« التحليل التوافقي »

① المبدأ الأساسي في العد

ملاحظات: 1) عند وجود شرط نبدأ بالشرط

2) شرط المخالفة آخر شيء

3) نبدأ بالشرط الواضح

4) نميّز حالات عند وجود تضارب في الشروط (توجد فتاة موضوعة في مكان ويمكن وضعها في مكان آخر)

5) من حالة إلى حالة نجمع وفي نفس الحالة نضرب

② التباديل

• التبديل على مجموعة عدد عناصرها n هو كل قائمة تضم جميع عناصر المجموعة

$n \geq 1$ عدداً طبيعياً

عدد التباديل على مجموعة مكوّنة من n عنصراً هو $n!$ حيث:

$n! = n(n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$

وشرط إضافي: $0! = 1$

ملاحظة: مثلاً:

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$5! = 5 \times 4!$

ملاحظة: (مع أو دون تكرار)

عدد التباديل

- العناصر في القائمة جميعها مختلفة: $n!$ — مثال (a, b, c, d) — $4!$ = عدد التباديل
- العناصر في القائمة بعضها مكرّر: الكلي $\frac{n!}{k_1! \times k_2! \cdots}$ ← التكرار من كل نوع — مثال (a, a, c, c, b) — $\frac{5!}{2! \times 2! \times 1!}$ = عدد التباديل

③ الترتيب:

الترتيب الذي طوله r على مجموعة عدد عناصرها n هو كل قائمة دون تكرار مكوّنة من r عنصراً من عناصر المجموعة

$n \geq r$ ، n و r عددين طبيعيين

عدد التراتيب التي طول كل منها r من عناصر مجموعة مكوّنة من n عنصراً هو (P_n^r)

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حالة خاصة:

$n = r \rightarrow P_n^n = n!$

أمثلة:

$P_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$ ، $n \geq 4$

$P_6^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! =$

$P_9^0 =$ خطأ

ملاحظة: كل سؤال (لجنة) فيه مراتب/مناصب نستخدم تراتيب

التوائم: مع تكرار: n^r

دون تكرار: P_n^r

حل معادلة فيها تراتيب P_n^r:

• نكتب شرط الحل $n \geq r$

•• نطبّق العامل ونحل المعادلة الناتجة وفقاً للشرط

④ التوافيق:

التوفيق على مجموعة عناصر n هو كل مجموعة جزئية تضم r عنصراً من عناصر المجموعة.

$r \geq 0$ ، $n \geq r$ عددين طبيعيين

عدد توافيق r عنصراً من عناصر مجموعة فيها n عنصراً هو:

$$\binom{n}{r} = \frac{P_n^r}{r!}$$

$r + 0$ معلوم

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

r مجهول

(أخواص):

1) $\binom{n}{0} = 1$

2) $\binom{n}{n} = 1$

3) $\binom{n}{1} = n$

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{50}{48} = \binom{50}{2}$

حل معادلة فيها توافيق: $\binom{n}{r}$

• نكتب شرط الحل $n \geq r$

•• نطبّق العامل ونحل المعادلة الناتجة وفقاً للشرط

حالة خاصة:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{r}$$

إذا كان ما فوق متساوٍ والأمثال نفسها نحل المعادلة على الشكل الآتي:

إما $r + k = n$

أو $r = k$

• عندما يكون لدينا مجموعة كلية ونريد مجموعة جزئية منها توافيق

وإذا كان المطلوب ما عدد المجموعات الجزئية مجموع عناصرها من مضاعفات العدد ( )

نتبع الخطوات التالية:

① نجزّء المجموعة إلى مجموعات جزئية حسب بواقي القسمة على هذا العدد

② نوجد الحالات الممكنة ثم التابع

ملاحظة: بواقي القسمة على عدد n هي $[0, 1, 2, \ldots, n-1]$

ملاحظة:

لجنة

- مع مناصب ← تراتيب
- n رجال ونساء ← رجال بدنا
- دون مناصب ← توافيق

ملاحظة: في مسائل عدد الصافحات يكون عدد الصافحات دون وجود الشروط هو: $\binom{\text{عدد الأشخاص}}{2}$

وإذا كان هناك متصافحون:

$\binom{\text{عدد المتصافحون}}{2} - \binom{\text{عدد الأشخاص}}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة:

تقاطع الأقطار في حالتين:

إما: عدد الرؤوس وعدد نقاط التقاطع هو n

أي واحد المضلع وعدد نقاط التقاطع هو $\binom{n}{4}$

$n \geq 4$

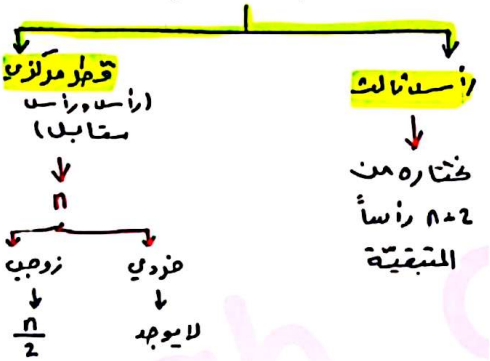
Dn عدد نقاط تقاطع أقطار المضلع:

$\Rightarrow Dn = n + \binom{n}{4}$

لا تستقدم في المسدس

ليكن لدينا مسدس:

- عدد المثلثات الناتجة فيه



$\Rightarrow$ العدد = $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 12$

- عدد المثلثات مفرجة الزاوية تساوي عدد الرؤوس
- عدد المثلثات الحادة:

(المفرجة - القائمة - الكل)

- عدد القطع المستقيمة $\binom{6}{2}$
- عدد الأسطح غير الصفرية:

2 × عدد القطع المستقيمة

- عدد الأسطح:

عدد الرؤوس + 2 × عدد القطع المستقيمة

- عدد الأقطار:

عدد الأضلاع - عدد القطع المستقيمة

- عدد الأقطار المركزية:

$\frac{n}{2}$

- عدد المستطيلات

$\left(\frac{\text{عدد الأقطار المركزية}}{2}\right)$ = عددها

- عدد المضلعات الرباعية:

$\binom{6}{4}$ = عددها

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner