اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الأربعة المقترحة (إجابة صحيحة واحدة فقط)

عدد صفحات الاختبار أربع صفحات وعدد الأسئلة (40) سؤال

1) نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق $u_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ ، النهاية الآتية $\lim\limits_{n\to\infty}(u_n)$ تساوي:

A		B		C		D	
A	e	B	$+\infty$	C	0	D	1

2) نتأمل المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ حيث $u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n}$ و $v_n=u_{2n}-u_n$.

عندئذٍ المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ هي:

A	غير مطردة	B	متزايدة تماماً	C	متناقصة تماماً	D	ثابتة

3) المقدار الآتي $s=-4-\frac{4}{5}-\frac{4}{25}-\frac{4}{125}-\ldots-\frac{4}{5^n}$ يساوي:

A	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$	B	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$	C	$-5-\left(\frac{1}{5}\right)^{n}$	D	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n}$

4) a و b و c أعداد حقيقية. إذا علمت أن $3a$ و $2b$ و c ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية تحقق $c\times b\times a=-\frac{32}{3}$

عندئذٍ b تساوي:

A	2	B	-2	C	3	D	-3

5) نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق $u_n=\sqrt{\frac{n}{n^3+1}}+\sqrt{\frac{n}{n^3+2}}+\ldots+\sqrt{\frac{n}{n^3+n}}$ ، النهاية الآتية $\lim\limits_{n\to\infty}(u_n)$ تساوي:

A	$+\infty$	B	3	C	1	D	0

6) a و b عنصران من المجموعة $\mathbb{R}\cup\{-\infty\}$. نفترض أن التابع f تابع مستمر ومتناقص تماماً على المجال $I=]a,b]$.

عندئذٍ $f(I)$ يساوي:

A	$[f(a),f(b)]$	B	$[f(b),f(a)]$	C	$]\lim\limits_{x\to a}f(x),f(b)]$	D	$[f(b),\lim\limits_{x\to a}f(x)[$

7) عدد حلول المعادلة الآتية $x^{2025}+3x=2025$ هو:

A	0	B	1	C	2	D	3

8) النهاية الآتية $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}+\frac{\sin 2x}{x}+\frac{\sin 3x}{x}+\ldots+\frac{\sin 20x}{x}\right)$ تساوي:

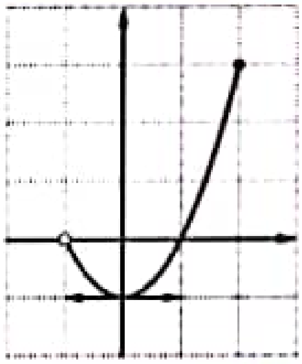
A	B	C	D
0	1	210	420

9) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{-2x+1}{|x|+1}$ ، النهاية الآتية $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right)$ تساوي:

A	B	C	D
2	+1	0	-1

10) تأمل الشكل المرسوم جانباً، C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-1,2]$.

مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)<0$ هي:



A	B	C	D
$]-1,0[$	$[-1,0]$	$]-1,1[$	$]-1,1]$

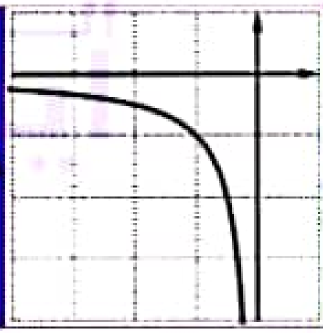
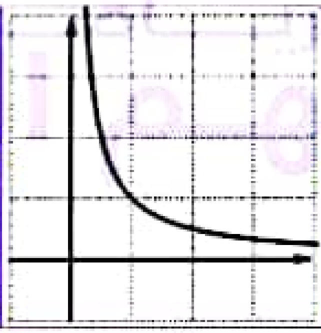
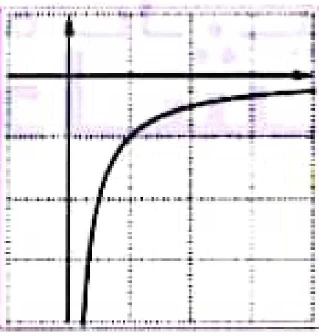
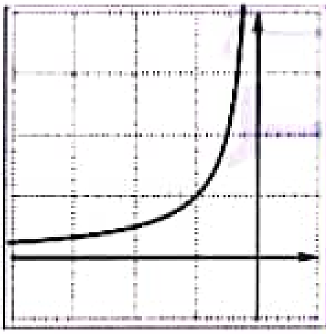
11) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(x-1)e^x$ ، وليكن $f^{(n)}$ المشتق من المرتبة n ، عندئذٍ $f^{(n)}(x)$ يساوي:

A	B	C	D
$(x-1)e^{nx}$	$(nx+1)e^x$	$(x+n)e^x$	$(x+n-1)e^x$

12) لتكن المعادلة (E) الآتية $\ln(x-1)-\ln(2-x)=\ln 2+\ln x$ ، عند حل المعادلة (E) نجد أن هذه المعادلة:

A	B	C	D
ليس لها أي حل	لها حل وحيد	لها حلان مختلفان	لها ثلاث حلول مختلفة

13) الخط البياني الممثل لمجموعة النقاط $M(x,y)$ في المستوي والتي تحقق المساواة $\ln y+\ln(-x)=0$ هو:

A	B	C	D
			

14) ليكن C الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$ و f يحقق العلاقة الآتية $f(-1-x)+f(x-1)=4$.

