المتتالية الحسابية

ينتج كل حد عن سابقه بإضافة عدد: (r) الاساس

ى

❖ الحد العام :

لكتابة المتتالية بدلالة n او لحساب أي حد.

- $U_n = U_m + (n-m)r$
- $U_n = U_0 + nr$

❖ حساب (r) :

- $U_{n+1} - U_n = r$

❖ حساب المجموع (S) :

- $S_n = (\text{عدد الحدود}) . \left(\frac{\text{حد الاول+الحد الاخير}}{2}\right)$

❖ الحدود المتعاقبة :

- $2b = a + c$
- $b = a + r$
- $c = a + 2r$

المتتالية الهندسية

ينتج كل حد عن سابقه بضربه بعدد : (q) الاساس

❖ الحد العام :

لكتابة المتتالية بدلالة n او لحساب أي حد.

- $U_n = U_m . q^{n-m}$
- $U_n = U_0 . q^n$

❖ حساب (q) :

- $\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$

❖ حساب المجموع (S):

- $S_n = (\text{الحد الاول}) . \frac{1-q^n}{1-q}$

❖ الحدود المتعاقبة :

- $b^2 = a . c$
- $b = a . q$
- $c = a . q^2$

الاطراد

| 1. معيار القسمة :

$\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1$ → متزايد تماماً

$\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ → متناقصة تماماً

| 2. معيار الفرق:

$U_{n+1} - U_n < 0$ → متناقصة تماماً

$U_{n+1} - U_n > 0$ → متزايدة تماماً

لتحديد نوع معيار المتتاليه :

1- $U_n = (-\text{دب})^n$: غير مطردة

2- شغلة + دب + ⋯ + ابو حسين : نستخدم معيار الفرق.

3- اذا كانت تحوي n بشكل صريح : نستخدم معيار الاشتقاق.

4- $\frac{a^n}{b^n}$ او $U_n = (\text{دب})^n$: فورا بتطبق معيار القسمة

5- $U_{n+1} = U_n + b$: استخدم التدريج

6- $U_n = \frac{a^n}{n!}$: استخدم معيار القسمة و يقبل معيار الفرق ايضا.

مديرية تربية ريف دمشق
دائرة التعليم الخاص
العراب _ بومنيار

العراب في الرياضيات
https://t.me/AcademyArbic

الأفكار 1

مضاعفات

-1 النمط الأول
$a^n \pm b^n \pm c$ او شبيه له

-2 النمط الثاني
$a^n \pm b^n$

الحل :

اعوض بدل كل العدد n اذا طالع 1 الجواب صفر بعوض الرقم 2

-3 النمط الثالث :
$\text{عدد}^{\text{عدد}} \pm \text{عدد}^{\text{عدد}}$

الحل :

بحاول اساوي الاس الأكبر متل الاس الأصغر وبعدا بهمله وبعمل عملية الطرح او الجمع

مثال

$2^{12} - 5^4$ هو مضاعف لمين ؟؟؟

الحل :

صار الاس نفسه $(2)^{34} - 5^4 =$ بفك ومنكفي(بهمل الاس بعد ماصار موحد)

$8 - 5 = 3$

التخمين

اله قانون سريع

اذا كانت المتتالية من النمط

$$U_{n+1} = au_n \pm b \quad u_0 = c$$

القانون بقول :

$$U_n = \left(u_0 + \frac{b}{a-1}\right)a^n + \frac{b}{1-a}$$

التدريج

-1 يمكن يعطيك علاقة فيا متراجحة اكبر او اصغر مثلا :

الحل ممكن تنحل بتجريب ارقام او ممكن هو يقلك محققة عند أي رقم

-2 ممكن علاقات للحفظ نستخدمن متل :

$$1^2 + 1^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

بفيدوني كتير ممكن يجو بحساب نهاية ك كسر) شوف قسم النهاية (

ممكن يجي بصيغة مجموع احسبلي مجموع او يمكن يسالك عنن أصلا

-3 ممكن يجيب علاقة ويسالك انو $E(n+1)$ التي تحقق العلاقة هي وكذا

الاطراد

-1 بشكل صريح :
بعوض الحد الأول والتاني ببين معي (مابفضل هي الطريقة بس اذا كتير فرشت ساويها)

-2 اذا كانت بشكل تدريجي:
كمان احسب اول حد وهو بكون عاطيك حدء البدء ببين معك الاطراد

التداخلات

مثلا معي متتاليات متداخلة بين بعضهم وبدو ياني اعرف حسابية او هندسية مع الأساس

عنا طريقتين للحل

-1 اما بعوض حد البدء ببين معي فورا حسابية او هندسية

-2 بستخدم الطريقة العادية

مثال

$$U_0 = 1 \text{ و} U_1 = 4$$

$$U_{n+1} = 5U_n - 6U_{n-1}$$

$$V_n = U_{n+1} - 2U_n$$

هون قلي انو ال V_n شو هي

نعا نحل بسرعة احسب V_0 و V_1 ببين معك واذا مابين حل بطريقة العادية وانا بفضل الطريقة العادية

نهاية المتتالية

كسر

1- حفظ علاقات متل قبل شوي :

بدنا نهاية المقدار التالي :

$$U_n = \frac{1^2 + 1^2 + \cdots + n^2}{n \text{ شي فيه}}$$

اكيد مش تقلي مسيطر على مسيطر بتروح بتجيب لقانون لحفظتك ياه بتدريج بتحطو بدل البسط وبتروح بتنشر بس n على الاقواس وبعدا خود مسيطر على مسيطر

