

## متتاليات

المتتالية: هي تابع مجموعة تعريفه هي الأعداد الطبيعية للإمتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$ .

### أنسكالم المتتالية:

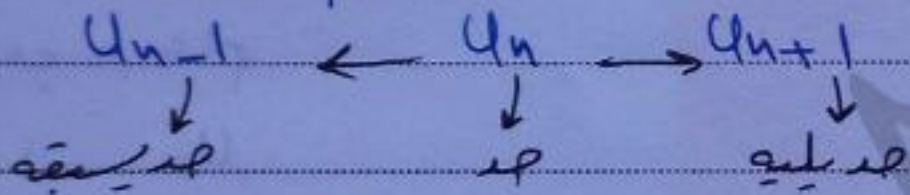
المتتالية الهرموية: هي متتالية معرفة بدلالة  $n$  وكما ان اي حد يكبر (سبيل  $n$ )

اصب  $u_1$  و  $u_2$  :  $PX: 2n - 1$

$$u_1 = 2(1) - 1 = 1$$

$$u_2 = 2(2) - 1 = 3$$

المتتالية بالتدرج: هي متتالية معرفة فية كما حد بدلالة حد الذي سبقه.



تعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة الآتية اصب  $u_1, u_2$

$$\begin{cases}
 u_{n+1} = 2u_n - 1 \\
 u_0 = 2
 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_1 = 2u_0 - 1 \Rightarrow u_1 = 2(2) - 1 \Rightarrow u_1 = 3$$

$$\Rightarrow u_2 = 2u_1 - 1 \Rightarrow u_2 = 2(3) - 1 \Rightarrow u_2 = 5$$

مشكك صدوقه (تعاليم) هي متتالية معرفة بدلالة متتالية ترافقه بعلاقة رياضية

$$u_n = u_{n+1}$$

$$w_n = 5u_n - 1$$

تعرف  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالي بدرجة وقد

$$\begin{cases}
 u_{n+1} = u_n + 4 \\
 u_0 = 3
 \end{cases}$$

وتعرف متتالية ثانية  $v_n$  بالعلاقة

$$u_n = u_{n+1} + 3$$

اصب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_1$  و  $v_2$

$$u_1 = u_0 + 4 \Rightarrow u_1 = 3 + 4 = 7$$

$$v_1 = u_1 + 3 \Rightarrow v_1 = 7 + 3 = 10$$

$$u_2 = u_1 + 4 \Rightarrow 7 + 4 = 11$$

$$v_2 = u_2 + 3 \Rightarrow v_2 = 11 + 3 = 14$$

## المتتالية الحسابية

0 2 4 6 8

هي متتالية يكون فيها كل حد ينتج عن إضافة عدد صغرى ثابتة .

يسمى هذا العدد  $r$  هو المتتالية  $r$

$$U_{n+1} = U_n + r \Rightarrow U_{n+1} - U_n = r$$

القانون العام :  
قانون الاشارة

$$U_m - U_n = (m - n)r$$

حساب حد عام  
تجب ان يكون  $m$  و  $n$  متساويين  
ثم نعود الى علاقة ذي حدين  
بين  $U_m$  و  $U_n$   
المحد لعام علاقة قوى  
على  $n$  فقط نستخدم حساب حد

قانون ذي حدين :

حساب اعداد متتالية

حساب حد عام

حساب  $m$

$$S_n = n \left( \frac{a + l}{2} \right)$$

المجموع الحسابي :

$n$  : ( 1 + اول حد - آخر حد ) عدد الحدود

$a$  : } يجب حسابهم  
اول حد

$l$  : }  
آخر حد

$$U_n = \frac{2n+5}{2}$$

\* بين نوع المتتالية :

$$U_{n+1} - U_n = r \Rightarrow \frac{2(n+1)+5}{2} - \frac{2n+5}{2} \Rightarrow r = 1$$

صاحبة (رأسها)  $r$

$$U_4 = 12 \quad , \quad U_2 = 8$$

\* نعرف المتتالية الآتية بالملقة

1- اصحاب الاكس

2- اصحاب  $U_0$

3- اصحاب  $U_{100}$

$$* U_4 - U_2 = (4-2)r \Rightarrow 12 - 8 = 2r \Rightarrow 4 = 2r \Rightarrow r = 2 \quad 1$$

$$* U_2 - U_0 = (2-0)r \Rightarrow 8 - U_0 = 2(2) \Rightarrow U_0 = 8 - 4 \quad 2$$

$$\Rightarrow U_0 = 4$$

$$* U_{100} - U_0 = (100-0)2 \Rightarrow U_{100} = 204 \quad 3$$

\*  $U_n$  متتالية صابغة فيه  $r=2$  ,  $U_0=4$  ونعرف المجموع :