عندئذٍ للخط C مركز تناظر هو:

A	B	C	D
$A(-1,2)$	$A(2,-1)$	$A(0,0)$	$A(1,-2)$

15) النهاية الآتية $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{\ln x}{x-1}\right)$ تساوي:

A	B	C	D
$+\infty$	-1	1	0

16) المعادلة التفاضلية التي تقبل التابع الآتي $f : x \mapsto x\ln x$ حلاً لها من بين المعادلات الآتية هي:

A	B	C	D
$xy - y' = -1$	$y - xy' = x$	$y - xy' = -x$	$\frac{1}{x}y - y' = 0$

17) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \pi^x$ ، صيغة التابع المشتق $f'(x)$ هي:

A	B	C	D
$(\ln\pi)\pi^x$	$x\pi^{x-1}$	$(\ln\pi)\pi^{x-1}$	$\pi^{x\ln x}$

18) قيمة المقدار $\frac{e^3}{e^{2+\ln 3}}$ هي:

A	B	C	D
e	$\frac{1}{3e}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{e}{3}$

19) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ وفق $f(x) = \left(1+\frac{2}{x}\right).e^{\frac{2}{x}} + 3$. فإن $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ تساوي:

A	B	C	D
$3-e$	3	$e+3$	e

20) ليكن f التابع المعرف على المجال $]-\infty, 1[$ وفق $f(x) = \frac{1}{x-1}$. أحد التوابع الأصلية للتابع f على المجال $]-\infty, 1[$ هو:

A	B	C	D
$x \mapsto \ln(x-1)$	$x \mapsto \ln(1-x)$	$x \mapsto -\ln(x-1)$	$x \mapsto \ln(-x) - \frac{1}{x}$

21) قيمة التكامل الآتي $\int_{-3}^{0} \left|x^2 - 4\right| dx$ هي:

A	B	C	D
$\frac{1}{3}$	23	$\frac{23}{3}$	$-\frac{5}{3}$

22) ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{a - a\cos 2x}$ حيث $a \geq 1$. إذا كانت مساحة السطح

المحصور بين الخط البياني C ومحور الفواصل xx' والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = \frac{3\pi}{2}$ و $x = 2\pi$ تساوي 2 .

عندئذٍ قيمة a تساوي:

A	B	C	D
1	2	$\frac{3}{2}$	3

23) في الشكل المجاور التدريجات متساوية. C مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المثقلتين الآتيتين:

A	B	C	D
$(A,3)$ و $(B,2)$	$(A,-3)$ و $(B,2)$	$(A,2)$ و $(B,3)$	$(A,2)$ و $(B,-3)$

24) في معلم متجانس للفراغ، لدينا المستوي P الذي معادلته $P: x+y+2z-9=0$. ولتكن النقطة $A(4,3,7)$.

إن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على المستوي P هي:

A	$(1,0,1)$	**B**	$(6,5,11)$	**C**	$(6,3,0)$	**D**	$(2,1,3)$

25) لتكن A و B نقطتان متمايزتان من الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس.

إن مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$ هي:

A	كرة قطرها $[AB]$	**B**	كرة نصف قطرها $[AB]$	**C**	مستوٍ يمر من A و $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظم عليه	**D**	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

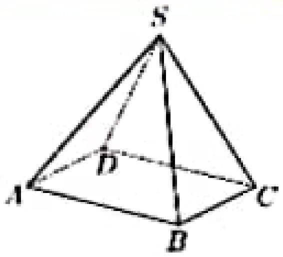
26) في معلم متجانس للفراغ، لتكن $\{M(1-t,2t,1+t): t\in\mathbb{R}\}$ هي مجموعة نقاط المستقيم (d).

إن معادلة المستوي الذي يحوي المستقيم (d) ويمر بالنقطة $A(1,1,2)$ هي:

A	$x-y+z=2$	**B**	$x+y-z=0$	**C**	$-x-y+z=1$	**D**	$x-y-z=-2$

27) $SABCD$ هرم قاعدته مربع ورأسه S . طول كل حرف من حروفه وأضلاع قاعدته يساوي a .

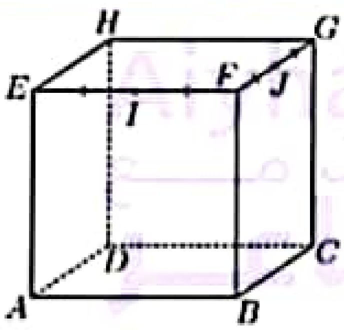
فإن $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}$ يساوي:



A	$-a^2$	**B**	$-\sqrt{2}a^2$	**C**	a^2	**D**	0

28) $ABCDEFGH$ مكعب، فيه I منتصف $[EF]$ و J منتصف $[FG]$.

