نهاية تابع صحيح

المسعى a
الأصل هو التعويض
بدل كل x بـ a
في كل التابع

المسعى ∞
الأصل هو تعويض بالحد الأعلى
مع أمثاله ثم استخدام قواعد

نهاية تابع كسري

المسعى a
التعويض في كل تابع

لا تنس الاختزال إن وجد

المسعى ∞
التعويض في حد بسيط مع أمثاله
حد بسيط مع أمثاله

$\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$
$\frac{\text{عدد}}{0}$
غير
حالتين
عن طريق دراسة
اشارة المقام

$\frac{0}{0}$
ع.ع.ت

درجة بسط
أكبر
من درجة المقام
∞

درجة بسط
أصغر
من درجة المقام
0

درجة بسط
تساوي
درجة المقام
عدد

حالات عدم تعيين

الحالة الأولى $\ll \frac{0}{0} \gg$

* تحليل :
متى نستخدم تحليل : اذا كان البسط او المقام قابل للتحليل

* ضرب بالمرافق :
متى نستخدم المرافق : اذا لم تنجح عملية التحليل او عندما نشاهد مقدار + $\sqrt{\ }$
$\ll$ الأصل في استخدام مرافق هو الوصول إلى مطابقة من المطابقات لإزالة الجذر $\gg$
$(\ )^2$ أو $(\ )^2 - (\ )^2 = (\ +\ )(\ -\ )$

الحالة الثانية $\ll \frac{\infty}{\infty} \gg$

* اذا كان مضمون الجذر x فقط :
نسحب x عامل مناسب ونقسم عليه ونستفيد من خاصية $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ ثم نختزل ثم نعوض .

* المكان الذي لا يحوي $\sqrt{x}$:
نسحب اكبر x عامل مناسب

* اذا كان تحت الجذر مقدار $\sqrt{ax+b}$:
حصراً نسحب x^2 عامل مناسب ونقسم عليه ثم نفرق الجذر $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$
ثم نستخدم خاصية $\sqrt{x^2} = |x|$

$a \to +\infty \Rightarrow +x$ $\qquad$ $a \to -\infty \Rightarrow -x$

الحالة الثالثة $\ll \infty - \infty \gg$

* اذا تحقق ^{2}(حد خارج الجذر) = حد داخل الجذر فنضرب بالمرافق ونحصل على مطابقة

* ^{2}(حد خارج الجذر) $\neq$ (حد داخل الجذر) نسحب عامل مناسب

احسب النهايات الآتية:

$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ a: 1

$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$

حالة عدم تعيين.

$f(x) = \frac{(\cancel{x-1})(x+1)}{(\cancel{x-1})}$

$f(x) = x+1$

$\lim_{x \to 1} f(x) = 1+1 = 2$

$f(x) = \frac{x-2}{2x^2-8}$ a: 2

$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{2-2}{2(4)-8} = \frac{0}{0}$ ح.ع.ت

$f(x) = \frac{(x-2)}{2(x^2-4)}$

$f(x) = \frac{(\cancel{x-2})}{2(\cancel{x-2})(x+2)}$

$f(x) = \frac{1}{2(x+2)}$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{8}$

$f(x) = \sqrt{4x^2-4}$ a: 1

$\lim_{x \to 1} f(x) = \sqrt{4(1)^2-4} = 0$

$f(x) = -2x^3 - x^2 + 1$ a: $+\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (-2x)^3$

$\Rightarrow -2(+\infty)^3 \Rightarrow -\infty$

$f(x) = \frac{5x-1}{x+1}$ a: 1

$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{5(1)-1}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$

$f(x) = \frac{3-x}{x-1}$ a: 1

$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{3-1}{1-1} = \frac{2}{0}$

$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{2}{0} = \infty$

نميز حالتين

* $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{+2}{-0^-} = -\infty$

* $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{+2}{+0^+} = +\infty$

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$$ $a : +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$$ حالة عدم تعيين

$$f(x) = \frac{x\left(\frac{x}{x} + \frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{1}{x}\right)} \Rightarrow \frac{\cancel{x}\left(1 + \cancel{\frac{1}{x}}\right)}{\cancel{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \cancel{\frac{1}{x}}\right)}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2}\,x$$ $a : +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \infty$$ حالة عدم تعيين

$$f(x) = \frac{\left(\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2}x\right)\left(\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2}x\right)}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2}x}$$ نضرب بالمرافق

$$f(x) = \frac{\cancel{2x^2} + 1 \cancel{-2x^2}}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2}x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2}x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty + \infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$