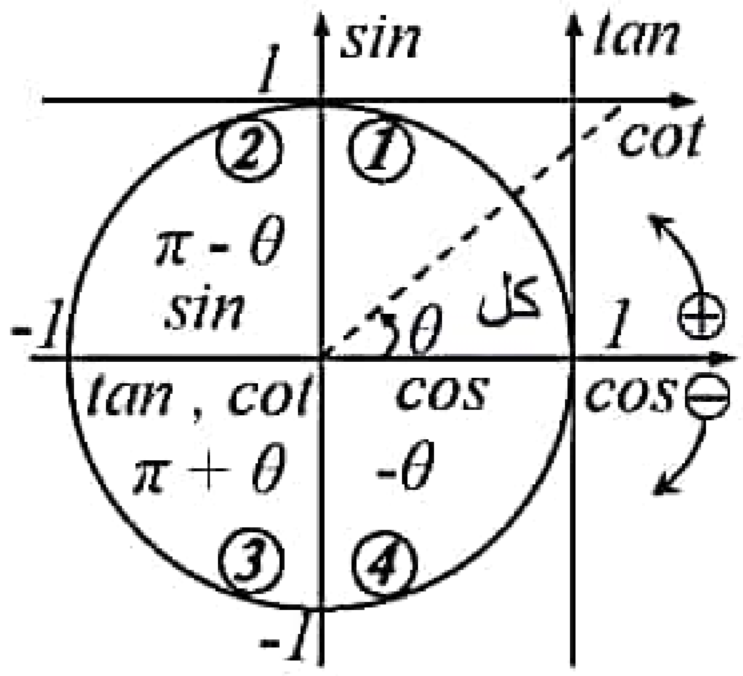
تذكرة بالمثلثات



1) الارجاع إلى الربع الأول :

- يحذف من زاوية أي نسبة مثلثية عدد زوجي من π .

$$\cos(\theta+2\pi k)=\cos\theta\ ,\ \sin(\theta+2\pi k)=\sin\theta\ ;k\in Z$$

- تتحدد إشارة النسبة المثلثية بحسب الربع الذي تنتهي إليه الزاوية .

- الزاوية π : لا تغير النسب المثلثية .

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta\ ,\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$$

- الزاويا $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$: تغير النسب المثلثية . $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta\ ,\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

* نتيجة (1) : النسب المثلثية للزاوية $(-\theta)$ ($\cos$ يبلع والباقي يلفظ)

$\cos(-\theta)=\cos\theta$	$\sin(-\theta)=-\sin\theta$	$\tan(-\theta)=-\tan\theta$

أنتبه : $-\sin\theta=\sin(-\theta)=\sin(\pi+\theta)$ أما $-\cos\theta=\cos(\pi-\theta)=\cos(\pi+\theta)$

* نتيجة (2) : قيم النسب المثلثية : $-1\le\cos x\le 1\ ,-1\le\sin x\le 1$ وذلك أياً كانت $x\in R$

$\tan x\in R\ ;x\ne\frac{\pi}{2}+\pi k\ ,\cot x\in R\ ;x\ne\pi k$ (k عدد صحيح أينما ورد)

2) العلاقات الأساسية بين النسب المثلثية :

$1)\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\quad;\theta\in R$	$2)\ \tan\theta\cdot\cot\theta=1\quad;\theta\ne\frac{\pi}{2}k$
$3)\ \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\quad;\theta\ne\frac{\pi}{2}+\pi k$	$4)\ \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\quad;\theta\ne\pi k$
$5)\ 1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}\quad;\theta\ne\frac{\pi}{2}+\pi k$	$6)\ 1+\cot^2\theta=\frac{1}{\sin^2\theta}\quad;\theta\ne\pi k$

3) حل المعادلات المثلثية البسيطة :

$$\boxed{\sin x=\sin\theta\Leftrightarrow\{x=\theta+2\pi k\quad or\quad x=\pi-\theta+2\pi k\}}$$

* حالات خاصة :

$$1)\ \sin x=0\Leftrightarrow x=\pi k$$

$$2)\ \sin x=\pm 1\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

$$\boxed{\cos x=\cos\theta\Leftrightarrow\{x=\theta+2\pi k\quad or\quad x=-\theta+2\pi k\}}$$

الأستاذ : محمد خالد غزول
الأستاذ : عبد الحميد السيد

* حالات خاصة :

$$1)\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$
$$2)\cos x=1 \Leftrightarrow x=2\pi k$$
$$3)\cos x=-1 \Leftrightarrow x=\pi+2\pi k$$

$$\boxed{(\tan x=\tan\theta \quad , \cot x=\cot\theta) \Leftrightarrow x=\theta+\pi k}$$

* حالة خاصة : $\sin x=\pm\cos x \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$

4) دساتير النسب المثلثية لجمع وفرق زاويتين :

$\cos(a\pm b)=\cos a\cdot\cos b\mp\sin a\cdot\sin b$	(صافي يغير الإشارة)
$\sin(a\pm b)=\sin a\cdot\cos b\pm\cos a\cdot\sin b$	(مختلط لا يغير الإشارة)

* في المثلث ABC حيث $A+B+C=\pi$: $\sin(B+C)=\sin A$ و $\cos(B+C)=-\cos A$

5) دساتير التحويل من جداء النسب إلى مجموع وفرق النسب وبالعكس :

$2\cos a\cdot\cos b=\cos(a+b)+\cos(a-b)$
$-2\sin a\cdot\sin b=\cos(a+b)-\cos(a-b)$
$2\sin a\cdot\cos b=\sin(a+b)+\sin(a-b)$
$2\cos a\cdot\sin b=\sin(a+b)-\sin(a-b)$

$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$
$\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$
$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$
$\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$

6) النسب المثلثية لضعفي زاوية :

$$\boxed{\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x}$$

$$\boxed{\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x}$$

ومنه نستنتج : $\boxed{1-\cos 2x=2\sin^2 x}$ $\boxed{1+\cos 2x=2\cos^2 x}$