العلاقة الصحيحة مما يأتي هي:



A	$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$	**B**	$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{IJ}$	**C**	$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{IJ}$	**D**	$\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

29) $ABCD$ رباعي وجوه، تمثل مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

A	كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث ABC	**B**	كرة نصف قطرها GA حيث G مركز ثقل المثلث BCD	**C**	كرة نصف قطرها $\frac{1}{2}GA$ حيث G مركز ثقل المثلث BCD	**D**	كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث BCD

30) في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$. A و B و C ثلاث نقاط تمثلها الأعداد العقدية $a=2+3i$ و $b=3-7i$ و $c=23i$ على الترتيب، عندئذٍ نجد أن النقاط الثلاث A و B و C هي:

A	B	C	D
على استقامة واحدة	رؤوس لمثلث قائم في A	رؤوس لمثلث قائم في C	رؤوس لمثلث متساوي الاضلاع

31) في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$. مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق $|2z-6i|=8$ تمثل:

A	B	C	D
دائرة مركزها $\Omega=(0,3)$ ونصف قطرها $r=4$	دائرة مركزها $\Omega=(0,6)$ ونصف قطرها $r=8$	دائرة مركزها $\Omega=(0,3)$ ونصف قطرها $r=8$	دائرة مركزها $\Omega=(0,-3)$ ونصف قطرها $r=4$

32) في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا المستويات الثلاثة R و Q و P والمستقيمين المعرفين كما يأتي:

$$\Delta:\begin{cases}x=t+1\\ y=t\\ z=-t\end{cases} :t\in\mathbb{R} \quad , \quad d:\begin{cases}x=s\\ y=s-1\\ z=-s+1\end{cases} :s\in\mathbb{R}$$

إذا علمت أن Δ هو الفصل المشترك للمستويين P و Q، و d هو الفصل المشترك للمستويين P و R عندها المستويات الثلاث:

A	B	C	D
لا تشترك بأي نقطة	تشترك بالنقطة $(2,1,0)$ فقط	تشترك بالنقطة $(1,0,0)$ فقط	تشترك بعدد غير منتهٍ من النقاط

33) في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$. إذا كانت الجذور من المرتبة الثالثة للعدد 1 هي $\{1,j,j^2\}$.

عندئذٍ الأعداد $c=6j^2$ و $b=6j$ و $a=6$ تمثل نقاط رؤوس مثلث وهذا المثلث هو:

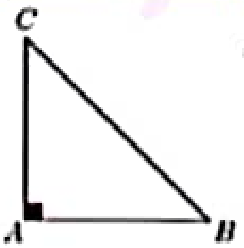
A	B	C	D
قائم ومختلف الأضلاع	قائم ومتساوي الساقين	متساوي الأضلاع	حاد الزوايا ومختلف الأضلاع

34) الشكل الجبري للعدد العقدي $\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}-\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$ هو:

A	B	C	D
$-i\sqrt{3}$	$i\sqrt{3}$	$-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

35) في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ ومباشر. لتكن الأعداد a و b و c تمثل رؤوس المثلث المباشر ABC القائم في A والمتساوي الساقين.

بتوظيف دوران مناسب حول A نجد:



A	B	C	D
$a=\frac{1}{2}[(c+b)+(c-b)i]$	$a=\frac{1}{2}[(c-b)+(c+b)i]$	$a=\frac{1}{2}[(c+b)-(c-b)i]$	$a=\frac{1}{2}[(c+b)-(c+b)i]$

36) لدينا تسع زهرات مختلفة مثنى مثنى، ثلاث زهرات منها حمراء اللون وأربعة بيضاء، واثنتان صفراوين، نرتبه في نسق،

بحيث تكون الأزهار التي لها اللون نفسه متجاورة، عدد طرق ترتيب هذه الزهرات يساوي:

A	B	C	D
$2!\times3!\times4!$	$3!\times2!\times3!\times4!$	$3\times2!\times3!\times4!$	$3\times9!$

37) إذا علمت أن $(e^{ix}-e^{-ix})^4 = a\cos 4x + b\cos 2x + c$ فإن العدد $a+b+c$ يساوي:

A		B		C		D	
A	16	B	8	C	0	D	-2

38) في تجربة إلقاء حجر نرد متوازن ثلاث مرات وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور الوجه ذو الرقم 6

فإن التوقع الرياضي $E(X)$ يساوي:

A	$\frac{1}{6}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{5}{12}$

39) صندوق يحوي ثلاث كرات واحدة حمراء تحمل الرقم 1 واثنان زرقاوان تحملان الرقمين 1 و 2.

نسحب عشوائياً كرتين على التتالي مع الإعادة، فيكون احتمال حدث الحصول على كرتين من اللون نفسه

ومجموع رقميهما 2 يساوي:

A	$\frac{2}{9}$	B	$\frac{1}{9}$	C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{1}{3}$

40) نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية $\square\square\square\square\square\square$ بأحد العددين $+1$ و -1

عندئذٍ احتمال أن يكون المجموع مساوياً -2 هو:

A	$\frac{15}{32}$	B	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{15}{64}$	D	$\frac{3}{32}$

انتهى النموذج الوزاري المؤتمت

بالتوفيق للجميع ـ كتابة وتنسيق: أيهم الشاعر

1) $$u_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

نفرض $N=\frac{1}{n}$ وبالتالي تصبح المتتالية بالشكل $u_N=(1+N)^{\frac{1}{N}}$

عندما تسعى n إلى ∞ فإن N تسعى إلى الصفر وبالتالي:

$$\lim_{n\to\infty}(u_n)=\lim_{N\to0}(u_N)=\lim_{N\to0}(1+N)^{\frac{1}{N}}=e \quad \text{(قاعدة)}$$

