اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

1-ليكن f التابع المعرف على [1,3] وفق: f(x) = (x+ E(x)) _ E(x_1)
تعطى العلاقة ربط f على المجال [2,3[بالشكل :

D-f(x)=$(x+3)^2$ -1	C-f(x)=$(x+2)^2$-2	B-f(x)=$(x+2)^2$	A-f(x)=$(x+2)^2$-1

2 - ليكن a عدد حقيقي والمتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ معرفو وفق $U_n = \frac{an+6}{n-2}$ ان مجموع قيم a التي تجعل المتتالية (U_n)متزايدة تماما هي

]-∞,3[-D	]3,+∞[-C	{3} -B	- ϕ -A

3- ليكن y= 2ln 2 + ln 3 و x= 3ln 5 - ln 25 عندئذ

x= -y -D	x<y -C	x>y -B	x=y -A

4- ليكن m عدد حقيقي وليكن f التابع المعرف على R و f(x)= $\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}; x \neq 0 \\ m; x = 0 \end{cases}$ ان قيمة m التي تجعل f مستمر على R هي :

2 -D	1 -C	0 -B	-1 -A

تامل الخط البياني المرسوم جانبا لتابع f المعرف على D=]-∞,0[U]0,3] ثم اجب عن الأسئلة 5و6و7و8و9و 10و11

5- ان $\lim_{x\to0} f\left(f(x)\right)$ يساوي

1 -D	0 -C	+∞ -B	∞- -A

6- ان f` (-1) تساوي :

2 -D	1 -C	0 -B	-1 -A

7- مجموعة تعريف G(X)=$\frac{1}{F(X)}$ هي :

-D]- ∞,0[U]0,1[U]1,∞[	-C]-∞,0[U]0,1[U]1,3[	–B]-∞,0[U]0,2[	R\{1,2} -A

8-حلول المتراجحة F`(X)<0 هي

D-]3 ,2[∪]2− ,∞−[	C-]2 ,0[∪]0 ,2−[	-B ⟦3 ,2⟧ ∪ [2− ,∞−[	R\{0} -A

9- ان f`(2) تساوي

3 -D	2 -C	1 -B	0 -A

10-ان $\lim_{X\to3}\frac{F(x)}{x-3}$ تساوي

1 -D	0 -C	+∞ -B	-∞ -A

11- عدد القيم الحدية ل f يساوي :

5 -D	4 -C	3 -B	2 -A

12-إشارة المقدار $\frac{1}{e^x - e^2}$ تماثل الإشارة :

X-2 -D	-X+2 -C	e^x -B	$-e^x$ -A

13-لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $U_n = -n\sqrt{5} + 3$ عندئذ :

2≤U_n≤3 -D	3≤U_n≤50 -C	(Un)محدودة من الادنى فقط -B	(Un)محدودة من الاعلى -A

14-ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = \pi^{x^2}$ عندئذ معادلة مماس C

هي

A- $y = (2ln\pi)x + \pi - 2ln\pi$	B- $y = \pi x$	C- $y = (2\pi ln\pi)\ x + \pi - 2\pi ln\pi$	D- $y = (2\pi)x - \pi$

15- ليكن a وb عددين حقيقين و C هو الخط البياني للتابع fالمعرف على R^*_+ وفق :

$f(x) = ax + b + xlnx$

إذا علمت F(X) = 1 قيمة حدية محلياً ل F عندئذ قيمة a و b هي:

A- $a = -1$, $b = 2$	B- $a = -1$, $b = 1$	C- $a = -1$, $b = -1$	D- $a = 2$, $b = 1$

16- بفرض c , b , a أعداد حقيقية وليكن التابعين f , g المعرفين على R\{1} بالعلاقتين :

$g(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$ و $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ عندئذ قيمة (c, b, a) ليشترك بالنقطة التي فاصلتها 2 ويكون لهما نفس المقاربات المائلة :

A- (1 ,1 ,1)	B- (2 ,1 ,1)	C- (2 ,2 ,2)	D- (2 ,2 ,1)

17- ليكن F التابع المعرف على I = [0, 3] وفق $F(X) = X^2 - 4x + 3$ عندئذ F(]0, 3[) تساوي :

D [3 ,0]

A-]−1, 3[	B-]−1, 0[	C-[−1, 3[	*D*- [3 ,0]

18-المتتاليتان $(x_n)_{n\geq0}$ و $(y_n)_{n\geq0}$ معرفتان وفق : $x_n = \frac{3n^2+n-3}{3n+1}$ و $y_n = n$ عندئذ من اجل كل n? ≥ 0 يتحقق

A-$xn = yn$	B-$xn \leq yn$	C-$xn \geq yn$	D-$xn = yn + 2$

19-ليكن التابع المعرف على R/{−2} بالشكل: $f(x) = \frac{2x+t}{x+2}$ إن قيمة tالتي تجعل f أصلياً ل $g(x) = \frac{6}{(x+2)^2}$ هي :

A- -2	B- -1	C- 1	D- 2

20-لتكن المتتالية الحسابية $(U_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $U_{n+1} = U_n + 2$, $U_0 = 3$, عندئذ تعطى علاقة U_nبدلالة n بالشكل:

A-$un = 2 + 3n$	B-$un = -3 + 2n$	C-$un = 3 - 2n$	D-$un = 3 + 2n$

21-ليكن التابع f المعرف على $]\frac{5}{3}, +\infty[$ وفق: $f(x) = \sqrt{3x-5} - e^{-x+3}$ عندئذ $\lim_{x\to3} \frac{f(x)-1}{x-3}$ تساوي :

A—74	B-0	C-1	D-$\frac{7}{4}$

22-لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$المعرفة وفق $U_n = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{5^n}$ ولتكن المتتالية

ولتكن المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$مجاورة لـ (U_n) عندئذ نهاية المتتالية (V_n) تساوي:

A- 0	B- 1	C- 5\4	D- 4\5

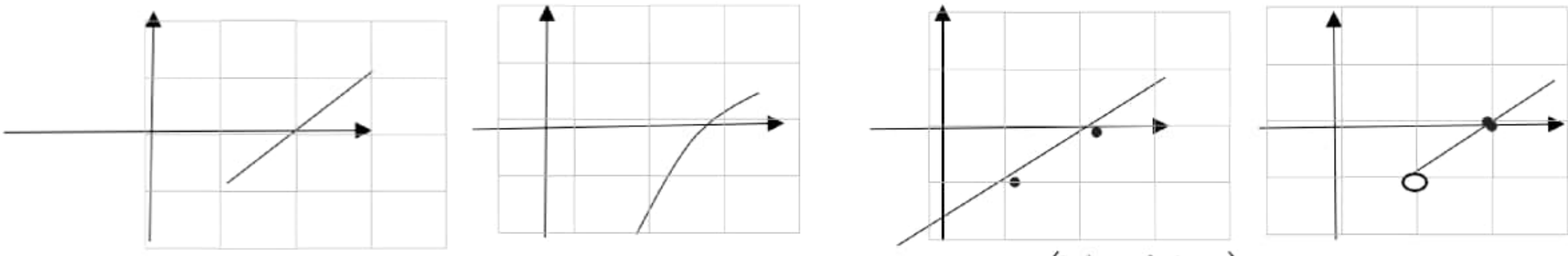
23-ان التابع الأصلي F للتابع $f(x) = \frac{x+1}{(x+3)^2}$ المعرف على $]-3, +\infty[$ والذي يمر خطه البياني بالنقطة A(-2,0)

A-$\ln(x+3) - \frac{2}{x+3} - 2$	B $\ln(x+3) + \frac{2}{x+3} - 2$	c-$\ln(x+3) - \frac{2}{x+3} + 2$	d-$\ln(x+3) - \frac{2}{-x-3} - 2$

24-يكتب المقدار $A = \sqrt[6]{64} \times 4^{\frac{1}{2}} \times 4^{-\frac{1}{\ln 4}}$ بابسط شكل :

A- $-4e$	B- $\frac{-4}{e}$	C- $4e$	D- $\frac{4}{e}$

25- في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ تُرسم مجموعة النقاط $M(x, y)$ المحققة للشرط $ln(x-1) = ln(y+1)$ بالشكل :



26- ان $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(3x+6)-\ln 3x}{e^{\frac{1}{x}}-1}\right)$ تساوي:

3 -D	2 -C	1 -B	0 -A

27-لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالصيغة التدريجية وفق : $u_0 = 2 , u_{n+1} = 2u_n + 5$ ولنعرف المتتالية الهندسية $v_n = u_n + 5$ عندئذ تعطى علاقة u_n بدلالة n بالشكل :

D- $3n+1$	C- $7(2)^n+5$	B- $7(2)^n-5$	$7(2)^n$ A-

28- لنتأمل متتاليتين حسابيتين $(u_n)_{n\geq0}$ أساسها = 2 و $(v_n)_{n\geq0}$ أساسها = ولنعرف المتتالية الحسابية $(t_n)_{n\geq0}$ وفق : $t_n = 3u_n + 4v_n$ إذا علمت أن أساس المتتالية (t_n) هو 16 عندئ قيمة b تساوي :

D-4	C-1	5\2 B-	A-1\2

29-ليكن f تابعاً فردياً معرفاً على $R\setminus\{0\}$ خطه البياني C ويحقق $f(2) = 1$ ولتكن A نقطة من C فاصلتها 2- و النقطة B نظيرتها بالنسبة لمحور الفواصل عندئذ تراتيب النقطة B يساوي:

-1 -D	1 -C	2 -B	3 -A

30- حلول $\ln(x^2-4x+4) < 0$ المتراجحة :

D- $R\setminus\{2\}$	C-$]1,3[$	B-$]1,2[\cup]2,+\infty[$	A-$]1,2[\cup]2,3[$

31- ان قيمة المقدار $I = \int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{|\ln x|}{x}dx$ تساوي :

3\2 -D	1 -C	1\2 -B	0 -A

32-ان $\lim_{x\to2}(3-x)^{\frac{2}{x-2}}$ تساوي :

D-1	c-e	B-e^2	A-$1\backslash e^2$

33- ان مجموعة تعريف التابع التالي $f(x) = \sqrt{-\ln\left(\frac{1}{5}x\right)}$ هي :

		B-$]0,5]$	A-$]-\infty,5]$

34- مجموعة حلول المتراجحة $5^{x+1} + 2(5)^{-x} < 7$ هي :

D-$]\frac{\ln 2-\ln 5}{\ln 5},0[$	C- $[\frac{\ln 2-\ln 5}{\ln 5},0]$	B- $]\frac{2}{5}[$	A- $]0,\frac{2}{5}[U]1,+\infty[$

35- لتكن المتتالية الهندسية $(u_n)_{n\geq0}$ أساسها q وفيها $u_5 = 3$ عندئذ $u_3u_5u_7$ تساوي :

27 -D	9 -C	6 -B	3 -A

36- إن مجموعة حلول المعادلة $3lnx = ln(x^2+4)$ هي :

D-$\{2 , 60\}$	C-$\{2, 40\}$	B-$\{2\}$	A-$\emptyset$

37-ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{x^2+4x+5}$ خطه البياني يقبل مقارب مائل بجوار $-\infty$ معادلته :

D- $y=-x-2$	C- $y=-x+2$	B- $y=x-2$	$y=x+2$ A-

38- ليكن التابع f المعرف على $]1,+\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{x-1}+\ln(x-1)$:

1.02 -D	2.03 -C	4.01 -B	5 -A

39- ليكن f التابع المعرف على R واشتقاقي عليها ويحقق

$f`(x) = \frac{1}{1+x^2}$ و $h(x) = f(2x) + f(-2x) + 2$ عندئذ

$; f(0) = 0$

A- $h(x) = 0$	B- $h(x) = 2$	C- $h(x) = 3$	D-ليس تابع ثابتh

40- إذا علمت أن الخط البياني C للتابع $f(x) = 4x - 4x^2$ المعرف على R

يتقاطع خطه البياني مع المستقيم : $d: y = 4x - 4$ بنقطتين عندئذ مساحة السطح المحصور بين C و d هي :

A- 16	**B- 3**	**C- 4\3**	**D- 16\3**

تمارين اختبار من متعدد:

1 - قيم العدد الطبيعي n التي تحقق المساواة:

$$3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$$

5 – a　　15 – b　　20 – c　　10 – d　　25 – e

الحل :

$$\begin{cases} n \geq 4 \\ n \geq 2 \end{cases} \rightarrow n \geq 4$$

$$3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$$

$$3\times \frac{n!}{4!(n-4)!} = 14 \times \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$\frac{3}{24(n-4)!} = \frac{14}{2(n-2)(n-3)(n-4)!}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{7}{(n-2)(n-3)}$$

$$n^2 - 5n + 6 = 56$$

$$n^2 - 5n - 50 = 0$$

$$(n-10)(n+5) = 0$$

مقبول n=10 أو مرفوض n=-5 أما الجواب الصحيح d

قيم العدد الطبيعي nفي المعادلة الاتية :

$$\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$$

اما 3n=n+2 ومنه n=1

أو 3n+n+2=10 ومنه n=2

2 - يريد مدرس توزيع 5 هدايا مختلفة على 4 طلاب بحيث يحصل كل طالب على هدية واحدة على الأقل فان عدد طرائق التوزيع يساوي:

- 24 (A　　96 (b　　120 (c　　48 (d　　240 (e

الحل :

المرحلة الأولى :

دمج جائزتين معا بجائزة واحدة وتتم بـ $\binom{5}{2}$ طريقة

المرحلة الثانية :

توزيع 4 جوائز على 4 طلاب وتتم ب 4! طريقة

اذا عدد الطرائق = $\binom{5}{2} \times 4!$

$$= \frac{5\times4}{2\times1} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$$

<u>الجواب الصحيح e</u>

<u>3 - نريد تاليف لجنة مكونة من (مدير ونائب مدير وأمن سر) من مجموعة تضم خمسة اشخاص , فان عدد طرائق اختيار هذه اللجنة علما ان المجموعة تضم شخصين متخاصين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها يساوي:</u>

- 12 (A   42 (b   240 (c   244 (d   120 (e

الحل : جميع اللجان التي ممكن تشكيلها مطروح منها اللجان المتشكلة التي تحوي الشخصين المتخاصمين

عدد الطرائق $\binom{4}{1}\binom{8}{5} + \binom{4}{2}\binom{8}{4} + \binom{4}{3}\binom{8}{3} =$

$$=4\times \frac{8\times7\times6}{3\times2} + \frac{4\times3}{2} \times \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2} + 4 \times \frac{8\times7\times6}{3\times2} = 868$$

<u>الجواب الصحيح : c</u>

لتكن المجموعة $s = \{1,2,3, \dots \dots ,14,15\}$

<u>4 - عدد المجموعات الجزئية المكونة كل منها من ثلاث عناصر مأخوذة من s ومجموعها من مضاعفات العدد 3 يساوي:</u>

a – 155   b – 120   c – 60   d – 320   e – 81

الحل :

نقسم المجموعة S الى ثلاث مجموعات جزئية وذلك تبعا لقيمة باقي قسمة كل عدد منها على 3 :

$$A_0 = \{3,6,9,12,15\}$$

$$A \;\; = \{1,4,7,10,13\}$$

$$A \;\; = \{2,5,8,11,14\}$$

تتشكل المجموعات التي مجموعها من مضاعفات العدد 3 اذا كانت عناصرها من نفس المجموعة أو كل عنصر من مجموعة :

عدد المجموعات الجزئية $\binom{5}{1} \times \binom{5}{1} \times \binom{5}{1} + 3\binom{5}{3} =$

$$= 3 \times \frac{5\times4}{2\times1} + 5 \times 5 \times 5 = 155$$

<u>الجواب الصحيح : A</u>

<u>5 - اشترى احمد 7 كتب وهي : 4 كتب للمؤلف (أ) و 3 كتب للمؤلف (ب) فان عدد طرائق ترتيب كتبه على الرف بحيث تكون الكتب لنفس المؤلف بجانب بعضها البعض يساوي :</u>

a – 120   b – 72   c – 720   d – 244   e – 288

الحل :

عدد الطرائق = 24 × !3 × !

$$4\times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 288=$$

الجواب الصحيح : a

6 - اذا علمت ان عدد اقطار مضلع محدب يساوي 20 عندئذ يكون n عدد اضلاع هذا المضلع يساوي :

4 – a 5 – b 6 – c 7 – d 8 – e

الحل :

عدد الاقطار $\binom{n}{n} - n$ =

$$20=\frac{n(n-1)}{2}-n$$

$$=20\frac{n^2-3n}{2}$$

$$n^2-3n-40=0$$

مقبول n=8 مرفوض n=-5

7 - لتكن المجموعة $\{2,3,5,6,7,9\}$ = s عدد الاعداد المكون كل منها من ثلاث خانات مختلفة وأرقامها مأخوذة من sوكل عدد منها من مضاعفات العدد 5 واصغر من 500 يساوي :

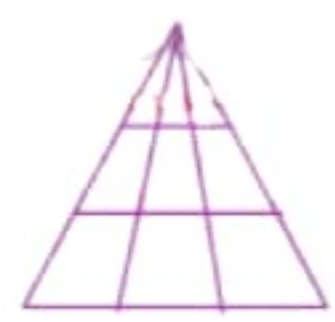
10 – a 9 – b 8 – c 7 – d 6 – e

الحل :

عدد الاعداد $\left|\begin{matrix}3 & 3,6,7,9 & 5\\ \hat{1} & \hat{4} & \hat{1}\end{matrix}\right| + \left|\begin{matrix}2 & 3,6,7,9 & 5\\ \hat{1} & \hat{4} & \hat{1}\end{matrix}\right| =$

= 1 x 4 x 1 + 1 x4x1 = 8

8 - عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها في الشكل المجاور:



16 – a 18 – b 13 – c 10 – d 8 – e

عدد المثلثات= $\binom{4}{2}\times\binom{3}{1}$

$$=\frac{4\times3}{2}+3=18$$

عند نشر المقدار $(1+2x)^n$ نجد :

$$(1+2x)^n=1+\binom{n}{1}(2x)+\cdots\ldots+\binom{n}{r}(2x)^r+\cdots\ldots+\binom{n}{n}(2x)^n$$

عندئذ قيمة المجموع $s_n=\binom{n}{0}+2^1\binom{n}{1}+\cdots+2^r\binom{n}{r}+\cdots+2^n\binom{n}{n}$

2^n – a 3^n – b 2^n+1 – c 3^n+1 – d 4^n – e

الحل : نلاحظ بتعويض x=1 ان :

$$s_n=1+2\binom{n}{1}+\cdots+2^r\binom{n}{r}+\cdots+2^n\binom{n}{n}$$

الجواب الصحيح : b

9 - يلتقى 7 أشخاص فى حفل ويصافح كل منهم الاخر مرة واحدة فقط، عندئذ عدد المصافحات التى تتم بين السبعة أشخاص

إذا كان هناك 3أشخاص متخاصمين ال يصافح أي منهم الاخر يساوي:

15 – e　　38 – d　　18 – c　　4 – b　　21 – a

عدد المصافحات $\binom{7}{2} - \binom{3}{2} =$

$= \frac{7 \times 6}{2} - 3 = 18$

الجواب الصحيح : c

10 - يلتقي n صديق في حفل ويصافح كل واحد منهم الاخرين مرة واحدة فقط، فإذا كانت عدد المصافحات 15 فإن قيمة n عدد الاصدقاء يساوي:

7 – e　　3 – d　　15 – c　　5 – b　　6 – a

الحل :　　$n \geq 2$　　$\binom{n}{2} = 15$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 15$$

$$n^2 - n - 30 = 0$$

(n-6)(n+5) = 0

n=6 مقبول　　n= -5 مرفوض

11 - اذا كان الحد الخامس في منشور : $(1+x)^{10}$ يساوي $\frac{105}{8}$ عندئذ قيمة x تساوي :

$\frac{2}{3}$ – e　　$\frac{1}{3}$ – d　　15 – c　　$\frac{1}{2}$ – b　　$\frac{1}{4}$ – a

الحل :

$$T_4 = \frac{105}{8} \to \binom{10}{4}(1)^{10-4}(x)^4 = \frac{105}{8}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1}x^4 = \frac{105}{8}$$

$$x^4 = \frac{105}{8} \times \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{10 \times 9 \times 8 \times 7}$$

$$= \frac{15 \times 3}{10 \times 9 \times 8} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$$

الجواب الصحيح b

12 - اذا كان المجموع :

$$s = \binom{n}{0} + \frac{1}{5}\binom{n}{1} + \frac{1}{5^2}\binom{n}{2} + \cdots + \frac{1}{5^n}\binom{n}{n}$$

عندئذ المجموع s يساوي :

$\left(\frac{6}{5}\right)^n$ – e　　$\left(\frac{3}{5}\right)^n$ – d　　$\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$ – c　　$\left(\frac{4}{5}\right)^n$ – b　　$\left(\frac{1}{5}\right)^n$ – a

الحل :

$$s = \binom{n}{0} + \frac{1}{5}\binom{n}{1} + \frac{1}{5^2}\binom{n}{2} + \cdots + \frac{1}{5^n}\binom{n}{n}$$

$$s = \binom{n}{0}\left(\frac{1}{5}\right)^0 + \binom{n}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^1 + \binom{n}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \cdots + \binom{n}{n}\left(\frac{1}{5}\right)^n$$

$=\left(1+\frac{1}{5}\right)^n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$

13 - الحد الأوسط في منشور $\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$ يساوي :

$10\,x$ – a	$10x^2$– b	$\frac{20}{x}$– c	20x– d	20 – e

الحل :

الحد العام في المنشور $(a+b)^n$ وهو :

$$T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

لدينا : $n = 6$, $a = x$, $b=\frac{1}{x}$ ..... والحد الأوسط هو الحد الرابع أي T_3

$$\boldsymbol{T_3 = \binom{6}{3} x^3 \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20}$$

14ليكن لدينا كثير الحدود : a ∈ N

$$\boldsymbol{f(x) = (1+ax)^{10}.(1+4x)}$$

اذا علمت أن أمثال x تساوي 334 فان قيمة العدد a تساوي :

330 – a	33– b	334– c	338– d	3340 – e

الحل : الطريقة الأولى :

أمثال x في كثير الحدود تساوي $f'(0)$ أي : $f'(0) = 334$

لدينا : $f'(x) = 10(1+ax)^9(a)(1+4x) + 4(1+ax)^{10}$

نعوض : $334 = 10(1+0)^9(a)(1+0) + 4(1+0)^{10}$

334+10a+4

a=33

15 - يمكن ملأ الخانات الأربعة

احاد	عشرات	مئات	الوف

باستخدام الأرقام {2,1,0}

فيكون عدد طرائق الحصول على عدد مؤلف من ثلاث خانات على الأقل يساوي :

18 – a	54– b	72– c	91– d	81 – e

الحل :

0	1,2	0,1,2	0,1,2

1 x 2 x 3 x 3 = 18

1,2	0,1,2	0,1,2	0,1,2

2 x 3 x 3 x 3 = 54

18+ 54 = 72

نتأمل مضلعا محدبا مؤلفا من n ضلعا (n≥ 5)

16 - ولنفترض اننا في الحالة العامة حيث لا تتلاقى أي ثلاثة اقطار في نقطة واحدة الا اذا كانت هذه النقطة احد رؤوس المضلع عندئذ يكون عدد نقاط تقاطع أقطار المضلع بدلالة n يساوي :

$\binom{n}{2} - n$ – a
4

$\binom{n}{2} + n$ – b

$\binom{n}{4} + n$ – c

$\binom{n}{4} - n$ – d

$\binom{n}{4} +$ – e

الحل : عدد نقاط تقاطع الأقطار

احد الرؤوس نقطة تلاقي قطرين داخل المضلع

N $\binom{n}{4}$

+

17 – اذا كان احتمال نجاح الطالب A يساوي $\frac{3}{4}$ واحتمال نجاح الطالب b يساوي $\frac{4}{5}$ فان احتمال عدم نجاحهما معا يساوي :

$\frac{3}{5}$ – a

$\frac{7}{9}$ – b

$\frac{19}{20}$ – c

$\frac{1}{20}$ – d

$\frac{2}{5}$ – e

الحل : احتمال عدم نجاح الطالب A : $p(A') = \frac{1}{4}$

واحتمال عدم نجاح الطالب b : $p(b') = \frac{1}{5}$

الحدثان A و B مستقلان احتماليا اذا الحدثان 'A و 'Bمستقلان احتماليا

$$p\ (A' \cap B') = p\ (A').p(B') = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