2- بجوز البسط مجموع متتالية حسابية بشكل عادي بكتبه بدلالة n وبكفي متل الرقم 1

3- متل توابع اشكال عادية ممكن مرافق او سحب عامل مشترك

تجميعة

1- $U_{n+1} = aU_n + b$

الحل بشكل سريع : $lim = \frac{b}{1-a}$

2- $U_n = \frac{\text{شي} \pm \text{عدد}^{n}}{\text{شي} \pm \text{عدد}^{n}}$

او أي شكل متل هاد

الحل: بسحب عامل مشترك دايما وبنهي طبعا لاتنسى انو هون العدد نعتبرو متل الأساس اذا كان اكبر من لواحد نهايتو لانهاية وبين الواحد والناقص واحد نعتبر نهاية المقدار هاد صفر

متل 15 أسئلة وحدة نهاية متتالية

3- $U_{n+1} = u_n^2 \pm au_n \pm b$

الحل بفكها لقوسين تحليل مباشر او دلتا بيطلع عددين برفض وبقبل حسب اطراد المتتالية

تنويه : بلكتاب طارحين u_n فورا من U_{n+1} وبعدا حسبو نهاية

يعني حل $f(x) = x$

مثال رقم 16 متتالية وحدة 4

سلسلة

1- سلسلة فيا عدد اس n

$$u_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$$

الحل : القانون بطريقة سريعة

a=3 $\quad lim = \frac{1}{a-1}$

2- سلسلة فيا عدد اس n (بس البسط بيتغير مش ثابت)

$$u_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \cdots + \frac{n}{3^n}$$

الحل : القانون بطريقة سريعة

a=3 $\quad lim = \frac{2}{a-2}$

الحالة العامة :

بيعطيني علاقة مثلا $n \leq 2^n$ بروح على البسط بشيلو وبحط 2 اس البسط القديم وهكذا يعني تبديل بتصير مجموع متتالية هندسية بكتبو بدلالة n وبحسب النهاية

3- سلسلة مافيا اس n بل n بذاتها : مثل

$$u_n = \frac{n}{n+1} + \cdots + \frac{n}{n+n}$$

او شكل شبيه مثلا جذر او تربيع هيك بطبق هاد القانون :

$n.\text{الكسر الاول} \leq u_n \leq n.\text{الكسر الاخير}$

تطبيق 1

اذا كانت المتتالية محصورة بشكل :

$U_n \in]-a, a[$

الحل : باخد $U_n < a$ بعوض المتتالية وبضل العب بشكل لوصل لقيمة ل n

تطبيق 4

المتتاليات المتجاورتان :

احداهما متزايدة و الأخرى متناقصة

نهايتهما مشتركة او نهاية الفرق هي صفر

تطبيق 2

اذا كانت المتتالية محصورة بشكل :

$U_n \in]\text{عدد}, \text{عدد}[$

وطلب قيمة ل $n > n_0$

الحل : نحسب ϵ و نهاية المتتالية نرمز لها برمز L

$$\epsilon = \frac{\text{العدد الكبير} - \text{العدد الصغير}}{2}$$

$$|U_n - L| < \epsilon$$

بحل عادي لوصل لقيمة

تطبيق 3

حساب مجموع متتالية بدلالة n او نهاية المجموع ولكن من الشكل

$$\text{شي} = \frac{\text{دب}}{(\text{قوس}2)(\text{قوس}1)}$$

باخد $\text{شي} = a(\text{القوس}2) + b(\text{القوس}1)$

بختار قيمة تعدم القوس 1 وعوضها بكلشي بالقوس 2 و بل شي بتطلع قيمة القوس التاني

برجع بعيد الكرة بختار قيمو تعدم القوس 2 بعوضها بكلشي وتطلع قيمة القوس 1

يكتب المتتالية بشكل

$$u_n = \frac{\text{قيمة } b \text{ طلعت الي معنا}}{\text{القوس } 2} \pm \frac{\text{قيمة} a \text{طلعت الي معنا}}{\text{القوس } 1}$$

هون بشوف شو بدو هل نهاية مجموع ام كتابة بدلالة n

بعوض اول حد من قيمة المجموع ب اول كسر

وبحسب نهاية تاني كسر اذا كان السؤال حساب نهاية مجموع واذا بدلالة n مابحسب نهاية الكسر الـ2 بل بنزلو متل ماهو

تطبيق 5

كل متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى هي متقاربة و العكس صحيح

نقول عن العنصر الراجح انه يحقق $u_n \leq m$ (محدودة من الأعلى)

نقول عن العنصر القاصر انه يحقق $u_n \geq m$ (محدودة من الأدنى)

كل متتالية متزايدة وغير محدودة من الأعلى فهي تنتهي عند ∞

كل متتالية متزايدة وغير محدودة من الأعلى فهي تنتهي عند $-\infty$

حدود المتتالية

بشكل صريح : احسب نهاية المتتالية و حدها الأول لتظهر بهذا الشكل

$$n \leq u_n \leq m$$

ممملللللاحظة :

لا احب هذه الطريقة في التدريس ولكن بعض الطلاب أصبحت تعاني بشكل كبير جدا لذلك هذه الطريقة ربما تساعدهم في الدراسة وتوفر وقت وجهد على الطالب إضافة الى انها ترتب أفكاره

حتى تستفيد من الملف يجب ان يتم دراسته ويليه حل نموذج بشكل مباشر من العراب او أي مكان اخر