A	B	C	D
e	$+\infty$	0	1

2) $$v_n=u_{2n}-u_n \text{ و } u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}$$

(الحل المفصل)

$$v_n=u_{2n}-u_n=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}\right)$$

$$v_n=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\dots+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}$$

$$v_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n+2}=\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}$$

وبالتالي

$$v_{n+1}-v_n=\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+2}=\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}>0$$

وبالتالي المتتالية v_n متزايدة تماما

(الإجابة المختصرة)

للإجابة المختصرة على هذا السؤال يمكن إيجاد أول ثلاث حدود من المتتالية v_n وملاحظة الاطراد

$$v_1=u_2-u_1=(1+\frac{1}{2})-1=\frac{1}{2}=\frac{30}{60}$$

$$v_2=u_4-u_2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})-(1+\frac{1}{2})=\frac{7}{12}=\frac{35}{60}$$

$$v_3=u_6-u_3=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6})-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})=\frac{37}{60}$$

نلاحظ أن المتتالية v_n متزايدة تماما

A	B	C	D
غير مطردة	متزايدة تماماً	متناقصة تماماً	ثابتة

3) $$s=-4-\frac{4}{5}-\frac{4}{25}-\frac{4}{125}-\dots-\frac{4}{5^n}$$

(الحل المفصل)

المقدار عبارة عن مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول -4 وأساسها $\frac{1}{5}$ وعدد الحدود $n+1$ وبالتالي:

$$s=-4.\frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{5}}=-4.\frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{\frac{4}{5}}=-5\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right)=-5+5\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^{n}=-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n}$$

(الإجابة المختصرة)

للإجابة المختصرة على هذا السؤال يمكن إيجاد تعويض $n=0$ في الخيارات باعتبار الحد الأول يساوي -4 لنجد:

A	B	C	D
$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}=-5+5=0$	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{1}=-\frac{24}{5}$	$-5-\left(\frac{1}{5}\right)^{0}=-5-1=-6$	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{0}=-5+1=-4$

A	B	C	D
$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$	$-5-\left(\frac{1}{5}\right)^{n}$	$-5+\left(\frac{1}{5}\right)^{n}$

4) بما أن $3a$ و $2b$ و c ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية فإن $3a\times c=4b^2$ ومنه $a\times c=\frac{4b^2}{3}$

نعوض في العلاقة $c\times b\times a=-\frac{32}{3}$ فنجد $\frac{4b^3}{3}=-\frac{32}{3}$ ومنه $b^3=-8$ أي أن $b=-2$

A	B	C	D
2	-2	3	-3

5) $$u_n=\sqrt{\frac{n}{n^3+1}}+\sqrt{\frac{n}{n^3+2}}+\dots+\sqrt{\frac{n}{n^3+n}}$$

$$n\sqrt{\frac{n}{n^3+n}}\le u_n\le n\sqrt{\frac{n}{n^3+1}}$$

$$\sqrt{\frac{n^3}{n^3+n}}\le u_n\le\sqrt{\frac{n^3}{n^3+1}}$$

بما أن $\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n^3}{n^3+1}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n^3}{n^3+n}}=1$ فإن $\lim_{n\to\infty}(u_n)=1$

A	B	C	D
$+\infty$	3	1	0

$$f(I)=f(]a,b])=[f(b),\lim_{x\to a}f(x)[$$

6) التابع المتناقص يقلب طرفي المجال وبما أن المجال مفتوح عند a فهي نهاية وبما ان المجال مغلق عند b فهي صورة

A	B	C	D
$[f(a),f(b)]$	$[f(b),f(a)]$	$]\lim_{x\to a}f(x),f(b)]$	$[f(b),\lim_{x\to a}f(x)[$

7)
$$x^{2025}+3x=2025$$

نفرض التابع $f(x)=x^{2025}+3x-2025$ ومنه

$f'(x)=2025x^{2024}+3>0$ والتابع متزايد تماما

وبما أن $0\in f(]-\infty,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$ فإن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

A	B	C	D
0	1	2	3

8)
$$\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{x}+\frac{\sin 2x}{x}+\frac{\sin 3x}{x}+\dots+\frac{\sin 20x}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{x}+2\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)+3\left(\frac{\sin 3x}{3x}\right)+\dots+20\left(\frac{\sin 20x}{20x}\right)\right)=1+2+3+\dots+20=\frac{20+1}{2}\times20=210$$

A	B	C	D
0	1	210	420

9) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\dfrac{-2x+1}{|x|+1}$. النهاية الآتية $\lim_{x\to0^-}\left(\dfrac{f(x)-1}{x}\right)$ تساوي:

(الحل المفصل)

عندما x تسعى إلى الصفر بقيم أصغر فإن $|x|=-x$ وبالتالي f يكتب بالشكل $f(x)=\dfrac{-2x+1}{-x+1}$

$$\lim_{x\to0^-}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right)=\lim_{x\to0^-}\left(\frac{\frac{-2x+1}{-x+1}-1}{x}\right)=\lim_{x\to0^-}\left(\frac{\frac{-x}{-x+1}}{x}\right)=\lim_{x\to0^-}\left(\frac{-1}{-x+1}\right)=-1$$