$$S : U_0 + U_1 + \dots + U_8$$

$$S : n \left( \frac{a+l}{2} \right) \Rightarrow n=9 / a=4 , l=U_8 = ??$$

$$U_m - U_n = (m-n)r \Rightarrow U_8 = 18$$

عننا  $U_n$  في الحد  $U_n$

$$S : 9 \left( \frac{4+18}{2} \right) \Rightarrow S = 90$$

نفس  $S_n$  لأن الحد الأخير يكون فيه  $n$

## المتتالية الهندسية

1      3      9      27      81

هي متتالية يتبع فيها كل حد عددها ضرب سابقه بعد ثابت وعقمتي  
 لعدد هنا ا بعد ذلك المتتالية q

$$U_{n+1} = U_n \cdot q \Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = q$$

قانون الاضمان

القانون العام :

الحدود لل q  
 النعير

$$\frac{U_n}{U_n} = q^{n-1}$$

ان حد  
 حتى ما يظلم ان  
 سالك

قانون ذي حدين :

حاج ا حد متتالية

حاج حد عام

حاج U<sub>0</sub>

$$S = a \left( \frac{1 - q^n}{1 - q} \right)$$

المجموع الحاي :

- a :
- q : الحد المتتالية
- n : عدد الحدود

$$S = a \left( \frac{1 - q^{1n}}{1 - q^1} \right)$$

مجموع هندسي دمع قفزان

- q :  $\Rightarrow$  الا حد الجديد  $\frac{\text{طول قفزة q}}{\text{طول قفزة 1}}$
  - n : اول دليل - آخر دليل
- طول لقفزة



1 1

$$U_n = 3^n \quad \text{بين نوع متتالية} \quad *$$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = q \Rightarrow \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3 \Rightarrow \frac{3^{\cancel{n}} \cdot 3^1}{\cancel{3^n}} = 3$$

وهي متتالية هندسية (بأسها 3)

$U_8 = 88$  و  $U_5 = 11$  نعرف المتتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  بالعلامة  $*$

- 1- اصب  $q$  من المتتالية
- 2- اصب  $U_0$
- 3- اصب الحد العام
- 4- اصب  $U_3$

$$\frac{U_8}{U_5} = q^{8-5} \Rightarrow \frac{88}{11} = q^3 \Rightarrow q = 2 \quad -1$$

$$\frac{U_5}{U_0} = q^{5-0} \Rightarrow \frac{11}{U_0} = 2^5 \Rightarrow U_0 = \frac{11}{32} \quad -2$$

$$\frac{U_n}{U_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{U_n}{\frac{11}{32}} = 2^n \Rightarrow U_n = 2^n \cdot \frac{11}{32} \rightarrow \text{كتابة صريحة في المتتالية} \quad -3$$

$$U_3 = 2^3 \cdot \frac{11}{32} \Rightarrow U_3 = \frac{11}{4} \quad -4$$

$U_n$  متتالية هندسية (بأسها  $q = 3$  و  $U_0 = 2$ ) اصب المجموع  $*$

S:  $U_0 + U_1 + \dots + U_6$

S':  $U_0 + U_1 + \dots + U_n$

$$* S: q \left( \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \right) \Rightarrow q: U_0 = 2 / q = 3 / n = 7 \quad (1)$$

$$S: 2 \left( \frac{1-3^7}{1-3} \right) \Rightarrow S = -(1-3^7)$$

$$* q = U_0 = 2 / q = 3 / n = n+1 \quad (2)$$

$$S_n = 2 \left( \frac{1-3^{n+1}}{1-3} \right) \Rightarrow S_n = -(1-3^{n+1})$$

## مجموع تميز الأرقام

هندسية

حسابية

\* تطبيق القانون فوقاً  $S = a \left( \frac{1-q^n}{1-q} \right)$

\* عند الأضراس

\* نظرون جميع الأطراف بقلوب الأضراس  $\frac{1}{2}$

\* تطبيق قانون الحادي

$S = n \left( \frac{a+l}{2} \right)$

\* نوجد مجهول

\* نوجد  $n$  حيث  $a + \dots + \text{آخر} = n$

\* نوجد  $S$

$S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2 + \dots + 10$

ليكن المجموع EX

\* أصب المجموع

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$

متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

نظرون لك الأطراف ب 2

$2S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 \Rightarrow 2S = n \left( \frac{a+l}{2} \right)$

$\Rightarrow 2S = 20 \left( \frac{1+20}{2} \right) \Rightarrow S = 105$

ليكن المجموع  $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{128}$

استنتاج الأضراس والنوع

$\frac{1}{8} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$

$q = \frac{1}{2}$

متتالية هندسية

$\frac{1}{16} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}$

$S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^7} \Rightarrow S = \frac{1}{4} \left( \frac{1 - \frac{1}{2^6}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$