الجواب الصحيح d

18 - في معهد تعليم اللغات يدرس 30% من طلاب المعهد اللغة الإنكليزية ويدرس 50 % من طلاب المعهد اللغة الفرنسية ويدرس 10% من الطلاب اللغتين معا

فان احتمال ان يدرس الطالب احدى اللغتين على الأقل يساوي :

$\frac{9}{10}$ – a

$\frac{7}{10}$ – b

$\frac{6}{10}$ – c

$\frac{3}{10}$ – d

$\frac{1}{10}$ – e

الحل :

نفرض الاحداث :

A الطالب يدرس اللغة الإنكليزية $p(A) = \frac{30}{100}$

B الطالب يدرس اللغة الفرنسية $p(B) = \frac{50}{100}$

ولدينا (الطالب يدرس اللغتين معا) هو تقاطع : $p\ (A \cap B) = p\ (A) + p(B) - p(A \cap B)$

$$= = \frac{30}{100} + \frac{50}{100} - \frac{10}{100} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

الجواب الصحيح b

19 - في تجربة برنولية X متحول عشوائي قانونه الحداني $B\left(3, \frac{3}{5}\right)$

وبالتالي الاحتمال $P(X \leq 1)$ يساوي:

$\frac{81}{125}$	E	$\frac{44}{125}$	D	$\frac{8}{125}$	C	$\frac{36}{125}$	B	$\frac{18}{125}$	A

الحل:

التجربة برنولية حيث $B\left(3,\frac{3}{5}\right)$ إذاً: $n=3\ \ ,\ p=\frac{3}{5}\ \ ,\ q=\frac{2}{5}$

$$P(X\le 1)=P(x=0)+P(x=1)$$

$$=\binom{3}{0}p^0q^3+\binom{3}{1}p^1p^2$$

$$=1\times 1\times\left(\frac{2}{5}\right)^3+3\times\left(\frac{3}{5}\right)^1\times\left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$P(X\le 1)=\frac{8}{125}+\frac{36}{125}+\frac{44}{125}$$

الجواب الصحيح: D

--======================================

20 - تقضي لعبة إلقاء حجر نرد مثالي بربح ليرتين إذا أظهر الرقم(3) وبربح ليرة واحدة إذا أظهر الرقم(5) وبخسارة ليرة واحدة في الحالات الأخرى.

التوقع الرياضي للمتحول العشوائي الموافق لهذه اللعبة يساوي:

$\frac{1}{2}$	E	$\frac{-1}{3}$	D	$\frac{-1}{6}$	C	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{6}$	A

الحل:

مجموعة قيم المتحول العشوائي : $X(\Omega)=\{-1,1,2\}$

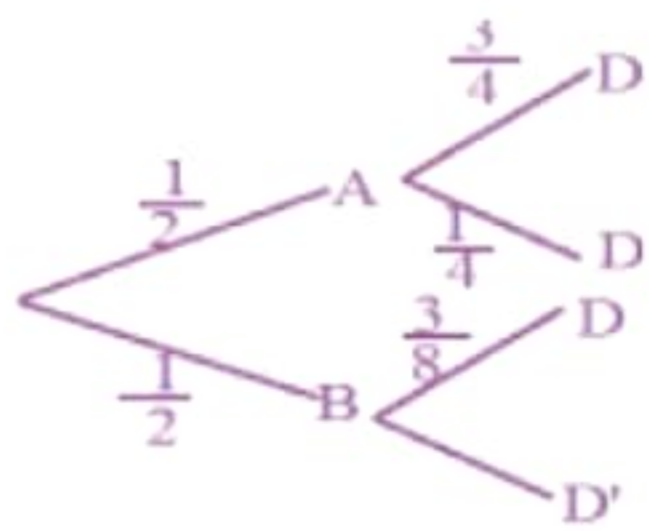
x_i	1	2	-1
P(X = x_i)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$

p(x=2) = p(3) = $\frac{1}{6}$

p(x=1) = p(5) = $\frac{1}{6}$

p(x=-1) = p(1,2,3,4,6) = $\frac{4}{6}$

21 - استنادا الى التمثيل الشجري في الشكل المجاور :



قيمة p (D') تساوي :

$\frac{3}{16}$	E	$\frac{7}{16}$	D	$\frac{15}{16}$	C	$\frac{1}{8}$	B	$\frac{5}{16}$	A

الحل : لدينا :

$$p(D'|B)=\frac{5}{8}\rightarrow p(D')=p(D'\cap A)+p(D'\cap B)\rightarrow=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{5}{8}\rightarrow p(D')=\frac{7}{16}$$

22 – نملا عشوائيا كل خانة من الخانات الأربعة التالية

بأحد العددين +1 او -1 فان احتمال ان يكون المجموع يساوي 2 يساوي :

$\frac{1}{3}$	E	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{1}{4}$	C	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{2}{3}$	A

الحل : **بفرض A الحدث أن يكون المجموع مساوياً 2ويكون ذلك إذا كانت ثالث خانات مملوءة بالعدد +1وخانة واحدة بالعدد –1**

$$=\frac{4\times1}{16}=\frac{1}{4}p(A)=\frac{\binom{4}{3}\binom{1}{1}}{2^4}$$

الجواب الصحيح c

23 – تكرار 10 مرات تجربة رمي قطعتي نقود متوازنتين الحدث A الحصول ثلاث مرات على وجهين h فان
احتمال الحدث Aيساوي:

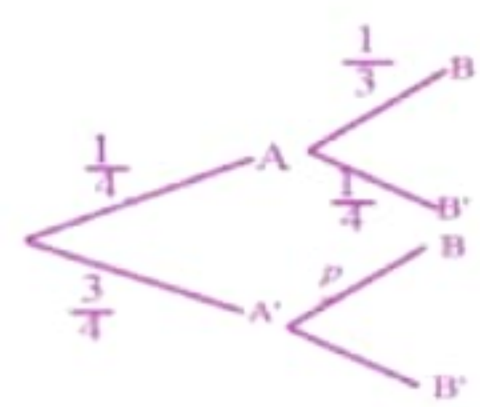
$\frac{15}{100}$	E	$\frac{25}{100}$	D	$\frac{50}{100}$	C	$\frac{10}{100}$	B	$\frac{30}{100}$	A

الحل : التجربة برنولية حيث:

$$N=10\ ,\ p=\frac{1}{4}\ ,\ q=\frac{3}{4}\rightarrow p(A)=P(x=3)=\binom{10}{3}p^3q^7=\frac{10\times9\times8}{3\times2}\left(\frac{1}{4}\right)^3\times\left(\frac{3}{4}\right)^7\rightarrow p(A)=\frac{25}{100}$$

الجواب الصحيح D

24 – A , Bحدثين مرتبطين بتجربة عشوائية ممثلة بالمخطط الشجري :



ان قيمة P التي تجعل A و B مستقلان تساوي:

$\frac{4}{9}$	E	$\frac{1}{4}$	D	$\frac{3}{4}$	C	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	A

الحل : شرط الاستقلال الاحتمالي :

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)\ \rightarrow(\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}\times(\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{4}p)$$

نضرب بـ *48*

4 = 1 +9p

$P = \frac{1}{3}$

24 -تجربة برنولية فيها E(X)=1 و V(X)=2\3 بالتالي فان n عدد مرات تكرار التجربة يساوي :

N=2 -A	N=3 -B	N=4 -C	N=5 -D	N=6 -E

الحل: $\frac{V(X)}{E(X)} = 1 - P \leftrightarrow \begin{cases} E(x) = n.p \\ V(x) = n.p.q \end{cases}$

⟶1-p=2\3 ⟶p=1\3

N=3

الجواب الصحيح هو B

25 -صندوق يحتوي n كرة حمراء و 4 كرات بيضاء وكرة سوداء واحدة ، نسحب عشوائيا وفي ان معا كرتين من الصندوق ، فاذا علمت ان احتمال ظهور كرتين بيضاويين يساوي 2\15، فان قيمة العدد n تساوي :

2 -A	10 -B	7 -C	4 -D	5 -E

الحل :

$$\frac{2}{15} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{n+5}{2}}$$

$$2\binom{n+5}{2} = 15\binom{4}{2}$$

$$2 \times \frac{(n+5)(n+4)}{2 \times 1} = 15 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$n^2 + 9n + 20 = 90$$

$$n^2 + 9n - 70 = 0$$

$$(n + 14)(n - 5) = 0$$

اما مقبول n=5 او مرفوض n=-14

الجواب الصحيح E

1. أي من الحالات الآتية لا تقع في مستو واحد

أ- ثلاث نقط على استقامة واحدة
ب- مستقيمان متقاطعان
ج- مستقيمان متخالفان
د- مستقيمان متوازيان

2. في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ونفترض أن $\vec{u}+\vec{v}$ و $\vec{u} - \vec{v}$ متعامدين ومنه نستنتج:

أ- الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما المركبات ذاتها
ب- الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا
ج- الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدين
د- الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما الطول نفسه

3. الجداء السلمي للشماعين الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ المرتبطين خطيا وبجهة واحدة :

أ- $\vec{u}\vec{v} = -\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|$
ب- $\vec{u}\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|$
ج- $\vec{u}\vec{v} = 0$
د- $\vec{u}\vec{v} \neq \vec{v}\vec{u}$

4. الاسطوانة التي محورها $(O, \vec{k})$ ونصف قطرها R=5 ومركزي قاعدتيها A(0,0,6) و B(0,0,2)

أ- $y^2+x^2=25$; $2\le z\le 5$ ب- أ-$y^2+x^2=25$; $2\le z\le 6$

أ- $y^2+x^2=25$; $2\le z\le 5$ ب- أ-$y^2+x^2=25$; $2\le z\le 6$

5. قيمة العدد الحقيقي x التي تجعل الاشعة $\vec{w}(3,0,4)$ و $\vec{v}=(-1,-2,0)$ و $\vec{u}(4,x,4)$ مرتبطة خطيا:

أ- $x=0$ ب- $x=1$ ج- $x=2$ د- $x=3$

7 في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-4=0$$

مجموعة النقط M تمثل كرة S عين احداثيات مركزها Ω و طول نصف قطرها R

أ- $R=\sqrt{14}$ و $\Omega(1,3,-1)$ ب- $R=\sqrt{14}$ و $\Omega(1,-3,-1)$

ج- $R=\sqrt{14}$ و $\Omega(1,-3,-1)$ د- $R=\sqrt{14}$ و $\Omega(1,-3,0)$

8. بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,1) (B, -1) (C,2) عندئذ المستقيمان (AB) و (CG)

أ- متوازيان ب- متقاطعان ج- متعامدان د- متخالفان

9- في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطتين $A=(2,-5,1)$ و $B(0,2,6)$ والمستقيم d شعاع توجيهه $\vec{u}=-4\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$ عندئذ المستقيمان (AB) و d

أ- متوازيان ب- متقاطعان ج- متعامدان د- متخالفان

10. **نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ المستويان المتقاطعان**

$$p: 2x-y+22-2=0$$

$$Q: x+y+z-1=0$$

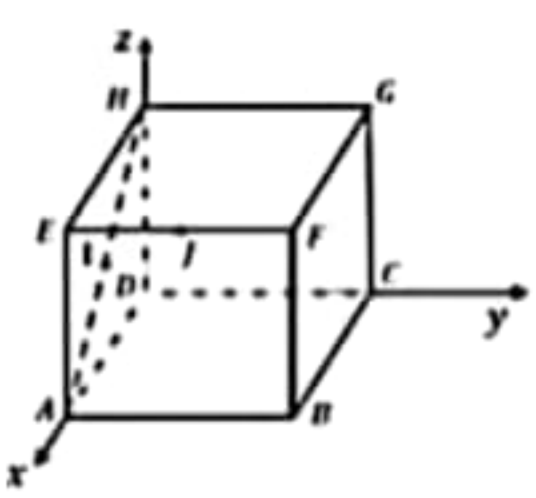
التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ الفصل المشترك للمستويان المتقاطعان P, Q , t ∈ R

أ- $B=\begin{cases}x=-t+1\\ y=3\\ z=t\end{cases}$ ب- $B=\begin{cases}x=-t+1\\ y=2\\ z=t\end{cases}$ ج- $B=\begin{cases}x=-t+1\\ y=1\\ z=t\end{cases}$ د- $B=\begin{cases}x=-t+1\\ y=0\\ z=t\end{cases}$