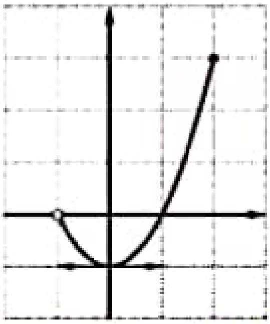
(الاجابة المختصرة)

$f'(x)=\dfrac{-1}{(-x+1)^2}$ حيث $\lim_{x\to0^-}\left(\dfrac{f(x)-1}{x}\right)=f'(0)=\dfrac{-1}{(0+1)^2}=-1$

A	B	C	D
2	+1	0	-1

10) حل المتراجحة $f'(x)<0$ هي قيم x التي تجعل التابع f متناقص تماماً

f متناقص تماماً على المجال $]-1,0[$



A	B	C	D
$]-1,0[$	$[-1,0]$	$]-1,1[$	$]-1,1]$

11) ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(x-1)e^x$ ، وليكن $f^{(n)}$ المشتق من المرتبة n ، عندئذٍ $f^{(n)}(x)$ يساوي:

(الإجابة المختصرة)

للإجابة المختصرة على هذا السؤال يمكن إيجاد تعويض $n=1$ في الخيارات باعتبار المشتق الأول هو $f'(x)=xe^x$ لنجد:

A	B	C	D
$(x-1)e^x$	$(x+1)e^x$	$(x+1)e^x$	$(x+1-1)e^x=xe^x$

A	B	C	D
$(x-1)e^{nx}$	$(nx+1)e^x$	$(x+n)e^x$	**$(x+n-1)e^x$**

12) $\ln(x-1)-\ln(2-x)=\ln 2+\ln x$

شرط الحل $\{x-1>0, 2-x>0, x>0\}$ ومنه $x\in]1,2[$

$$\ln\left(\frac{x-1}{2-x}\right)=\ln 2x$$

وتكافئ $\frac{x-1}{2-x}=2x$ ومنه $2x^2-3x-1=0$

إما $x=\frac{3+\sqrt{17}}{4}\in]1,2[$ مقبول

أو $x=\frac{3-\sqrt{17}}{4}\notin]1,2[$ مرفوض

A	B	C	D
ليس لها أي حل	**لها حل وحيد**	لها حلان مختلفان	لها ثلاث حلول مختلفة

(13 $\ln y + \ln(-x) = 0$

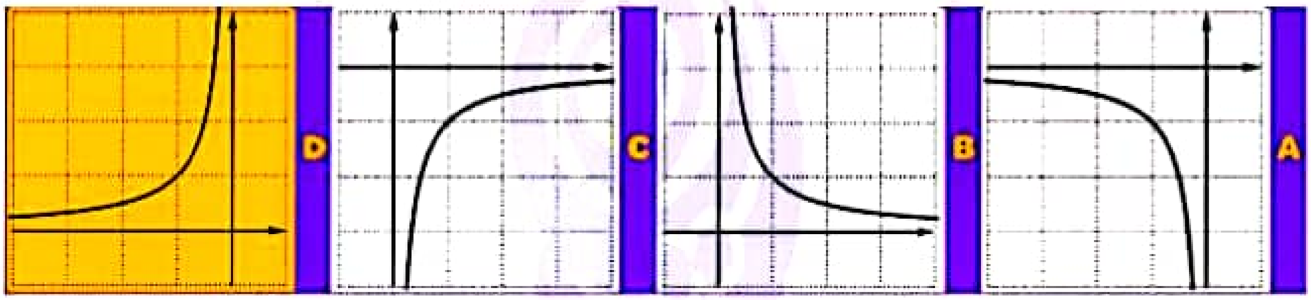
(الحل المفصل)

شرط الحل: $x < 0$ و $y > 0$

المعادلة $\ln y + \ln(-x) = 0$ تكافئ $\ln(-xy) = \ln 1$ أي شرط الحل: $-xy = 1$ وبالتالي $y = -\dfrac{1}{x}$ وهي معادلة قطع زائد

(الإجابة المختصرة)

شرط الحل: $x < 0$ و $y > 0$ أي في الربع الثاني والإجابة الوحيدة الصحيحة هي D



(14 إذا كانت النقطة (a,b) مركز تناظر للخط C فإن $f(a+h)+f(a-h)=2b$

بالمطابقة $f(-1-x)+f(-1+x)=4=2(2)$ نجد $(-1,2)$

A	B	C	D
$A(-1,2)$	$A(2,-1)$	$A(0,0)$	$A(1,-2)$

(15 (قاعدة) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{\ln x}{x-1}\right)=1$

