

# ★ التوابع الدورية ★



التوابع الدورية الأساسية:

$\sin, \cos, \tan$

تعريف: ◆

نقول إن  $f$  تابع دوري و دورته  $T > 0$  إذا تحقق:

$$(1) \forall x \in D_f \Rightarrow x + T \in D_f$$

$$(2) f(x + T) = f(x)$$

في حال  $D_f = \mathbb{R}$  فإن الشرط الأول محقق دوما

◆ مثال:

أثبت أن  $f(x) = \cos(2x)$  هو تابع دوري. ودوره  $\pi$

بما أن  $f$  معرف على  $\mathbb{R}$  فإن شرط التعريف متحقق.

$$f(x + T) = \cos(2x + 2\pi) = \cos(2x) = f(x)$$

إذن  $f$  تابع دوري ودورته الأساسية هي  $\pi$ .

**نقصد بالدورة الأساسية (أصغر دور للتابع)**

## ★ ملاحظات ★

1. إذا كان التابع دوري ودورته  $2\pi$  يكفي دراسة التابع على أي مجال طوله  $2\pi$  مثلاً:  $[0, 2\pi]$  أو  $[-\pi, +\pi]$ .
2. إذا كان التابع دوري ودورته  $\pi$ : يكفي دراسة التابع على أي مجال طوله  $\pi$ , مثلاً:  $[0, \pi]$ .
3. إذا كان للتابع صفة تناظرية (زوجي أو فردي): يكفي دراسة التابع على نصف مجال دورة واحدة:  $[0, \frac{T}{2}]$ .

### ◆ صيغ عامة للدورات:

#### أصغر دور للتابع

• الدورة لـ  $\sin(ax + b)$  أو  $\cos(ax + b)$ :

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

• الدورة لـ  $\sin x$  و  $\cos x$ :

$$T = 2\pi$$

• الدورة لـ  $\tan(ax + b)$ :

$$T = \frac{\pi}{|a|}$$

• الدورة لـ  $\tan x$ :

$$T = \pi$$

♦ أوجد أصغر دور لكل من التوابع الآتية: ✨  $f(x) = \sin(2x) + \cos x$

الزاوية الأكبر

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

♦  $f(x) = \cos 2x$

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

♦  $f(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$

$$T = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$$

قواعد أساسيه يجب حفظها بشكل جيد

♦  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$

$$T = \frac{2\pi}{1/4} = 8\pi$$

ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k \right\}$  وفق  $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x + 1}$  فإن التابع  $f$  يحقق إحدى الخواص الآتية:

- |   |                 |   |                  |   |          |   |      |   |      |
|---|-----------------|---|------------------|---|----------|---|------|---|------|
| A | دوري دوره $\pi$ | B | دوري دوره $2\pi$ | C | ليس دوري | D | فردى | E | زوجى |
|---|-----------------|---|------------------|---|----------|---|------|---|------|

$$f(x) = \frac{\tan x}{\sin x + 1}$$

$$f(x + 2\pi) = \frac{\tan(x + 2\pi)}{\sin(x + 2\pi) + 1} = \frac{\tan x}{\sin x + 1} = f(x)$$

وبالتالي  $f$  دوري ودوره  $2\pi$

اذا كان لدينا التابع

$$f(x) = \sin x$$

فإن

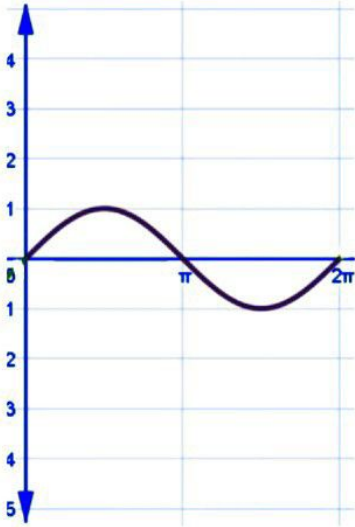
$$f(x + 2\pi) = \sin(x + 2\pi)$$

$$= \sin x$$

$$= f(x)$$

أي ان تابع  $\sin$  تابع دوري ودوره هو  $T = 2\pi$

يعني تابعنا يكرر نفسه على مجال طوله  $T$



دورات الكترونيته  
ثاسع  
بكالوريا  
0994830381

الخط البياني لتابع  $\sin x$