11. نجد جانبا مكعب ABCDEFGH

حيث I منتصف [AH] و J منتصف [EF]

موقع النقطة L التي تحقق $\overrightarrow{CL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$



أ- L تنطبق على أحد رؤوس المكعب ب-L تنطبق على مبدأ الاحداثيات

ج-L تنطبق على J د-L تنطبق على I

12 b,a عددين حقيقين يحققان المساواة $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$ حيث : $\vec{w}(1,2,-2)$ و $\vec{v}(2,0,-2)$ و $\vec{u}(-1,2,2)$

أ- a=1 و b=2 ب- a=1 و b=1 ج- a=1 و b = 0 د- لا يمكن تعيين a و b

13. معادلة للمخروط الذي رأسه O وقاعدته مركزها النقطة H(0,0,2) ونصف قطرها 2

أ- $x^2+y^2-z^2=0\ ,\ 0\le z\le 4$ ب- $z^2+y^2-x^2=0\ ,\ 0\le z\le 2$

ج- $x^2+y^2-z^2=0\ ,\ 0\le z\le 2$ د- أ- $x^2+z^2-y^2=0\ ,\ 0\le z\le 2$

14. في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقطتين D(0,0,0) و F(2,2,2)
معادلة الكرة S التي مركزها النقطة Ω منتصف القطعة المستقيمة [DF] وتمر بالنقطة D

أ- $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\sqrt{3}$ ب- $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$

ج- $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$ د- $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$

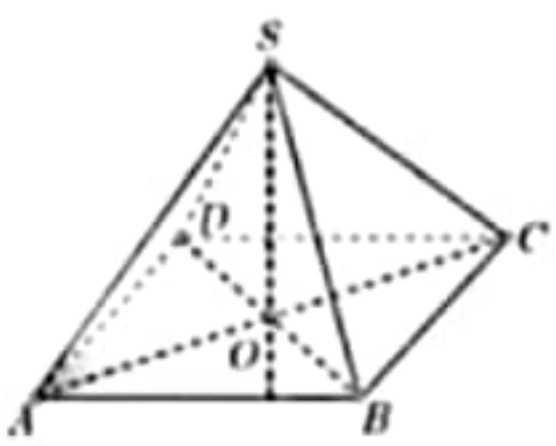
15. و يجعلان النقط $N(2,b,a)$ و $I(1,0,1)$ و $J(2,1,2)$ على استقامة واحدة

أ- a=1 و b=1 ب- a=3 و b=2 ج- a=0 و b=0 د- a=1 و 20

16. الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا وبجهتين متعاكستين عندئذ $\cos(\vec{u},\vec{v})$ تساوي:

أ- 0 ب- 1 ج- -1 د- ½

17. نتأمل هرما S- ABCD قاعدته مربع ورأسه S
وطول كل حرف من حروفه وأضلاع قاعدته 4



ناتج الجداء $\overrightarrow{SO}\cdot\overrightarrow{AC}$ هو

أ- 8 ب- 0 ج- 16 د- $4\sqrt{2}$

18. نعرف G مركز الابعد المتناسبة للنقاط (A,1) و (B,3) و (C,1) و (D,2)
المجموعة المكونة من النقاط M التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=14$ هي:

أ- كرة مركزها G طول نصف قطرها 14 ب- كرة مركزهاM طول نصف قطرها 2

ج- مستوي يحوي القطعة المستقيمة |AB| د- كرة مركزها G طول نصف قطرها 2

19. في معلم للفراغ $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقط $A=(1,3,-1)$ و$B(3,6,-2)$ و و$C(0,4,0)$ المثلث ABC هو مثلث:

أ- قائم في A ب- قائم في B ج- قائم في C د- قائم ومتساوي الساقين

20. في معلم للفراغ $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقط $A=(1,3,-1)$ و$B(3,6,-2)$ و و$C(0,4,0)$
k النقطة التي تجعل الرباعيABCK متوازي أضلاع، إحداثيات النقطة K هي

أ- $K(-2,1,-1)$ ب- $K(-2,1,3)$ ج- $K(-2,1,1)$ د- $K(-2,1,3)$

21. في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطتين و في الفراغ و مجموعة النقط من الفرغ التي تحقق هي

أ- كرة مركزها A وتمر بالنقطة B ب- مثلث قائم في ABM

ج- مستوي محوري للقطعة المستقيمة |AB| د- كرة قطرها |AB|

22. لدينا التمثيل الوسيطي لنصف المستقيم $t\in[0,+\infty[$ $\begin{cases}x=t\\y=-t-1\\z=t+1\end{cases}$ (AB)

أي النقط الآتية تنتمي ل (AB)

أ- A(0,-1,1) ب-(B(2,1,0 ج-(C(-1,0,0 د-(C(-1,0,2

23. $P: 2x + 3y - z - 8 = 0 \quad d \begin{cases} x = s + 1 \\ y = 2s + 1 \\ z = 8s - 3 \end{cases} \quad S \in R$

الوضع النسبي بين المستقيمd والمستوي P هو

أ- المستقيم يقطع المستوي   ب- المستقيم يوازي المستوي

ج- المستقيم محتوى في المستوي   د- المستقيم والمستوي متخالفان

24. **في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ ليكن المستقيمان**

$$d \begin{cases} x = s + 1 \\ y = 2s + 1 \\ z = 8s - 3 \end{cases} \in R \quad \text{و} \quad d \begin{cases} x = s + 1 \\ y = 2s + 1 \\ z = 8s - 3 \end{cases} \in R$$

الوضع النسبي للمستقيمين هو:

أ- متقاطعان   ب- متخالفان   ج- متوازيان وغير منطبقين   د- منطبقين

25. **في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ في الفراغ المنسوب للمعلم المتجانس**
وليكن Q المستوي الذي معادلته $x - y + 2z + 4 = 0$
النقطة C هي مسقط النقطة A(1,1,1) على المستوي Q

أ- C(0,0,-2)   ب- C(-4,0,0)   ج-C(1,-1,1)   د-C(0,2,-1)

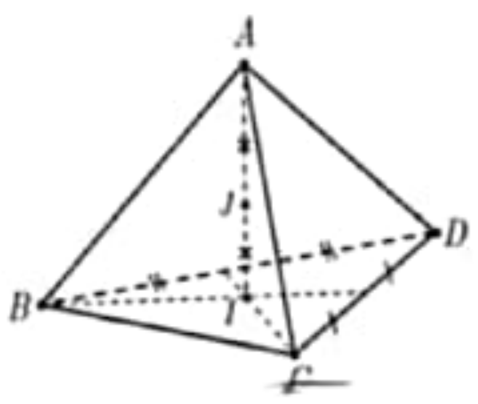
26. **في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ لدينا المستوي الذي معادلته $P: -x + 2y + 2z + 1 = 0$**

يقطع الكرة $s: (x + 1)^2 + (3 + 3)^2 + \left(z + 4^2\right) = 25$ بدائرة نصف قطرها r

أ- r=3   ب-r=4   ج-r=5   د-r=6

27. **نجد جانبا رباعي وجوه منتظم طول ضلعه 4 حيث مركز ثقل المثلث و منتصف**

لتكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقط



$$(D, 1)(C, 1)(B, 1)(A, 3)$$

المجموعة المكونة من النقاط M التي تحقق

$$\left\| 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD} - 1^{2\overrightarrow{MC}} \right\| = \left\| 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} \right\|$$

أ- كرة مركزها J طول نصف قطرها 3   ب- كرة مركزها I طول نصف قطرها 6

ج- مستوي يحوي القطعة المستقيمة [IJ]   د- كرة مركزها I طول نصف قطرها 3

28. **في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ لدينا و $\vec{v} = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $\vec{u}\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$ بحساب قياس الزاوية $(\vec{u}, \vec{v})$**

أ- $\frac{\pi}{3}$ ب- $\frac{\pi}{6}$ ج- $\frac{\pi}{4}$ د- 0

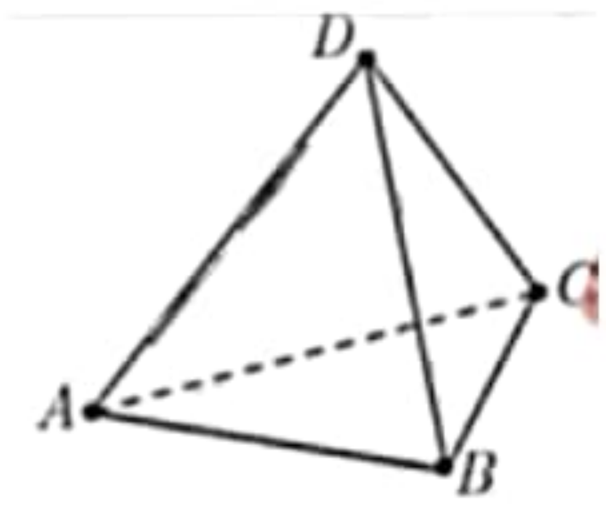
29- **في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ لدينا نقطتان $A = (2, -1, 2)$ و$B(-2, 1, -2)$ نقرن بكل نقطة $M(x, y, z)$**
من الفراغ المقدار $f(M) = MA^2 + MB^2$

مجموعة النقاط الي تحقق $f(M) = 18$ هي

أ- كرة   ب- نقطة وحيدة   ج- مجموعة خالية من النقط   د- مستوي محوري

30 . رباعي وجوه منتظم طول كل حروفه 4

ناتج جداء هو $\overrightarrow{\mathbf{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{CD}}$



أ- 8 　　 ب- 0 　　 ج- 16 　　 د- -
16

-اختر الاجابة و الصحيحة

1. في معلم متجانس $(0,i,j,k)$ $\cos(ABC)$ $A(2,2,0)$, $B(3,2,-1)$, $C(3,2,1)$:
عندئذ $\cos(ABC) =$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

2. عدد أقطار مضلع محدب عدد رؤوسه 14 هو :

A.60 B.66 C.70 D.77

3.مجموعة نقاط المستوي العقدي $M(z)$ التي تحقق $Im(z) = -3$ تمثل

A. مستقيم افقي B. مستقيم شاقولي C . مستقيم مائل D. دائرة

4.ليكن z عدد عقدي ما فاذا علمت $\arg(z) = \frac{\pi}{3}$ عندئذ $\arg = (\frac{\bar{z}}{z^2})$

0.A $\frac{-2\pi}{3}$. B $-\pi$.C 2π.D

5. صندوق يحوي 5 بطاقات مرقمة 1, 1, 2, 2-, 2-. نسحب بطاقتين على التتالي دون

إعادة. إن احتمال ان يكون مجموع الكرتين المسحوبتين يساوي صفر هو :

$\frac{1}{10}$.A $\frac{2}{10}$ .B $\frac{3}{10}$ .C $\frac{2}{20}$ .D

6.لتكن النقطتان M و 'M اللتان تمثلها الأعداد العقدية z و 'z بالترتيب . إذا علمت

أن 'M هي صورة M وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل وأن $z + z' = 6$ عندئذ $Re(z)$ تساوي:

0 .A 3 .B 6 . C -3 .D

7.في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن α عدد حقيقي ولتكن الإسطوانة

المعطاة بالشكل $x^2 + y^2 = a$, $0 \le y \le 5$ إذا علمت أن النقطة$(1, \sqrt{5}, 2)$ تنتمي

لهذه الأسطوانة عندئذ نصف قطر قاعدة الأسطوانة يساوي

9 .A 6 .B 5 . C 3 .D

8.في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

ليكن t عدد حقيقي و K مخروط معادلته

$x^2 + y^2 - 25z = 0$ مع $0 \le z \le 5$

اذا علمت أن النقطة (2,0,5) تنتمي للمخروط السابق عندئذ نصف قطر قاعدة المخروط هو :

5 .A 4 .B 3 . C 2 .D

9.رباعي وجوه منتظم طول ضلعه = 2 وحجمه $\sqrt{3}$ عندئذ طول ارتفاعه يساوي :

2.A 3 .B 4 . C $\sqrt{2}$ .D

10.في الفراغ المنسوب لمعلم متجانس$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن a , b عددين حقيقين و ليكن المستويين