A	B	C	D
$+\infty$	-1	1	0

(16 $f(x)=x\ln x$

$f'(x)=\ln x+1$

نعوض في المعادلة $y-xy'=x\ln x-x(\ln x+1)=x\ln x-x\ln x-x=-x$

A	B	C	D
$xy-y'=-1$	$y-xy'=x$	$y-xy'=-x$	$\frac{1}{x}y-y'=0$

(17 $f(x)=\pi^x=e^{x\ln\pi}$

$f'(x)=\ln\pi e^{x\ln\pi}=(\ln\pi)\pi^x$

A	B	C	D
$(\ln\pi)\pi^x$	$x\pi^{x-1}$	$(\ln\pi)\pi^{x-1}$	$\pi^{x\ln x}$

18)

$$\frac{e^3}{e^{2+\ln 3}}=\frac{e^3}{e^2.e^{\ln 3}}=\frac{e}{e^{\ln 3}}=\frac{e}{3}$$

A	e	B	$\frac{1}{3e}$	C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{e}{3}$

19)

$$f(x)=\left(1+\frac{2}{x}\right).e^{\frac{2}{x}}+3$$

نفرض $X=\frac{2}{x}$ ومنه التابع يكتب بالشكل $f(X)=(1+X).e^X+3=e^X+Xe^X+3$

عندما x تسعى إلى الصفر بقيم أصغر فإن X تسعى إلى $-\infty$ فإن:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{X\to -\infty} f(X)=0+0+3=3$$

A	$3-e$	B	3	C	$e+3$	D	e

20)

$$f(x)=\frac{1}{x-1}$$

$x-1<0$ على المجال $]-\infty,1[$ فإن التابع الأصلي للتابع $f(x)=\frac{1}{x-1}$ هو $F(x)=\ln(1-x)$

A	$x\mapsto \ln(x-1)$	B	$x\mapsto \ln(1-x)$	C	$x\mapsto -\ln(x-1)$	D	$x\mapsto \ln(-x)-\frac{1}{x}$

21)

$$\int_{-3}^{0}|x^2-4|\,dx$$

المقدار $x^2-4\geq 0$ على المجال $[-3,-2]$ والمقدار $x^2-4\leq 0$ على المجال $[-2,0]$ ومنه:

$$\int_{-3}^{0}|x^2-4|\,dx=\int_{-3}^{-2}(x^2-4)\,dx+\int_{-2}^{0}(-x^2+4)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}-4x\right]_{-3}^{-2}+\left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-2}^{0}$$

$$=\left[\left(-\frac{8}{3}+8\right)-\left(-\frac{27}{3}+12\right)\right]+\left[(0)-\left(\frac{8}{3}-8\right)\right]=-\frac{8}{3}+8+\frac{27}{3}-12-\frac{8}{3}+8=\frac{23}{3}$$

A	$\frac{1}{3}$	B	23	C	$\frac{23}{3}$	D	$-\frac{5}{3}$

22)

$$S=\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} f(x)\,dx=2$$

$$\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{a-a\cos 2x}\;dx=2$$

$$\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{a(1-\cos 2x)}\;dx=2$$

$$\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{a2\sin^2 x}\;dx=2$$

$$\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} -\sqrt{2a}\sin x\;dx=2$$

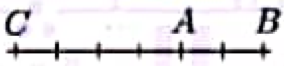
$$\left[\sqrt{2a}\cos x\right]_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}=2$$

$$\left[\sqrt{2a}\cos 2\pi\right]-\left[\sqrt{2a}\cos\frac{3\pi}{2}\right]=2$$

$\left[\sqrt{2a}\right]-[0]=2$ ومنه $a=2$

A		B		C		D	
A	1	B	2	C	$\frac{3}{2}$	D	3

23)



من الشكل المجاور نجد $\overrightarrow{CA}=\frac{4}{6}\overrightarrow{CB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ وتكافئ $3\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

ومنه C مركز أبعاد للنقطتين $(A,3)$ و $(B,-2)$ وتكافئ $(A,-3)$ و $(B,2)$

A		B		C		D	
A	$(A,3)$ و $(B,2)$	B	$(A,-3)$ و $(B,2)$	C	$(A,2)$ و $(B,3)$	D	$(A,2)$ و $(B,-3)$

24) $P: x+y+2z-9=0$

المعادلات الوسيطية للمستقيم Δ العمودي على المستوي P ويمر بالنقطة $A(4,3,7)$ هي $\Delta: \begin{cases} x=t+4 \\ y=t+3 \\ z=2t+7 \end{cases} : t\in\mathbb{R}$

نعوض في معادلة المستوي فنجد: $t+4+t+3+4t+14-9=0$ ومنه $t=-2$ وبالتالي $A'(2,1,3)$

A	$(1,0,1)$	B	$(6,5,11)$	C	$(6,3,0)$	D	$(2,1,3)$

25) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$

مجموعة النقاط M التي تحقق العلاقة تمثل مستوٍ يمر من A ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظم عليه

A	كرة قطرها $[AB]$	B	كرة نصف قطرها $[AB]$	C	مستوٍ يمر من A و $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظم عليه	D	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

26) $\{M(1-t,2t,1+t): t\in\mathbb{R}\}$

(الحل المفصل)

توجد نقطتين من (d) ولتكن $B(1,0,1)$ و $C(0,2,2)$ ولدينا $A(1,1,2)$ فيكون المستوي المطلوب هو المستوي ABC

$\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ أي $(a,b,c).(0,-1,-1)=0$ أي أن $-b-c=0$

$\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ أي $(a,b,c).(-1,1,0)=0$ أي أن $-a+b=0$

