوسط في مثلث متساوي الأضلاع فهو ارتفاع ⇐ $\hat{I} + \hat{E} = 180$ فالرباعي دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين فيه، والمركز في منتصف AD

④ $\begin{cases} EB \perp OA \\ EB \perp DE \end{cases} \Rightarrow DE // OA$ العموديان مستقيم واحد متوازيان

$$\frac{BA}{BE} = \frac{BO}{BD} = \frac{AO}{ED}$$

$$\frac{BA}{BE} = \frac{2r}{3r} = \frac{2}{3}$$

$$BA = \frac{2}{3} BE$$

الثانية والعشرون: ① $\hat{M} = 90$ محيطية محصورة نصف الدائرة و $\hat{B} = \frac{1}{2}\widehat{MA} \Leftarrow \hat{B} = 60$
ومنه $\hat{A} = 30°$ ، $BA = 12$ و $MB = \frac{1}{2}BA$
$\Leftarrow MB = 6$ و $MA^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36$
$MA^2 = 108 \Rightarrow \boxed{MA = 6\sqrt{3}}$

② OE ضلع مقابل للزاوية 30 في المثلث $\overset{\triangle}{OEA}$ ومنه $OE = \frac{1}{2}OA = 3$

$$\cos E\hat{O}A = \frac{OE}{OA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$B\hat{M}H$ متممة للزاوية $\hat{B}$ في المثلث $\overset{\triangle}{BMH}$
$O\hat{A}E$ 〃 〃 $\hat{B}$ 〃 〃 $\overset{\triangle}{BMA}$
$\Leftarrow O\hat{A}E = B\hat{M}H$.

③ $\hat{H} + \hat{E} = 180$ فالرباعي دائري والمركز في منتصف OM ونصف القطر نصف طول OM أي $\boxed{3}$.

الثالثة والعشرون:

$\widehat{AN} + \widehat{NB} = 180$
$2\widehat{NB} + \widehat{NB} = 180 \Rightarrow 3\widehat{NB} = 180$
$\Rightarrow \widehat{NB} = 60°$
محيطية $N\hat{A}B = \frac{1}{2}\widehat{NB} = 30°$
$NB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(8) = 4$
$\cos 30 = \frac{NA}{AB}$
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{NA}{8} \Rightarrow NA = 4\sqrt{3}$

علماً أن $AB = AM = 8$ فالمثلث $\hat{ABM}$ متساوي الساقين فيه AI متوسط فهو ارتفاع

$\Leftarrow \hat{N} + \hat{I} = 180$ فالرباعي دائري

$$S_{BNAM} = S_{AMB} + S_{ABN}$$

$$= \frac{8 \times 8}{2} + \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{2}$$

$$= 32 + 8\sqrt{3}$$

الرابعة: المسألة

1) $E\hat{O}N = \frac{360}{6} = 60°$

الدائرة تمس أضلاع المثلث ومنه $\Leftarrow AC \perp ON$

$O\hat{N}A = 90 \Leftarrow$ قائم في N $O\hat{N}A$

2) في المثلث $O\hat{N}A$ لدينا $\hat{O} = 60$

$\hat{A} = 30 \Leftarrow ON = \frac{1}{2}OA$

وبما أن $ON = OE \Leftarrow OE = \frac{1}{2}OA$

$\Leftarrow E$ هي منتصف $OA \Leftarrow$

$OA = 8 \Leftarrow AN^2 = OA^2 - ON^2$

$= 64 - 16 = 48$

$AN = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

3) $\hat{N} + \hat{H} = 180$ فالرباعي دائري والمركز هي منتصف OA أي هي النقطة E

4) المثلث $\hat{ABC}$ متساوي الأضلاع و BN ارتفاع فهو متوسط

N منتصف AC
H منتصف AB $\Leftarrow NH \parallel BC$

حسب خاصة (القطعة الواصلة بين منتصفي ....)

ومنه $HBCN$ شبه منحرف و $\hat{B} = \hat{C} = 60 \Leftarrow$ وهو متساوي الساقين.

بالتوفيق والتفوق والنجاح

أ. [illegible]

0967653025