$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^7}$

الأوساط الحسابية:

نفرهن أن  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث أعداد متعاقبة من متوالية حسابية عندئذ هذه الحدود تحقق:

$$2b = a + c$$

تجميع الأرقام  
بداية صنف الأرقام

وبما أن الحدود متعاقبة من متوالية حسابية

$$b = a + r$$

أضربها  $r$

$$c = b + r \Rightarrow c = a + 2r$$

\* حسب قيمة الحد  $r$  نفصله في نطيم العلاقات

\* دافعاً حاول عزل أحد المجهول من عدد الغزل في المجموع (ما لتقوية في الجوار  $c$ )

ex نفرض  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث أعداد متعاقبة من متوالية حسابية حيث  $a < c$  تحقق:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

1- عين هذه (طوره واستنتج الا  $r$ )

$$a + b + c = 6$$

2- اصب  $U_n$  اذا علمه ان  $U_0 = a$

3- اكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  (اصب المجموع  $U_{20} = \dots$ )

1- عن العلاقة (2) نجد  $b = 2$

$$1) a^2 + 2^2 + c^2 = 14 \Rightarrow a^2 + c^2 = 10$$

$$2) a + 2 + c = 6 \Rightarrow a + c = 4$$

$$a = 4 - c$$

العزل

$$(4 - c)^2 + c^2 = 10 \Rightarrow 16 - 8c + c^2 + c^2 = 10 \Rightarrow 2c^2 - 8c + 6 = 0$$

نقسم الكل على 2 لأن أوتناك  $c$  لا نزم تكون واحد

$$c^2 - 4c + 3 = 0$$

$$(c - 3)(c - 1)$$

$$\text{مقبول } c = 3 \Rightarrow a = 4 - 3 = 1$$

$$\text{مرفوض } c = 1 \Rightarrow a = 4 - 1 = 3$$

أضرب متتالية: 1. 2. 3 ... واسمها  $r = 1$

$$U_7 - U_0 = (7 - 0) \cdot 1 \Rightarrow U_7 - 1 = 7 \Rightarrow U_7 = 8$$

$$U_n - U_0 = (n - 0)r \Rightarrow U_n - 1 = n \cdot 1 \Rightarrow U_n = n + 1$$

$$S = n \left( \frac{a + l}{2} \right) \Rightarrow S = 231$$

## الأوساط الهندسية :

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية عندئذٍ تحقق :

$$b^2 = a \cdot c$$

جاء الأوساط  
مربوع الأوساط

بما أن الحدود متعاقبة وذاتوالية هندسية

$$b = a \cdot q$$

أساسها  $q$

$$c = b \cdot q \Rightarrow c = a \cdot q^2$$

\* نتيج قمية  $b$  ونعوضه في علاقة (1) و (2)

\* نغزل عن الاستطاعة. نغزل فقط في علاقة المجموع

EX  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية تحقق  $a \cdot c = 216$

1- عين الحدود واسم أساسها .

2- نتيج الحد العام لهذه المتتالية إذا علمت أن  $U_0 = d$

3- اسم المجموع  $U_n$  ...  $U_0 + U_1 + \dots + U_n = S$

$$b^2 = a \cdot c \Rightarrow b^2 \cdot b = 216 \Rightarrow b = 6$$

نعوض في (1) و (2) (1)  $a + 6 + c = 26 \Rightarrow a + c = 20$

(2)  $a \cdot 6 \cdot c = 216 \Rightarrow a \cdot c = 36$

نغزل من علاقة المجموع  $a = 20 - c$  علاقة العزل

نعوض العزل في علاقة الجداء  $(20 - c) \cdot c = 36 \Rightarrow c^2 - 20c + 36 = 0$

$(c - 18)(c - 2) = 0 \Rightarrow c = 18$  (إما)  $\Rightarrow a = 20 - 18 = 2$

أو :  $c = 2 \Rightarrow 20 - 2 = 18$

أصبحت متتالية  $2, 6, 18$  و أساسها  $q = \frac{1}{3} \Rightarrow b = a \cdot q \Rightarrow 6 = 18 \cdot q \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$$\frac{U_n}{U_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{U_n}{18} = \left(\frac{1}{3}\right)^n \Rightarrow U_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot 18 \quad -2$$

$$S = a \left( \frac{1 - q^n}{1 - q} \right) \Rightarrow S = 2 \cdot \left( \frac{1 - \frac{1}{3}^n}{1 - \frac{1}{3}} \right) \quad -3$$