نفرض $a=1$ فنجد $b=1$ و $c=-1$ ومنه $\vec{n}(1,1,-1)$

$x+y-z+d=0$ ، نعوض النقطة A فنجد $d=0$ ومنه $x+y-z=0$

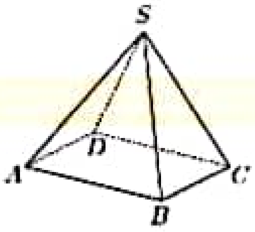
(الإجابة المختصرة)

نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم (d) في الخيارات

A	$x-y+z=2$	$1-t-2t+1+t=2-2t\neq 2$	غير محققة
B	$x+y-z=0$	$1-t+2t-1-t=0$	محققة
C	$-x-y+z=1$	$-1+t-2t+1+t=0\neq 1$	غير محققة
D	$x-y-z=-2$	$1-t-2t-1-t=-6t\neq -2$	غير محققة

A	$x-y+z=2$	B	$x+y-z=0$	C	$-x-y+z=1$	D	$x-y-z=-2$

(27



$$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}$$

(الحل المفصل)

$$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{SA}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AD}$$

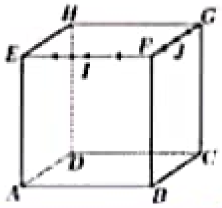
$$=-\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AD}=-\|\overrightarrow{AS}\|.\|\overrightarrow{AB}\|.\cos 60-\|\overrightarrow{AS}\|.\|\overrightarrow{AD}\|.\cos 60=-\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{2}=-a^2$$

(الإجابة المختصرة)

المسقط القائم للشعاع $\overrightarrow{SA}$ على $\overrightarrow{AC}$ هو $\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ ومنه $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}AC^2=-\frac{1}{2}(2a^2)=-a^2$

A	B	C	D
$-a^2$	$-\sqrt{2}a^2$	a^2	0

(28



$$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$$

A	B	C	D
$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$	$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{IJ}$	$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{IJ}$	$\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

(29

$$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$$

(الحل المفصل)

نفرض G مركز ثقل المثلث ABC فإن $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

$\|3\overrightarrow{MG}\|=\|3\overrightarrow{MD}-3\overrightarrow{MG}\|=\|3\overrightarrow{MD}+3\overrightarrow{GM}\|=\|3\overrightarrow{GD}\|$ وتكافئ $\|\overrightarrow{MG}\|=\|\overrightarrow{GD}\|$

وبالتالي مجموعة النقاط M تمثل كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث ABC

(الإجابة المختصرة)

بما أننا سنفرض نفرض G مركز ثقل المثلث ABC فإن الإجابة الوحيدة التي تحقق هذا الفرض هي

كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث ABC

A	B	C	D
كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث ABC	كرة نصف قطرها GA حيث G مركز ثقل المثلث BCD	كرة نصف قطرها $\frac{1}{2}GA$ حيث G مركز ثقل المثلث BCD	كرة نصف قطرها GD حيث G مركز ثقل المثلث BCD

30) $a=2+3i$ و $b=3-7i$ و $c=23i$

لدينا النقاط الثلاث $A(2,3)$ و $B(3,-7)$ و $C(0,23)$

ومنه يكون $\overrightarrow{AC}(-2,20)=-2\overrightarrow{AB}(1,-10)$ أي أن النقاط A و B و C على استقامة واحدة

A		B		C		D	
A	على استقامة واحدة	B	رؤوس لمثلث قائم في A	C	رؤوس لمثلث قائم في C	D	رؤوس لمثلث متساوي الاضلاع

31) العلاقة $|2z-6i|=8$ تكافئ $|z-3i|=4$ وهي تمثل دائرة مركزها $\Omega=(0,3)$ ونصف قطرها $r=4$

A	دائرة مركزها $\Omega=(0,3)$ ونصف قطرها $r=4$	B	دائرة مركزها $\Omega=(0,6)$ ونصف قطرها $r=8$	C	دائرة مركزها $\Omega=(0,3)$ ونصف قطرها $r=8$	D	دائرة مركزها $\Omega=(0,-3)$ ونصف قطرها $r=4$

32)
$$\Delta:\begin{cases}x=t+1\\ y=t & :t\in\mathbb{R}\\ z=-t\end{cases} \quad , \quad d:\begin{cases}x=s\\ y=s-1 & :s\in\mathbb{R}\\ z=-s+1\end{cases}$$

المستقيمين Δ و d متوازين لأن شعاعي التوجيه مرتبطين خطياً ومنطبقين لأنه توجد نقطة مشتركة وهي $(1,0,0)$ مثلاً

فإن المستويات R و Q و P تشترك بعدد غير منتهٍ من النقاط

A	لا تشترك بأي نقطة	B	تشترك بالنقطة $(2,1,0)$ فقط	C	تشترك بالنقطة $(1,0,0)$ فقط	D	تشترك بعدد غير منتهٍ من النقاط

33) ك قاعدة فإن الجذور من المرتبة الثالثة للعدد 1 تمثل رؤوس مثلث متساوي الأضلاع (لنشاط2 تطبيقات الأعداد العقدية)