$P: ax - y + z + 4 = 0$ و $Q: bx + 2y + z - 5 = 0$ و لهما d

موجه بالشعاع $\vec{u}$ (-1,1,2) عندئذ قيمة كب من a,b هي

a=1 ,b=4.A a=-1 ,b=4 .B a=1 ,b=-4 . C a=-1 ,b=-4 .D

11.ليكن العدد العقدي 'z الممثل الصورة M(Z) وفق التحاكي المعطى بالعلاقة z' = 3Z + 4i

إذا علمت ان نسبة هذا التحاكي = 3 عندئذ مركزه يمثله العدد العقدي

$2i$ .A $-4i$ .B $-2i$ .C $4i$ .D

12. صندوق يحوي كرتين متماثلتين واحدة بيضاء والثانية خضراء نسحب منه كرة نسجل لونها ثم نعيدها الى الصندوق ونضاعف عدد الكرات من لونها ثم بعد ذلك نسحب كرتين في آن معاً من الصندوق عندئذ احتمال الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين هو :

$\frac{1}{3}$ .A $\frac{2}{3}$ .B $\frac{1}{2}$ .C $\frac{2}{5}$ .D

13.مجموعة نقاط المستوي العقدي M (z) التي تحقق $\arg(z) = \frac{\pi}{5}$ تمثل:

A. نصف مستقيم مائل   B. مستقيم مائل   C . دائرة   D. مستقيم شاقولي

14. نختزل المقدار $\frac{3n!-(3n-1)!}{3\,(n!)-(n-1)!}$ فنجد أنه يساوي

$P^{n}3n-1$ .A P^{2n-1}_{3n-1} .B $\frac{3n}{(n-1)!}$ .C P^{2n}_{3n-1} .D

15.ليكن العدد العقدي $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ عندئذ قيمة المقدار $\left(\frac{z}{2}\right)^{12}$

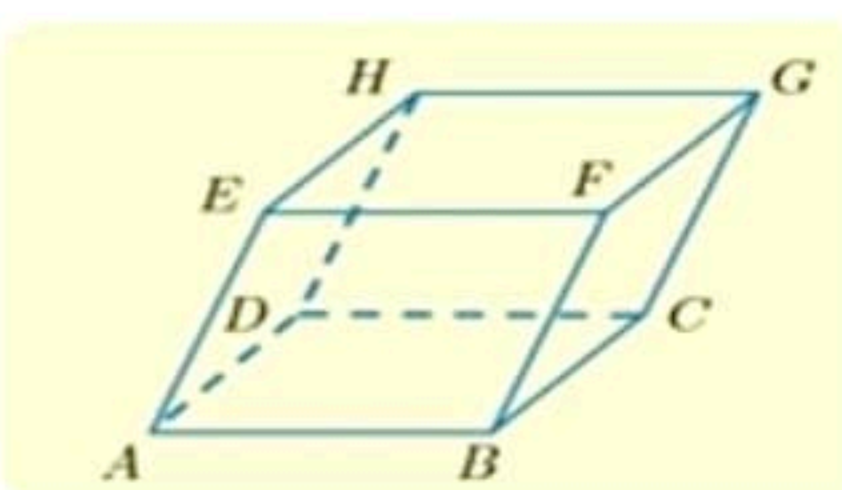
-1 .A   +1 .B   12 . C   20 .D

16. إن حل المعادلة الآتية $2iz + \bar{z} = 2 + i$ في مجموعة الأعداد العقدية بالمجهول z :

-1 .A $-1+i$ .B $-i$. C $-1+2i$ .D

17. ليكن $\vec{u}, \vec{v}$ شعاعين موجهين لمستوي P و $\vec{w}, \vec{t}$ شعاعين موجهين لمستوي Q

A. متوازيين   B. متقاطعين وغير متعامدين   C . متعامدين   D. لا يمكن معرفة الوضع النسبي لهما



18. في الشكل المجاور متوازي سطوح ولتكن M نقطة تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC}$$

عندئذ M تنطبق على :

G .A   H .B   E . C   D .D

19.في الفراغ المنسوب منسوب الى معلم المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن الأشعة

$\vec{u}(2, 1, -1)$, $\vec{v}(t, 0, 2)$, $\vec{w}(3, 1, 1)$ عندئذ قيمة t التي تجعل الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً هي:

-1 .A   0.B   1 . C   2 .D

20. إن قيمة m التي تجعل المستقيم d يوازي المستوي p ولا يتقاطع معه بأية نقطة فيمايلي:

$$d \left\{ \begin{array}{l} x = mt + 1 \\ y = 2t - 1 \; ; \; t \in R \\ z = 2 \end{array} \right.$$

و $p : x - y + 3z - 1 = 0$: هي

-2 .A   -1.B   3 . C   2 D

21. الجدول التالي يمثل القانون الاحتمالي لمتحول عشوائي X

x	a	b	c
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

إذا علمت أن cو b و a هي حدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها2 وأن

$E(X)=0$ عندئذ قيمة كل من cو b و a هي:

A. $a=2$, $b=4$ $c=6$

B. $a=-2$, $b=0$ $c=2$

C. $a=-1$, $b=1$ $c=3$

D. $a=-3$, $b=1$ $c=3$

22. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

لتكن النقاط $A(1,2,-3)$,$B(-1,3,3)$, $C(4,-1,2)$

عندئذ احداثيات النقطة D التي تجعل الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع هي:

A. $(-6,2,4)$ B. $(6,2,-4)$ C. $(6,-2,4)$ D. $(6,-2,-4)$

23. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

لتكن النقاط $A(3,0,-1)$,$B(-2,3,2)$ و C نظيرة B بالنسبة لمبدأ الإحداثيات

عندئذ احداثيات M مركز ثقل المثلث ABC هي:

A. $(-1,2,-2)$ B. $(3,3,2)$

C. $(1,0,\frac{-1}{3})$ D. $(1,0,\frac{-1}{2})$

24. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ $A(2,1,t)$ و $B(-4,-1,1)$

بحيث $t\in R$ إذا علمت معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ بالشكل

$-3x-y-2z+3=0$ عندئذ قيمة t هي

A. 5 B. 3 C. 2 D. 1

25. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ليكن d مستقيم كل نقطة K من نقاطه لها إحداثيات من الشكل $K(1,2,z)$ ولتكن $M(2,3,1)$ نقطة خارج هذا المستقيم عندئذ بعد M عن المستقيم d هو:

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

26. لتكن النقطتين $M(\sqrt{3}-3i)$, $N(\sqrt{3}+3i)$ وليكن R الدوران الذي مركزه

المبدأ O ويحقق $R(M)=N$ عندئذ قياس الزاوية $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON})$ يساوي

A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{-2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{-\pi}{6}$

27. X متحول عشوائي يخضع لتجربة برنولية $B\ (n\ ,P)$ إذا علمت أن

$E(X) = 2\ \ ,\ V(X) = \frac{4}{3}$ عندئذ قيمة n تساوي:

A. 3   B.4   C. 5   D. 6

28. يُعطى العدد العقدي $z = e^{i\frac{\pi}{4}} - \sqrt{3}e^{i\frac{9\pi}{4}}$

بالشكل الأسي كمايلي:

A. $(\sqrt{3}-1)e^{i\frac{\pi}{4}}$ B. $(\sqrt{3}-1)e^{i\frac{(-3\pi)}{4}}$

C. $(1-\sqrt{3})e^{i\frac{(\pi)}{4}}$ D. $(\sqrt{3}-1)\ e^{i\frac{(-\pi)}{4}}$

29.

المستقيم ليكن $\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3t;\ t \in R \\ z = t + 1 \end{cases}$ d ولتكن النقطة

$A(0,\ 1,\ 2)$ لا تنتمي الي d

عندئذ

معادلة المستويp المار ب A ويحوي d هي:

A. $2x - 3y + 7z - 11 = 0$ B. $x - 3y + 7z + 11 = 0$

C. $2x + y - 5z + 9 = 0$ D. $2x - 3y + z + 2 = 0$

30. يُكتب العدد العقدي $z = -2\ (\sin\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{\pi}{5})$ بالشكل الأسي:

A. $2e^{\frac{4\pi i}{4}}$ B. $2e^{\frac{-7\pi i}{10}}$ C. $2e^{i\pi}$ D. $2e^{\frac{-\pi}{5}i}$

31. $B=(\cos x+\frac{1}{\cos x})^9$ بحيث $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ إن قيمة x التي تجعل $T4 = 63$ هي

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{23}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

32. لتكن المجموعة$S = \{0,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ ان عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث منازل مختلفة ومأخوذة من s وكل منها مضاعف ل 5 :

A. 20   B. 21   C. 22   D. 23

33. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن s كرة :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 15 = 0$$

إذا علمت أن AB وكانت الكرة هذه في قطر $A(1,\ 2,\ 0)$ احداثيات عندئذ B هي

A. $B(-1,-1,-1)$ B. $B(-1\ ,\ 8\ ,\ 0\ )$

C. $B(1,\ 1,\ 1)$ D. $B(1\ ,-8\ ,\ 0\ )$

34. الحب المشترك ل جملة المعادلتين

$-z - z' = -2\ -i$

$$-3z - \acute{z} = -2 + 5i$$

$z = -i\ ,\ z' = 3 - 2i$.B $\qquad z = -i\ ,\ \acute{z} = 2 + 2i$ .A

$z = -i\ ,\ z' = -2i$ .D $\qquad z = -i\ ,\ \acute{z} = 2 - 2i$. C

35.مثمن منتظم نصل بين ثلاث رؤوس منه لنحصل على مثلث فكم مثلث قائم يمكن الحصول عليه بهذه الطريقة

30. D $\qquad$ 24 . C $\qquad$ 22.B $\qquad$ 20 .A

36.في المستوي العقدي اذا علمت $z_{\overline{LN}} = iz_{\overline{LN}}$ عندئذ المثلث LNT

B. قائم L في ومتساوي الساقين $\qquad$ A . متساوي الأضلاع

D. قائم في N و متساوي الساقين $\qquad$ C.قائم في.T

37. بالاستفادة من المنشور $(1+x)^n$ نجد ان المجموع

$S=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}.....+\binom{n}{n}$

2n. D $\qquad 2^{n-1}$. C $\qquad 3^n$.B $\qquad 2^n$ .A

38. في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن المستويات:

$$Q: 2x - y + 3z = 2\ ,\ P: x + 2y + z = 1$$

$w: 3x - 4y + az = 3$ إن قيمة a التي تجعل المستويات الثلاثة متقاطعة بفصل مشترك

$a = 4$. D $\qquad a = 5$. C $\qquad a = 3$.B $\qquad a = 2$ .A

39.$ABCD$ رباعي وجوه I مركز الأبعاد المتناسبة ل$(B,-1)$, $(A,-1)$ و J مركز الأبعاد المتناسبة ل $(D,1)$, $(C,-3)$ وليكن G مركز الأبعاد المتناسبة ل$(B,-1)$, $(A,-1)$ و $(C,-3)$, $(D,1)$ عندئذٍ:

$\overrightarrow{IG} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{IJ}$. D $\qquad \overrightarrow{IG} = \frac{-1}{4}\overrightarrow{IJ}$. C $\qquad \overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$.B $\qquad \overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IJ}$.A

40.إن مجموعة قيم العدد الطبيعي n الذي يحقق$p_n^3 = 4\binom{n}{2}$:

$\{1, 3\}$. D $\qquad \{4\}$. C $\qquad \{1, 4\}$.B $\qquad \{3\}$ .A

حلول مقترحة

1. $\overrightarrow{BA}(-1,0,1), \overrightarrow{BC}(0,0,2)$

$$\cos(ABC) = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{||\overrightarrow{BA}||.||\overrightarrow{BC}||}$$

$$= \frac{0+0+2}{\sqrt{2}.\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A

.2

$\binom{14}{2}$-14=$\frac{14\times13}{2}$-14

=91-14=77

D

.3

Z=n+iy

y=-3 مستقيم افقي

A

.4

arg $(\bar{z})$ =(z^2)

=-arg(z)-arg(z)

=$-\frac{\pi}{3}-2\frac{\pi}{3}=-\pi$

C

.5

$$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times2+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\times2=\frac{2+1}{10}=\frac{3}{10}$$

C

6.