وبالتالي فإن الأعداد $c=6j^2$ و $b=6j$ و $a=6$ تمثل نقاط رؤوس مثلث متساوي الأضلاع أيضاً لأنها مضروبة جميعها بالعدد ذاته

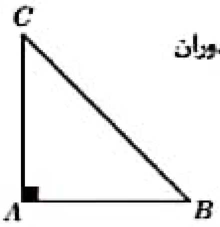
أي يمكن اعتبار الأعداد c و b و a صور الأعداد j^2 و j و 1 وفق تحاكٍ مركزه O ونسبته 6

A	قائم ومختلف الأضلاع	B	قائم ومتساوي الساقين	C	متساوي الأضلاع	D	حاد الزوايا ومختلف الأضلاع

34)
$$\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}-\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$$

$$\frac{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}-\frac{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)}=\frac{3-2\sqrt{3}i-1}{4}-\frac{3+2\sqrt{3}i-1}{4}=-\sqrt{3}i$$

A	$-i\sqrt{3}$	B	$i\sqrt{3}$	C	$-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	D	$i\frac{\sqrt{3}}{2}$



35) النقطة C صورة النقطة B وفق دوران مباشر مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ومنه الصيغة العقدية للدوران

$$c-a=e^{i\frac{\pi}{2}}(b-a)=i(b-a)=ib-ia$$

ومنه $-a+ia=-c+ib$

$$a=\frac{-c+ib}{-1+i}=\frac{(-c+ib)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}=\frac{c+ci-ib+b}{2}=\frac{1}{2}[(c+b)+(c-b)i]$$

A	$a=\frac{1}{2}[(c+b)+(c-b)i]$	B	$a=\frac{1}{2}[(c-b)+(c+b)i]$	C	$a=\frac{1}{2}[(c+b)-(c-b)i]$	D	$a=\frac{1}{2}[(c+b)-(c+b)i]$

36) ترتيب الزهرات الحمراء بـ $3!$ طريقة (ترتيب الكل لذلك نستخدم التباديل)

ترتيب الزهرات البيضاء بـ $4!$ طريقة (ترتيب الكل لذلك نستخدم التباديل)

ترتيب الزهرات الصفراء بـ $2!$ طريقة (ترتيب الكل لذلك نستخدم التباديل)

ترتيب الألوان المختلفة (الحمراء والبيضاء والصفراء) بـ $3!$ طريقة (ترتيب الكل لذلك نستخدم التباديل)

ومنه عدد طرق ترتيب الزهرات $3!\times 4!\times 2!\times 3!$

A	$2!\times 3!\times 4!$	B	$3!\times 2!\times 3!\times 4!$	C	$3\times 2!\times 3!\times 4!$	D	$3\times 9!$

37) $$(e^{ix}-e^{-ix})^4=a\cos 4x+b\cos 2x+c$$

(الحل المفصل)

$$(e^{ix}-e^{-ix})^4=(2i\sin x)^4=16\sin^4 x=16\left(\sin^2 x\right)^2=16\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2$$

$$(e^{ix}-e^{-ix})^4=16\left(\frac{1-2\cos 2x+\cos^2 2x}{4}\right)=4\left(1-2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}\right)$$

$$(e^{ix}-e^{-ix})^4=2\cos 4x-8\cos 2x+6$$

بالمطابقة نجد $a=2$ و $b=-8$ و $c=6$ ومنه $a+b+c=0$

(الإجابة المختصرة)

نضع $x=0$ في العلاقة $(e^{ix}-e^{-ix})^4=a\cos 4x+b\cos 2x+c$ فنجد

$$(e^0-e^0)^4=a\cos 0+b\cos 0+c$$

$$0=a+b+c$$

A	16	B	8	C	0	D	-2

38) في تجربة إلقاء حجر نرد متوازن ثلاث مرات وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد ظهور الوجه ذو الرقم 6

فإن التوقع الرياضي $E(X)$ يساوي:

(الحل المفصل)

$$X=\{0,1,2,3\}$$

$$P(X=0)=\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$$

$$P(X=1)=\frac{1}{6}.\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\binom{3}{1}=\frac{75}{216}$$

$$P(X=2)=\left(\frac{1}{6}\right)^2.\frac{5}{6}\times\binom{3}{2}=\frac{15}{216}$$

$$P(X=3)=\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$$

وبالتالي

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

ومنه $E(X)=\sum_{i=0}^{3}x_ip_i=\frac{0+75+30+3}{216}=\frac{108}{216}=\frac{1}{2}$

(الإجابة المختصرة)

التجربة هي تجربة برنولي بالوسيطين $\beta(3,\frac{1}{6})$ ومنه يكون $E(X)=np=3\times\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

A	B	C	D
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$

39) $P=P(1,1)+P(1,1)=\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{9}$

A	B	C	D
$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

40)

يكون المجموع مساوياً -2 عند ملئ أربع خانات بالرقم -1 وخانتين بالرقم $+1$ مع مراعاة الترتيب

وبالتالي

$$p = P(-1,-1,-1,-1,1,1) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\binom{6}{2} = \frac{15}{64}$$

A	B	C	D
$\frac{15}{32}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{3}{32}$

انتهى الحل التفصيلي للنموذج الوزاري المؤتمت

بالتوفيق للجميع ـ إعداد: أيهم الشاعر