بفرض ان Z=x+iy

Z'=x-iy

x=iy+x-iy=6⇔ 2x=6

x=3

B

.7

نعوض

A(2,√5,1)

4+5=a⇔a=9

r=$\sqrt{9}=3$

D

.8

نعوض

T(2,0,5)

4+0-$\frac{t}{25}(25) = 0$

T=4 =>r=$\sqrt{4} = 2$

D

.9

V=$\frac{1}{3}Sh$

$\sqrt{3} = \frac{1}{10}\ \frac{4\sqrt{3}}{4}.h$⇔ 1=$\frac{h}{3} = h = 3$

B

.10

$\overrightarrow{np}$ (a,-1,1)

$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{np}$ = 0 = -a-1+2=0

-a+1=0

⇔

a=1

$\overrightarrow{nq}$ (b,2,1)

$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{np}$= 0 = -b+2+2=0

b=4

A

.11

Z'-w=3(2-w)

Z'=3Z-3w+w

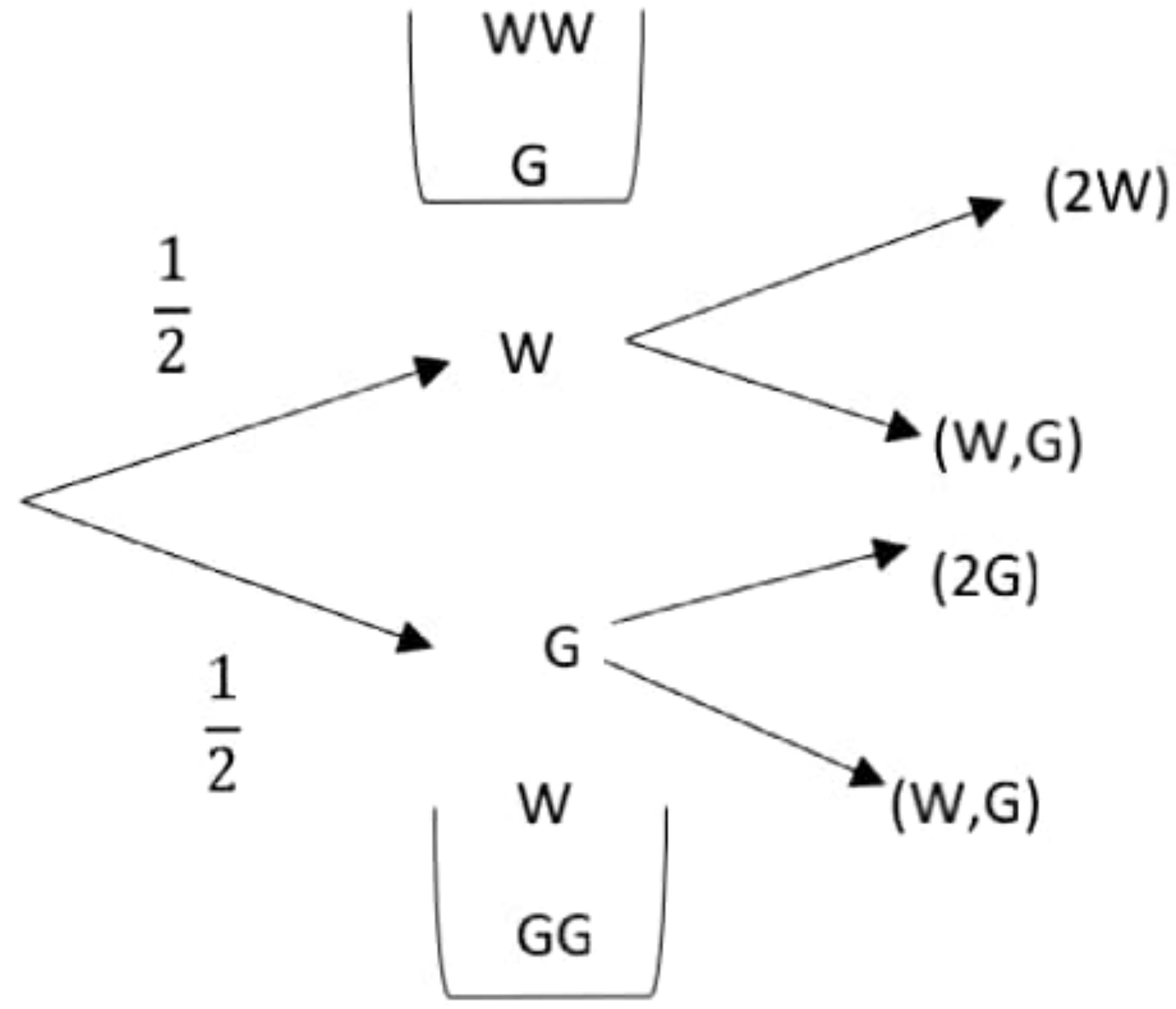
Z'=3Z-2w

بالمطابقة

-2w = -4i ⇔ w=-2i

C

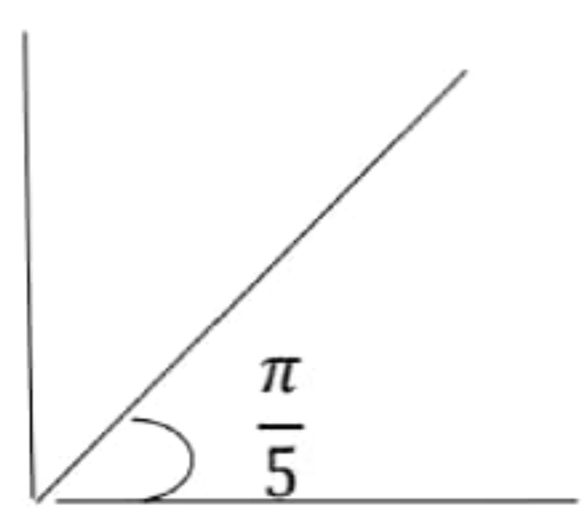
.12



- $P=\frac{1}{2}.\frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{3}{2}}+\frac{1}{2}\frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{3}{2}}$

$=\frac{2}{3}$

B



.13

نصف مستقيم مائل

A

.14

$$\frac{3n(n-1)!-(3n-1)!}{3n\ (n-1)(n-1)!}$$

$$=\frac{(3n-1)!\ (3n-1)}{(n-1)!\ (3n-1)}$$

$$=\frac{(3n-1)!}{(n-1)!}$$

$$=p_{3n-1}^{2n}$$

.14

$Z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

$r=\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}/\ \ \sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$Z = 2\, e^{3i\pi}$

$\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2}\right) = e^{3i\pi} = -1$

A

.16

$2iZ + \overline{Z} = 2 + i \quad (1)$

بأخذ المرافق

$-2iZ + Z = 2 - i \quad (2)$

من 1

$\overline{Z} = 2 + i - 2iZ$

نعوض في 2

$-2i(2 + i - 2iZ) + Z = 2 - i$

$-4i + \cancel{2} - 4Z + Z = \cancel{2} - i$

$-3Z = 3i \Rightarrow Z = -i$

C

.17

بالكتاب صفحة 19 شعاعيا

.18

$\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}$

$= \overrightarrow{FH}$

M تنطبيق على H

B

.19

$\overrightarrow{v} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$

$\begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 3b \\ a + b \\ -a + b \end{pmatrix}$

$2a + 3b = t \quad (1)$

$a + b = 0 \quad (2)$

$-a + b = 2 \quad (3)$

بجمع (2) و (3) :

$2b = 2 \rightarrow b = 1$

(2) نعوض في

$a = -1$

نعوض في a,bفي (1)

$-2 + 3 = t \rightarrow t = 1$

C

.20

نعوض المعادلات الوسيطية في علاقة

: P

$mt + 1 - 2t + 1 + 6 - 1 = 0$

$(m-2)t = -7$

حتى تكون المعادلة مستحيلة الكل

$m-2=0$

$m=2$

D

.21

$b=2+a,\ c=4+a$

$E(x) = \frac{a+8+ha+4+a}{6} = 0$

$6a + 12 = 0$

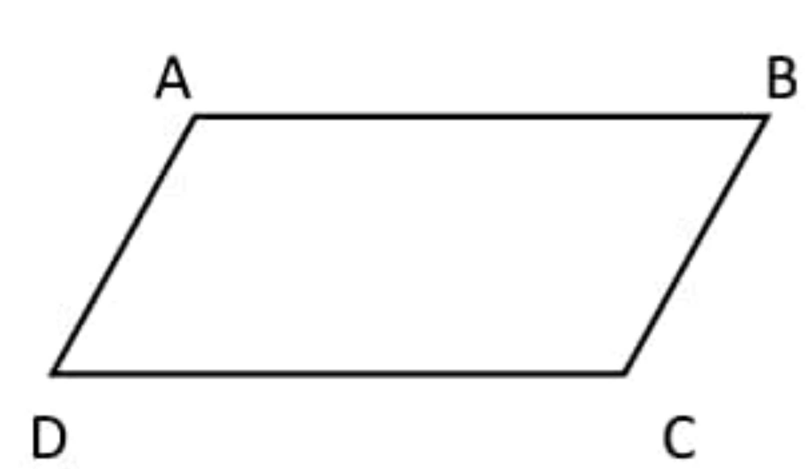
$\Leftrightarrow$

$a=-2$

$b=0,\ C=2$

B

.22



$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow$

$\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \\ z+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$x-1=5 \Leftrightarrow x=6$

$y-2=-4 \Leftrightarrow y=-1$

$z+3=-1 \Leftrightarrow z=-4$

D(6,-2,-4)

D

.23

C(2,-3,-2)

$M\left(\frac{-2+3+2}{3}, \frac{3+0-3}{3}, \frac{2-1-2}{3}\right)$

$M(1,0,\frac{1}{3})$

C

.24

N منتصف [AB]

$N(-1,0,\frac{t+1}{2})$

المستوى المحوي يمر بN

نعوض في N في المعادلة P

$3-2\frac{t+1}{2}+3=t=5$

.25

$MK^2 = 1+1+(Z-1)^2$

$= 2 + (Z-1)^2$

يكون البعد اصغر ما يمكن عندما

$Z-1=0$

$MK^2 = 2 \Leftrightarrow MK = \sqrt{2}$

B

26- $n = e^{i\theta} m \rightarrow \frac{n}{m} = e^{i\theta}$

$$\frac{\sqrt{3}+3i}{\sqrt{3}-3i} = e^{i\theta}$$
$$\frac{3+6\sqrt{3}i-9}{3+9} = e^{i\theta}$$
$$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i = e^{i\theta}$$
$$r = i, \cos\theta = -\frac{1}{2}$$
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

A

27- $v(x) = npq \rightarrow v_{(x)} = E(x)\cdot q \rightarrow q = \frac{v(x)}{E(x)} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$

$$p = \frac{1}{3} : z(x) = np \rightarrow 2 = \frac{1}{3}n \rightarrow n = 6$$

D

28- $\frac{9\pi}{4} - 2\pi = \frac{\pi}{4}$

$$z = e^{i\frac{\pi}{4}} - \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{4}} = \left(1-\sqrt{3}\right)e^{\frac{\pi}{4}i} = -\left(\sqrt{3}-1\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$$
$$z = \left(\sqrt{3}-1\right)e^{i\pi}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}} = \left(\sqrt{3}-1\right)e^{i\frac{5\pi}{4}} = \frac{5\pi}{4} - 2\pi = -\frac{3\pi}{4}$$

B

29- $\overrightarrow{u_d}(1,3,1), \overrightarrow{n_p}(a,b,C) d \ni B(-2,0,1)$

$\overrightarrow{n_p}\cdot\overrightarrow{u_d} = oc \rightarrow a + 3b + c = 0$

$\overrightarrow{n_p}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \rightarrow -2a - b - C = 0$

بالجمع بين العلاقتين السابقتين

$$-a + 2b = 0 \rightarrow a = 2b$$

بفرض b=1 تكون a=2 نعوض في العلاقة الأولى $2 + 3 + C = 0 \rightarrow C = -5$

$$\overrightarrow{n_p}(2,1,-5)$$
$$2x + y - 1 - 5(z-2) = 0$$

C- $2x + y - 5z + 9 = 0$

30- $z = -2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{9}\right)\right) = -2\left(\cos\frac{3\pi}{40} + \sin\frac{3\pi}{10}\right) = 2e^{i\pi}e^{i\frac{3\pi}{10}} = 2e^{-\frac{7\pi}{10}}$ **B**

31 - $T_4 = \binom{9}{4}\cos^5(x)\left(\frac{1}{\cos x}\right)^4 = \binom{9}{4}\cos(x)$

$\frac{9x8\ 7x6}{4x3x2x1}\cos(x) = 63$

$\cos(x) = \frac{1}{2}$ $x = \frac{\pi}{3}$ **A**

32- آحاد: 0 , 5

عشرات: 0 , 3, 4, 5 , 6

مئات: 3 , 4, 5, 6

حالة (1) : الصفر بمرتبة الآحاد

الآحاد ب 1 طريقة
المئات ب 4 طريقة
العشرات ب 3 طريقة
عدد الطرق 12 = 4 X 3
حالة (2): الصفر ليس بمرتبة الآحاد
الآحاد ب 1 طريقة
المئات ب 3 طريقة
العشرات ب 3 طريقة
عدد الطرق 9 = 3 X 3
9 + 12 = 21 **B**

33- $x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 6y + 9 - 9 + z^2 - 15 = 0$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 + (8)^2 = 25$$

مركز الكرة $(\mathbf{1}, -\mathbf{3}, \mathbf{0})$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{1 + x_B}{2}$$

$$x_B = 1$$

$$-3 = \frac{2 + y_B}{2} \Leftrightarrow y_B = -8$$

D- $B\ (1, -8, 0)$

34-

بجمع المعادلتين $\quad -4z = 4i \Leftrightarrow z = -i$

نعوض في 1 : $\quad i + z' = 2 - i \Leftrightarrow z' = 2 - i - i$

D- $z' = 2 - 2i$

35- فيه أربع أقطار تمر بمركز الدائرة، عدد المثلثات القائمة

C 4X6 =24

36- $\frac{z_{\overline{LN}}}{z_{\overline{LT}}} = i: \frac{LN}{LT} = 1 \Leftrightarrow LN = LT: \theta = \frac{\pi}{2}$

B- قائم في L ومتساوي الساقين

37- $(1+1)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n} : 2^n = \cdots$

B

38- P: ....
Q: ....
W: ....

نضرب 1 ب 2- ونجمع مع 2 $\leftarrow L_2$

نضرب 1 ب 3- ونجمع مع 3 $\leftarrow L_3$

$$x + 2y + z = 1$$

$$-5y + z = 0$$

$$-10y + (-3 + a)z = 0$$

$-2L_2 + L_3 \rightarrow L_3$

$(-2 -3 +a) Z =0$

$-5 +a = 0 \rightarrow a=5$

يمكن الحل بطريقة ثانية

39- حسب الخاصة التجميعية يكون G م.أ.م لـ (I,-2) و (J,-2)

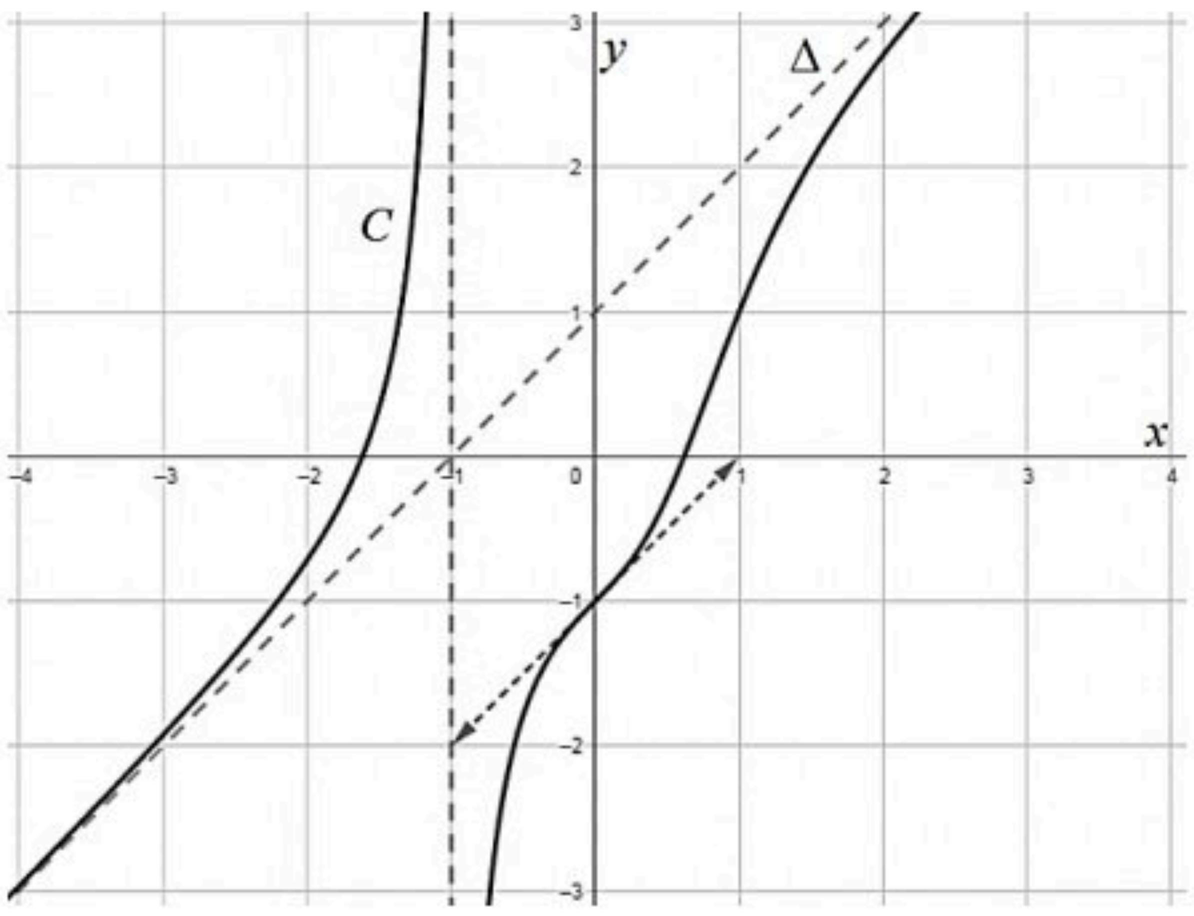
$$\overrightarrow{IG} = \frac{-2}{-4}\overrightarrow{IJ}$$

B- $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$

40- شرط الحل : $n \geq 3$ $(n \geq 2$ و$n \geq 3)$

$$\frac{4n(n-1)}{2} = n(n \cdot 1)(n-2)$$

$2 = n - 2 \rightarrow n = 4$ **C**



السؤال الأول : نتأمّل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

المستقيم Δ مقارب مائل للخط C . **المطلوب :**

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$.

2) أوجد $f(0)$ و $f'(0)$.

3) استنتج النهاية $\lim_{x\to0} \frac{f(x)+1}{x}$

4) اكتة معادلة انمستقيم انمقارب انمائم Δ .

5) استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to+\infty} (f(x)-x)$.

6) ماعدد حلول المعادلة $f(x)=m$ (حيث $m\in\mathbb{R}$) ؟

الحل :

1)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$$
$$\lim_{x\to(-1)^+} f(x)=-\infty \quad , \quad \lim_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$$

2)

$$f(0)=-1$$

نختار نقطتين من المماس : $A(0,-1)$, $B(1,0)$

$$f'(0)=m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{0-(-1)}{1-0}=1$$

3)

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)+1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=1$$

4) نختار نقطتين من المستقيم Δ : $C(0,1)$, $D(1,2)$

$$m_\Delta=\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{2-1}{1-0}=1$$
$$y-y_C=m(x-x_C)$$
$$y-1=(1)(x-0)$$
$$\boxed{\Delta:\ y=x+1}$$

5) معادلة المقارب المائل Δ من الشكل : $=ax+b$

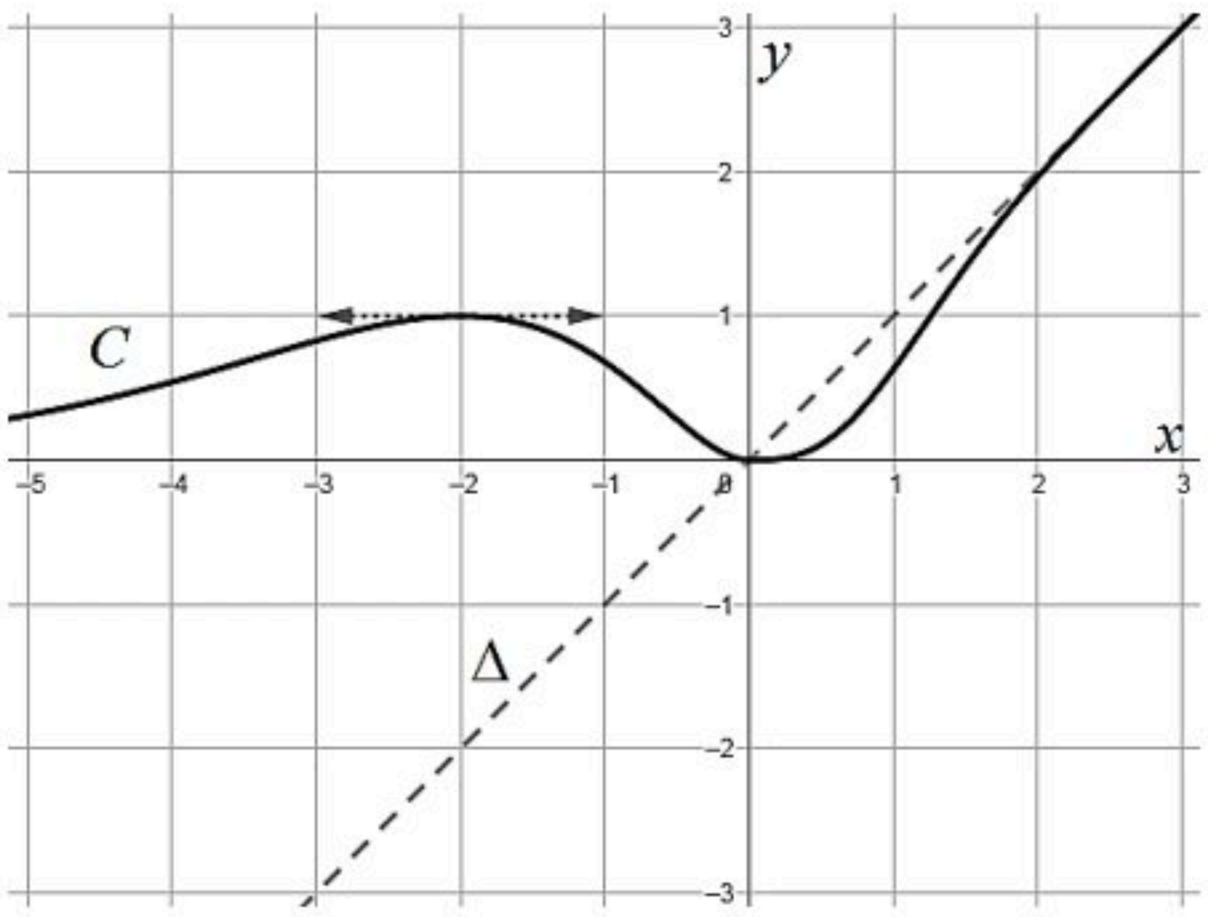
حيث $a=1$, $b=1$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b=1$$

بأسلوب مماثل استنتاج أنّ :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a=1$$

6) للمعادلة $f(x)=m$ حلانّ أياً كان العدد الحقيقي m .



السؤال الثاني : . نتأمّل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$

انمستقيم Δ مقارب مائم نهخط C في جار $+\infty$. **المطلوب :**

1) جذ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) دل عةً انقيم انحدّية نهتابع و تيّه وعها .

3) اكتب معادلة المستقيم المقارب المائل Δ .

4) استنتج النهاية $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

5) ناقش بحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

6) حل المتراجحة . $f'(x) \le 0$

الحل :

1)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

2)

$f(0) = 0$ قيمة حدية صغري . $1 =$ $f(-2)$ قيمة حدّية كبري .

3)

نختار نقطتين من المقارب : $A(0,0)$, $B(1,1)$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-0}{1-0} = 1$$

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$\boxed{\Delta:\ y = x}$$

4) $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = a = 1$ (ميل المقارب)

5)

$m \in]1, +\infty[\cup \{0\}$ للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد .

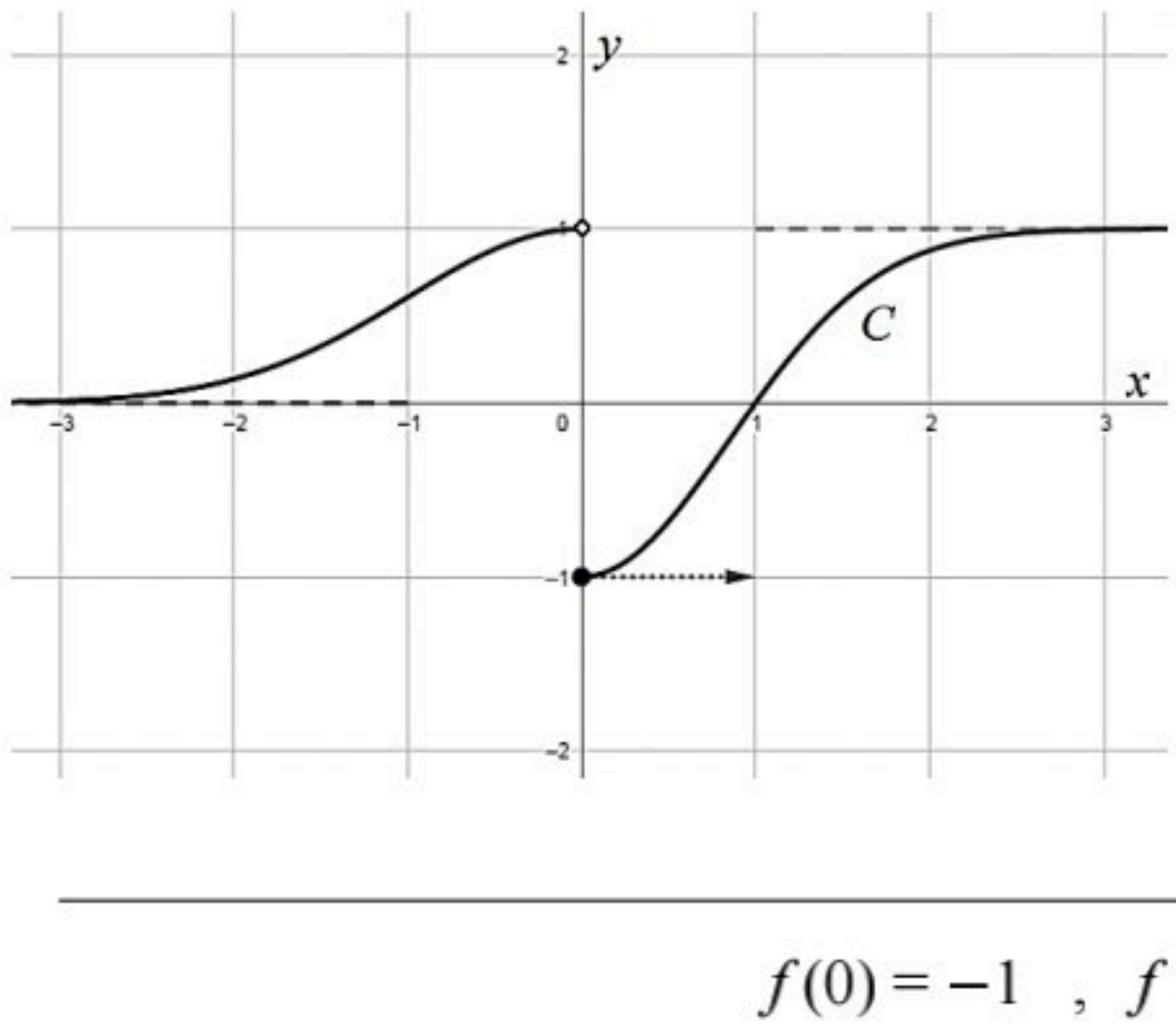
$m \in]0,1[$ للمعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول .

$m = 1$ للمعادلة $f(x) = m$ حلان.

6)

$f'(x) \le 0$: التابع f متناقص

$x \in [-2,0]$



السؤال الثالث : .

نتأمّل جانباً الخط البياني C نهتابع f انمعرّف عهٔ $\mathbb{R}$. **المطلوب :**

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(f(x))$.

2) هم f اشتقاقي عنذ $x = 0$ ؟

3) أوجد $f(0)$ ، $f'(0^+)$ و اكتب معادلة نصف المماس عند الصفر من اليمين.

4) ما حل المعادلة $f(x) = 0$ ؟

5) اذكر قيمة حدية للتابع وبين نوعها .

الحل :

1)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(f(x)) = f(0) = -1$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(f(x)) = f(1) = 0$$

2) التابع f غير مستمر عنذ $x = 0$ فهو غير اشتقاقي عنذ $x = 0$.

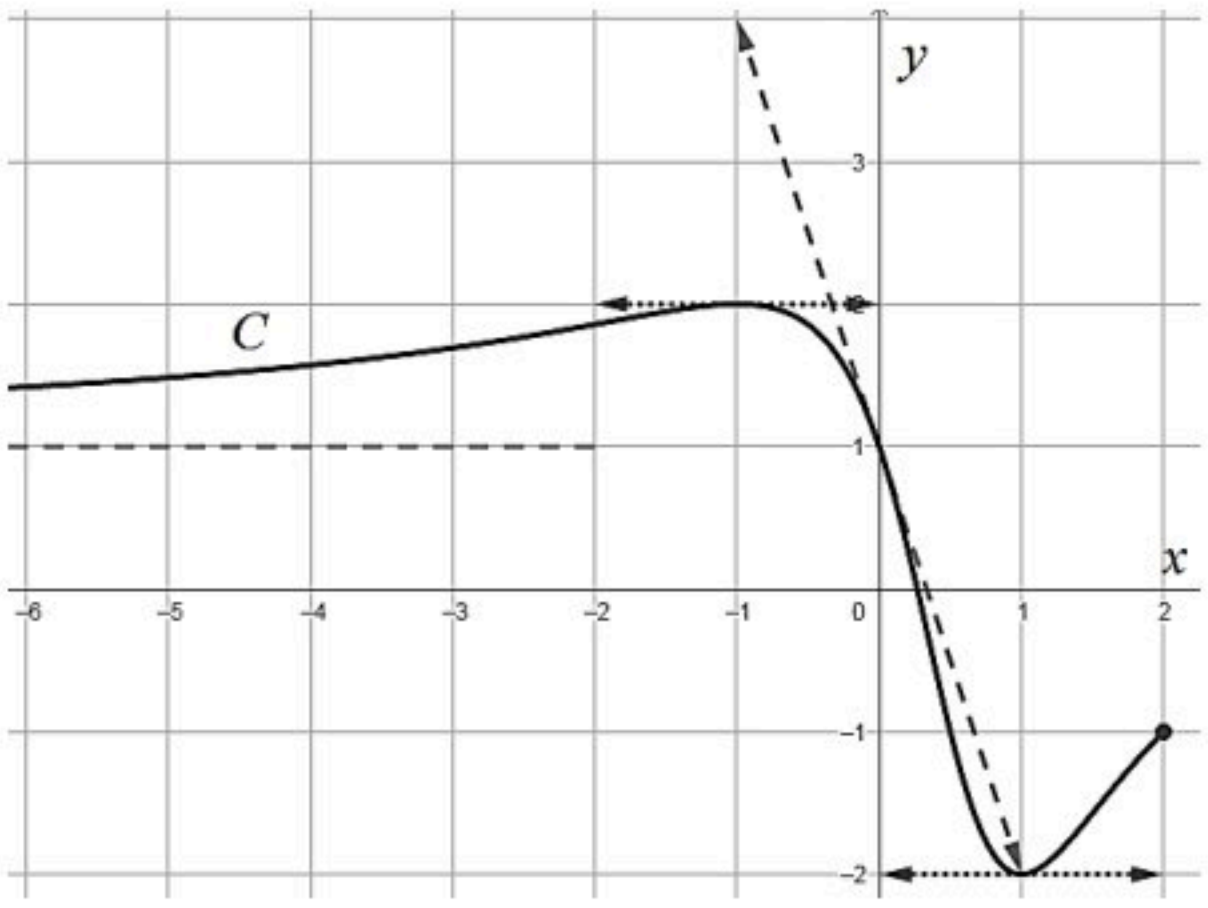
3) $f(0) = -1 \quad , \quad f'(0^+) = 0$

4) معادلة نصف المماس : $y = -1$.

5) حل المعادلة $f(x) = 0$ هى $x = 1$.

$f(0) = -1$ قيمة حدّية صغري .

السؤال الرابع :.



نتأمّل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على المجال $]-\infty,2]$. **المطلوب :**

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(f(x))$ ، $f(2)$ ، $f(f(2))$.

2) أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$ و اكتة معادنة انمماس عذ $x=0$.

3) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=e-1$ ؟

4) دل على القيم الحدية للتابع وبين نوعها .

5) حل المتراجحة $f'(x)\le 0$.

الحل :

1)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1 \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(f(x))=f(1)=-2$$

$$f(2)=-1 \quad , \quad f(f(2))=f(-1)=2$$

2)

$$f(0)=1$$

نختار نقطتين من المماس : $A(0,1)$, $B(1,-2)$

$$f'(0)=m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-2-1}{1-0}=-3$$

$$y-y_A=m(x-x_A)$$

$$\boxed{y=1-3x}$$

3) للمعادلة $f(x)=e-1$ حلان .

4)

$f(-1)=2$ قيمة حديّة كبري

$f(1)=-2$ قيمة حديّة صغري .

$f(2)=-1$ قيمة حديّة كبري .

5)

$x\in[-1,1]$.

السؤال الخامس :.

نجد جانباً جدول تغيّرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ ، خطه البياني C . **المطلوب :**

x	$-\infty$		1		e		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\nearrow$	3

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(f(x))$.

2) اذكر قيمة حدّية للتابع و بيّن نوعها .

3) هل $f(e)=2$ قيمة حدّية للتابع ؟

4) اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع .

5) اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x)=\ln(f(x))$.

الحل :

1)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1 \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(f(x))=f(1)=0$$

2) $f(1)=0$ قيمة حدّية صغرى .

3) $f(e)=2$ ليست قيمة حديّة للتابع .

4)

$y=1$ مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$.

$y=3$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$.

5) g معرّف بشرط :

$$f(x)>0$$

$$x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$$

السؤال السادس :

نجد جانباً جدول تغيّرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ ، خطه البياني C . **المطلوب :**

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(f(x))$.

2) دل على القيم الحدّية لمتابع f مبيّناً نوعها .

3) ما حلول المعادلة $f(x)=2$ ؟

4) جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

5) أوجد $f([2,+\infty[)$.

الحل :

1)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(f(x))=\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$$

2) $f(0)=2$ قيمة حديّة صغرى .

$f(2)=4$ قيمة حديّة كبرى .

3) الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=2$ هو $x=0$.

4) $x\in]0,2[$.

5) $f([2,+\infty[)=]2,4]$.

السؤال السابع :

نجد جانباً جدول تغيّرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ ، خطه البياني C . **المطلوب :**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-1 \,\|\|\, 1$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

1) اذكر قيمة حدّية لمتابع f مبيّناً نوعها .

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

3) هل f اشتقاقي عند $x=0$ ؟

4) اكتب معادلة نصف المماس لمخط C عند الصفر من اليمين .

5) أوجد $f(\mathbb{R})$.

الحل :

1) $f(0)=-2$ قيمة حديّة صغري

2) حلانّ .

3) f غير اشتقاقي عذ $x=0$.

4) $m=f'(0^+)=1$

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

$$y-(-2)=(1)(x-0)$$

$$y=x-2$$

5) $f(\mathbb{R})=[-2,+\infty[$.

السؤال الثامن : .

الجدول الآتي يمثّل جدول تغيّرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ ، خطّه البياني C . **المطلوب :**

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

1) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط البياني C .

2) هل يقبل الخط C مقارباً مائلا ؟

3) اذكر قيمة حدّية لمتابع f مبيناً نوعها .

4) أوجد $f(\,]-\infty, 0]\,)$.

5) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

الحل :

1) $x = 2$ مقارب شاقولي .

$y = 1$ مقارب أفقي .

2) انخط C لا يقبل مقاربا مائلا .

3) $f(0) = 2$ قيمة حديّة كبري .

4) $f(\,]-\infty, 0]\,) =]1,2]$.

5) للمعادلة $f(x) = 0$ حلّان مختلفان .